

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PAULO VITOR MAZIA

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE LAJES PRÉ-MOLDADAS DO
TIPO CANAL**

MARINGÁ
2026

PAULO VITOR MAZIA

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE LAJES PRÉ-MOLDADAS DO TIPO
CANAL**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

MARINGÁ
2026

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central Maria Grazia Zolner - UEM, Maringá - PR, Brasil)

M476a Mazia, Paulo Vítor
Análise não linear de lajes pré-moldadas do tipo canal / Paulo Vítor Mazia. -- Maringá, PR, 2026.
176 f. : il. color., figs., tabs.
Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2026.
1. Lajes. 2. Concreto - Amaduras. 3. Concreto pré-moldado. 4. Análise não linear. I. Souza, Rafael Alves de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 23.ed. 624.17

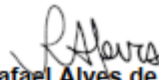
Vanessa de Souza Pianovski - CRB 9/1804

PAULO VITOR MAZIA

ANÁLISE NÃO LINEAR DE LAJES PRÉ-MOLDADAS DO TIPO CANAL

Dissertação de Mestrado apresentada no dia 22/07/2026, julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final, como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Rafael Alves de Souza
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá
Professor Orientador de Estudos


Prof. Dr. Marcelo de Rezende Carvalho
Curso de Engenharia Civil
Instituto Federal de Goiás

Documento assinado digitalmente
 **LUIZ ANTONIO FARANI DE SOUZA**
Data: 23/07/2026 05:53:05-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Luiz Antonio Farani de Souza
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá

Dedico este trabalho a Deus, por ter me sustentado em cada etapa desta caminhada, e à minha família e namorada, pelo amor, apoio e incentivo incondicionais. Esta conquista também é de vocês.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pois nada foi por meu mérito, mas unicamente pela Sua misericórdia. Foi Ele quem me inspirou nos momentos de dúvida, me sustentou nas dificuldades e me guardou em todas as etapas desta caminhada. Graças ao Seu "sim", mas, principalmente, ao Seu "não", este trabalho pôde caminhar conforme a Sua perfeita vontade. Sou profundamente grato e feliz porque os meus planos para esta pesquisa convergiram com os planos do Pai, permitindo-me compreender que tudo aconteceu no tempo e da maneira que Ele havia preparado.

Ao Professor Dr. Rafael Alves de Souza, expresso minha sincera gratidão pela orientação, confiança e dedicação ao longo desta pesquisa. Agradeço pelos ensinamentos, pelas valiosas contribuições técnicas e pelo rigor científico, fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação e para minha formação como pesquisador. Estendo meus agradecimentos aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Agradeço, ainda, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Código de Financiamento 001 – pelo apoio concedido à realização desta pesquisa.

Aos meus pais, Paulo Mazia e Ivete Negri Mazia, minha eterna gratidão. Obrigado por serem o alicerce da minha vida, pelo amor incondicional, pelos ensinamentos, pelos valores que moldaram meu caráter e por acreditarem em meus sonhos em todos os momentos.

Aos meus colegas e amigos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Silvio Veras, Gabriel Mendonça, Pamela Herrera Dutra, Mariana Fianco, Thiago Tadeu, Gustavo Moura e Hemilly Mansano, agradeço pela amizade, incentivo, parceria e pelos momentos compartilhados ao longo desta jornada. Aos demais amigos que, porventura, não foram mencionados nominalmente, meu sincero agradecimento por fazerem parte desta caminhada e desta conquista.

“A ciência é construída com fatos, assim como uma casa é construída com pedras; mas uma coleção de fatos não é ciência, assim como um monte de pedras não é uma casa.”

Henri Poincaré

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	19
2. JUSTIFICATIVA	22
3. OBJETIVOS	23
3.1 OBJETIVO GERAL.....	23
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	23
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
4.1 LAJES PRÉ-MOLDADAS DO TIPO CANAL	24
4.2 COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DE LAJES CANAL ARMADAS COM AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA.....	41
4.3 ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DE LAJES PRÉ-MOLDADAS DO TIPO CANAL	44
5. METODOLOGIA.....	46
5.1. MATERIAIS E PROPRIEDADES	49
5.1.1. Concreto Estrutural (Classe C40).....	49
5.1.2. Armaduras Passivas (CA-50 e CA-70) e Relações Constitutivas	49
5.1.3. Aderência e Conformação Superficial.....	50
5.1.4. Armadura Ativa (Cordoalhas CP190-RB).....	50
5.2. MODELAGEM NUMÉRICA COM O <i>SOFTWARE</i> ATENA 2D	50
5.2.1. Discretização da geometria.....	51
5.2.2. Modelagem do concreto	53
5.2.3. Modelagem da armadura	56
5.2.4. Aplicação das ações no modelo numérico.....	59
5.2.5. Apoios.....	61
5.2.6. Pontos de observação.....	63
5.2.7. Parâmetros da análise não linear e método de solução.....	64
5.2.8. Critério de ruptura e modelagem dos materiais.....	64
5.2.9. Modelagem das lajes	65
5.2.10. Estratégias de convergência e ajustes numéricos	68

5.3. Pós-processamento dos resultados da análise não linear.....	70
5.3.1. Arquitetura da ferramenta.....	71
5.3.2 Dados de entrada	72
5.3.3 Leitura e identificação dos dados	74
5.3.4 Construção da curva carga × deslocamento	74
5.3.4.1 Cálculo da carga aplicada	74
5.3.4.2 Referência do deslocamento e tratamento da carga permanente	75
5.3.5 Identificação automática dos pontos mecânicos e das fases.....	76
6. RESULTADOS	78
6.1. Resultados do Modelo 1	79
6.1.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global	80
6.1.2 Estado inicial e efeito da protensão	82
6.1.3 Comportamento carga–deslocamento.....	83
6.1.4 Transição para o regime de baixa rigidez	87
6.1.5 Carga máxima e estado limite da faixa estável.....	89
6.1.6 Instabilidade após o step 90.....	90
6.1.7 Evolução da fissuração	91
6.1.8 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão.....	92
6.1.9 Ductilidade aparente	93
6.1.10 Validação Analítica via Modelos de Pfeil e NBR 6118:2026	93
6.1.10.1 Memória de Cálculo e Parâmetros Analíticos	94
6.1.10.2 Confronto de Resultados e Análise de Erros	94
6.2 Resultados do Modelo 2	94
6.2.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global	95
6.2.2 Estado inicial do modelo	97
6.2.3 Comportamento carga–deslocamento.....	98
6.2.4 Transição para o regime de baixa rigidez	104

6.2.5 Desenvolvimento do regime pós-escoamento	105
6.2.6 Carga máxima e estado limite da faixa estável.....	106
6.2.7 Instabilidade após o step 109.....	108
6.2.8 Evolução da fissuração	108
6.2.9 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão.....	110
6.2.10 Ductilidade aparente	111
6.3 Resultados do Modelo 3	111
6.3.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global	112
6.3.2 Estado inicial do modelo	114
6.3.3 Comportamento carga–deslocamento.....	116
6.3.4 Transição para o regime de baixa rigidez	120
6.3.5 Desenvolvimento do regime pós-escoamento	122
6.3.6 Carga máxima e estado limite da faixa estável.....	123
6.3.7 Instabilidade após o step 121.....	124
6.3.8 Evolução da fissuração	126
6.3.9 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão.....	127
6.3.10 Ductilidade aparente	128
6.4. Resultados do Modelo 4	129
6.4.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global	130
6.4.2 Estado inicial e início da fissuração	132
6.4.3 Comportamento carga–deslocamento.....	133
6.4.4 Inconsistência na identificação automática do escoamento	136
6.4.5 Transição para o regime de baixa rigidez	137
6.4.6 Carga máxima e último estado estável	139
6.4.7 Instabilidade após o step 98.....	140
6.4.8 Evolução da fissuração	142
6.4.9 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão.....	143

6.4.10 Ductilidade aparente	143
7.0 DISCUSSÃO	DOS
RESULTADOS	145
7.1 Comparação da rigidez inicial e do início da fissuração	146
7.2 Comparação das curvas carga–deslocamento.....	146
7.3 Capacidade resistente e comportamento pós-escoamento.....	148
7.4 Comparação da relação entre carga e abertura de fissura.....	149
7.5 Comparação da abertura de fissura em função do deslocamento.....	151
7.6 Comparação da evolução da fissuração ao longo dos passos de carga	153
7.7 Influência da resistência do aço e da área de armadura.....	154
7.8 Síntese comparativa dos modelos.....	155
7.9 Implicações quanto à sustentabilidade, ao desempenho ao longo da vida útil e aos custos indiretos	157
7.9.1 Racionalização do consumo de aço e desmaterialização estrutural	157
7.9.2 Fissuração e vida útil da estrutura	158
7.9.3 Custos de manutenção ao longo da vida útil	159
7.9.4 Consumo de materiais nas atividades de reparo	161
7.9.5 Impacto econômico da capacidade resistente	161
7.9.6 Sustentabilidade e emissões incorporadas.....	162
7.9.7 Benefícios indiretos do controle da fissuração	164
7.9.8 Síntese das implicações ambientais e econômicas	165
8 CONCLUSÕES	166
9 LIMITAÇÕES DA PESQUISA E TRABALHOS FUTUROS	170
9.1 Limitações da pesquisa.....	170
9.2 Trabalhos futuros.....	171
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	173

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplar de aplicação de Lajes Canal em 2026	21
Figura 2 - Exemplar de aplicação de Lajes Canal em 2026	21
Figura 3 - Vista inferior de ponte com lajes tipo canal em concreto armado.....	25
Figura 4 - Foto ou vista do Viaduto Sorell Causeway (Tasmânia, Austrália).....	26
Figura 5 — Foto do Champfeuillet Overpass (França, 1993)	27
Figura 6 - Processo executivo de uma viga canal.....	28
Figura 7 – Representação tridimensional de uma viga canal	28
Figura 8 - Foto de deterioração típica: fissuras longitudinais e armadura exposta em viga canal	29
Figura 9 - Principais mecanismos de ruptura observados em lajes pré-moldadas do tipo canal	30
Figura 10 - Representação esquemática das Regiões D e das Regiões B.....	31
Figura 11 - Exemplos de descontinuidades geométricas e estáticas associadas à formação de Regiões D.	32
Figura 12 - Comparação dos mecanismos de transferência de tensões em barras lisas e nervuradas.....	33
Figura 13 - Comparação dos limites nominais de escoamento das principais classes de armaduras convencionais e de alta resistência utilizadas em concreto armado.	35
Figura 14 - Comparação esquemática do comportamento pós-escoamento de armaduras convencionais e de alta resistência.	37
Figura 15 - Mecanismos de aderência responsáveis pela transferência de tensões na interface aço-concreto.....	39
Figura 16 - Fendilhamento (<i>splitting</i>) decorrente das tensões radiais geradas pela aderência entre aço e concreto.	40
Figura 17 - Representação esquemática do fenômeno bond-slip e da distribuição das tensões de aderência ao longo da ancoragem	41
Figura 18 - Geometria tridimensional da laje canal adotada como elemento de referência nas análises numéricas.	46
Figura 19 - Detalhamento geométrico e disposição das armaduras da configuração AWC- Padrão utilizada como referência para definição dos demais modelos.	47
Figura 20 - Fluxograma das etapas metodológicas adotadas para a modelagem numérica e análise comparativa das lajes canal com diferentes configurações de armadura.	48

Figura 21 - Definição dos macroelementos utilizados na modelagem numérica da laje canal.	52
Figura 22 - Características geométricas e propriedades atribuídas aos macroelementos da laje canal.....	52
Figura 23 - Adaptação geométrica da seção transversal da laje canal para representação em modelo bidimensional no ATENA 2D.	54
Figura 24 - Representação esquemática da seção longitudinal da laje canal: modelo original com espessura variável (acima) e modelo adotado com thickness constante (abaixo).	55
Figura 25 - Configuração material CONCRETO C40 – ATENA 2D.....	55
Figura 26 - Configuração do material aço CA-50 no software ATENA 2D.....	57
Figura 27 - Configuração do material aço CA-70 no software ATENA 2D.....	57
Figura 28 - Configuração do material cordoalha CP190-RB no software ATENA 2D.....	59
Figura 29 - Equivalência entre carga superficial e carga linear na modelagem da laje canal. .	60
Figura 30 - Aplicação da carga linear equivalente no modelo numérico do software ATENA 2D.	61
Figura 31 - Representação da modelagem dos apoios e das condições de contorno no software ATENA 2D.....	62
Figura 32 - Configuração do material de apoio utilizado no software ATENA 2D.....	62
Figura 33 - Painel de configuração dos pontos de monitoramento no software ATENA 2D. .	63
Figura 34 - Posicionamento dos pontos de monitoramento na laje canal modelada no software ATENA 2D.....	63
Figura 35 - Coordenadas dos pontos de monitoramento utilizados na análise numérica.	64
Figura 36 - Configuração e lançamento das barras longitudinais N2 Ø10 mm.	65
Figura 37 - Configuração e lançamento das cordoalhas CP190-RB Ø12,7 mm.	65
Figura 38 - Configuração do tensionamento inicial da protensão no software ATENA 2D.	66
Figura 39 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N3 Ø16 mm.	66
Figura 40 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N4 Ø16 mm.	67
Figura 41 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N5 Ø16 mm.	67
Figura 42 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N6 Ø16 mm.	67
Figura 43 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N7 Ø12,5 mm.	68
Figura 44 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N8 Ø12,5 mm.	68
Figura 45 - Configuração dos parâmetros de convergência utilizados nas análises numéricas no software ATENA 2D.	69
Figura 46 - Fluxograma geral do pós-processamento	70
Figura 47— Janela da interface gráfica (Curva ATENA).....	72

Figura 48 - Caixa de seleção do <i>export</i> do ATENA 2D (<i>Generate</i>)	73
Figura 49 - Tabela de pontos de monitoramento definida no ATENA	73
Figura 50 - Trecho da tabela " <i>Analysis steps</i> " do ATENA	75
Figura 51 - Comparação das duas convenções	76
Figura 52 - Curva Reação de apoio x Step - Modelo 1	80
Figura 53 - Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 1.....	81
Figura 54 - Curva Carga x Step - Modelo 1	82
Figura 55 - Curva Carga x Deslocamento – Colapso Total - Modelo 1.....	83
Figura 56 - Curva Carga x Deslocamento – Início do Colapso Total - Modelo 1.....	83
Figura 57 - Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 1.....	84
Figura 58 - Curva Abertura de Fissura x Step- Modelo 1	85
Figura 59 – Step 6: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; início da fissuração – Modelo 1	85
Figura 60 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 1	86
Figura 61 – Step 13: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; regime pós fissurado – Modelo 1.....	87
Figura 62 – Step 90: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; colapso estrutural – Modelo 1.....	89
Figura 63 - Curva Carga x Step - Modelo 2.....	96
Figura 64 - Curva Reação de apoio x Step – Modelo 2.....	96
Figura 65- Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 2.....	97
Figura 66- Abertura de Fissura x Step- Modelo 2.....	98
Figura 67 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 2	99
Figura 68- Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 2.....	100
Figura 69 - Curva Abertura de fissura X Step - Modelo 2	100
Figura 70 – Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; início da fissuração – Modelo 2	101
Figura 71 - Curva Abertura de Fissura X Deslocamento - Modelo 2.....	102
Figura 72 – Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – regime pós-fissurado – Modelo 2....	103
Figura 73 - Step 109: Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – colapso numérico – Modelo 2	107
Figura 74 - Curva Carga x Step - Modelo 3	113
Figura 75 - Curva Reação de apoio x Step - Modelo 3	113
Figura 76 - Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 3.....	114
Figura 77 - Abertura de fissura x Step - Modelo 3.....	115
Figura 78 – Step 14: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; início da fissuração.....	115
Figura 79 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 3	116
Figura 80 - Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 3.....	117

Figura 81 - Curva Abertura de Fissura x Step - Modelo 3	117
Figura 82 - Curva Abertura de Fissura x Deslocamento - Modelo 3	119
Figura 83 – Step 113: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; fissuração distribuída em regime pós-fissurado.....	120
Figura 84 - Step 121: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; colapso numérico	124
Figura 85 - Curva Carga $\times$ Step – Modelo 4	131
Figura 86 - Curva Reação de apoio x Step - Modelo 4	131
Figura 87 - Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 4.....	132
Figura 88 - Abertura de fissura x Step - Modelo 4.....	133
Figura 89 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 4	134
Figura 90 – Step 7: Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – regime elástico	135
Figura 91 - Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 4.....	136
Figura 92 – Step 103: Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – colapso numérico	141
Figura 93 – Comparação das curvas carga–deslocamento dos modelos analisados.	147
Figura 94 – Comparação entre a carga aplicada e a abertura de fissura nos modelos analisados.	150
Figura 95 – Comparação da abertura de fissura em função do deslocamento no ponto de controle.....	152
Figura 96 – Comparação da abertura de fissura em função dos passos de carga.	153

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros identificados no Modelo 1	79
Tabela 2 – Fragmento da Tabela Evolução Carga X Deslocamento – Modelo 1	90
Tabela 3 – Validação Comparativa: Analítico (NBR/Pfeil) vs. Numérico (ATENA 2D)	94
Tabela 4 - Parâmetros identificados no Modelo 2	95
Tabela 5 - Parâmetros do Modelo 3.....	112
Tabela 6 - Parâmetros identificados no Modelo 4.....	130
Tabela 7 – Síntese dos principais resultados dos modelos analisados	145

RESUMO

As lajes pré-moldadas do tipo canal apresentam elevada eficiência estrutural, mas sua geometria origina regiões de descontinuidade, nas quais a distribuição de tensões, a fissuração e a redistribuição de esforços demandam análise não linear. Nesse contexto, o aço CA-70, com resistência característica ao escoamento de 700 MPa, apresenta potencial para ampliar a capacidade resistente e racionalizar o consumo de armadura. Esta pesquisa avaliou numericamente o comportamento à flexão de lajes canal com 6,0 m de vão, por meio de uma análise pelo Método dos Elementos Finitos realizada no software ATENA 2D. Foram analisadas quatro configurações: um modelo de referência protendido, um modelo com duas barras longitudinais de 16 mm em aço CA-50 e dois modelos com aço CA-70, constituídos por duas barras de 16 mm e duas barras de 12,5 mm. A modelagem considerou a não linearidade física do concreto e das armaduras, com solução incremental pelo método de Newton-Raphson. O desempenho foi avaliado por meio das curvas carga–deslocamento, da abertura de fissuras, das reações de apoio, da rigidez inicial e da capacidade resistente. O modelo com duas barras de 16 mm em CA-70 apresentou o melhor desempenho global, atingindo capacidade resistente última estável de 450,00 kN, deslocamento central de 198,81 mm e abertura de fissura de 0,366 mm. Em relação ao modelo de referência, essa configuração proporcionou aumento de 34,8% na carga máxima e redução de 30,8% na abertura final da fissura monitorada. A redução do diâmetro das barras de CA-70 para 12,5 mm diminuiu aproximadamente 39% da área de armadura longitudinal, porém resultou em menor rigidez, menor capacidade resistente, menor capacidade de deslocamento último e maior abertura de fissura. Conclui-se que o CA-70 apresenta potencial técnico para aplicação em lajes canal, ressaltando-se que a sua utilização em projetos reais exige a avaliação rigorosa da aderência e da ancoragem, fenômenos estes simplificados neste estudo por meio da hipótese de aderência perfeita.

Palavras-chave: laje canal; aço CA-70; análise não linear; fissuração; elementos finitos.

ABSTRACT

Precast channel-type slabs exhibit high structural efficiency; however, their geometry gives rise to discontinuity regions in which stress distribution, cracking, and force redistribution require nonlinear analysis. In this context, CA-70 steel, with a characteristic yield strength of 700 MPa, has the potential to increase load-carrying capacity while optimizing reinforcement usage. This study numerically evaluated the flexural behavior of channel-type slabs with a 6.0 m span through Finite Element Method analysis performed using ATENA 2D software. Four configurations were analyzed: a prestressed reference model, a model reinforced with two 16 mm longitudinal CA-50 steel bars, and two models reinforced with CA-70 steel, consisting of two 16 mm bars and two 12.5 mm bars, respectively. The numerical modeling accounted for the material nonlinearities of both concrete and reinforcement, using an incremental solution procedure based on the Newton–Raphson method. Structural performance was assessed based on load–displacement curves, crack widths, support reactions, initial stiffness, and load-carrying capacity. The model reinforced with two 16 mm CA-70 steel bars exhibited the best overall performance, reaching a stable ultimate load-carrying capacity of 450.00 kN, a midspan displacement of 198.81 mm, and a crack width of 0.366 mm. Compared with the reference model, this configuration resulted in a 34.8% increase in maximum load and a 30.8% reduction in the final width of the monitored crack. Reducing the diameter of the CA-70 bars to 12.5 mm decreased the longitudinal reinforcement area by approximately 39%; however, it also resulted in lower stiffness, lower load-carrying capacity, reduced ultimate displacement capacity, and greater crack width. It is concluded that CA-70 steel has technical potential for use in channel-type slabs. Nevertheless, its application in actual structural designs requires a rigorous assessment of bond and anchorage behavior, which were simplified in this study by assuming perfect bond between the reinforcement and concrete.

Keywords: channel slab; CA-70 steel; nonlinear analysis; cracking; finite elements.

1. INTRODUÇÃO

A busca por estruturas mais eficientes, sustentáveis e economicamente competitivas tem impulsionado o desenvolvimento de sistemas construtivos capazes de reduzir o consumo de materiais sem comprometer o desempenho estrutural. Em razão disso, os sistemas pré-fabricados de concreto vêm assumindo papel de destaque em função da elevada produtividade, do maior controle tecnológico e da racionalização construtiva proporcionada pela industrialização dos processos.

Entre os diversos elementos empregados em sistemas pré-moldados, destacam-se as lajes do tipo canal, originalmente desenvolvidas na década de 1950 para aplicação em pontes rodoviárias de pequeno e médio vão (Brinckerhoff, 2005).

Décadas mais tarde, o conceito foi retomado e aperfeiçoado por Jean Muller, culminando na construção do *Champfeuillet Overpass*, considerado o primeiro viaduto segmentado do tipo canal (Shepherd & Gibbens, 2004). Atualmente, esses elementos são empregados em sistemas de cobertura, pisos industriais e obras de infraestrutura, beneficiando-se de uma geometria otimizada, que combina elevada capacidade resistente com reduzido peso próprio.

A eficiência estrutural das lajes canal está associada à presença de nervuras, cavidades ou rebaixos longitudinais que aumentam a rigidez à flexão com menor consumo de concreto. Entretanto, essa mesma geometria introduz descontinuidades que alteram o fluxo de tensões, no interior do elemento. Próximo aos apoios e regiões de transferência de carga, surgem concentrações de tensões que caracterizam as denominadas Regiões D, nas quais as hipóteses clássicas da teoria das vigas deixam de representar adequadamente o comportamento estrutural (Schlaich; Schäfer, 1991). Além disso, a reduzida espessura das almas torna o comportamento ao cisalhamento particularmente relevante nesses elementos.

Paralelamente à evolução das geometrias estruturais, o desenvolvimento de novos materiais tem ampliado as possibilidades de racionalização do concreto armado. No cenário internacional, armaduras de alta resistência, como os aços Grade 80, Grade 100, HRB (Hot-rolled Ribbed Bar — barra nervurada laminada a quente) 600 e ASTM (ASTM International — antiga American Society for Testing and Materials) A1035, vêm sendo empregadas como estratégia para redução das taxas de armadura e aumento da eficiência estrutural. No Brasil, esse movimento ganhou força com a introdução do aço CA-70 e sua incorporação à ABNT NBR (Associação Brasileira de Normas Técnicas — Norma Brasileira) 7480:2024.

A utilização de aços de maior resistência mecânica possibilita a redução da seção de armadura necessária para fazer frente aos esforços solicitantes; contudo, sua aplicação prática impõe novos desafios ao projeto estrutural. A redução das taxas de armadura modifica o comportamento da estrutura em condições de serviço, influenciando a fissuração, as deformações e a rigidez pós-fissuração. Adicionalmente, aspectos relacionados à aderência, à ancoragem e à redistribuição de esforços tornam-se particularmente relevantes quando são empregados aços com limites de escoamento superiores aos contemplados pelas formulações tradicionalmente utilizadas em projeto.

No contexto normativo brasileiro, a ABNT NBR 6118:2026 permanece fundamentada predominantemente no emprego de armaduras com resistência característica de até 500 MPa. Embora, a Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural (ABECE, 2024) tenha publicado recomendações específicas para utilização do aço CA-70, ainda existe escassez de estudos dedicados à avaliação desse material em elementos submetidos simultaneamente à flexão e ao cisalhamento, especialmente em estruturas pré-moldadas com geometrias complexas e regiões de descontinuidade pronunciadas, como as lajes canal.

A investigação desse problema necessita de ferramentas capazes de representar fenômenos como fissuração, redistribuição de tensões e degradação progressiva da rigidez. Nesse contexto, a análise numérica não linear baseada no Método dos Elementos Finitos apresenta-se como uma alternativa adequada para avaliação do comportamento estrutural dessas peças, dessa forma, permitindo analisar simultaneamente os Estados Limites Último (ELU) e de Serviço (ELS).

Diante desse cenário, a presente pesquisa investiga numericamente o comportamento estrutural de lajes pré-moldadas do tipo canal armadas com aço CA-70, utilizando o *software* ATENA 2D¹. São avaliadas diferentes configurações de armadura, incluindo soluções convencionais em CA-50, sistemas protendidos e armaduras de alta resistência, com foco na análise da fissuração, das deformações, da rigidez efetiva e da capacidade resistente. Ao gerar evidências sobre o desempenho dessas soluções em regiões de descontinuidade, o estudo busca contribuir para o avanço do conhecimento técnico-científico e fornecer subsídios para a futura consolidação normativa do uso de aços de alta resistência em elementos pré-moldados de concreto.

¹ ATENA 2D é um software de análise não linear de estruturas de concreto desenvolvido pela Červenka Consulting s.r.o., com sede em Praga, República Tcheca.

As Figuras 1 e 2 mostram um exemplar de uso de Lajes canal, utilizada no ano de 2026 no estado do Rio de Janeiro – Brasil, empresa AWC Engenharia.

Figura 1 - Exemplar de aplicação de Lajes Canal em 2026



Fonte: Autor (2026).

Figura 2 - Exemplar de aplicação de Lajes Canal em 2026



Fonte: Autor (2026).

2. JUSTIFICATIVA

O presente estudo justifica-se, primordialmente, pela necessidade de preencher a lacuna normativa existente nas normas nacionais, como a ABNT NBR 6118:2026, que ainda carece de diretrizes consolidadas para o dimensionamento de elementos submetidos à flexão com aços de resistência superior a 500 MPa. Todavia, o aço CA-70 já seja reconhecido pela NBR 7480:2024, a ausência de parâmetros normatizados para o seu emprego em estados limites de serviço e último gera incertezas técnicas, que dificultam sua aplicação segura na engenharia de estruturas. Assim, a pesquisa busca gerar evidências numéricas, que subsidiem a formulação de critérios técnicos e o aprimoramento das normas brasileiras para o uso de armaduras de alta resistência.

Além da relevância técnica, a utilização do aço CA-70 em sistemas pré-moldados representa uma inovação alinhada à estratégia de desmaterialização estrutural, permitindo a redução do consumo de materiais e a racionalização de recursos sem comprometer a segurança. Tal abordagem fundamenta-se nos princípios de sustentabilidade preconizados pelos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS 9, 11 e 12) da Organização das Nações Unidas, atendendo à crescente demanda global por métodos construtivos mais eficientes e de menor impacto ambiental. A pesquisa, portanto, conecta o desenvolvimento da engenharia nacional a metas internacionais de sustentabilidade.

Nesse contexto, a laje canal apresenta-se como o objeto de estudo ideal para validar essas inovações, uma vez que sua geometria otimizada introduz zonas de descontinuidade (Regiões D) e transições abruptas de seção que requerem análises detalhadas. Embora, o comportamento global desses elementos possa ser estimado por modelos simplificados baseados na hipótese de Bernoulli-Navier, a análise por meio do Método dos Elementos Finitos permite um refinamento científico essencial para compreender fenômenos que ocorrem nessas zonas críticas. A modelagem numérica não linear torna-se, assim, a ferramenta indispensável para validar o desempenho estrutural onde métodos convencionais carecem de detalhamento para fluxos de tensão complexos.

Por fim, o trabalho justifica-se pela investigação direta dos gargalos críticos do uso do aço CA-70, especificamente no que tange à aderência aço-concreto, à ancoragem e ao controle da fissuração em regime de serviço. A carência de um entendimento pleno sobre a interação entre materiais de alta resistência e o concreto em regiões de descontinuidade torna necessário o emprego de ferramentas capazes de representar a degradação progressiva da rigidez e a redistribuição de tensões.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

Comparar o desempenho estrutural de lajes canal utilizando armaduras convencionais (CA-50) e de alta resistência (CA-70), validando numericamente o emprego deste novo material por meio de análise não linear como alternativa técnica e econômica a ensaios experimentais, com ênfase no controle de flechas, fissuras e nos parâmetros de aderência aço-concreto.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os Objetivos específicos estão elencados a seguir:

- Aplicar o Método dos Elementos Finitos (MEF) na modelagem não linear, comparando o desempenho de diferentes soluções de armação (passiva convencional, protendida e de alta resistência) entre si e com previsões analíticas normativas;
- Avaliar a resposta estrutural nos regimes elástico e pós-fissuração, identificando os ganhos de eficiência e eventuais limitações quanto à rigidez e capacidade última;
- Verificar a adequação do aço CA-70 frente aos critérios da ABNT NBR 6118 para Estados Limites de Serviço (ELS) e Último (ELU), fornecendo subsídios para sua consolidação normativa.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 LAJES PRÉ-MOLDADAS DO TIPO CANAL

As lajes pré-moldadas do tipo canal constituem uma solução estrutural amplamente empregada em sistemas industrializados de construção devido à sua elevada eficiência estrutural, rapidez executiva e racionalização do consumo de materiais. O desenvolvimento desses elementos está diretamente associado ao processo de industrialização da construção civil ocorrido após a Segunda Guerra Mundial, período em que diversos países passaram a buscar sistemas construtivos capazes de atender à crescente demanda por infraestrutura e edificações com maior produtividade e menor custo operacional (BRINCKERHOFF, 2005; LEONHARDT, 1977).

De acordo com Shepherd e Gibbens (2004), as seções em formato de canal passaram a ser utilizadas em pontes, viadutos, estacionamentos, edificações industriais e sistemas de pisos pré-fabricados, em virtude da capacidade de reduzir o peso próprio sem comprometer significativamente a resistência estrutural. A ampla utilização dessa tipologia em obras de infraestrutura pode ser observada na ponte da Cannafax Farm Road sobre o Little Potato Creek, no Condado de Lamar, Geórgia (EUA), apresentada na Figura 3 na qual se evidencia a aplicação de múltiplos elementos pré-moldados do tipo canal compondo o sistema resistente do tabuleiro (BRINCKERHOFF, 2005).

Figura 3 - Vista inferior de ponte com lajes tipo canal em concreto armado



Local: Cannafax Farm Road sobre o Little Potato Creek, Condado de Lamar, Geórgia (EUA).

Fonte: Adaptado de Brinckerhoff (2005, p. 3-92).

Esse processo de difusão foi acompanhado pela adoção padronizada do sistema em diversos estados norte-americanos a partir da década de 1950. Conforme registros do NCDOT (North Carolina Department of Transportation — Departamento de Transportes da Carolina do Norte) (2020), na Carolina do Norte, as primeiras pontes com lajes canal protendidas foram executadas em 1954, culminando na publicação de projetos-tipo para vãos entre 6 e 9 m. Durham, Heymsfield e Schemmel (2003) relatam que, no Arkansas, aproximadamente 400 pontes foram construídas com essa tipologia entre as décadas de 1950 e 1970, enquanto em Iowa estimava-se a existência de cerca de 600 estruturas semelhantes. Levantamentos nacionais indicam que pelo menos 14 estados norte-americanos utilizaram o sistema em superestruturas de pontes, evidenciando sua relevância no processo de expansão da infraestrutura viária do período (DURHAM; HEYMSFIELD; SCHEMMEL, 2003; HEYMSFIELD; DURHAM; JONES, 2007).

De acordo com El Debs (2017), a evolução tecnológica dos processos de fabricação permitiu o aperfeiçoamento progressivo dessas peças incorporando concretos de maior desempenho, armaduras de elevada resistência e métodos de produção cada vez mais

automatizados. Como consequência, as lajes canal passaram a ocupar posição de destaque entre os elementos pré-fabricados de concreto, especialmente em obras que demandam elevada repetitividade construtiva e controle rigoroso de qualidade.

Estudos detalhados por Shepherd e Gibbens (2004) demonstram que a utilização de elementos pré-moldados continua apresentando vantagens significativas relacionadas à redução dos prazos de execução, diminuição dos resíduos gerados no canteiro de obras e maior previsibilidade do comportamento estrutural, fatores que justificam a permanência desse sistema como alternativa competitiva frente aos métodos convencionais de construção.

No contexto internacional, Shepherd e Gibbens (2004) descrevem a aplicação do sistema tanto em pontes rodoviárias quanto ferroviárias, destacando o Viaduto Sorell Causeway, em Hobart, Tasmânia (Austrália), Figura 4, concluído entre 2001 e 2003 com 460 metros de extensão — considerado o primeiro viaduto de grande porte do mundo inteiramente construído com essa tipologia.

Figura 4 - Foto ou vista do Viaduto Sorell Causeway (Tasmânia, Austrália)

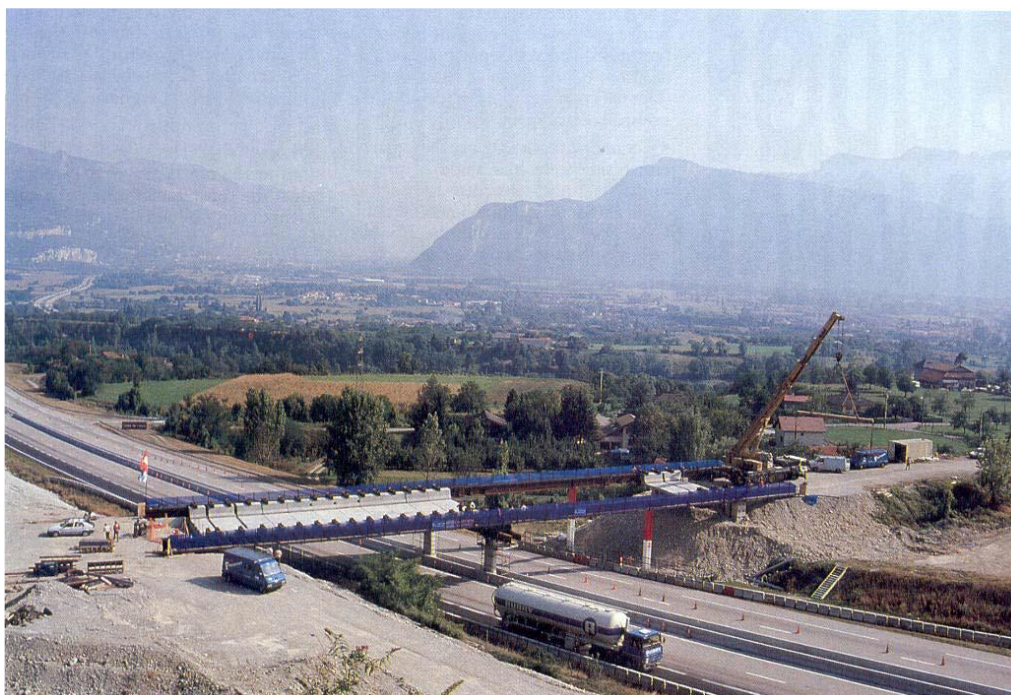


Fonte: Shepherd e Gibbens (2004), Symposium fib/AFGC², Avignon

Shepherd e Gibbens (2004), complementam trazendo o caso do Champfeuillet Overpass, construído na França em 1993 (Figura 5) é considerado o primeiro viaduto segmentado tipo canal, inaugurando uma nova etapa de aplicação desse sistema.

² **fib**: *Fédération Internationale du Béton* (Federação Internacional do Concreto). **AFGC**: *Association Française de Génie Civil* (Associação Francesa de Engenharia Civil).

Figura 5 — Foto do Champfeuillet Overpass (França, 1993)



Fonte: Shepherd e Gibbens (2004), Symposium fib/AFGC, Avignon

Conforme a descrição de Shepherd e Gibbens (2004), sob o ponto de vista geométrico, as lajes canal caracterizam-se pela presença de uma seção transversal aberta, geralmente composta por uma mesa superior associada a uma ou mais almas longitudinais formando uma configuração semelhante à letra "U". Essa geometria proporciona elevada eficiência estrutural ao concentrar material nas regiões mais solicitadas, reduzindo simultaneamente o peso próprio da peça.

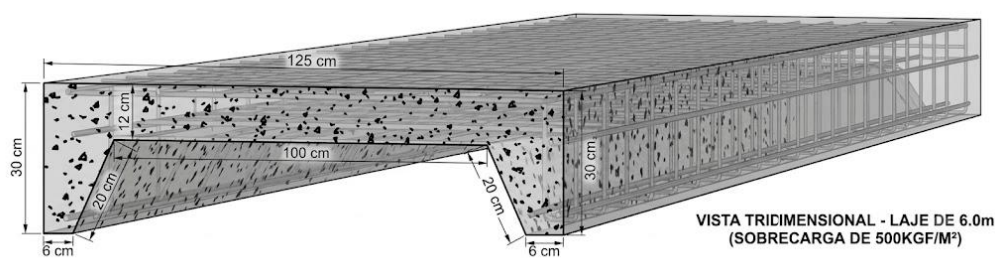
Dependendo do fabricante e da finalidade da estrutura, podem ser encontradas diferentes configurações geométricas, variando-se a altura das almas, a largura da mesa superior e as espessuras dos elementos constituintes. Em comparação com lajes maciças convencionais, a configuração canal permite obter relações mais favoráveis entre capacidade resistente e volume de concreto empregado (SHEPHERD; GIBBENS, 2004; BRINCKERHOFF, 2005). A Figura 6 apresenta um exemplo de configuração geométrica típica para esse tipo de elemento estrutural, evidenciando a seção transversal, a disposição das armaduras e a geometria espacial frequentemente adotada em sistemas pré-moldados de concreto.

Figura 6 - Processo executivo de uma viga canal



Fonte: Autor (2026).

Figura 7 – Representação tridimensional de uma viga canal



Fonte: Autor (2026).

Fonte: Autor (2026).

Além das vantagens associadas à redução de peso, a geometria canal apresenta benefícios construtivos relevantes, como demonstrado na figura Figura 7. A fabricação em ambiente industrial permite maior controle dimensional, melhor cura do concreto e redução da variabilidade das propriedades mecânicas do material (SAUVAGEOT, 2000). Entretanto, essa mesma configuração geométrica introduz particularidades estruturais que exigem atenção durante as etapas de dimensionamento e análise. As descontinuidades geométricas presentes na transição entre a mesa e as almas produzem distribuições complexas de tensões que nem sempre podem ser adequadamente representadas pelas hipóteses simplificadoras tradicionalmente utilizadas na teoria clássica das vigas (SCHLAICH; SCHÄFER, 1991).

As particularidades geométricas e construtivas inerentes a essa tipologia também foram objeto de atenção em avaliações de desempenho realizadas em estruturas existentes. Inspeções conduzidas em pontes construídas com lajes canal identificaram manifestações recorrentes, como fissuração longitudinal, infiltração de umidade pelas juntas entre elementos adjacentes e exposição das armaduras (DURHAM; HEYMSFIELD; SCHEMMEL, 2003; HEYMSFIELD;

DURHAM, 2011), como mostra a Figura 8. Embora, parte dessas ocorrências esteja associada a processos de degradação ao longo da vida útil, sua recorrência contribuiu para ampliar o interesse sobre os mecanismos resistentes, que governam o comportamento dessas estruturas e os modos de falha associados à transferência dos esforços internos (DURHAM; HEYMSFIELD; SCHEMMEL, 2003).

Figura 8 - Foto de deterioração típica: fissuras longitudinais e armadura exposta em viga canal



Fonte: Durham, Heymsfield e Schemmel (2003), Transportation Research Record 1845

DOI: 10.3141/1845-09

Segundo Shepherd e Gibbens (2004) e Brinckerhoff (2005), em termos estruturais, o comportamento das lajes canal é governado pela interação simultânea entre esforços de flexão, cisalhamento e em determinadas situações, torção. A presença das almas longitudinais confere elevada rigidez à flexão, permitindo a transposição de vãos consideráveis com deformações relativamente reduzidas. No entanto, diferentemente das lajes maciças convencionais, a distribuição das tensões ao longo da seção transversal não ocorre de forma uniforme, sendo fortemente influenciada pela geometria da peça e pela localização das armaduras, conforme os conceitos de regiões de descontinuidade de Schlaich e Schäfer (1991).

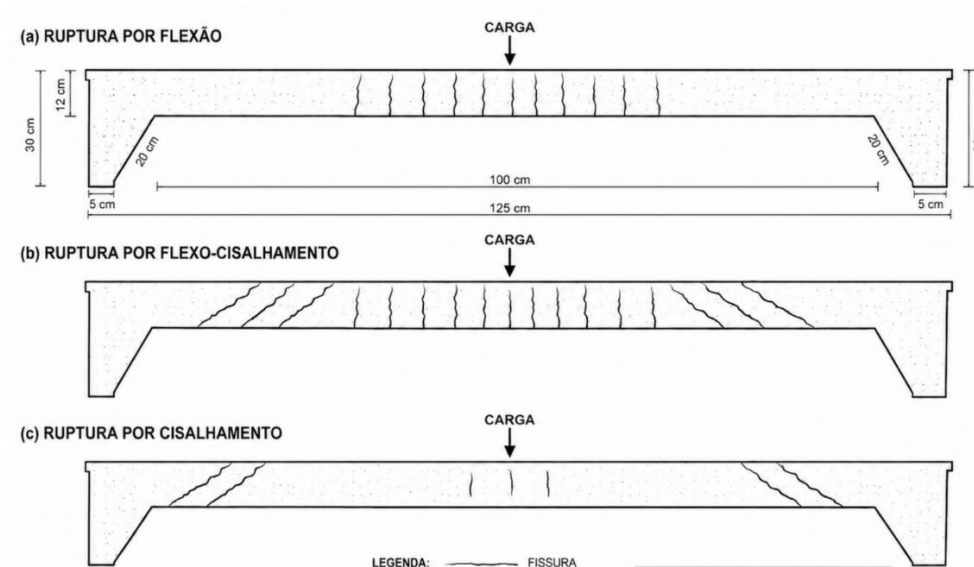
Schlaich e Schäfer (1991) e Souza (2004), afirmam que quando submetidas a carregamentos crescentes, as lajes canal inicialmente apresentam comportamento predominantemente elástico. Com o aumento das solicitações, inicia-se o processo de fissuração do concreto nas regiões tracionadas, resultando em redistribuição interna de tensões e redução progressiva da rigidez estrutural. A partir desse estágio, o comportamento passa a ser fortemente dependente da interação entre concreto e armadura, tornando-se necessária a

consideração dos fenômenos não lineares associados à fissuração, à plastificação das armaduras e à degradação progressiva da rigidez da peça

Hussein et al. (2012) e Marí et al. (2016) expõem que a compreensão desse comportamento é particularmente importante devido aos diferentes mecanismos de ruptura que podem se manifestar nessas estruturas. Em elementos adequadamente dimensionados, espera-se que o colapso ocorra por flexão, caracterizado pelo desenvolvimento gradual de fissuras e pela mobilização progressiva da capacidade resistente das armaduras. Contudo, em determinadas condições geométricas ou de carregamento, podem ocorrer mecanismos de ruptura mais frágeis associados ao cisalhamento, especialmente nas regiões próximas aos apoios. Os modos de falha normalmente observados em lajes canal, representados na

Figura 9, evidenciam a coexistência de mecanismos associados à flexão e ao cisalhamento, cuja predominância depende das características geométricas da seção e das condições de carregamento.

Figura 9 - Principais mecanismos de ruptura observados em lajes pré-moldadas do tipo canal



Fonte: Autor (2026).

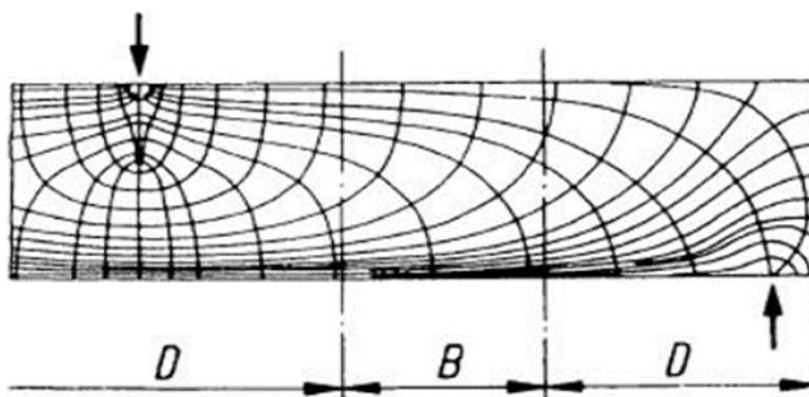
Diversos estudos experimentais realizados em elementos pré-moldados com seções abertas demonstram que a ruptura por cisalhamento frequentemente constitui o modo de falha mais crítico em lajes canal (DURHAM; HEYMSFIELD; SCHEMMEL, 2003). Nessas situações, a formação de fissuras diagonais nas almas pode resultar em perda abrupta da capacidade resistente, reduzindo significativamente os níveis de ductilidade da estrutura

(DURHAM; HEYMSFIELD; SCHEMMEL, 2003; HEYMSFIELD; DURHAM, 2011). Esse comportamento torna-se ainda mais relevante em elementos que apresentam baixa taxa de armadura transversal ou que foram originalmente concebidos considerando predominantemente os efeitos da flexão (HEYMSFIELD; DURHAM, 2011)

Segundo Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) e Schlaich e Schäfer (1991), além dos mecanismos clássicos de ruptura por flexão e cisalhamento, as lajes canal apresentam regiões localizadas onde as hipóteses convencionais de distribuição linear de deformações deixam de ser válidas. Essas zonas, conhecidas como regiões de descontinuidade ou Regiões D, surgem em áreas próximas a apoios, pontos de aplicação de cargas concentradas, mudanças bruscas de geometria e transições entre elementos estruturais. Nessas regiões, a distribuição de tensões ocorre de forma altamente não linear, impossibilitando a aplicação direta das formulações derivadas da teoria clássica das vigas.

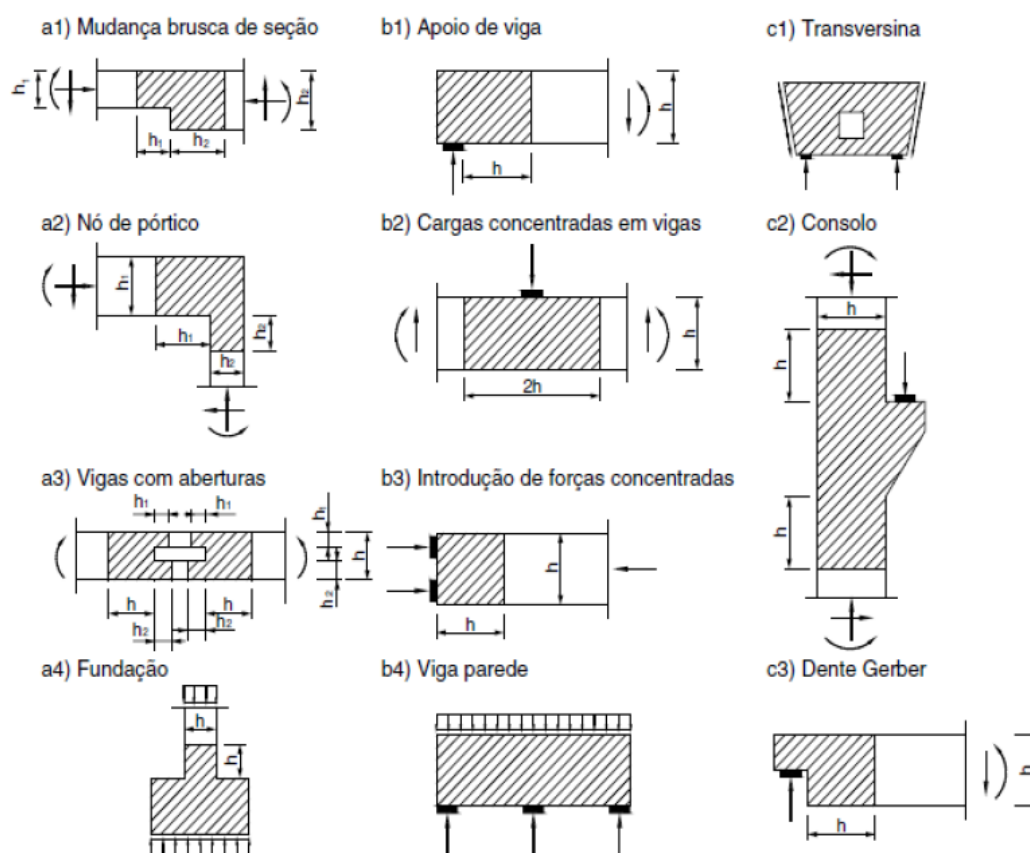
A interpretação do comportamento dessas regiões é tradicionalmente realizada com base no Princípio de Saint-Venant e nos conceitos do Método das Bielas e Tirantes. Segundo essa abordagem, o fluxo de tensões é representado por campos de compressão e tração capazes de reproduzir a trajetória real dos esforços internos. Em lajes canal, as Regiões D assumem papel particularmente relevante devido à presença das almas longitudinais e das descontinuidades geométricas associadas à própria configuração da seção. As trajetórias preferenciais de tensões e as zonas de perturbação normalmente identificadas nesses elementos, ilustradas nas Figuras 10 e 11, demonstram a necessidade de abordagens capazes de representar adequadamente os fenômenos locais de transferência de esforços (SCHLAICH; SCHÄFER; JENNEW EIN, 1987; SCHLAICH; SCHÄFER, 1991).

Figura 10 - Representação esquemática das Regiões D e das Regiões B.



Fonte: Adaptado de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

Figura 11 - Exemplos de descontinuidades geométricas e estáticas associadas à formação de Regiões D.



Fonte: Adaptado de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

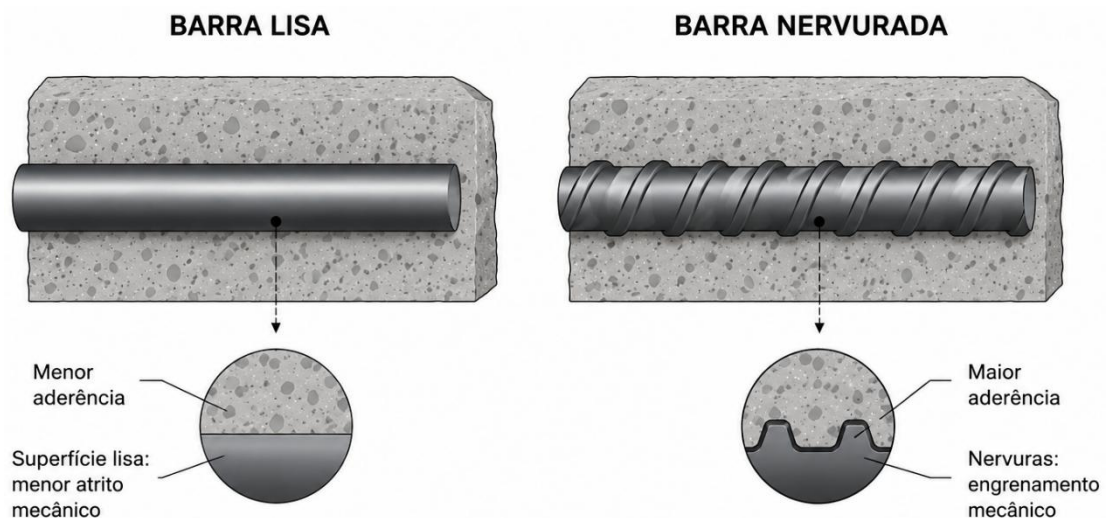
Moreira, Fontana e Meo (2023a) e a ABECE (2024) argumentam que além da geometria da seção, a resposta dessas estruturas também depende das propriedades dos materiais empregados em sua composição. Entre esses materiais, as armaduras desempenham papel fundamental na absorção das tensões de tração e no controle dos estados limites últimos e dos estados limites de serviço. Assim, a incorporação de aços de maior resistência mecânica introduz novas perspectivas para o dimensionamento de elementos pré-moldados, justificando a análise de sua evolução tecnológica, de suas características mecânicas e de seus reflexos sobre o desempenho estrutural das lajes canal, conforme corroborado pelos estudos de ductilidade de Corelhano et al. (2024).

Os aços de alta resistência vêm assumindo papel de destaque na engenharia estrutural contemporânea em função do potencial de redução das taxas de armadura e do aumento da eficiência dos elementos de concreto armado (MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; ABECE, 2024). Em estruturas pré-moldadas, nas quais a racionalização do consumo de materiais constitui um dos principais fatores de competitividade, a utilização dessas armaduras apresenta

potencial para ampliar a capacidade resistente sem a necessidade de alterações significativas na geometria dos elementos (SHEPHERD; GIBBENS, 2004). No caso específico das lajes pré-moldadas do tipo canal caracterizadas pela busca simultânea de elevada capacidade resistente e reduzido peso próprio, a incorporação de armaduras de maior resistência mecânica surge como alternativa promissora para a otimização estrutural e para a redução do consumo de materiais (MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; ABECE, 2024).

A evolução dos aços destinados ao concreto armado acompanhou o desenvolvimento das técnicas construtivas e das exigências de desempenho impostas às estruturas ao longo do tempo. As primeiras aplicações utilizavam barras lisas de baixa resistência mecânica, cuja transferência de esforços dependia predominantemente da adesão superficial e do atrito desenvolvido na interface aço-concreto. Com o avanço dos processos de fabricação surgiram as barras nervuradas, capazes de promover maior engrenamento mecânico e elevar significativamente a eficiência da aderência, conforme Figura 12. Esse processo culminou na consolidação dos aços CA-25, CA-50 e CA-60, amplamente utilizados em estruturas de concreto armado ao longo das últimas décadas.

Figura 12 - Comparação dos mecanismos de transferência de tensões em barras lisas e nervuradas.



Fonte: Autor (2026).

Segundo Aldabagh e Alam (2020) e Moreira, Fontana e Meo (2023a), nos últimos anos, fatores relacionados à sustentabilidade, à racionalização do consumo de materiais e à necessidade de vencer maiores vãos estimularam o desenvolvimento de armaduras com limites de escoamento superiores aos tradicionalmente empregados. Esse movimento resultou no

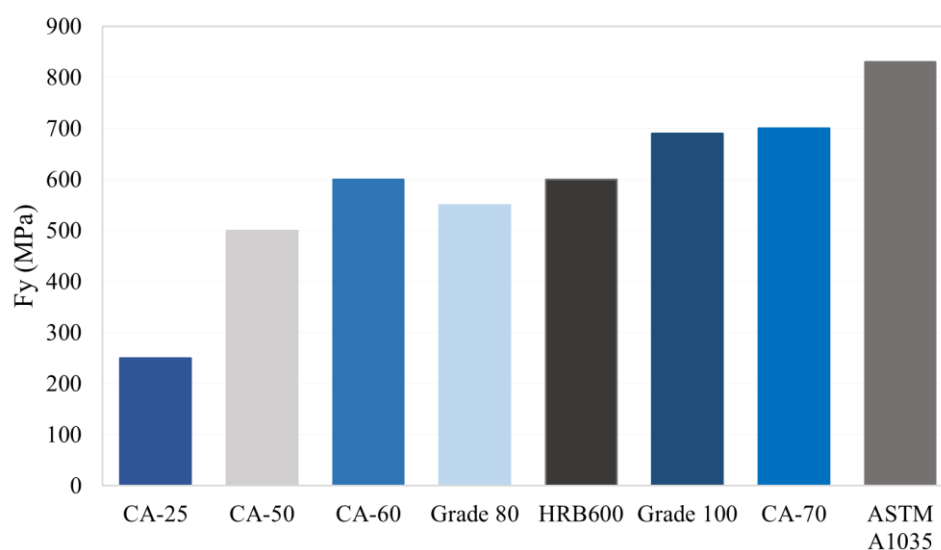
surgimento dos chamados High Strength Steels (HSS), ou aços de alta resistência, cuja utilização tem sido progressivamente incorporada a códigos e recomendações técnicas internacionais. O principal atrativo desses materiais consiste na possibilidade de reduzir a área necessária de armadura para resistir a um mesmo esforço solicitante, contribuindo para a desmaterialização estrutural e para a redução dos impactos ambientais associados à produção do aço.

O cenário internacional apresenta atualmente diferentes classes de armaduras de alta resistência consolidadas para aplicações em concreto armado (ALDABAGH; ALAM, 2020). Nos Estados Unidos, destacam-se os aços ASTM Grade 80 e Grade 100, com limites de escoamento nominais de aproximadamente 550 MPa e 690 MPa, respectivamente. Paralelamente, o ASTM A1035 introduziu uma nova geração de armaduras produzidas a partir de ligas especiais resistentes à corrosão, capazes de atingir tensões de escoamento superiores a 830 MPa (ACI COMMITTEE 439, 2019; ALDABAGH; ALAM, 2020).

Em relação à China, o aço HRB600 consolidou-se como alternativa para estruturas de grande porte e elementos pré-moldados. Com resistência característica ao escoamento próxima de 600 MPa. Esses materiais passaram a ser empregados em edifícios altos, pontes, obras de infraestrutura e sistemas pré-fabricados, motivando uma ampla produção científica voltada à compreensão de seus mecanismos resistentes e de suas implicações para o dimensionamento estrutural (HU et al., 2023; WU et al., 2024).

A comparação entre os limites nominais de escoamento das principais armaduras utilizadas em concreto armado evidencia o salto de resistência proporcionado pelos aços de alta resistência em relação aos materiais tradicionalmente empregados, conforme ilustrado na Figura 13. (ALDABAGH; ALAM, 2020; MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; ABECE, 2024).

Figura 13 - Comparação dos limites nominais de escoamento das principais classes de armaduras convencionais e de alta resistência utilizadas em concreto armado.



Fonte: Autor (2026).

Paralelamente ao desenvolvimento das armaduras passivas de alta resistência, a protensão consolidou-se como uma das principais estratégias para o aumento da eficiência estrutural em elementos de concreto pré-moldado (PFEIL, 1984; EL DEBS, 2017). A utilização de armaduras ativas de elevada resistência permitiu introduzir esforços prévios de compressão capazes de reduzir as tensões de tração desenvolvidas sob carregamento, retardando o surgimento da fissuração e contribuindo para a limitação das deformações em serviço (LIN; BURNS, 1981; HUSSIEN et al., 2012). Como consequência, sistemas pré-fabricados como lajes alveolares, vigas protendidas e elementos do tipo canal passaram a alcançar maiores vãos com reduzido consumo de materiais e elevado desempenho estrutural (SHEPHERD; GIBBENS, 2004; BRINCKERHOFF, 2005).

Segundo Pfeil (1984), El Debs (2017), Moreira, Fontana e Meo (2023a) e a ABECE (2024), embora empreguem mecanismos resistentes distintos, tanto a protensão quanto os aços de alta resistência estão associados à busca por estruturas mais leves, esbeltas e eficientes. Enquanto a primeira atua por meio da introdução de tensões prévias de compressão, a segunda busca aumentar a capacidade resistente por meio da elevação da tensão de escoamento das armaduras, dessa forma, ambas representam estratégias tecnológicas voltadas à racionalização estrutural e à redução do consumo de materiais em elementos de concreto.

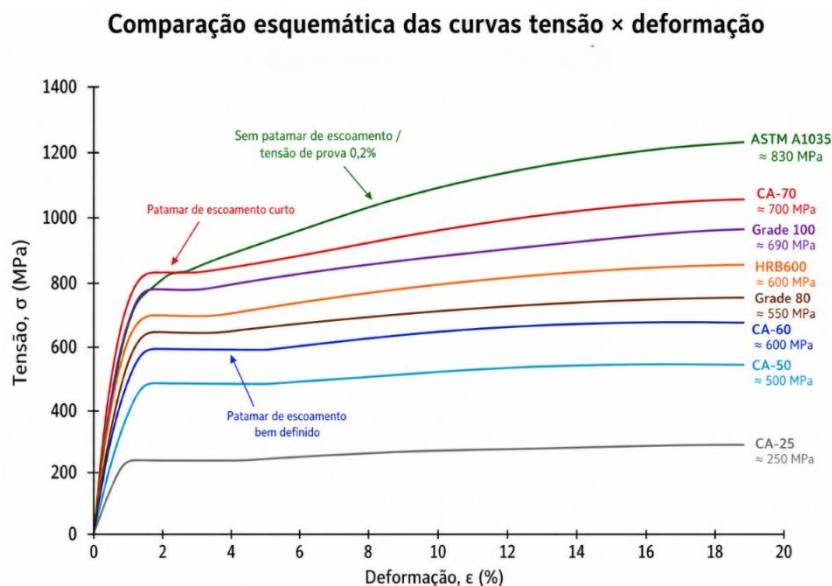
Em lajes pré-moldadas do tipo canal, a protensão tornou-se uma solução amplamente empregada em aplicações que demandam elevado desempenho estrutural, especialmente em situações onde o controle rigoroso da fissuração é imperativo e das deformações em serviço

(PFEIL, 1984; EL DEBS, 2017; HUSSIEN et al., 2012). O uso consolidado dessa tecnologia faz com que sistemas protendidos sejam frequentemente adotados como referência para avaliação de novas alternativas estruturais (PFEIL, 1984; EL DEBS, 2017). Nesse contexto, a investigação do potencial de armaduras passivas de alta resistência, como o aço CA-70, torna-se particularmente relevante, uma vez que permite analisar em que medida os ganhos tradicionalmente associados à protensão podem ser obtidos por meio de soluções armadas convencionalmente (MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; ABECE, 2024)".

Segundo Sokoli et al. (2020) e Corelhano et al. (2024), os aços de alta resistência apresentam potencial para proporcionar parte dos ganhos de eficiência estrutural tradicionalmente associados à protensão. Contudo, sua incorporação em estruturas de concreto armado foi inicialmente acompanhada por questionamentos sobre a capacidade de desenvolver deformações inelásticas compatíveis com os requisitos de ductilidade exigidos pelos códigos de projeto. As principais preocupações estavam associadas à redistribuição de esforços, à formação de rótulas plásticas e à resposta estrutural sob carregamentos extremos.

Essas discussões tornaram-se particularmente relevantes no caso do ASTM A1035, cuja curva tensão x deformação difere do comportamento convencional observado em armaduras com patamar de escoamento bem definido (ALDABAGH; ALAM, 2020). As diferenças entre as respostas mecânicas típicas dos aços convencionais e dos aços de alta resistência podem ser observadas nas curvas esquemáticas apresentadas na Figura 14 (ALDABAGH; ALAM, 2020; SOKOLI et al., 2020). Em razão dessa característica, estudos recentes passaram a avaliar parâmetros alternativos para caracterização da ductilidade, destacando-se a relação entre a tensão última e a tensão de escoamento (T/Y ratio). Sokoli et al. (2020) observaram que armaduras com elevada relação T/Y promovem maior dispersão da plasticidade ao longo dos elementos estruturais, reduzindo concentrações localizadas de deformação e favorecendo mecanismos de ruptura mais dúcteis.

Figura 14 - Comparação esquemática do comportamento pós-escoamento de armaduras convencionais e de alta resistência.



Fonte: Autor (2026).

No Brasil, a discussão sobre armaduras de alta resistência ganhou relevância com a introdução do aço CA-70. Embora, a NBR 6118:2026 tenha sido desenvolvida com base predominantemente nos aços CA-50 e CA-60, a publicação da NBR 7480:2024 passou a contemplar explicitamente o CA-70 como produto disponível para utilização em estruturas de concreto armado. Essa evolução foi acompanhada por recomendações técnicas emitidas por entidades como a Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural (ABECE), que vêm buscando estabelecer critérios para sua aplicação segura em projetos estruturais (MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; ABECE, 2024).

Segundo Moreira, Fontana e Meo (2023a), o emprego do aço CA-70 está diretamente relacionado à estratégia de desmaterialização estrutural, permitindo reduções significativas das taxas de armadura sem comprometer a capacidade resistente dos elementos. Entretanto, a literatura nacional ainda apresenta número reduzido de investigações dedicadas à aplicação desse material em elementos pré-moldados e em estruturas com regiões de descontinuidade geométrica, como as lajes canal.

Sokoli et al. (2020) e Corelhano et al. (2024), argumentam que entre os aspectos mais relevantes associados à utilização de aços de alta resistência destaca-se a ductilidade estrutural.

Em sistemas hiperestáticos ou submetidos a carregamentos excepcionais, a capacidade de redistribuição de esforços constitui requisito fundamental para evitar mecanismos de ruptura frágil. Tradicionalmente, a redução da área de armadura decorrente do aumento da resistência mecânica levantou preocupações quanto à capacidade de deformação dos elementos estruturais. Contudo, pesquisas contemporâneas, como as desenvolvidas por Sokoli et al. (2020), Tavallali et al. (2014), Moreira, Fontana e Meo (2023a) e Corelhan et al. (2024), indicam que a preservação da ductilidade depende não apenas da resistência do aço, mas também de parâmetros como a taxa de armadura, o confinamento do concreto e a relação entre a resistência última e a resistência de escoamento.

De acordo com Corelhan et al. (2024), a avaliação da ductilidade deve considerar o comportamento global da estrutura e não apenas as propriedades isoladas do material. De maneira semelhante, Tavallali et al. demonstraram que elementos armados com aços de elevada resistência podem apresentar mecanismos de ruptura predominantemente dúcteis quando adequadamente detalhados.

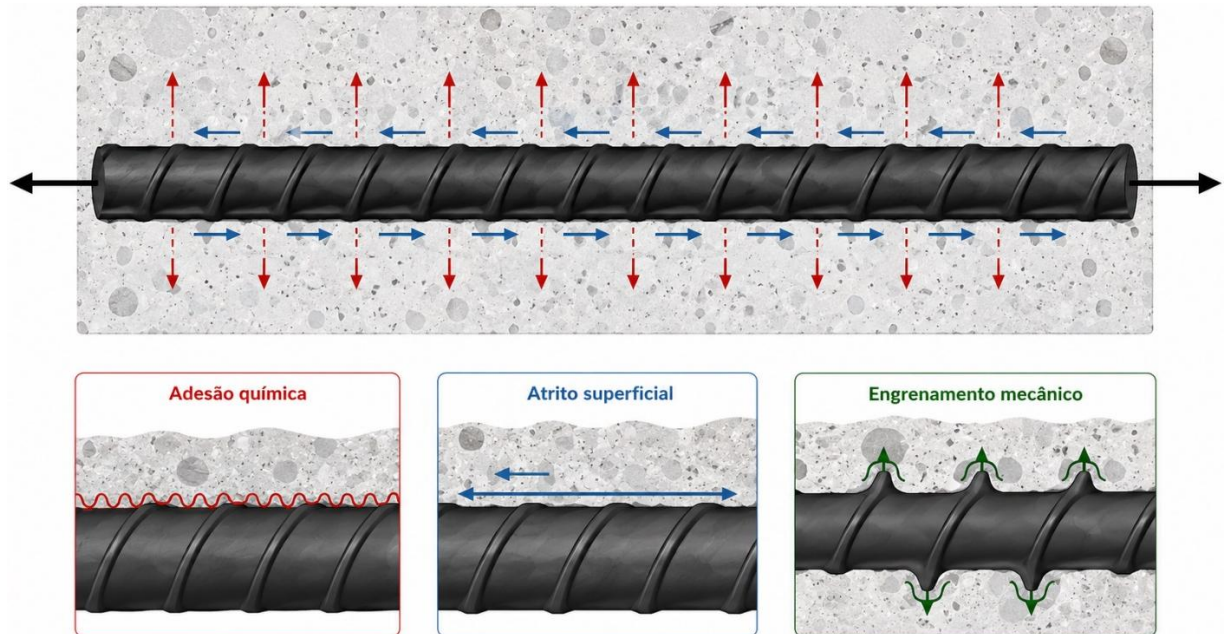
Outro aspecto crítico refere-se ao comprimento de ancoragem necessário para mobilizar plenamente a resistência dessas armaduras. O aumento da tensão de escoamento implica diretamente no aumento das forças transmitidas entre o aço e o concreto, elevando as solicitações de aderência ao longo da região ancorada. Estudos clássicos já indicavam que formulações originalmente desenvolvidas para armaduras convencionais tendiam a subestimar os comprimentos necessários para barras de alta resistência (ALDABAGH; ALAM, 2020; HOSNY et al., 2012; SELIEM et al., 2009).

Aldabagh e Alam (2020) afirmam nas revisões recentes que para materiais como o ASTM A1035, as equações tradicionais do ACI (American Concrete Institute — Instituto Americano do Concreto) 318 podem conduzir a previsões inadequadas quando não há confinamento suficiente do concreto. Os autores ressaltam que as permissões normativas atualmente adotadas para utilização de elevadas tensões de escoamento em cálculos de ancoragem estão condicionadas à presença de armaduras transversais capazes de restringir a propagação de fissuras de fendilhamento ao redor da barra.

Segundo El-Hacha, Walde e Wilson (2006) e Seliem et al. (2009), a compreensão desse fenômeno está diretamente associada aos mecanismos de aderência entre aço e concreto. A transferência de tensões ocorre por meio da combinação de adesão química, atrito superficial e engrenamento mecânico proporcionado pelas nervuras das barras. À medida que a carga aplicada aumenta, a contribuição da adesão química torna-se progressivamente menos relevante, passando a predominar a interação mecânica entre as nervuras e o concreto

circundante. Os principais mecanismos responsáveis pela transferência de tensões na interface aço-concreto são ilustrados na Figura 15.

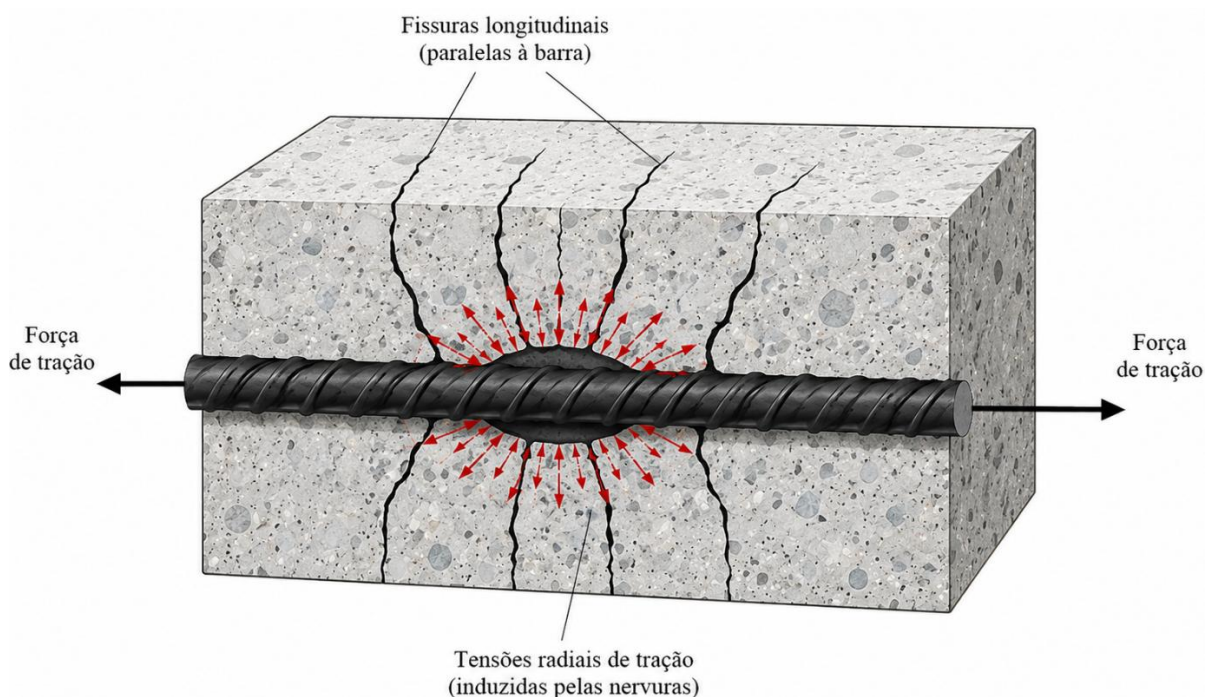
Figura 15 - Mecanismos de aderência responsáveis pela transferência de tensões na interface aço-concreto.



Fonte: Autor (2026).

Esse processo gera tensões radiais capazes de induzir fissuras longitudinais e mecanismos de fendilhamento, especialmente em elementos com cobrimentos reduzidos ou baixos níveis de confinamento, como ilustrado na Figura 16. Nesse contexto, Khaksefidi et al. (2021) demonstraram que o simples aumento do comprimento nominal de ancoragem nem sempre resulta em ganhos proporcionais de capacidade resistente quando inexistem mecanismos adequados de confinamento (EL-HACHA; WALDE; WILSON, 2006; SELIEM et al., 2009; KHAKSEFIDI et al., 2021)

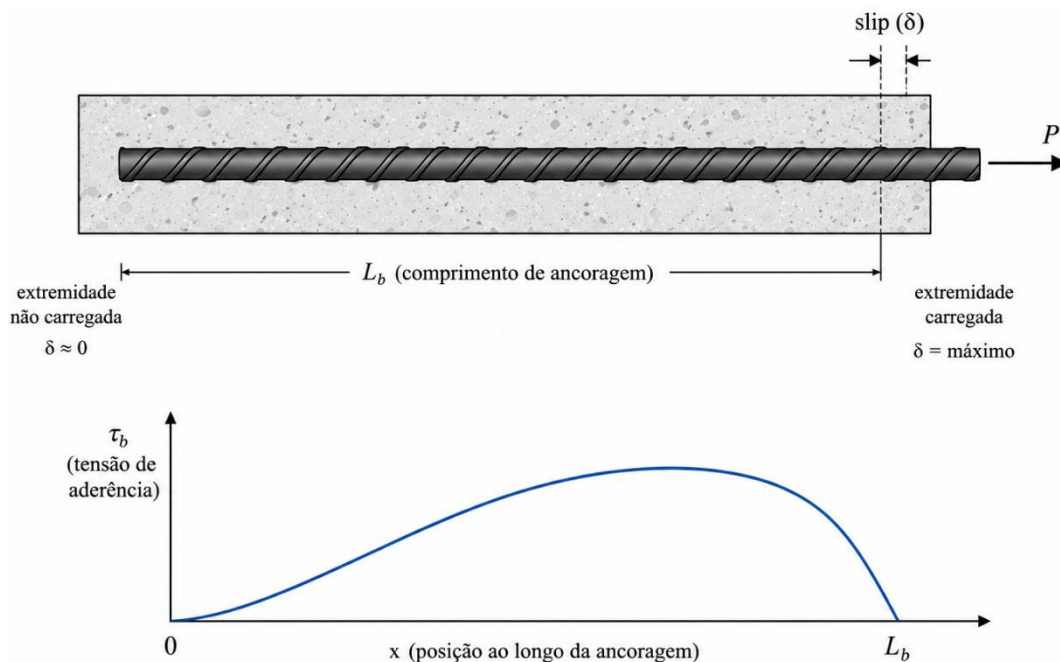
Figura 16 - Fendilhamento (*splitting*) decorrente das tensões radiais geradas pela aderência entre aço e concreto.



Fonte: Autor (2026).

O fenômeno do escorregamento de aderência (*bond-slip*) constitui um aspecto fundamental na modelagem da interação aço-concreto. O escorregamento relativo entre os materiais influencia diretamente a transferência de esforços, a formação de fissuras e a mobilização das tensões de aderência ao longo do comprimento de ancoragem. Modelos recentes de análise não linear têm incorporado leis constitutivas específicas para representar esse comportamento, reconhecendo que a hipótese tradicional de aderência perfeita nem sempre é capaz de reproduzir adequadamente a resposta estrutural observada experimentalmente. A importância desse fenômeno tem sido amplamente reconhecida em estudos envolvendo aços de alta resistência, nos quais a adequada representação da interface aço-concreto exerce influência significativa sobre a previsão da capacidade resistente e da resposta estrutural dos elementos analisados, conforme ilustrado na Figura 17.

Figura 17 - Representação esquemática do fenômeno bond-slip e da distribuição das tensões de aderência ao longo da ancoragem



Fonte: Autor (2026).

A evolução dos aços de alta resistência ampliou significativamente as possibilidades de racionalização das armaduras em estruturas de concreto, incluindo elementos pré-moldados do tipo canal (ALDABAGH; ALAM, 2020; MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a). Entretanto, os benefícios associados ao aumento da resistência mecânica são acompanhados por modificações relevantes nos mecanismos de redistribuição de esforços, ancoragem e transferência de tensões entre aço e concreto (EL-HACHA; WALDE; WILSON, 2006; SOKOLI et al., 2020). Contudo, esses aspectos sejam fundamentais para a segurança estrutural, a efetiva viabilidade do emprego do CA-70 depende também da resposta da estrutura em condições de serviço, dessa forma, torna-se necessário avaliar os impactos dos aços de alta resistência sobre parâmetros como fissuração, deformações e rigidez estrutural (MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; ABECE, 2024).

4.2 COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DE LAJES CANAL ARMADAS COM AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA

Segundo Pfeil (1984), El Debs (2017) e Moreira, Fontana e Meo (2023a), o desempenho em serviço das lajes pré-moldadas do tipo canal está diretamente associado ao controle da fissuração, das deformações e da degradação progressiva da resposta estrutural após o

surgimento das primeiras fissuras. Conforme ressaltado por Hussien et al. (2012) e Marí et al. (2016), diferentemente das verificações em estado limite último, voltadas à segurança estrutural, os estados limites de serviço estão relacionados à durabilidade, funcionalidade e desempenho ao longo da vida útil da estrutura. Em elementos com seção canal, esses aspectos assumem importância particular em razão da presença das almas longitudinais, que concentram parcela significativa dos esforços resistentes e influenciam diretamente o comportamento deformacional da peça.

A fissuração constitui um fenômeno inerente ao concreto armado, decorrente de sua limitada resistência à tração. Quando as tensões de tração ultrapassam a capacidade resistente do material ocorre a formação de fissuras, que promovem a transferência gradual dos esforços para as armaduras e modificam a distribuição interna de tensões. Embora seja um fenômeno previsto e esperado no comportamento do concreto tracionado, a fissuração não representa necessariamente uma condição patológica, desde que as aberturas permaneçam compatíveis com os requisitos de durabilidade e desempenho estabelecidos pelas normas técnicas. Sua evolução depende de fatores como taxa de armadura, cobrimento, propriedades dos materiais e condições de interação entre aço e concreto (PFEIL, 1984; EL DEBS, 2017; MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a).

Pfeil (1984), El Debs (2017) e Moreira, Fontana e Meo (2023a), expõem que nas lajes canal a distribuição das fissuras apresenta particularidades associadas à geometria da seção. A presença das almas longitudinais faz com que os esforços sejam transmitidos por regiões relativamente estreitas, influenciando a localização e a propagação das fissuras ao longo do elemento. Como consequência, a análise do comportamento fissurado torna-se fundamental para a compreensão da resposta estrutural dessas peças em condições de utilização.

A utilização de armaduras com limite de escoamento igual ou superior a 600 MPa introduz novas considerações relacionadas ao controle da fissuração. A redução da área de aço necessária para resistir aos esforços de projeto pode resultar em níveis mais elevados de tensão nas barras durante a fase de serviço, influenciando o desenvolvimento das fissuras (HARRIES; SHAHROOZ; SOLTANI, 2012; HU et al., 2023; WU et al., 2024; ABECE, 2024).

Segundo Harries, Shahrooz e Soltani (2012), os modelos normativos tradicionalmente empregados para estimativa da abertura de fissuras foram desenvolvidos com base em armaduras convencionais e podem não representar adequadamente o comportamento de elementos armados com aços de alta resistência. De forma semelhante, Hu et al. (2023) e Wu et al. (2024) verificaram que elementos armados com barras HRB600 apresentam

características específicas de fissuração, evidenciando a necessidade de aperfeiçoamento dos modelos utilizados para previsão do comportamento em serviço.

Apesar dessas preocupações, os resultados experimentais disponíveis indicam que armaduras de alta resistência podem apresentar desempenho satisfatório quando adequadamente detalhadas. Os estudos mostram que a resposta em serviço não depende exclusivamente da resistência do aço, sendo fortemente influenciada pela distribuição das armaduras, pelas características geométricas da seção e pelos mecanismos de transferência de esforços entre os materiais (TAVALLALI et al., 2014; MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a; COREHLANO et al., 2024).

Conforme Puranam et al. (2020) e Desalegne e Lubell (2012), além da fissuração, as deformações verticais constituem um dos principais critérios de avaliação em serviço. Em lajes canal, o controle das flechas assume importância especial devido à elevada esbeltez frequentemente associada a esse tipo de elemento. Puranam et al. (2020) demonstraram que elementos armados com aços Grade 80 e Grade 100 apresentam reduções significativas de rigidez efetiva quando comparados a elementos equivalentes armados com aços convencionais, resultando em maiores deformações para níveis semelhantes de carregamento. Resultados semelhantes foram observados por Desalegne e Lubell (2012), que verificaram aumento das flechas em decorrência da redução da área total de armadura.

Entretanto, a resposta deformacional de elementos fissurados não depende apenas da armadura presente na seção. Após a formação das primeiras fissuras, o concreto localizado entre regiões fissuradas continua contribuindo parcialmente para a resistência à tração por meio da interação com as armaduras. Esse fenômeno, conhecido como enrijecimento à tração (*tension stiffening*), exerce influência significativa sobre a distribuição das deformações, a abertura das fissuras e a evolução das flechas. Sua consideração é essencial para a obtenção de previsões realistas do comportamento estrutural (PFEIL, 1984; EL DEBS, 2017; MOREIRA; FONTANA; MEO, 2023a)."

A relevância do *tension stiffening* torna-se ainda mais evidente em análises numéricas não lineares. To e Moehle (2020) verificaram que elementos armados com aços Grade 100 apresentam comportamento pós-fissuração distinto daquele observado em armaduras convencionais, evidenciando que diferenças na resposta tensão x deformação das armaduras afetam diretamente a evolução da capacidade resistente residual do elemento após a fissuração.

Dessa forma, modelos constitutivos capazes de representar adequadamente esse fenômeno tornam-se indispensáveis para a simulação do comportamento de estruturas armadas com aços de alta resistência (TO; MOEHLE, 2020).

Segundo Moreira, Fontana e Meo (2023a) e a ABECE (2024), no contexto brasileiro, a introdução do aço CA-70 amplia as possibilidades de racionalização estrutural e redução do consumo de armaduras. No entanto, sua aplicação deve ser avaliada não apenas sob a ótica da resistência mecânica, mas também considerando seus efeitos sobre a fissuração, as deformações e a resposta pós-fissuração dos elementos estruturais. Em lajes canal, tais aspectos assumem relevância particular devido à forte influência, que o comportamento fissurado exerce sobre o desempenho global da estrutura.

De acordo com Moreira, Fontana e Meo (2023a), a ABECE (2024) e To e Moehle (2020), a avaliação do comportamento em serviço de lajes canal armadas com aço CA-70 exige ferramentas capazes de representar adequadamente a evolução da fissuração, das deformações e dos mecanismos responsáveis pela manutenção da capacidade resistente após o surgimento das primeiras fissuras. Nesse cenário, a análise numérica não linear apresenta-se como uma ferramenta particularmente adequada para a investigação desses fenômenos, justificando sua aplicação no presente estudo.

4.3 ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DE LAJES PRÉ-MOLDADAS DO TIPO CANAL

As limitações inerentes aos modelos analíticos tradicionais impulsionaram o desenvolvimento de abordagens numéricas mais avançadas para a investigação do comportamento de estruturas de concreto armado. Em elementos pré-moldados de geometria complexa, como as lajes do tipo canal, fenômenos associados à fissuração, à redistribuição de tensões, ao esmagamento do concreto e à degradação progressiva da rigidez tornam inadequada a utilização exclusiva de modelos lineares para a representação da resposta estrutural (SCHLAICH; SCHÄFER, 1991; MICHELINI et al., 2020; HOLLÝ; ABRAHOIM; FILLO, 2020).

A análise não linear baseada no Método dos Elementos Finitos consolidou-se como uma das principais ferramentas para o estudo do comportamento de estruturas de concreto armado complexas. Sua principal vantagem consiste na capacidade de representar explicitamente mecanismos que exercem influência direta sobre o desempenho estrutural, incluindo a formação e propagação de fissuras, o comportamento pós-fissuração do concreto, a plastificação das

armaduras e a redistribuição interna dos esforços (ROTS et al., 1985; SOUZA, 2004; MENDES, 2023).

Conforme demonstrado por Michelini et al. (2020), que empregaram a análise não linear bidimensional via Método dos Elementos Finitos (MEF), com modelos constitutivos de fissuração distribuída do concreto, para avaliar o comportamento à flexão e ao cisalhamento de lajes alveolares profundas, obteve-se excelente correlação entre os resultados experimentais e as previsões fornecidas pelo modelo numérico. De forma semelhante, Hollý, Abrahoim e Fillo (2020) utilizaram o software ATENA para investigar o comportamento tridimensional de lajes alveolares protendidas, comprovando que modelos constitutivos baseados em dano e fissuração distribuída são capazes de reproduzir adequadamente os mecanismos de formação e propagação de fissuras observados experimentalmente.

Nesse contexto, Michelini et al. (2020) e Hollý, Abrahoim e Fillo (2020) demonstram que os modelos constitutivos baseados na fissuração distribuída (*smeared crack model*) e no dano por fratura-plasticidade do concreto permitem simular realisticamente a degradação da rigidez e a interação aço-concreto. Esses efeitos são incorporados explicitamente pela degradação da resistência à tração regida pela energia de fratura, pela manutenção do enrijecimento à tração do concreto entre fissuras (*tension stiffening*) e pelo acoplamento discreto das armaduras com leis constitutivas de aderência (*bond-slip*) na interface. Essa abordagem viabiliza a investigação de mecanismos complexos de fissuração e capacidade resistente sem a necessidade exclusiva de formulações analíticas simplificadas ou ensaios experimentais de grande porte.

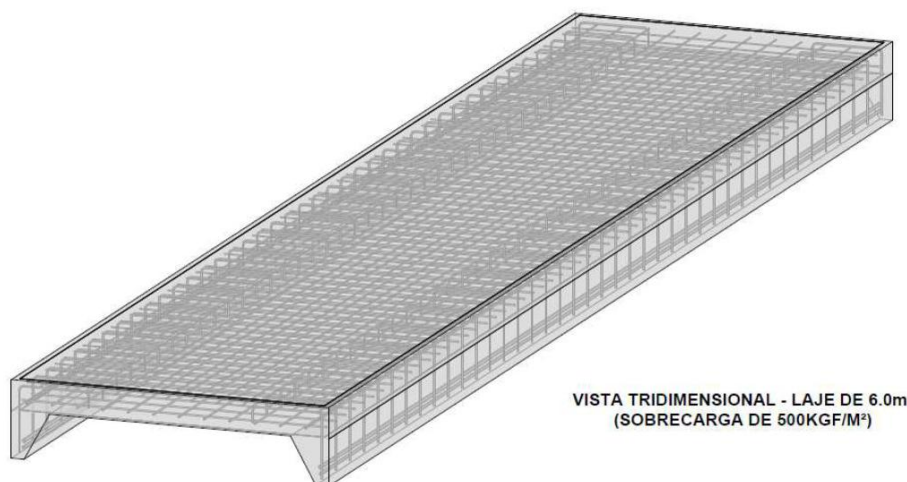
De acordo com Moreira, Fontana e Meo (2023a), ABECE (2024) e To e Moehle (2020), essa capacidade preditiva assume especial relevância no estudo de lajes canal armadas com aços de alta resistência, nas quais a interação entre fissuração, redistribuição de tensões e comportamento pós-fissuração exerce influência significativa sobre a resposta estrutural. Nesse cenário, a análise numérica não linear via Método dos Elementos Finitos constitui a ferramenta ideal para investigar o emprego do aço CA-70 nessas tipologias. Essa abordagem permite simular, por meio de modelos bidimensionais no software ATENA 2D com o modelo constitutivo SBeta, o comportamento do concreto C40 e a resposta elasto-plástica das armaduras sob carregamento incremental pelo método de Newton-Raphson, viabilizando a avaliação simultânea dos Estados Limites Último (ELU) e de Serviço (ELS) em regiões de descontinuidade geométrica.

5. METODOLOGIA

A presente pesquisa foi desenvolvida por meio de um estudo numérico voltado à avaliação do comportamento estrutural de lajes pré-moldadas do tipo canal submetidas à flexão e ao cisalhamento. A investigação teve como objetivo analisar a influência de diferentes configurações de armadura na resposta estrutural do elemento, considerando parâmetros relacionados à capacidade resistente, fissuração, deformações e mecanismos de ruptura.

Como referência para o estudo, foi adotada uma laje canal com vão de 6,0 m, representativa de aplicações correntes em sistemas pré-moldados destinados a pisos e coberturas, conforme Figura 18. A geometria da peça foi mantida constante em todas as simulações, sendo alterada exclusivamente a armadura principal das nervuras, de modo a permitir a comparação direta entre as diferentes soluções estruturais.

Figura 18 - Geometria tridimensional da laje canal adotada como elemento de referência nas análises numéricas.

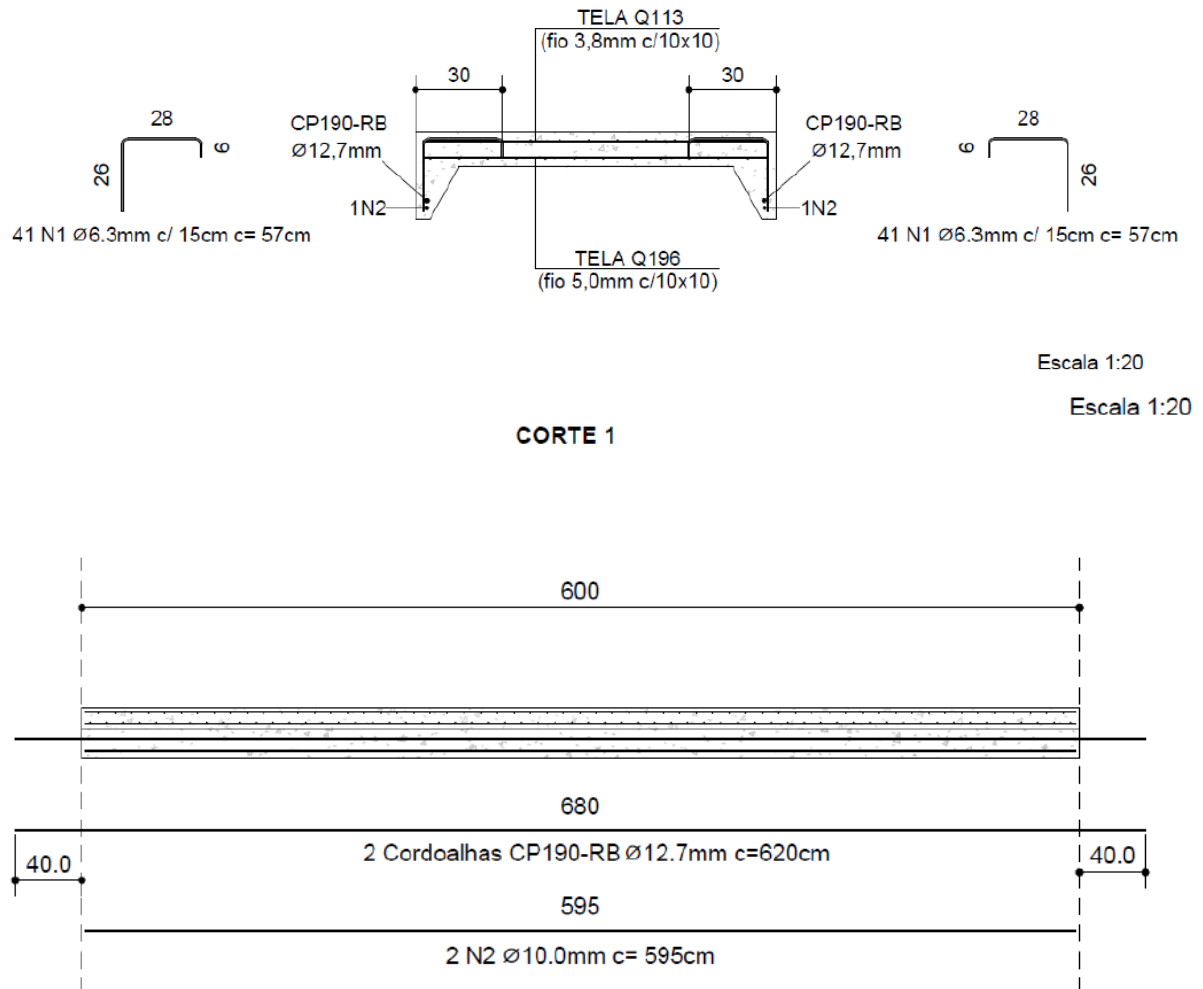


Fonte: Autor (2026).

Foram analisadas quatro configurações distintas de armadura longitudinal compreendendo uma solução protendida de referência e três alternativas armadas com barras passivas. A configuração de referência (Modelo 1), apresentada na Figura 19, foi composta por uma cordoalha de protensão CP190-RB de 12,7 mm e uma barra longitudinal GG50 de 10 mm em cada nervura. As configurações Modelo 2, Modelo 3 e Modelo 4 foram obtidas mediante a substituição da armadura principal longitudinal, preservando-se a geometria da laje e todas as armaduras complementares. A configuração Modelo 2 utilizou duas barras longitudinais GG50 de 16 mm, enquanto a configuração Modelo 3 empregou duas barras longitudinais GG70 de 16

mm. Por fim, a configuração Modelo 4 foi composta por duas barras longitudinais GG70 de 12,5 mm. Em todas as situações foram mantidas inalteradas as demais armaduras complementares da seção permitindo que as diferenças observadas no comportamento estrutural fossem atribuídas exclusivamente às alterações na armadura principal.

Figura 19 - Detalhamento geométrico e disposição das armaduras da configuração AWC-Padrão utilizada como referência para definição dos demais modelos.

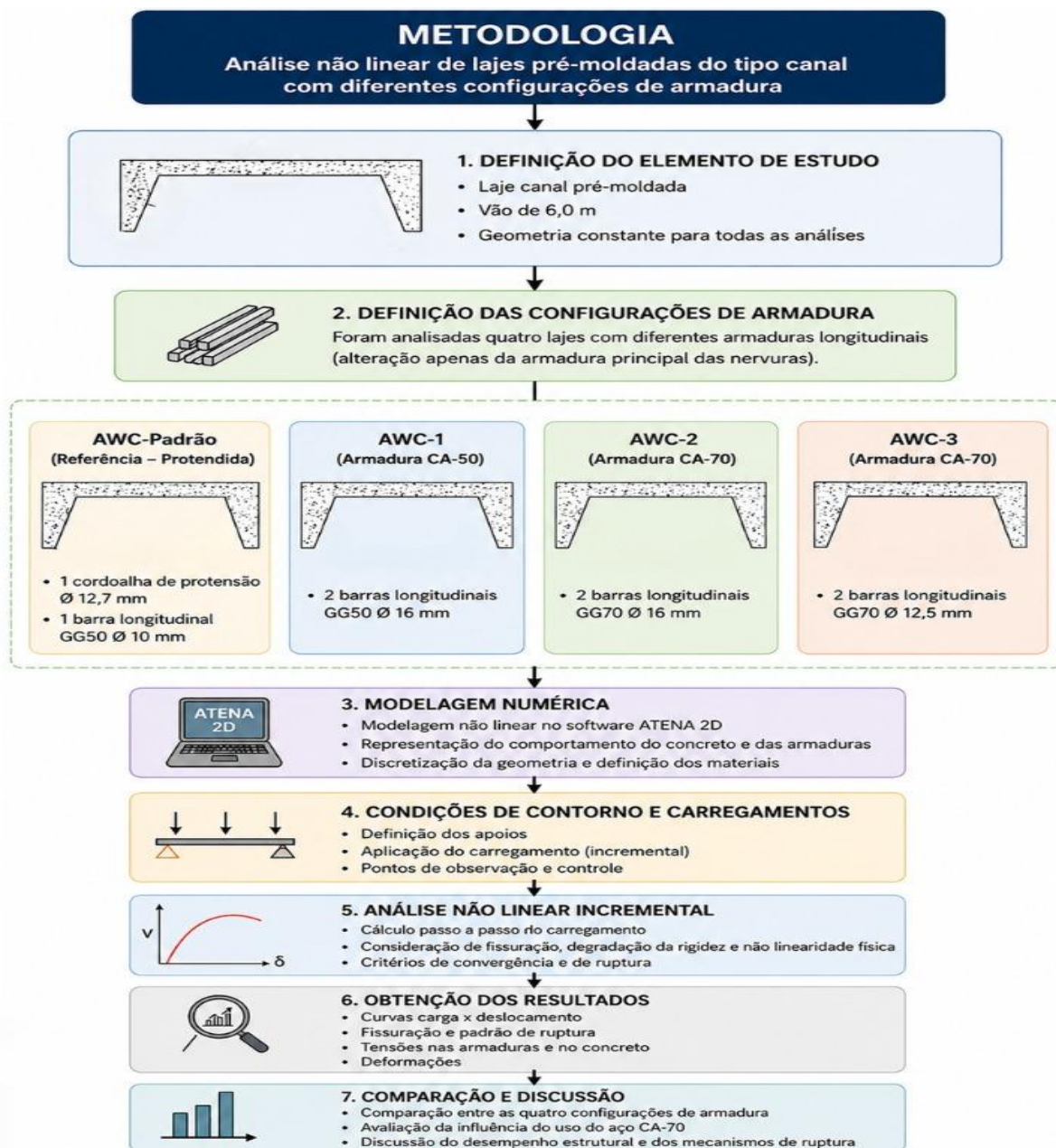


Fonte: Autor (2026).

A análise estrutural foi conduzida por meio de modelagem numérica não linear utilizando o *software* ATENA 2D, permitindo a representação dos fenômenos de fissuração, redistribuição de tensões, degradação da rigidez e interação entre concreto e armaduras ao longo do carregamento. A metodologia adotada compreendeu a definição da geometria e das propriedades dos materiais, a construção dos modelos numéricos, a aplicação das condições de contorno e dos carregamentos, a realização das análises não lineares. Por fim, a comparação dos resultados obtidos para cada configuração de armadura.

O fluxograma apresentado na Figura 20 sintetiza as principais etapas metodológicas desenvolvidas nesta pesquisa.

Figura 20 - Fluxograma das etapas metodológicas adotadas para a modelagem numérica e análise comparativa das lajes canal com diferentes configurações de armadura.



Fonte: Autor (2026).

5.1. MATERIAIS E PROPRIEDADES

A fidedignidade dos modelos numéricos não lineares depende intrinsecamente da precisão dos parâmetros constitutivos inseridos no software ATENA 2D. Para este estudo, as propriedades foram extraídas de normas técnicas vigentes, recomendações de órgãos setoriais e laudos técnicos laboratoriais, garantindo que a simulação reflita o comportamento real dos componentes da laje canal.

5.1.1. Concreto Estrutural (Classe C40)

Adotou-se concreto com resistência característica à compressão (f_{ck}) de 40 MPa, compatível com a prática da indústria de pré-fabricados. O comportamento mecânico foi representado pelo modelo constitutivo SBeta, que utiliza o diagrama parábola-retângulo para o concreto comprimido, conforme a ABNT NBR 6118:2026. Os parâmetros de resistência à tração ($f_{ct,m}$), módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) e energia de fratura (G_f) foram calibrados automaticamente pelo programa com base no Eurocode 2 assegurando consistência nas fases de fissuração e esmagamento.

5.1.2. Armaduras Passivas (CA-50 e CA-70) e Relações Constitutivas

As armaduras longitudinais foram modeladas como elementos discretos com aderência. Como modelo de referência para a análise comparativa, utilizou-se o aço CA-50 ($f_{yk}=500$ MPa), e para as soluções de racionalização, o aço de alta resistência CA-70 ($f_{yk}=700$ MPa), ambos com módulo de elasticidade (E_s) de 210 GPa, conforme a ABNT NBR 7480:2024.

A diferenciação entre as classes de aço é fundamental para a análise da ductilidade. Como ilustrado na Figura 14, a comparação esquemática das curvas tensão x deformação evidencia que, embora o aço CA-70 ofereça um limite de escoamento superior, permitindo a redução da área de seção transversal (A_s), ele apresenta um patamar de escoamento mais curto em comparação ao CA-50. Estudos indicam que a relação entre a tensão última e a tensão de escoamento (T/Y ratio) é o que garante a dispersão da plasticidade evitando mecanismos de ruptura frágeis em regiões de descontinuidade.

Para o aço CA-50, adotou-se no modelo numérico $f_y = 500$ MPa e $f_t = 550$ MPa, resultando em uma relação T/Y = 1,10. Para o aço CA-70, a modelagem constitutiva no

software ATENA 2D considerou o comportamento bilinear elasto-plástico com $f_y = 700$ MPa e $f_t = 700$ MPa ($T/Y = 1,00$), refletindo a resposta com patamar de escoamento reduzido. Para a armadura ativa de protensão (cordoalhas CP190-RB), considerou-se $f_{ptk} = 1670$ MPa e $f_{pk} = 1860$ MPa, fornecendo $T/Y = 1,11$. A Tabela X sintetiza os valores de T/Y dos materiais empregados e estabelece o confronto com armaduras de alta resistência internacionais, como o ASTM A1035 ($T/Y \approx 1,50$) e o HRB600 ($T/Y \approx 1,30$).

5.1.3. Aderência e Conformação Superficial

Um dos pontos críticos na utilização de aços de alta resistência em regiões D é a transferência de tensões entre aço e concreto. Diferente de abordagens estritamente teóricas, a modelagem da aderência neste trabalho foi subsidiada por evidências laboratoriais.

Conforme relatórios de ensaio realizados pelo Centro Tecnológico Falcão Bauer (2022)³, o aço CA-70 (GG70) avaliado apresenta um coeficiente de conformação superficial médio de 2,0. Este valor é significativamente superior ao mínimo de 1,5 estabelecido pela NBR 7480:2024.

5.1.4. Armadura Ativa (Cordoalhas CP190-RB)

Para o modelo de referência protendido, utilizaram-se cordoalhas aderentes de RB (Relaxação Baixa) CP190-RB, com resistência característica à tração (f_{pk}) de 1860 MPa e E_s de 195 GPa. A protensão foi introduzida via carregamento térmico equivalente estabelecendo uma tensão inicial (σ_{pi}) de 1376,4 MPa (74% de f_{pk}), visando neutralizar as tensões de tração precoces na alma da laje.

5.2. MODELAGEM NUMÉRICA COM O SOFTWARE ATENA 2D

A modelagem numérica adotada neste estudo baseou-se no Método dos Elementos Finitos, empregando uma abordagem não linear capaz de representar a evolução da fissuração, a redistribuição de tensões e a degradação progressiva da rigidez em elementos de concreto armado. Essa estratégia mostrou-se adequada para a investigação de lajes canal, cuja geometria

³ Relatório de ensaio nº MEC-ID360.710/2/22 (determinação do coeficiente de conformação superficial — aço CA-50/70) emitido pela L. A. Falcão Bauer Centro Tecnológico de Controle de Qualidade Ltda.

apresenta descontinuidades, que dificultam a representação do comportamento estrutural por meio de formulações simplificadas. As análises foram implementadas no software ATENA 2D Engineering.

A modelagem foi desenvolvida em regime bidimensional de tensão plana, considerando as características geométricas e mecânicas do elemento analisado. A discretização do domínio foi realizada por meio de elementos finitos quadrilaterais de dez nós do tipo CCQ10Sbeta, adotando-se refinamento localizado nas regiões de apoio e nas zonas de transição geométrica, onde são esperados maiores gradientes de tensão e concentrações de deformação.

Para a representação do concreto foi empregado o modelo constitutivo SBeta, implementado nativamente no ATENA, cuja formulação permite reproduzir o comportamento não linear do material após o surgimento das fissuras, incluindo a degradação progressiva da rigidez e a interação entre concreto e armadura. As propriedades mecânicas definidas no item anterior foram utilizadas como parâmetros de entrada para o modelo constitutivo.

A abordagem adotada permite acompanhar a resposta estrutural ao longo do carregamento, possibilitando a avaliação de parâmetros relacionados à fissuração, às deformações e à capacidade resistente dos modelos analisados. Dessa forma, a modelagem numérica constitui a base para a comparação entre as diferentes configurações de armadura investigadas neste trabalho.

5.2.1. Discretização da geometria

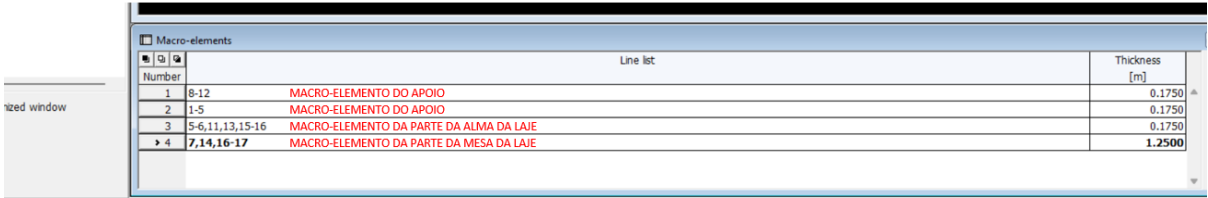
A discretização da geometria da laje canal foi realizada por meio da geração de uma malha de elementos finitos quadrilaterais. No corpo principal da estrutura adotou-se tamanho característico de elemento igual a 10,0 cm, enquanto nas regiões de apoio foi empregado refinamento local com elementos de 2,5 cm, em função da expectativa de maiores gradientes de tensão e deformação nessas zonas.

A estratégia de discretização foi definida de modo a representar adequadamente a geometria da laje e as condições de contorno do modelo, mantendo simultaneamente a viabilidade computacional das análises não lineares. A compatibilidade entre a malha do concreto e a posição das armaduras discretas foi assegurada durante a etapa de modelagem, garantindo a correta representação da interação entre os materiais.

A verificação da qualidade da malha foi realizada por meio das ferramentas de diagnóstico disponíveis no software assegurando a regularidade geométrica dos elementos e a conectividade entre os diferentes macroelementos utilizados na construção do modelo. A Figura

21 apresenta os macroelementos definidos para a modelagem da laje canal, enquanto a Figura 22 ilustra sua configuração no ambiente do software ATENA 2D.

Figura 21 - Definição dos macroelementos utilizados na modelagem numérica da laje canal.

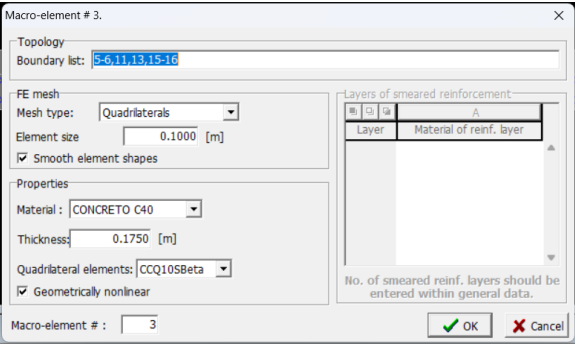


Number	Line list	Thickness [m]
1	8-12	0.1750
2	1-5	0.1750
3	5-6,11,13,15-16	0.1750
4	7,14,16-17	1.2500

Fonte: Autor (2026).

Figura 22 - Características geométricas e propriedades atribuídas aos macroelementos da laje canal.

(a) Macroelemento representativo da alma. (b) Macroelemento representativo da mesa.



Macro-element # 3.

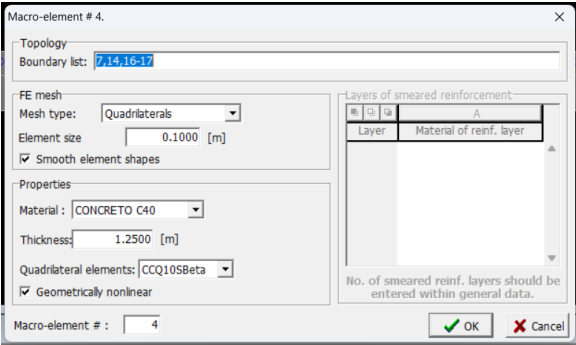
Topology
Boundary list: 5-6,11,13,15-16

FE mesh
Mesh type: Quadrilaterals
Element size: 0.1000 [m]
☒ Smooth element shapes

Properties
Material: CONCRETO C40
Thickness: 0.1750 [m]
Quadrilateral elements: CCQ10SBeta
☒ Geometrically nonlinear

Macro-element #: 3

OK Cancel



Macro-element # 4.

Topology
Boundary list: 7,14,16-17

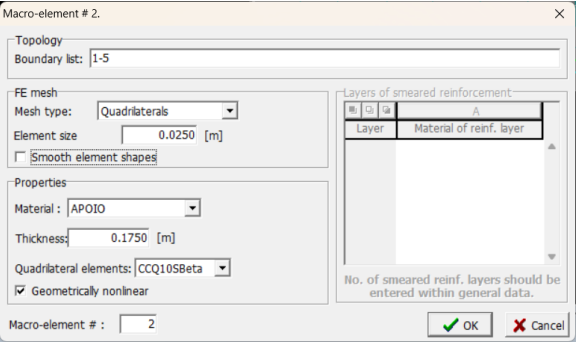
FE mesh
Mesh type: Quadrilaterals
Element size: 0.1000 [m]
☒ Smooth element shapes

Properties
Material: CONCRETO C40
Thickness: 1.2500 [m]
Quadrilateral elements: CCQ10SBeta
☒ Geometrically nonlinear

Macro-element #: 4

OK Cancel

(c) Macroelemento representativo da região de apoio



Macro-element # 2.

Topology
Boundary list: 1-5

FE mesh
Mesh type: Quadrilaterals
Element size: 0.0250 [m]
☐ Smooth element shapes

Properties
Material: APOIO
Thickness: 0.1750 [m]
Quadrilateral elements: CCQ10SBeta
☒ Geometrically nonlinear

Macro-element #: 2

OK Cancel

Fonte: Autor (2026).

5.2.2. Modelagem do concreto

Em razão da formulação bidimensional adotada, tornou-se necessário adaptar a geometria da seção transversal da laje para sua representação numérica por meio do parâmetro de espessura (*thickness*).

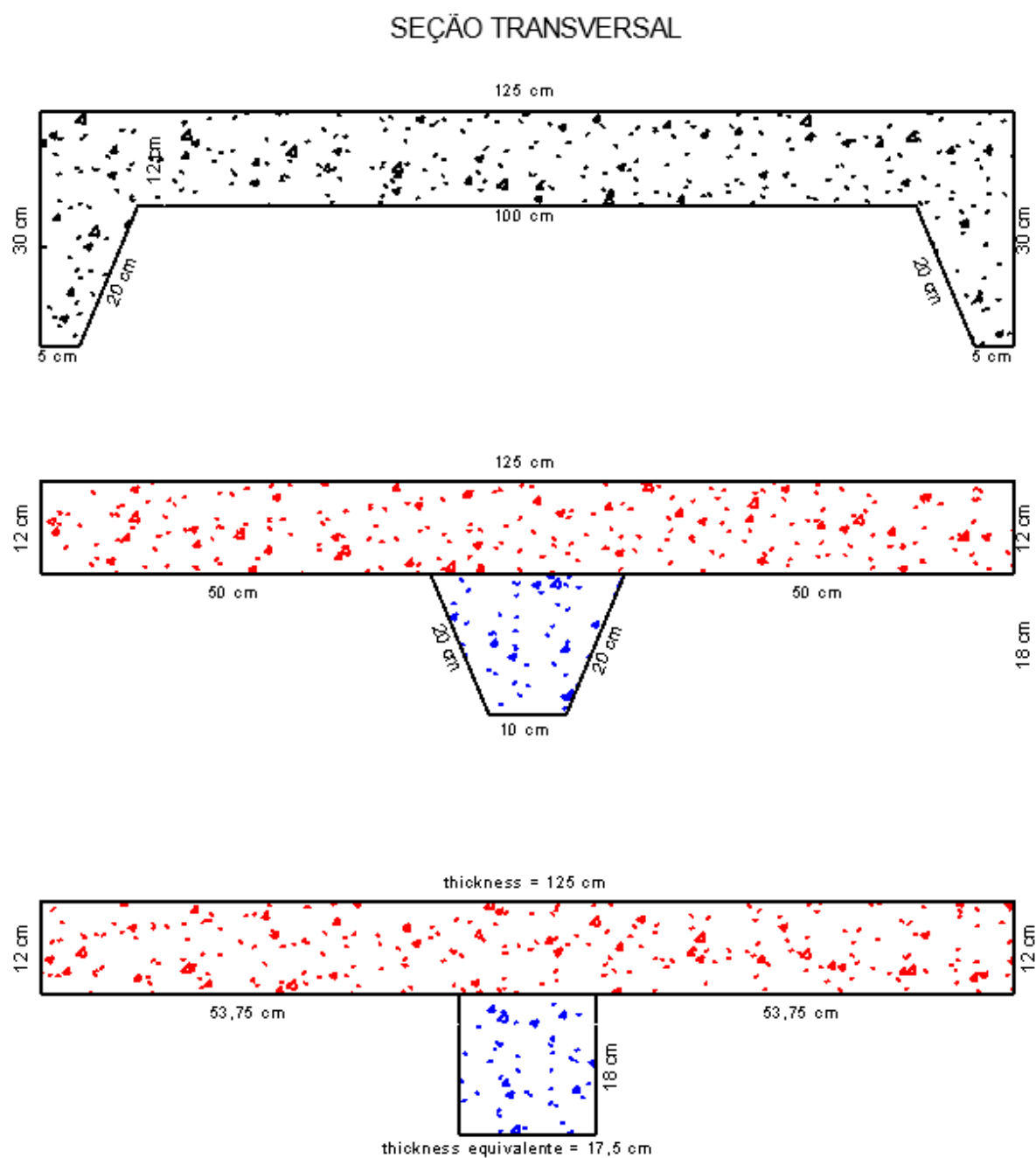
A seção original da laje é composta por uma mesa superior retangular e uma alma inferior com geometria trapezoidal. Para viabilizar a modelagem, adotou-se uma seção equivalente em formato T, preservando as principais características geométricas e mecânicas do elemento. A mesa superior, com largura de 125 cm e altura de 12 cm foi representada diretamente no modelo, enquanto a alma inferior foi idealizada a partir de uma largura equivalente obtida pela média aritmética entre suas bases superior e inferior.

A espessura equivalente da alma foi determinada pela Equação 1:

$$thickness_{equivalente} = \frac{b_t + b_s}{2} = \frac{0,10 + 0,25}{2} = 0,175 \text{ m} = 17,5 \text{ cm} \quad \text{Eq. (1)}$$

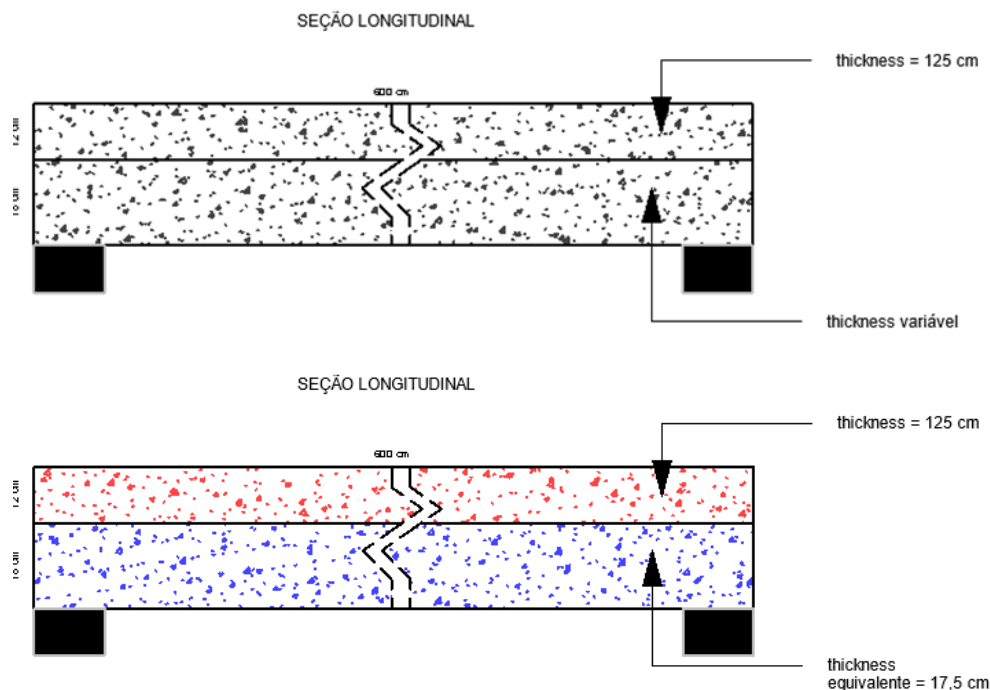
Assim, foi adotada espessura constante de 17,5 cm para a alma e de 125 cm para a mesa da laje. A Figura 23 apresenta a adaptação geométrica da seção transversal para o modelo bidimensional, enquanto a Figura 24 ilustra a representação longitudinal utilizada na análise.

Figura 23 - Adaptação geométrica da seção transversal da laje canal para representação em modelo bidimensional no ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

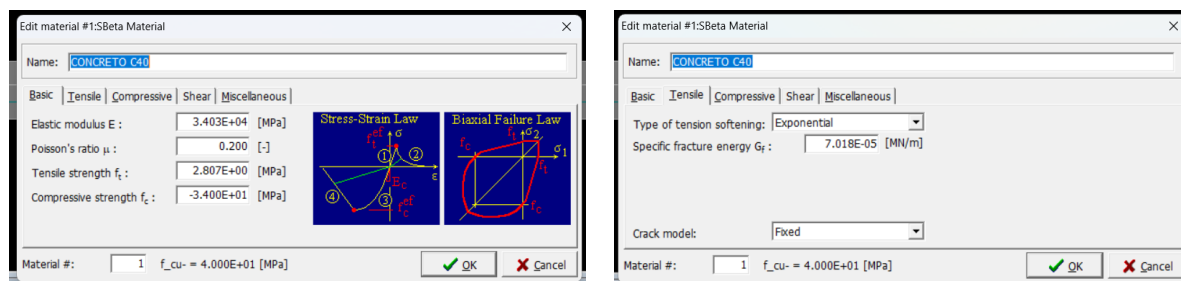
Figura 24 - Representação esquemática da seção longitudinal da laje canal: modelo original com espessura variável (acima) e modelo adotado com thickness constante (abaixo).

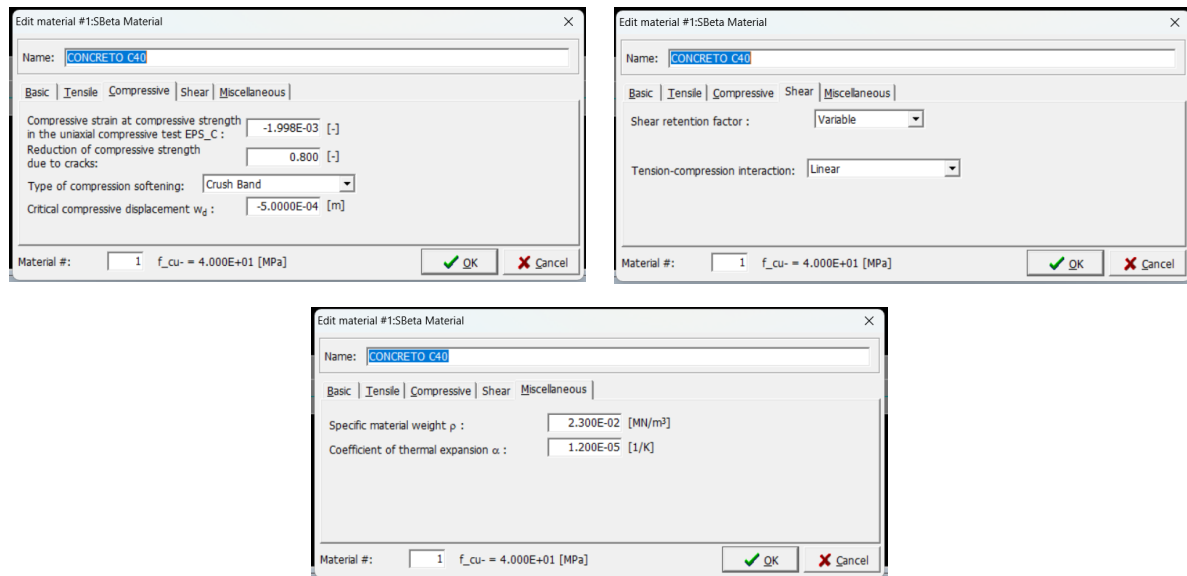


Fonte: Autor (2026).

Para a representação do concreto foi empregado o modelo constitutivo **CC3DNonLinCementitious2**, implementado nativamente no *software* ATENA. Os parâmetros mecânicos foram definidos a partir da classe de resistência **C40**, adotando-se a configuração padrão disponibilizada pelo software para essa classe de concreto. A Figura 25 apresenta os parâmetros utilizados na definição do material empregado nas simulações.

Figura 25 - Configuração material CONCRETO C40 – ATENA 2D





Fonte: Autor (2026)

Os parâmetros foram mantidos conforme a configuração padrão do ATENA (Concrete C40), cujas calibrações são baseadas nas recomendações do Eurocode 2 e apresentam compatibilidade com concretos estruturais de resistência equivalente. Essa abordagem foi adotada para garantir consistência entre os modelos analisados e uniformidade na representação do comportamento do concreto ao longo das simulações.

5.2.3. Modelagem da armadura

A modelagem das armaduras no *software* ATENA foi realizada de acordo com as configurações previstas para cada modelo analisado, contemplando telas soldadas, barras de aço CA-50, barras de aço CA-70 e cordoalhas protendidas CP190-RB. Todas as armaduras foram representadas por elementos uniaxiais embutidos no concreto, com comportamento bilinear, conforme os recursos nativos do *software*.

5.2.3.1. Armaduras passivas

As malhas metálicas utilizadas nas faces superior e inferior da mesa da laje foram dos tipos Q113 e Q196. Na modelagem bidimensional, apenas os fios paralelos ao eixo longitudinal da laje foram considerados, por serem os responsáveis pela contribuição à resistência à flexão.

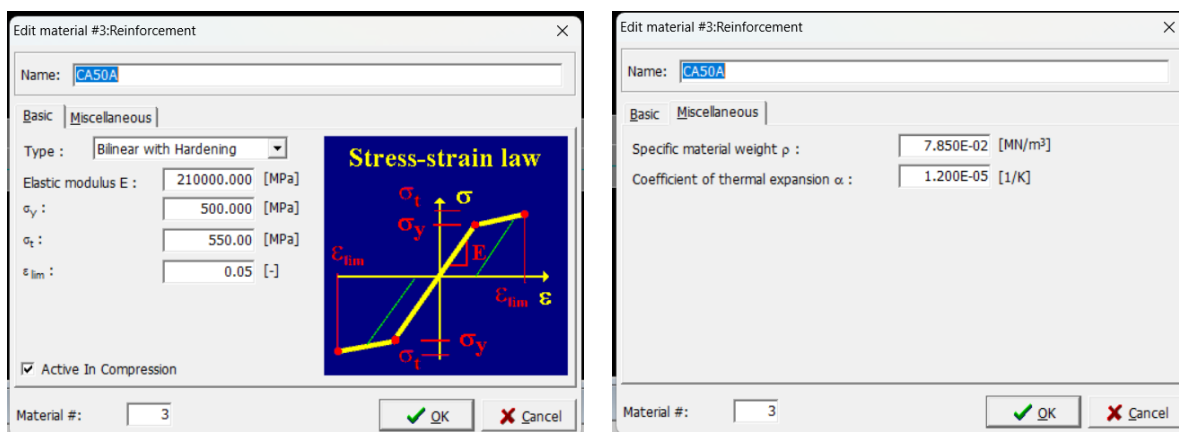
As telas foram convertidas em armaduras longitudinais equivalentes a partir da área total de aço por metro de largura, preservando a quantidade de armadura prevista no projeto original.

A tela Q113 possui fios de 3,8 mm de diâmetro espaçados a cada 10 cm, enquanto a tela Q196 é composta por fios de 5,0 mm com o mesmo espaçamento.

As barras de aço CA-50 e CA-70 foram inseridas conforme o detalhamento da laje fornecido pela empresa AWC, respeitando posicionamento, cobrimento e comprimento das armaduras. Para ambos os materiais foi adotado módulo de elasticidade de 210 GPa. As tensões características de escoamento consideradas foram de 500 MPa para o CA-50 e 700 MPa para o CA-70, em conformidade com a ABNT NBR 7480:2024 e com as recomendações da ABECE (2024).

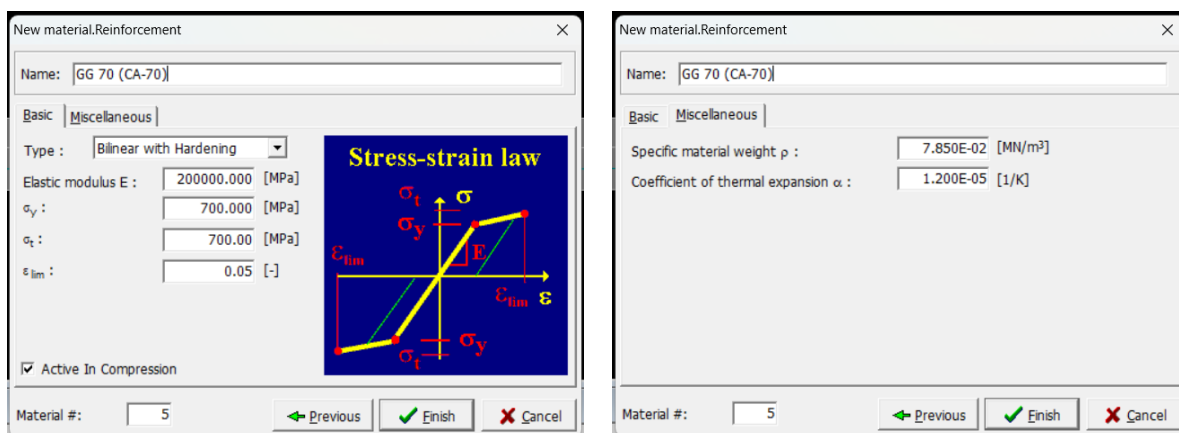
As Figuras 26 e 27 apresentam as configurações dos materiais CA-50 e CA-70 utilizadas nas simulações.

Figura 26 - Configuração do material aço CA-50 no software ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

Figura 27 - Configuração do material aço CA-70 no software ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

5.2.3.2. Armadura protendida (Cordoalhas CP190-RB)

A armadura ativa foi representada por cordoalhas CP190-RB, modeladas por elementos discretos de armadura. A força inicial de protensão foi simulada por meio do recurso de variação de temperatura equivalente disponível no ATENA.

Conforme a ABNT NBR 6118:2026, a tensão máxima de protensão na saída do aparelho de tração foi determinada pela Equação (2).

$$\sigma_{pi} = 0,74 \cdot f_{pk} \quad \text{Eq. (2)}$$

Considerando cordoalhas CP190-RB com resistência característica à tração de $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$, obteve-se uma tensão inicial de protensão de $\sigma_{pi} = 1376,4 \text{ MPa}$.

A conversão da tensão de protensão para uma variação de temperatura equivalente foi realizada por meio da Equação (3).

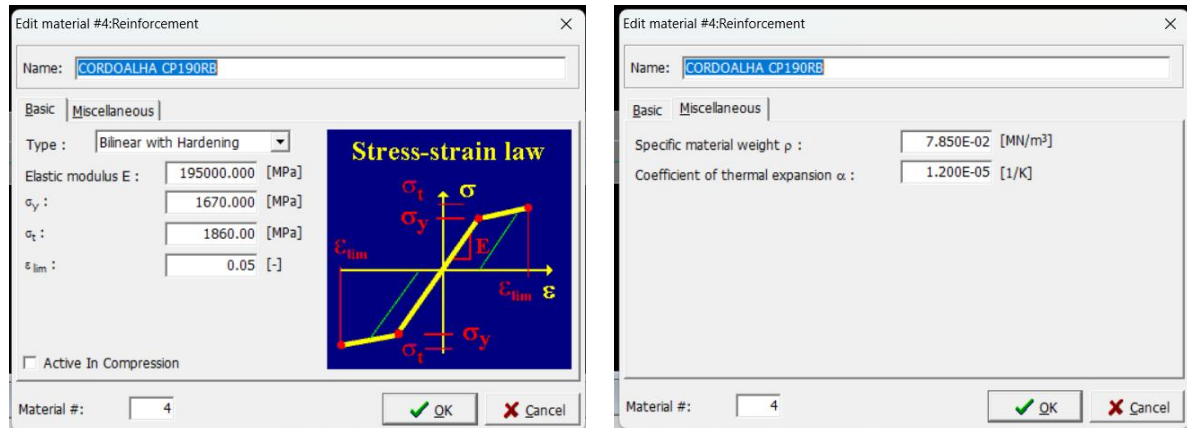
$$\Delta T = \frac{\sigma_{pi}}{E_s \cdot \alpha} \quad \text{Eq. (3)}$$

Em que σ_{pi} = tensão inicial de protensão (MPa), E_s = módulo de elasticidade da cordoalha (MPa) e α = coeficiente de dilatação térmica do aço ($^{\circ}\text{C}^{-1}$).

Adotando-se $\sigma_{pi} = 1376,4 \text{ MPa}$, $E_s = 195000 \text{ MPa}$ e $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, obteve-se uma variação de temperatura equivalente de $\Delta T = -588,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Assim, a protensão foi simulada pela aplicação de uma variação térmica fictícia de $-589 \text{ }^{\circ}\text{C}$ nas cordoalhas produzindo o encurtamento equivalente à condição inicial de pré-tração. A Figura 28 apresenta a configuração do material CP190-RB utilizada no modelo numérico.

Figura 28 - Configuração do material cordoalha CP190-RB no software ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

5.2.4. Aplicação das ações no modelo numérico

A aplicação das ações no modelo numérico foi realizada de modo a representar o carregamento distribuído atuante sobre a superfície superior da laje canal. Para compatibilizar a modelagem bidimensional adotada no ATENA 2D com o carregamento originalmente definido por unidade de área, foi necessária a conversão da carga superficial em uma carga linear equivalente.

A carga linear equivalente foi determinada por meio da Equação (4):

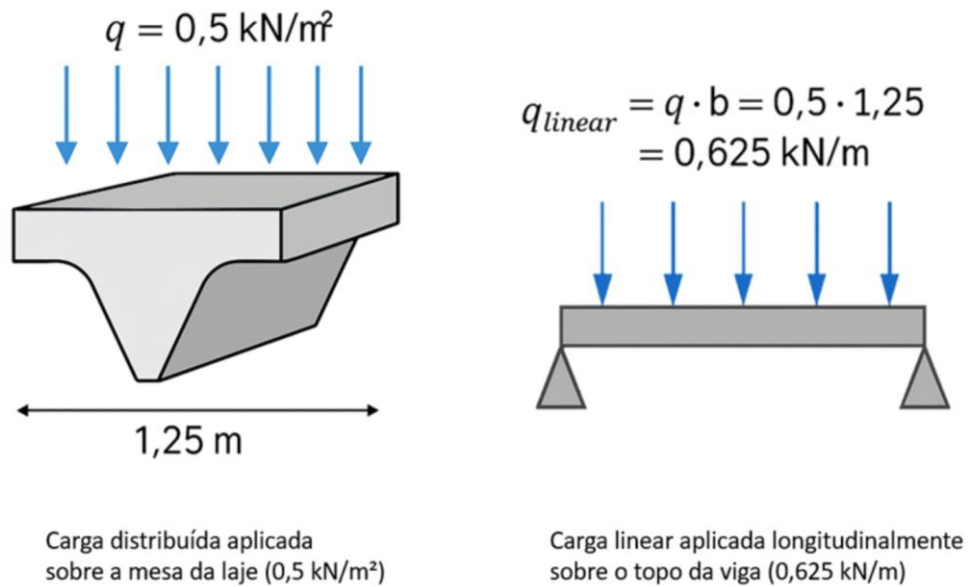
$$Q_{linear} = q * b \quad \text{Eq. (4)}$$

Em que Q_{linear} corresponde à carga linear equivalente aplicada ao modelo bidimensional (kN/m), q representa a carga superficial originalmente distribuída sobre a laje (kN/m²) e b corresponde à largura da mesa da laje considerada na conversão do carregamento (m).

Considerando uma carga superficial de $q = 0,5 \text{ kN/m}^2$ e largura da mesa igual a $b = 1,25 \text{ m}$, obteve-se uma carga linear equivalente de $Q_{linear} = 0,625 \text{ kN/m}$, correspondente a $0,000625 \text{ MN/m}$.

A Figura 29 apresenta a equivalência adotada entre a carga superficial e a carga linear utilizada na modelagem numérica.

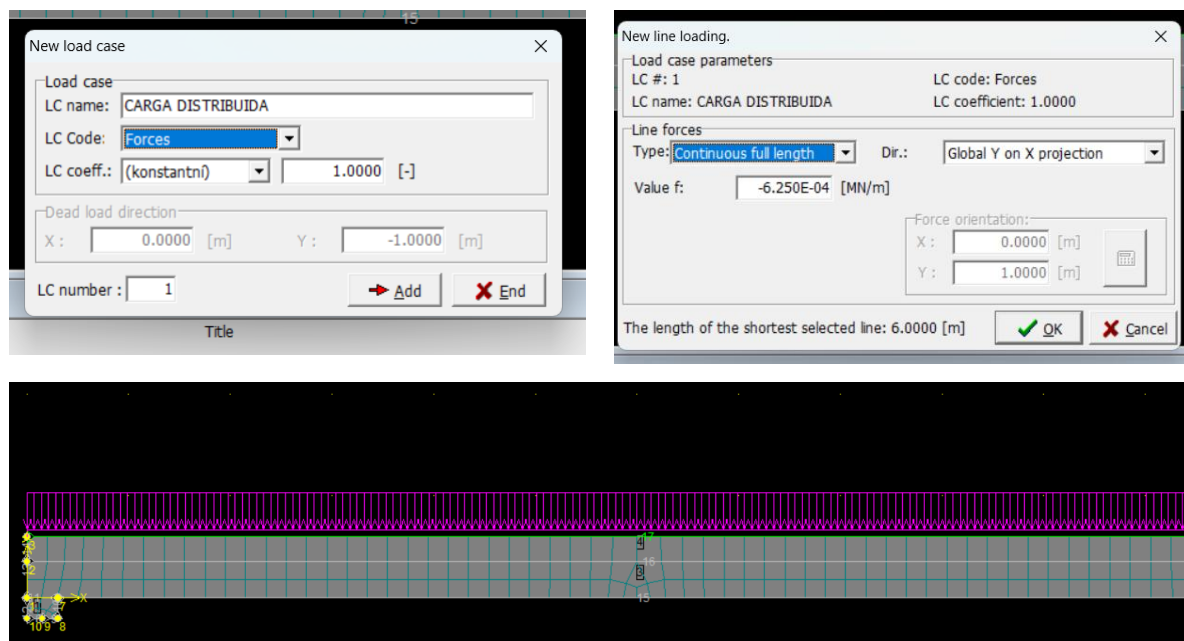
Figura 29 - Equivalência entre carga superficial e carga linear na modelagem da laje canal.



Fonte: Autor (2026)

A carga foi aplicada ao longo de toda a extensão da borda superior da laje, correspondente ao vão livre de $6,00 \text{ m}$, por meio do recurso *Line Load* do software ATENA, com atuação no sentido negativo do eixo global Y. A Figura 30 ilustra a configuração utilizada para o lançamento da carga no modelo.

Figura 30 - Aplicação da carga linear equivalente no modelo numérico do software ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

A análise foi conduzida de forma incremental permitindo o acompanhamento da evolução dos deslocamentos, da fissuração e da perda progressiva de rigidez ao longo do carregamento, até a ocorrência da ruptura ou da perda de convergência do modelo.

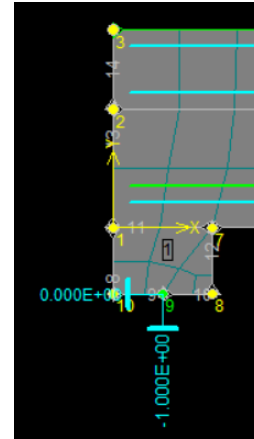
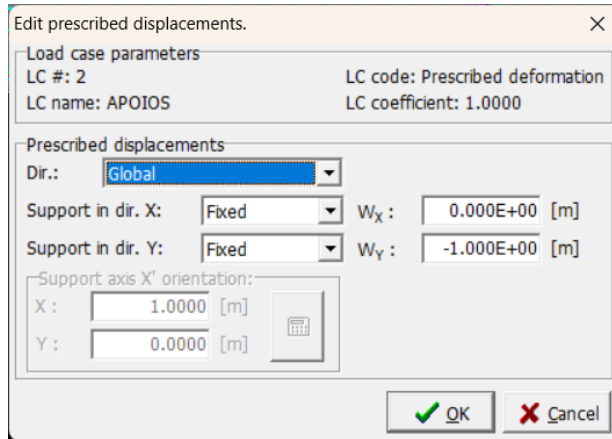
5.2.5. Apoios

As extremidades da laje foram modeladas por meio de apoios articulados, de forma a reproduzir as condições de contorno previstas em projeto. Em ambas as extremidades foram restringidos os deslocamentos verticais ($u_y = 0$) mantendo-se as rotações livres para garantir a estabilidade do modelo numérico e evitar movimentos rígidos globais, o deslocamento horizontal (u_x) foi restringido em apenas uma das extremidades caracterizando um apoio fixo e um apoio móvel.

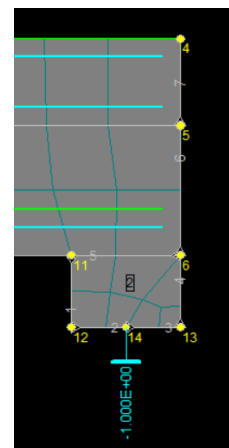
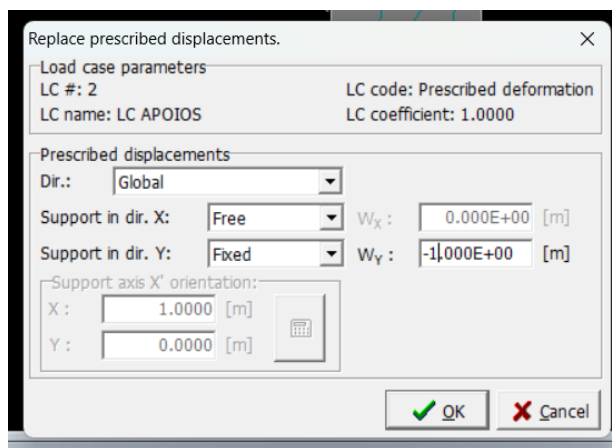
A Figura 31 apresenta a configuração dos apoios adotada no modelo numérico, composta por um apoio fixo, com restrições nos deslocamentos horizontal e vertical, um apoio móvel, com restrição apenas ao deslocamento vertical.

Figura 31 - Representação da modelagem dos apoios e das condições de contorno no software ATENA 2D.

(a) Apoio fixo (restrição em X e Y);



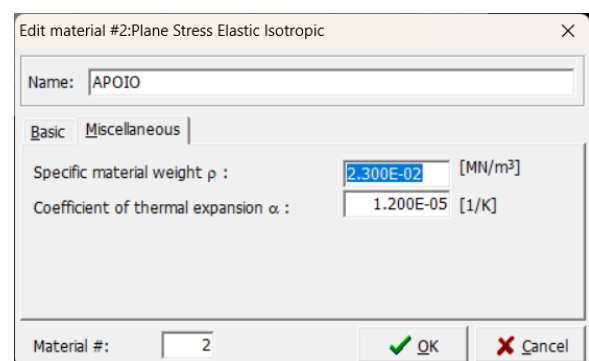
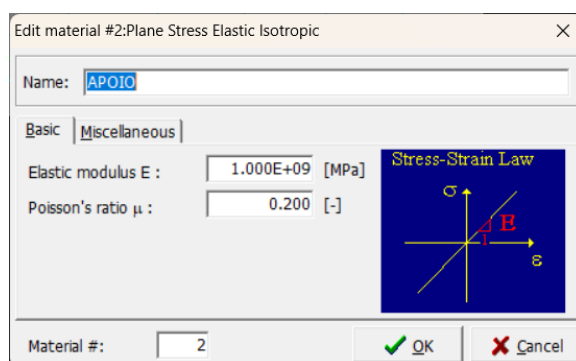
(b) Apoio móvel (restrição em Y).



Fonte: Autor (2026).

Os apoios foram modelados por meio do recurso *Elastic Support* do ATENA 2D para sua representação foi adotado módulo de elasticidade de ($E = 1 \times 10^9$ MPa) MPa e coeficiente de Poisson igual a 0,20, conforme a configuração apresentada na Figura 32.

Figura 32 - Configuração do material de apoio utilizado no software ATENA 2D.



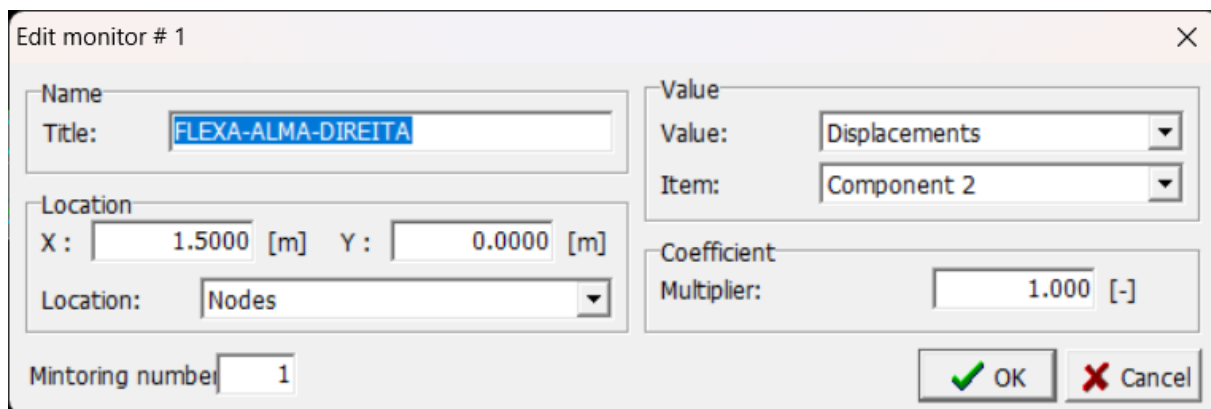
Fonte: Autor (2026).

5.2.6. Pontos de observação

Os pontos de observação foram definidos com o objetivo de monitorar a resposta estrutural da laje ao longo do carregamento, permitindo o acompanhamento dos deslocamentos em regiões representativas do modelo e a obtenção das curvas carga–deslocamento utilizadas na análise dos resultados.

A Figura 33 apresenta o painel de configuração dos pontos de monitoramento (*Monitoring Points*) utilizado no software ATENA 2D.

Figura 33 - Painel de configuração dos pontos de monitoramento no software ATENA 2D.

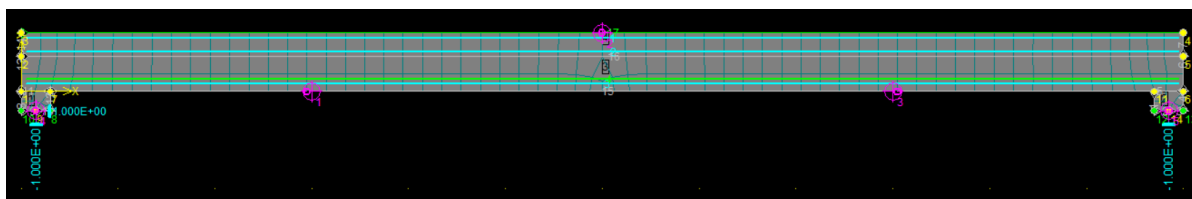


Fonte: Autor (2026).

Os pontos de observação foram posicionados em regiões estratégicas da laje contemplando a região central do vão e áreas próximas aos apoios. A distribuição adotada permitiu acompanhar a evolução dos deslocamentos ao longo do carregamento e avaliar a resposta estrutural tanto na mesa quanto na alma da seção equivalente utilizada na modelagem numérica.

A Figura 34 apresenta a localização dos pontos de monitoramento no modelo analisado, enquanto a Figura 35 apresenta as respectivas coordenadas adotadas.

Figura 34 - Posicionamento dos pontos de monitoramento na laje canal modelada no software ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

Figura 35 - Coordenadas dos pontos de monitoramento utilizados na análise numérica.

Number	Title monitoru	X [m]	Y [m]	Location	Position	Coefficient	Value	Monitored value
1	FLEXA-ALMA-DIREITA	1.5000	0.0000	Nodes		1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))
2	FLEXA-MESA-CENTRO	3.0000	0.3000	Nodes		1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))
3	FLEXA-ALMA-ESQUERDA	4.5000	0.0000	Nodes		1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))
4	REAÇÃO APOIO 1	0.0750	-0.1000	Nodes		1.0000	Reactions (Reactions)	Component 2 (Dof(2))
5	REAÇÃO APOIO 2	5.9250	-0.1000	Nodes		1.0000	Reactions (Reactions)	Component 2 (Dof(2))
6	FISSURA	3.0000	0.0000	Integration points		1.0000	Crack_Width (Crack Width)	Component 1 (Cod1)

Fonte: Autor (2026).

5.2.7. Parâmetros da análise não linear e método de solução

As análises numéricas foram conduzidas por meio de análise estática não linear (*Nonlinear Static Analysis*) no software ATENA 2D. O carregamento foi aplicado de forma incremental possibilitando o acompanhamento da evolução dos deslocamentos, da fissuração e da degradação progressiva da rigidez ao longo da simulação.

Durante as análises foram monitorados os deslocamentos, as reações de apoio, os campos de tensões e a evolução da fissuração permitindo a construção das curvas carga–deslocamento e a identificação dos mecanismos de resposta estrutural de cada modelo analisado.

5.2.8. Critério de ruptura e modelagem dos materiais

A análise de cada modelo foi conduzida até a ocorrência de colapso estrutural ou perda de convergência numérica. A identificação da ruptura foi realizada com base na avaliação conjunta das curvas carga–deslocamento, dos campos de fissuração, das deformações totais e da distribuição de tensões obtidas ao longo do carregamento.

Considerou-se que o modelo atingiu sua capacidade resistente máxima quando ocorreu redução significativa da rigidez estrutural associada à intensa propagação de fissuras e à impossibilidade de obtenção de equilíbrio para novos incrementos de carga, dessa forma, a carga correspondente ao último passo convergente foi adotada como referência para a avaliação da capacidade resistente de cada configuração analisada.

5.2.9. Modelagem das lajes

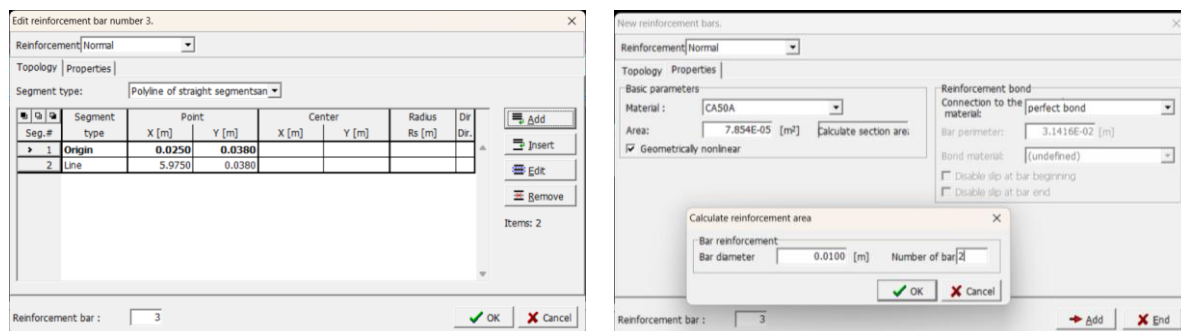
Foram analisadas quatro configurações distintas de armadura longitudinal, denominadas: Modelo 1; Modelo 2; Modelo 3; e Modelo 4. Em todos os modelos foram mantidas inalteradas a geometria da laje, as propriedades do concreto, as armaduras distribuídas, as condições de contorno e os carregamentos aplicados, variando-se apenas a armadura principal das nervuras.

5.2.9.1. Modelo 1

O Modelo 1 foi adotado como referência para as análises comparativas. A armadura longitudinal principal foi composta por barras passivas de aço CA-50 com diâmetro nominal de 10 mm associadas a cordoalhas protendidas CP190-RB de 12,7 mm, conforme o detalhamento original da laje fornecido pela empresa AWC.

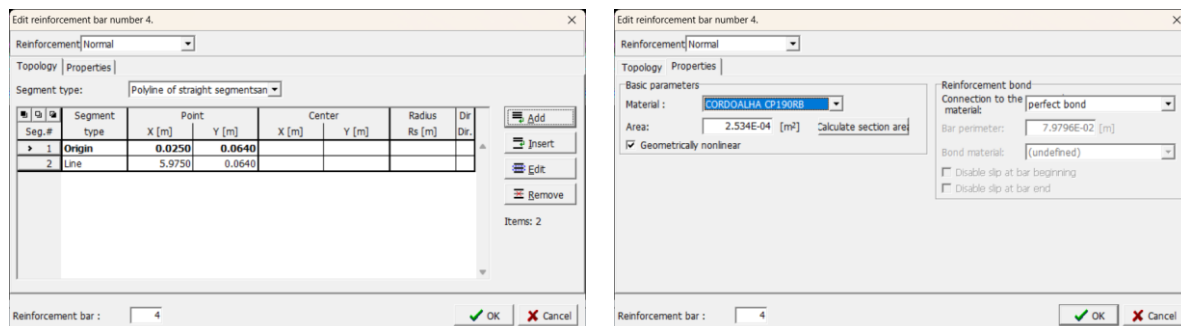
As Figuras 36 e 37 apresentam a configuração e o lançamento das armaduras passivas e das cordoalhas de protensão no modelo numérico.

Figura 36 - Configuração e lançamento das barras longitudinais N2 Ø10 mm.



Fonte: Autor (2026).

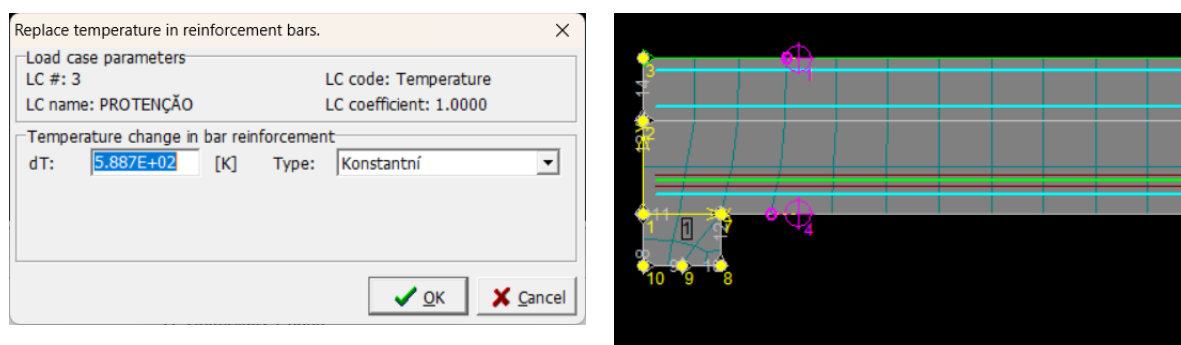
Figura 37 - Configuração e lançamento das cordoalhas CP190-RB Ø12,7 mm.



Fonte: Autor (2026).

A protensão foi simulada por meio da aplicação da deformação inicial equivalente obtida conforme procedimento descrito na Seção 5.2.3.2. A Figura 38 apresenta a configuração adotada para o tensionamento inicial das cordoalhas.

Figura 38 - Configuração do tensionamento inicial da protensão no software ATENA 2D.

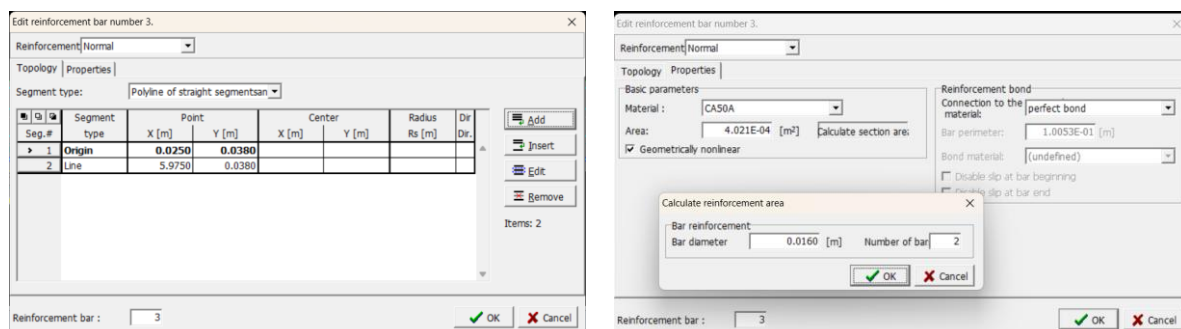


Fonte: Autor (2026).

5.2.9.2. Modelo 2

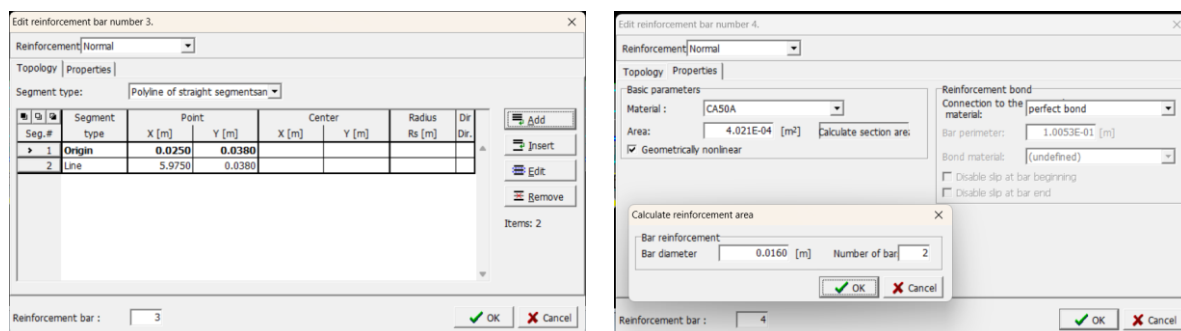
O Modelo 2 manteve as mesmas características geométricas e propriedades dos materiais adotadas no modelo de referência, diferenciando-se pela substituição da armadura principal por duas barras de aço CA-50 com diâmetro nominal de 16 mm em cada nervura. Não foi considerada a utilização de cordoalhas protendidas. As Figuras 39 e 40 apresentam a configuração e o lançamento das armaduras longitudinais adotadas neste modelo.

Figura 39 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N3 Ø16 mm.



Fonte: Autor (2026).

Figura 40 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N4 Ø16 mm.

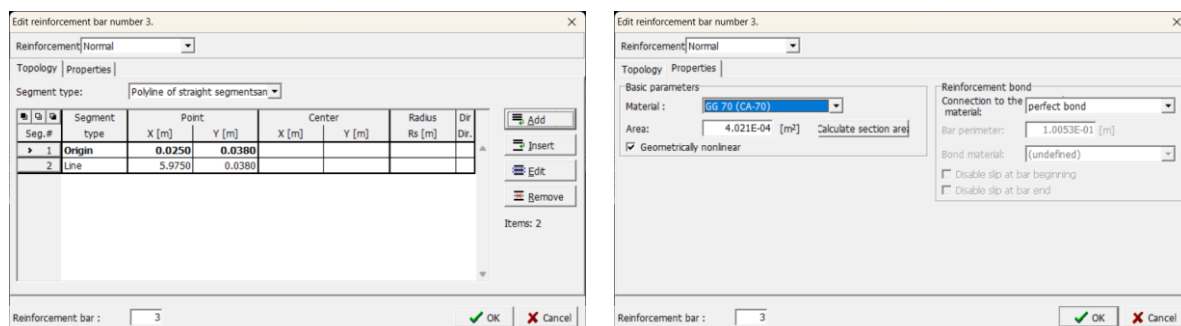


Fonte: Autor (2026).

5.2.9.3. Modelo 3

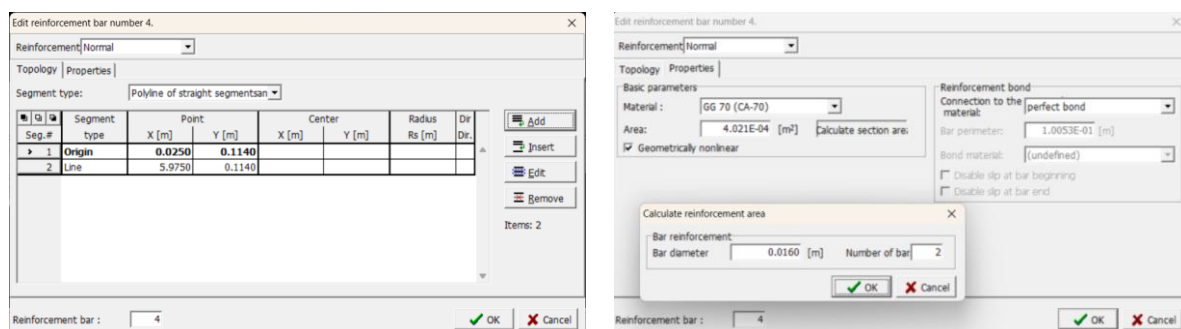
O Modelo 3 foi desenvolvido a partir da configuração do Modelo 1, substituindo-se as barras longitudinais de aço CA-50 por barras de aço CA-70 com diâmetro nominal de 16 mm. As demais características geométricas, materiais e condições de análise permaneceram inalteradas. As Figuras 41 e 42 apresentam a configuração e o lançamento das armaduras longitudinais utilizadas neste modelo.

Figura 41 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N5 Ø16 mm.



Fonte: Autor (2026).

Figura 42 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N6 Ø16 mm.

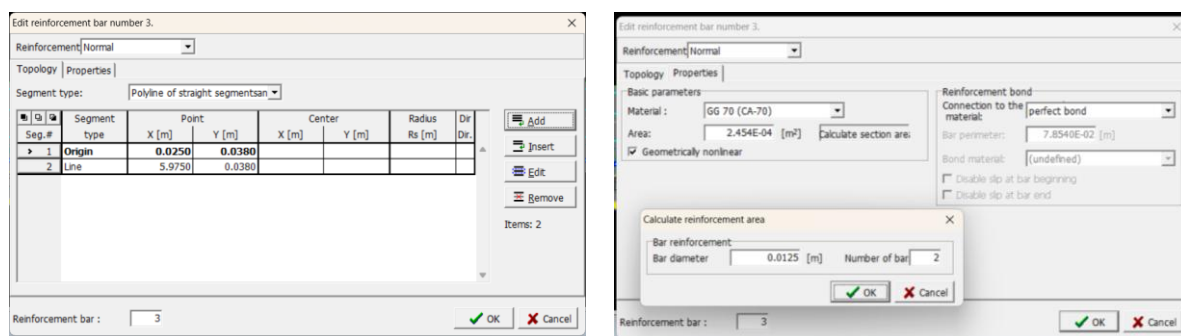


Fonte: Autor (2026).

5.2.9.4. Modelo 4

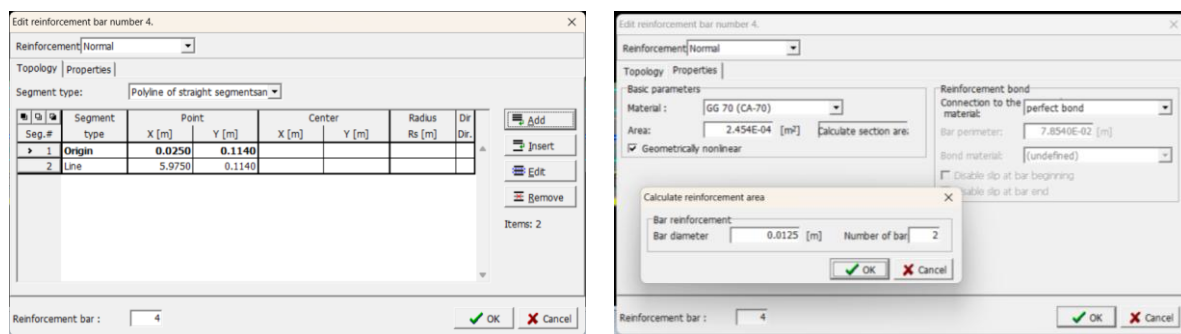
O Modelo 4 manteve as mesmas características do Modelo 3, diferenciando-se apenas pelo diâmetro das barras longitudinais principais. Foram utilizadas duas barras de aço CA-70 com diâmetro nominal de 12,5 mm em cada nervura. As Figuras 43 e 44 apresentam a configuração e o lançamento das armaduras adotadas neste modelo.

Figura 43 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N7 Ø12,5 mm.



Fonte: Autor (2026).

Figura 44 - Configuração e lançamento da armadura longitudinal N8 Ø12,5 mm.



Fonte: Autor (2026).

5.2.10. Estratégias de convergência e ajustes numéricos

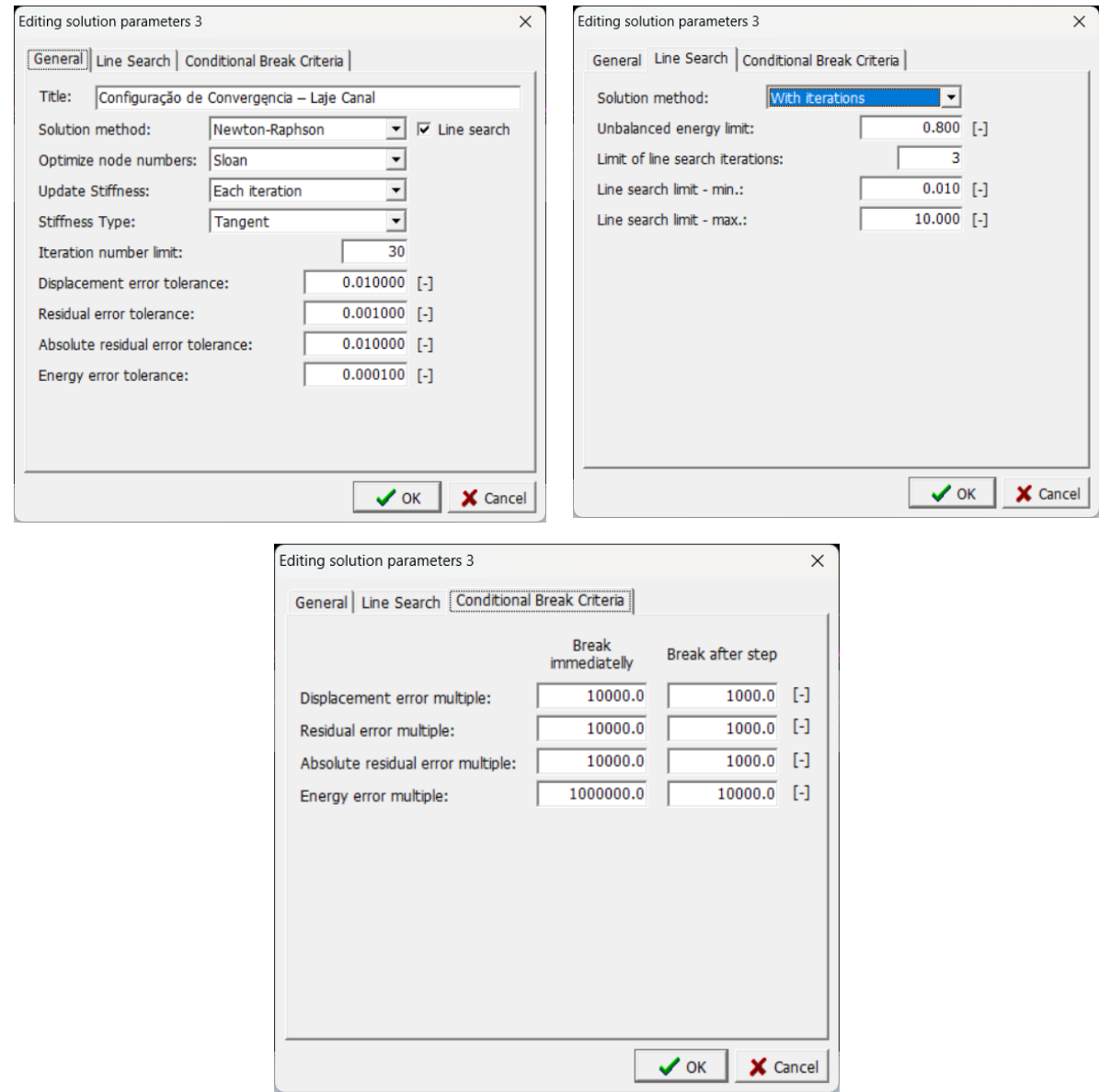
Em virtude da elevada não linearidade associada à fissuração do concreto e à redistribuição de tensões ao longo do carregamento foram adotadas estratégias específicas para garantir a estabilidade numérica das simulações.

As análises foram executadas com controle incremental de carga e ajuste automático dos incrementos, quando identificadas dificuldades de convergência. Adicionalmente, foram utilizados os recursos de *Line Search* e, quando necessário, o método *Arc-Length*, permitindo o acompanhamento da resposta estrutural em regiões próximas ao pico de carga e durante a degradação da rigidez.

Os deslocamentos, esforços internos e parâmetros de fissuração foram registrados automaticamente ao longo das análises possibilitando a avaliação detalhada do comportamento estrutural e a construção das curvas de resposta utilizadas na comparação entre os modelos.

A Figura 45 apresenta a configuração dos parâmetros numéricos adotados nas análises realizadas no software ATENA 2D.

Figura 45 - Configuração dos parâmetros de convergência utilizados nas análises numéricas no software ATENA 2D.



Fonte: Autor (2026).

5.3. PÓS-PROCESSAMENTO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE NÃO LINEAR

A análise não linear no ATENA 2D gera, ao final do processamento, um documento de saída em formato texto (.txt) contendo os dados do modelo e os resultados em todos os passos de carga (*load steps*). Esse arquivo, entretanto, não fornece diretamente a curva carga × deslocamento, produto central para a interpretação do comportamento estrutural da laje canal, nem identifica os pontos mecânicos de interesse que são: início da fissuração; escoamento da armadura; carga máxima; colapso.

Para suprir essa lacuna, foi desenvolvida uma rotina de pós-processamento em linguagem Python, responsável por ler o arquivo exportado, reconstruir a curva carga–deslocamento, identificar automaticamente as fases do comportamento e gerar as figuras e tabelas utilizadas nesta dissertação. A rotina foi concebida para garantir reprodutibilidade: a partir do mesmo arquivo de entrada, qualquer execução produz exatamente os mesmos resultados. O Fluxograma, mostrado na Figura 46, ilustra o funcionamento da rotina.

Figura 46 - Fluxograma geral do pós-processamento



Fonte: Autor (2026).

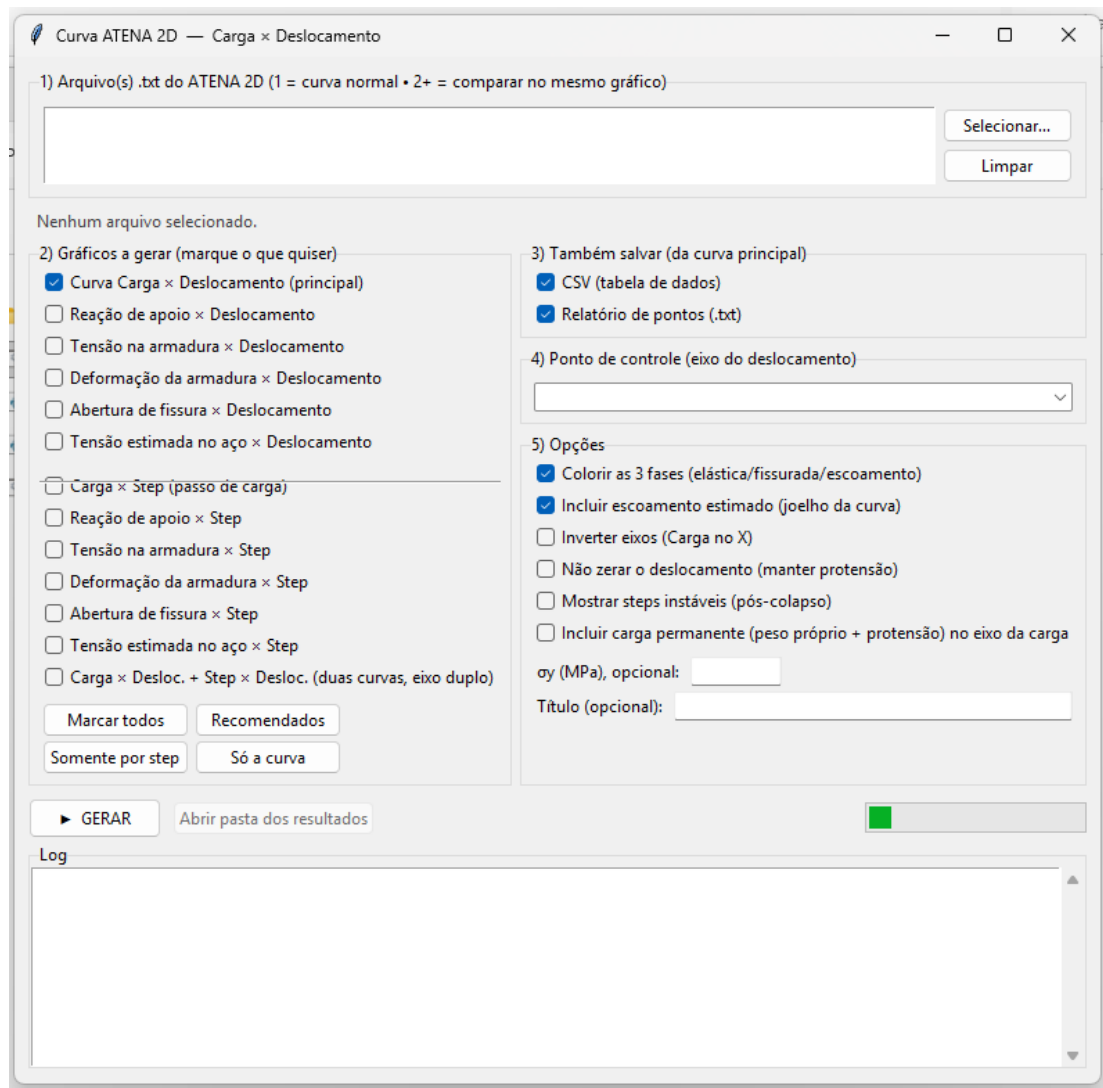
5.3.1. Arquitetura da ferramenta

A arquitetura lógica da rotina de pós-processamento foi concebida sob o paradigma da modularidade visando o desacoplamento entre a lógica de processamento numérico e a interface de interação com o usuário. Esta estrutura garante a integridade dos processos de cálculo e a reprodutibilidade dos resultados permitindo que a ferramenta funcione de maneira auditável e rastreável. O sistema é segmentado em dois núcleos funcionais distintos:

- Núcleo de Processamento Numérico (*atena_curva.py*): Atua como o motor de cálculo da ferramenta, centralizando a lógica de extração de dados brutos do arquivo de saída (.txt) do ATENA 2D por meio de expressões regulares. Este componente é responsável pelo tratamento matemático para a reconstrução das curvas de resposta estrutural e pela aplicação de critérios heurísticos a partir de uma detecção automatizada de pontos mecânicos críticos, como o início da fissuração e o colapso numérico. Sua independência funcional permite a execução via interface de linha de comando (CLI) facilitando o processamento em lote de múltiplos modelos.
- Interface Gráfica de Usuário (Figura 47) (GUI - *atena_gui.py*): Provê uma camada de abstração que permite a parametrização das análises sem a necessidade de intervenção direta no código-fonte. Por meio de uma janela única de controle, o usuário define o inventário de arquivos, as variáveis de monitoramento (deslocamentos, reações ou fissuras) e as diretrizes de plotagem, acionando o motor de cálculo a partir de um contrato de parâmetros estrito.

Essa estruturação modular garante que eventuais ajustes na interface gráfica não afetem as rotinas de leitura de dados e processamento matemático, assegurando a integridade e a reprodutibilidade na extração das curvas de resposta estrutural. A implementação técnica fundamenta-se no ecossistema de computação científica da linguagem Python utilizando a biblioteca *numpy* para a manipulação de alta performance de matrizes de dados e a *matplotlib*, com o intuito de uma geração de representações gráficas de alta resolução, essenciais para a interpretação dos fenômenos de não linearidade física da laje canal.

Figura 47— Janela da interface gráfica (Curva ATENA)



Fonte: Autor (2026).

5.3.2 Dados de entrada

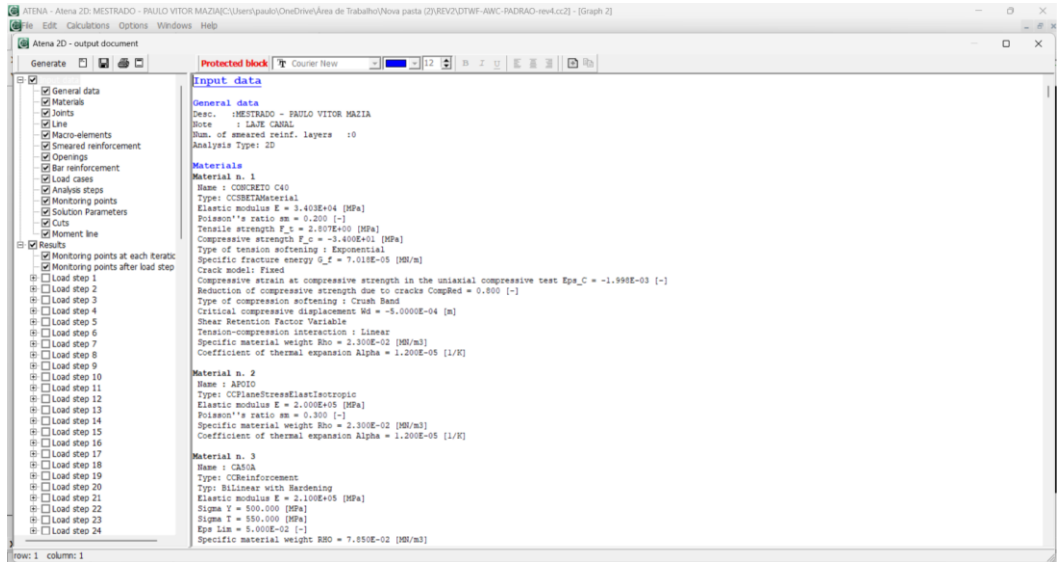
A entrada da rotina é o documento de saída do ATENA 2D, gerado pela função *Generate* do pós-processador do programa (Figura 48). Para que a rotina disponha de todas as informações necessárias, a exportação deve incluir:

O bloco *Input data* completo (dados gerais, materiais, geometria — *Joints e Line* —, casos de carga e *Analysis steps*);

Em *Results*, a opção *Monitoring points after load step* (valores convergidos dos pontos de monitoramento ao final de cada passo de carga).

Os resultados detalhados por elemento/nó de cada *load step* não são necessários e podem ser omitidos, reduzindo significativamente o tamanho do arquivo.

Figura 48 - Caixa de seleção do export do ATENA 2D (*Generate*)



Fonte: Autor (2026).

A curva exige a definição prévia, no modelo, de pontos de monitoramento (*monitoring points*). No presente trabalho foram definidos monitores de deslocamento (flecha no ponto de controle), de reação nos apoios e de abertura de fissura, Figura 49.

Figura 49 - Tabela de pontos de monitoramento definida no ATENA

Monitoring points							
Number	Title monitoru	X [m]	Y [m]	Location	Position	Coefficient [-]	Monitored value
1	FLEXA-ALMA-DIREITA	1.5000	0.0000	Nodes		1.0000	Displacements (Displacements) Component 2 (x(2))
2	FLEXA-MESA-CENTRO	3.0000	0.3000	Nodes		1.0000	Displacements (Displacements) Component 2 (x(2))
3	FLEXA-ALMA-ESQUERDA	4.5000	0.0000	Nodes		1.0000	Displacements (Displacements) Component 2 (x(2))
4	REAÇÃO APOIO 1	0.0750	-0.1000	Nodes		1.0000	Reactions (Reactions) Component 2 (Dof(2))
5	REAÇÃO APOIO 2	5.9250	-0.1000	Nodes		1.0000	Reactions (Reactions) Component 2 (Dof(2))
6	FISSURA	3.0000	0.0000	Integration points		1.0000	Crack_Width (Crack Width) Component 1 (Cod1)

Fonte: Autor (2026).

5.3.3 Leitura e identificação dos dados

A primeira etapa da rotina consiste na leitura do arquivo e na identificação automática das grandezas, por meio de expressões regulares aplicadas aos cabeçalhos do relatório do ATENA. Cada ponto de monitoramento é classificado conforme o campo *Data typ* em um dos cinco tipos reconhecidos: deslocamento; reação; tensão; deformação ou abertura de fissura; e armazenado com sua série de valores por passo de carga.

Em paralelo, são lidos: a geometria com as coordenadas dos nós e conectividade dos segmentos; os casos de carga com a identificação do tipo de cada um (*Forces*, *Supports*, *Temperature*, *Body force*); a tabela de *Analysis steps* com o coeficiente *multiplier*; e a lista de casos de carga ativos em cada passo.

5.3.4 Construção da curva carga × deslocamento

5.3.4.1 Cálculo da carga aplicada

Dada a natureza das saídas de dados do software ATENA 2D, a magnitude da carga externa não é disponibilizada de forma explícita no relatório de resultados, o que torna imperativo um procedimento de reconstrução analítica a partir dos parâmetros de entrada e dos coeficientes de iteração. Este processo fundamenta-se no produto entre uma carga de referência pré-determinada e o somatório dos coeficientes acumulados durante os passos de análise, Figura 50.

A carga de referência (F_{ref}) é definida como a resultante dos casos de carga configurados como do tipo *Forces* para um coeficiente unitário.

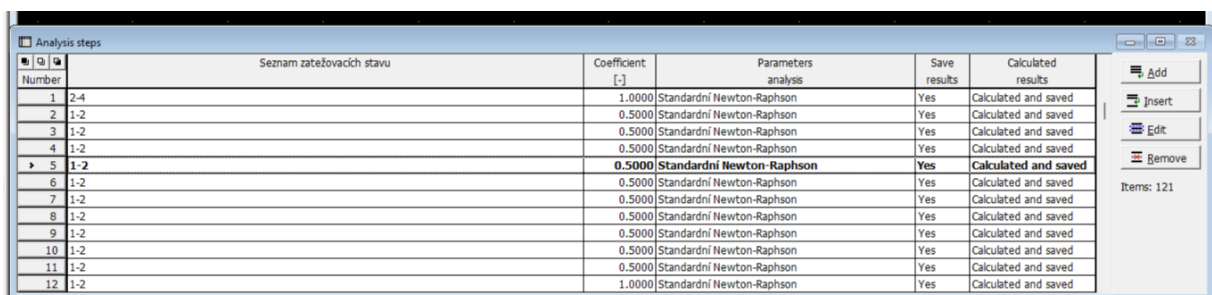
No contexto de uma análise incremental, o coeficiente atribuído a cada passo de análise (*Analysis step*) representa a fração ou o incremento de carga efetivamente aplicado naquele intervalo. Assim, a carga total atuante ao final de um passo N é formalizada pela soma acumulada dos coeficientes apenas dos passos que aplicam carga externa, conforme expresso pela Equação 5.

$$F(N) = F_{ref} \cdot \sum_{i \leq N; \text{ aplica carga externa}} Coef_i \quad \text{Eq. (5)}$$

A identificação dos passos que compõem a carga externa de ensaio é realizada por uma filtragem heurística: um passo é contabilizado apenas quando contém o caso de carga do tipo *Forces*. Esta distinção técnica é essencial para a fidedignidade dos resultados, visto que, usualmente, o primeiro passo de carga (*Step 1*) é reservado para a aplicação das cargas permanentes, compostas pelo peso próprio do elemento e pelos esforços de protensão.

Nesse contexto, a rotina assegura que a carga permanente não seja indevidamente contabilizada como carga externa de ensaio permitindo que a curva carga $\times$ deslocamento represente com precisão a resposta mecânica da estrutura frente às solicitações variáveis impostas durante a simulação.

Figura 50 - Trecho da tabela "Analysis steps" do ATENA



Number	Seznam zatežovacích stavů	Coefficient [-]	Parameters analysis	Save results	Calculated results
1	2-4	1.0000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
2	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
3	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
4	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
5	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
6	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
7	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
8	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
9	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
10	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
11	1-2	0.5000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved
12	1-2	1.0000	Standardní Newton-Raphson	Yes	Calculated and saved

Fonte: Autor (2026).

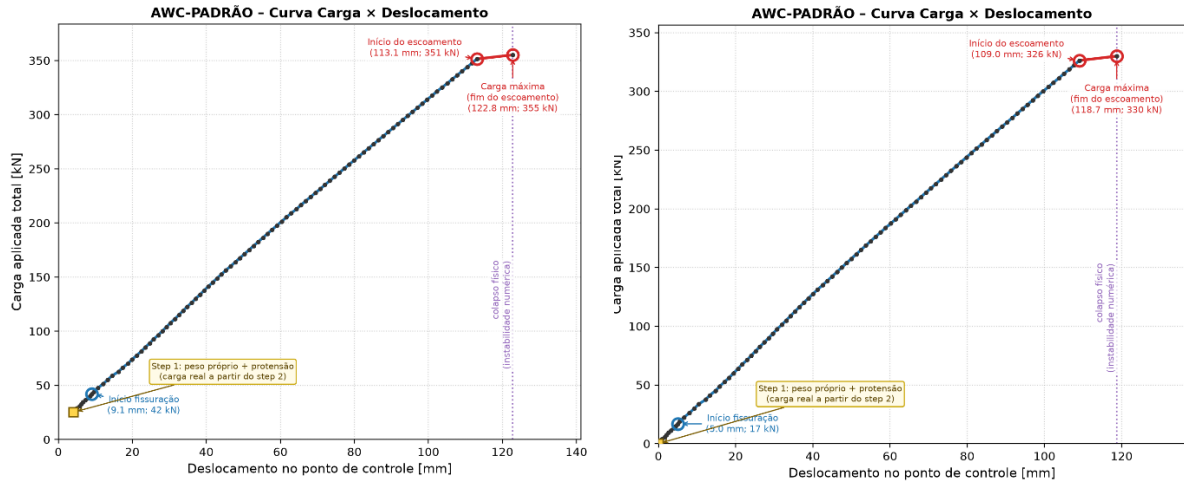
5.3.4.2 Referência do deslocamento e tratamento da carga permanente

O deslocamento é por padrão, referenciado ao estado anterior à aplicação da carga externa (último passo sob carga permanente). Subtraindo-se a flecha e a reação desse estado inicial, a curva passa a representar a resposta à carga de ensaio iniciando-se na origem (0;0). Essa é a convenção usual para curvas carga–flecha, pois isola a resposta da estrutura à carga aplicada, tomando as cargas permanentes como linha de base.

Opcionalmente, a rotina permite incluir a carga permanente no eixo da carga: nesse caso, soma-se a parcela permanente (igual à reação nos apoios no passo inicial) e utiliza-se a flecha real, de modo que a curva tem início no estado físico do passo 1 (carga permanente, flecha correspondente) em vez da origem. Essa opção é útil quando se deseja representar o estado absoluto de solicitação da estrutura.

A diferença dessas duas configurações é ilustrada nas curvas apresentadas pela Figura 51.

Figura 51 - Comparação das duas convenções



Fonte: Autor (2026).

5.3.5 Identificação automática dos pontos mecânicos e das fases

A partir da curva de resposta estrutural reconstruída, o algoritmo executa uma rotina de caracterização heurística para a identificação sistemática dos pontos críticos, que definem o comportamento mecânico da laje canal. Visando preservar a integridade física dos dados apresentados, a análise é tecnicamente delimitada ao domínio estável da simulação, processando a resposta estrutural até a detecção da iminência do colapso numérico.

Os critérios para a identificação automatizada dos pontos característicos fundamentam-se nas seguintes diretrizes:

- **Instabilidade Numérica e Colapso:** A interrupção da validade física da curva é detectada pela ocorrência do primeiro salto não físico de deslocamento parametrizado como um incremento diferencial superior a 20 vezes o incremento típico observado no estágio elástico inicial. Por diretriz metodológica, o trecho posterior a esse evento é por padrão. Descartado da representação gráfica principal assegurando que as conclusões sobre a capacidade resistente se baseiem exclusivamente em passos de carga, com convergência estabilizada. Embora, o trecho instável possa ser exibido para fins de inspeção diagnóstica.
- **Início da Fissuração:** Este estágio é demarcado no passo de análise em que a rigidez tangente do sistema sofre uma redução para um patamar inferior a 85% da rigidez inicial da seção íntegra. Esse critério atua como um indicador numérico fidedigno da perda de rigidez associada ao surgimento das primeiras fissuras de tração no concreto.

- **Escoamento das Armaduras:** A transição para o regime plástico é identificada pela região de inflexão da resposta (tecnicamente denominada "ponto de inflexão" da curva), definida algoritmicamente como o ponto em que a rigidez tangente decai abaixo de 50% da rigidez remanescente do trecho pós-fissuração. Nos modelos que dispõem de pontos de monitoramento de tensão nas barras, o escoamento é determinado de forma direta no primeiro passo em que a condição $|\sigma| \geq \sigma_y$ é satisfeita. Na ausência desses monitores, o algoritmo emprega métodos de bilinearização de igual energia ou a análise da curvatura máxima para estimar o início da plastificação.
- **Capacidade Última e Parâmetros de Pós-pico:** Grandezas como a carga máxima de pico, o regime de amolecimento (*softening*) e os índices de ductilidade estrutural são extraídos e registrados de forma sistemática sempre que a estabilidade numérica do modelo permite a captura do comportamento pós-crítico.

Com base na correlação desses pontos críticos, a ferramenta realiza o zoneamento da resposta estrutural, segmentando e colorindo a curva carga $\times$ deslocamento em até três fases distintas para facilitar a interpretação dos fenômenos de não linearidade:

1. **Fase Elástica (Seção Íntegra):** trecho inicial de resposta linear correspondente ao comportamento do concreto não fissurado;
2. **Fase Fissurada:** intervalo caracterizado pela progressão do dano na matriz de concreto, com a armadura operando ainda em regime elástico;
3. **Fase de Escoamento:** estágio final que representa o patamar de plastificação das armaduras longitudinais e a redistribuição terminal de esforços até o esgotamento da capacidade resistente da peça.

6. RESULTADOS

Os resultados apresentados neste capítulo derivam de simulações numéricas realizadas no software ATENA 2D, aplicadas a lajes canal protendidas com variadas configurações de armadura e materiais. A investigação foca na resposta não linear desses elementos, mapeando o comportamento estrutural desde a fase de seção íntegra até o estado limite último, com especial atenção à evolução da fissuração e à redistribuição de tensões decorrente do uso do aço CA-70

Diferente de uma análise linear simples, o carregamento foi aplicado sob um regime incremental-iterativo simulando um protocolo de ensaio laboratorial virtual. No ATENA 2D, a magnitude da carga em cada passo de análise (*Step*) não é fixa, sendo controlada pelo parâmetro Step multiplier, que atua como um fator de escala sobre a carga de referência (q_{ref})

O carregamento aplicado em todos os modelos foi definido de forma incremental, por meio de passos sucessivos de cálculo (*Steps*). Cada incremento correspondeu a uma carga linear de 0,625 kN/m, aplicada uniformemente sobre a superfície superior da laje. Assim, a carga total em um determinado passo é expressa pela Equação 6.

$$q_{tot}(n) = q_{ref} \cdot \sum_{i=1}^n multiplier_i \quad \text{Eq. (6)}$$

Sendo n o número do passo de cálculo. Considerando o vão efetivo da laje canal igual a 6,0 m, a força total atuante sobre o modelo em cada incremento é dada pela Equação 7.

$$P_{tot}(n) = q_{tot} \cdot 6. \quad \text{Eq. (7)}$$

A variação estratégica do Step multiplier permitiu conciliar eficiência computacional e precisão numérica. Nas fases iniciais em regime elástico, utilizaram-se incrementos maiores para reduzir o tempo de processamento. Em contrapartida, nas proximidades do início da fissuração e do escoamento das armaduras, os incrementos foram refinados para assegurar a convergência do método iterativo e capturar com exatidão a alteração de rigidez e os fenômenos de instabilidade próximos ao colapso.

Essa estratégia de refinamento da discretização da carga é essencial para capturar com precisão o "ponto de inflexão" da curva carga $\times$ deslocamento e os fenômenos de instabilidade numérica próximos ao colapso.

Dessa forma, a relação entre o número de passos e a carga total não é meramente linear, mas sim um reflexo da sensibilidade da análise aos fenômenos mecânicos observados no ponto de monitoramento central.

6.1. Resultados do Modelo 1

O Modelo 1 corresponde à laje canal de referência, constituída por armadura passiva em aço CA-50 e armadura ativa de protensão. O comportamento estrutural foi avaliado a partir da correlação entre a carga aplicada, o deslocamento vertical no ponto de controle, a soma das reações de apoio, a abertura de fissura e os passos incrementais da análise não linear.

O ponto principal de controle dos deslocamentos foi definido no nó 286, localizado em $X = 3,00$ m, correspondente à região central do vão. Os valores de deslocamento foram referenciados ao estado obtido ao final do primeiro passo da análise, no qual se aplicaram o peso próprio e a protensão. Por essa razão, o deslocamento e a carga externa incremental são apresentados como nulos no step 1, embora o elemento já estava submetido ao estado inicial de tensões decorrente dessas ações. A Tabela 1 sintetiza os parâmetros e os respectivos resultados obtidos para o Modelo 1.:

Tabela 1 - Parâmetros identificados no Modelo 1

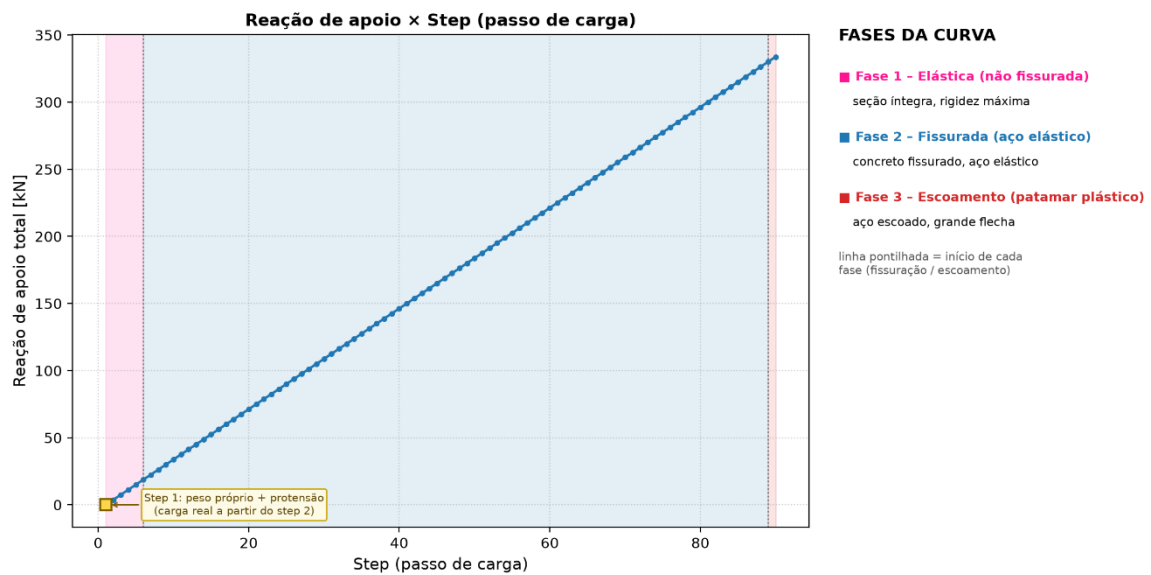
Parâmetro	Resultado
Rigidez inicial aproximada	3,93 kN/mm
Início convencional da fissuração monitorada	step 6
Carga no início convencional da fissuração	18,75 kN
Deslocamento no início convencional da fissuração	5,48 mm
Abertura de fissura nesse ponto	0,063 mm
Mudança acentuada de rigidez	step 89
Carga associada à mudança de rigidez	330,00 kN
Deslocamento associado	110,44 mm
Carga máxima no intervalo estável	333,75 kN
Deslocamento correspondente	121,14 mm
Abertura de fissura na carga máxima	0,528 mm
Início da instabilidade numérica	step 91
Índice de ductilidade aparente	1,10

Fonte: Autor (2026).

6.1.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global

Os gráficos Carga $\times$ Step (Figura 54) e Reação de apoio $\times$ Step (Figura 52) apresentam evolução praticamente linear até o step 90. A carga externa foi aplicada por incrementos nominais de 3,75 kN, atingindo 333,75 kN no último passo considerado estável. A soma das reações atingiu, no mesmo passo, 333,74 kN.

Figura 52 - Curva Reação de apoio $\times$ Step - Modelo 1

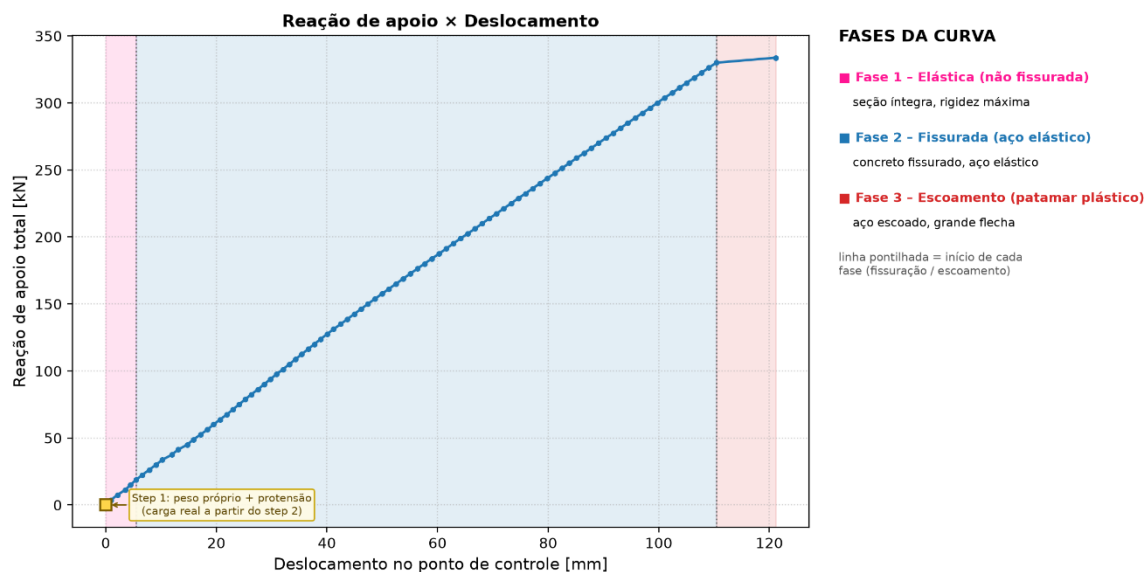


Fonte: Autor (2026).

A diferença entre a carga aplicada e a reação total foi inferior a 0,10 kN ao longo da faixa analisada. Na carga máxima estável, a diferença foi de apenas 0,01 kN correspondente a aproximadamente 0,003% da carga aplicada. Essa proximidade demonstra adequado equilíbrio global do modelo e indica que não ocorreram perdas significativas de carga associadas a inconsistências nas condições de contorno ou na extração das reações.

Essa interpretação é reforçada pelo gráfico Reação de apoio $\times$ Deslocamento (Figura 53). Até o deslocamento de aproximadamente 110,44 mm, a reação cresce de forma contínua com a deformação. No step 89, a reação total é aproximadamente 330,04 kN, enquanto a carga aplicada é 330,00 kN. No step 90, correspondente ao deslocamento de 121,14 mm, os valores passam para 333,74 kN e 333,75 kN, respectivamente.

Figura 53 - Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 1

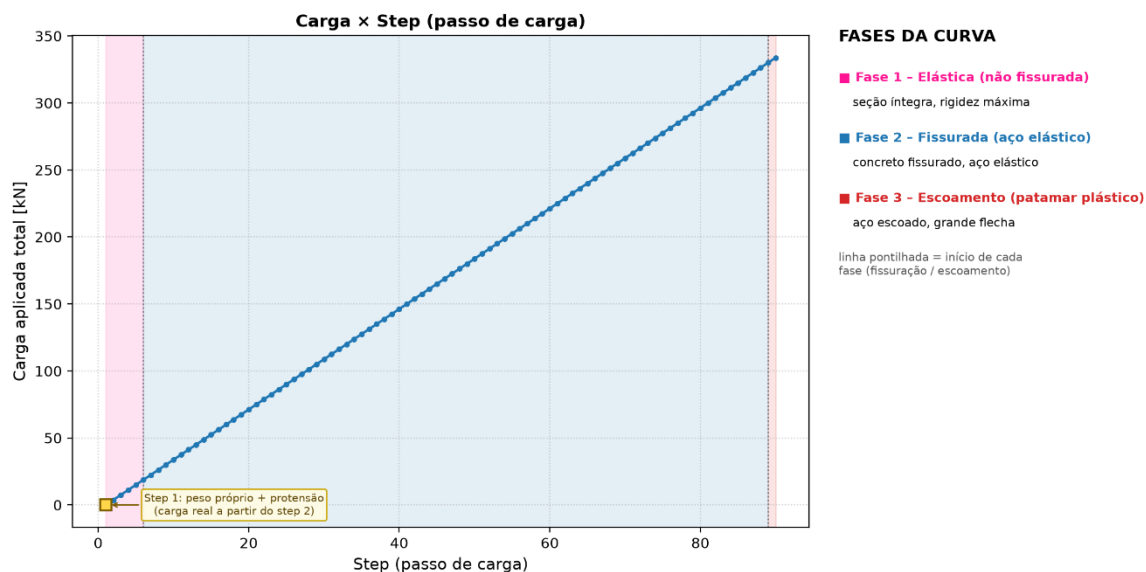


Fonte: Autor (2026).

Portanto, a mudança de inclinação observada na curva carga–deslocamento não resulta de desequilíbrio global entre ações e reações. Ela representa efetivamente uma redução da rigidez tangente do sistema estrutural.

Entretanto, os gráficos em função do step são interpretados principalmente como instrumentos de verificação do procedimento incremental. A linearidade da curva Carga $\times$ Step (Figura 54) decorre da própria estratégia de aplicação da carga e não significa que o comportamento estrutural tenha permanecido linear. A não linearidade é identificada nos gráficos que correlacionam a carga ou a reação com os deslocamentos e com a abertura das fissuras.

Figura 54 - Curva Carga x Step - Modelo 1



Fonte: Autor (2026).

6.1.2 Estado inicial e efeito da protensão

O step 1 representa a aplicação do peso próprio e da protensão, antes do início da carga externa incremental. Como os resultados de carga e deslocamento foram referenciados a esse estado, os gráficos apresentam valores iguais a zero nesse passo.

Todavia, o monitor de fissuração registra abertura de 0,028 mm no step 1. Isso demonstra que a estrutura já apresentava uma deformação localizada ou uma abertura numérica residual no ponto monitorado durante o estabelecimento do estado inicial.

Consequentemente, não se considera tecnicamente rigoroso afirmar que todo o trecho inicial corresponde a uma seção absolutamente íntegra e sem qualquer fissuração. Entende-se a denominação “fase não fissurada” como uma simplificação associada ao comportamento global de elevada rigidez, e não como comprovação de ausência total de abertura de fissuras no modelo.

A condição de “início da fissuração” adotada no step 6 corresponde, mais precisamente, ao primeiro instante em que a abertura monitorada superou o limite convencional de 0,05 mm. Assim, denomina-se o valor de 18,75 kN como início convencional da fissuração significativa no ponto monitorado.

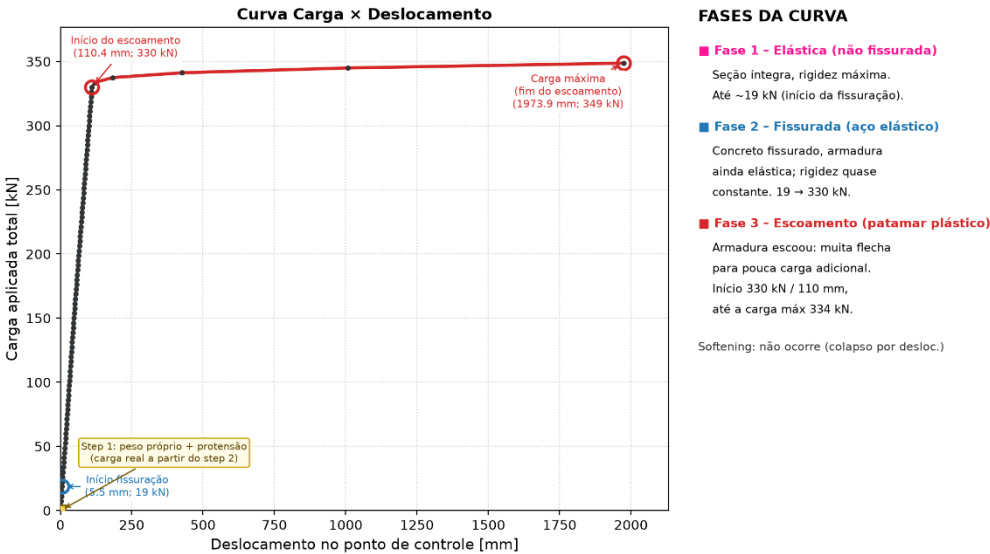
Essa ressalva é fundamental, pois o concreto pode apresentar microfissuração ou abertura localizada inferior ao limite adotado antes desse passo, decorrente da combinação entre os esforços de protensão (introduzidos via variação térmica equivalente), a retração numérica

inicial desenvolvida no equilíbrio do Step 1, a redistribuição interna de tensões e os efeitos de regularização do modelo constitutivo (crack band).

6.1.3 Comportamento carga–deslocamento

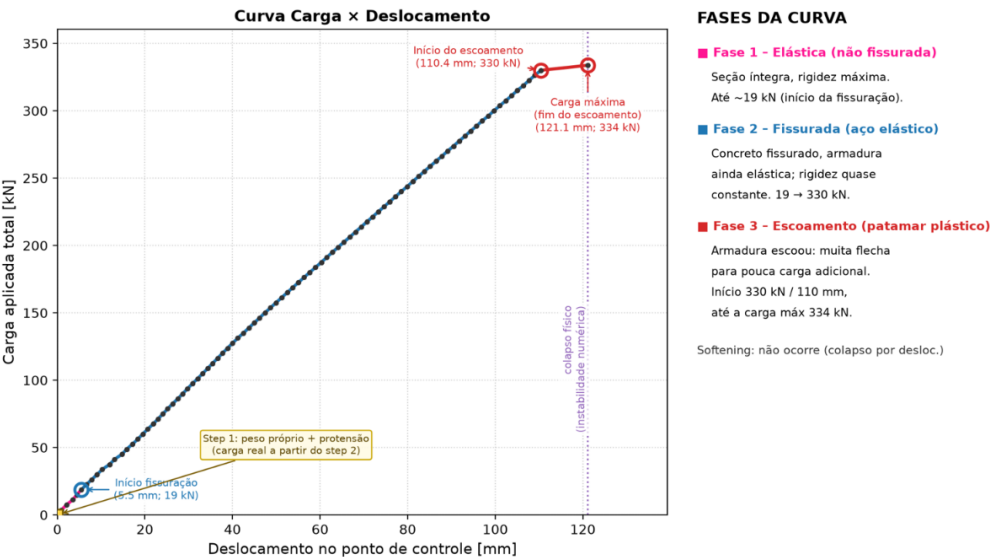
A curva Carga × Deslocamento evidencia três regiões principais de comportamento, evidenciada nas Figuras 55 e 56.

Figura 55 - Curva Carga x Deslocamento – Colapso Total - Modelo 1



Fonte: Autor (2026).

Figura 56 - Curva Carga x Deslocamento – Início do Colapso Total - Modelo 1



Fonte: Autor (2026).

a) Trecho inicial de maior rigidez

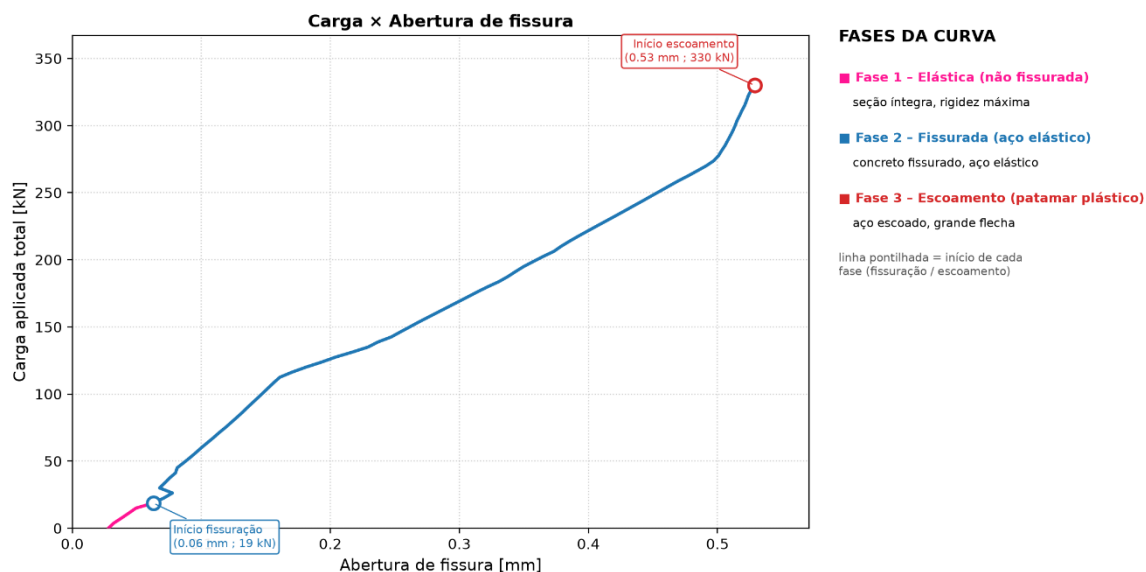
Entre o estado de referência e o step 6, a carga cresce até 18,75 kN, enquanto o deslocamento central atinge aproximadamente 5,48 mm. Considerando apenas o primeiro incremento, entre os steps 1 e 2, obtivemos rigidez inicial aproximada de:

$$k_0 = \frac{3,75}{0,954} \approx 3,93 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (8)}$$

Esse valor representa a rigidez tangente do primeiro incremento e não necessariamente uma rigidez elástica média válida para toda a primeira fase. Os incrementos subsequentes já apresentam variações de rigidez indicando que a resposta começou a sofrer influência gradual da fissuração e da redistribuição interna de tensões antes da ocorrência de um ponto de inflexão claramente definido na curva.

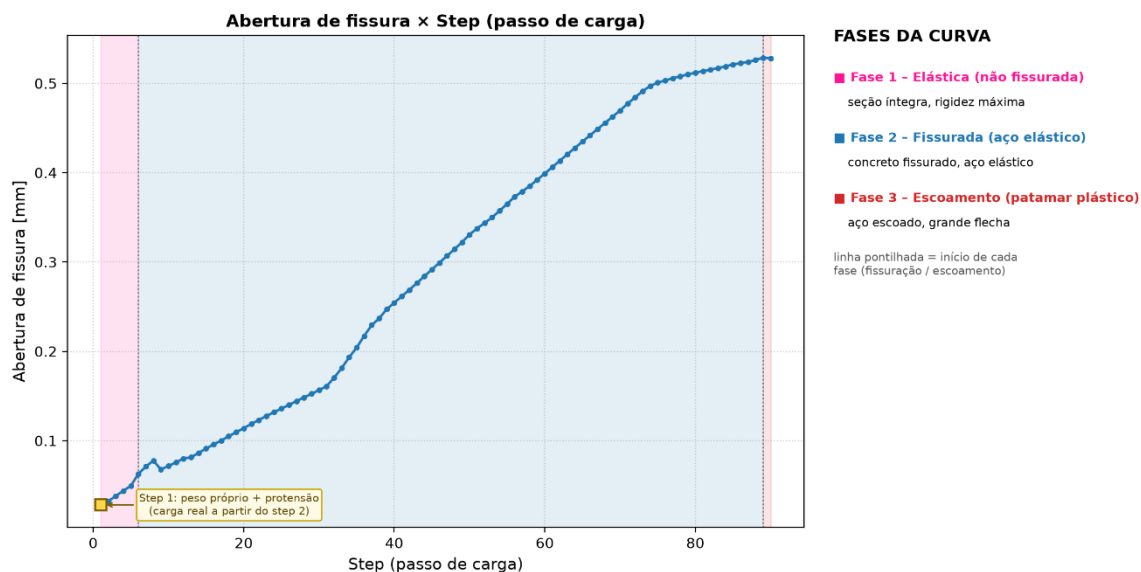
No deslocamento de 5,48 mm, identificado na curva carga–deslocamento como o início convencional da fissuração, o gráfico Carga × Abertura de fissura (Figura 57) registra abertura próxima de 0,063 mm. Simultaneamente, o gráfico Abertura de fissura × Step (Figura 58) mostra a ultrapassagem do limite de 0,05 mm no step 6. A coincidência entre esses resultados confirma que estabelecemos a alteração de fase a partir do monitor de abertura de fissura e não somente por avaliação visual da curva carga–deslocamento.

Figura 57 - Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 1



Fonte: Autor (2026).

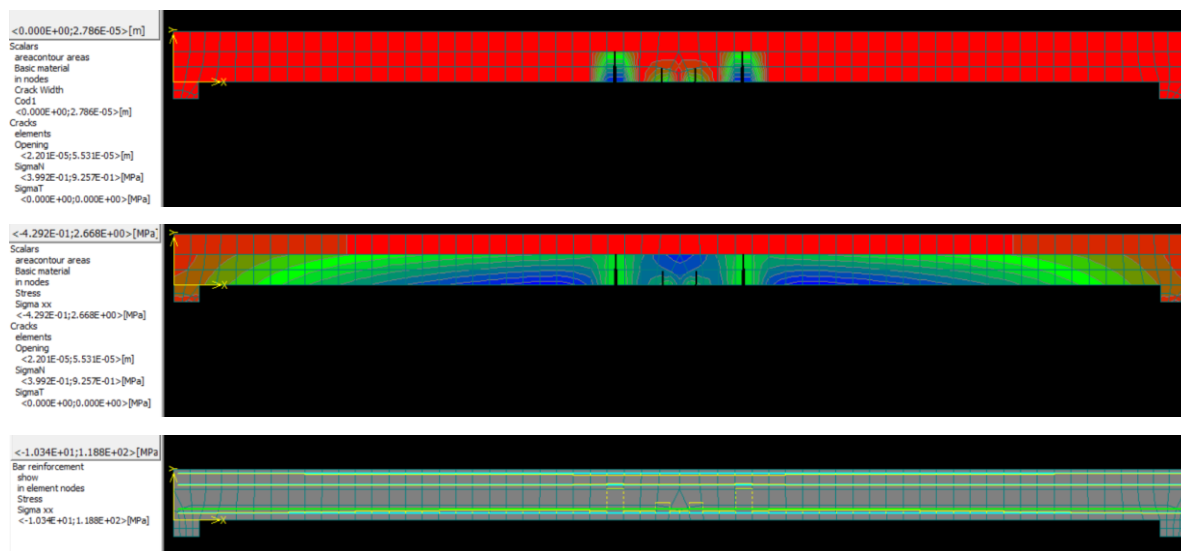
Figura 58 - Curva Abertura de Fissura x Step- Modelo 1



Fonte: Autor (2026).

A Figura 59 apresenta os campos de abertura de fissuras, tensão normal e deformação total do Modelo 1 no step 6, correspondente à carga aplicada de 8,75 kN.

Figura 59 – Step 6: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; início da fissuração – Modelo 1



Fonte: Autor (2026)

b) Trecho fissurado com elevada capacidade de incremento de carga

Após o step 6, a estrutura permanece capaz de receber incrementos expressivos de carga. A resposta carga–deslocamento mantém comportamento aproximadamente linear em escala

global até próximo de 330 kN, embora com rigidez inferior à inicial e com crescimento progressivo da abertura de fissuras.

Essa fase estende-se de aproximadamente:

$$P = 18,75 \text{ kN}$$

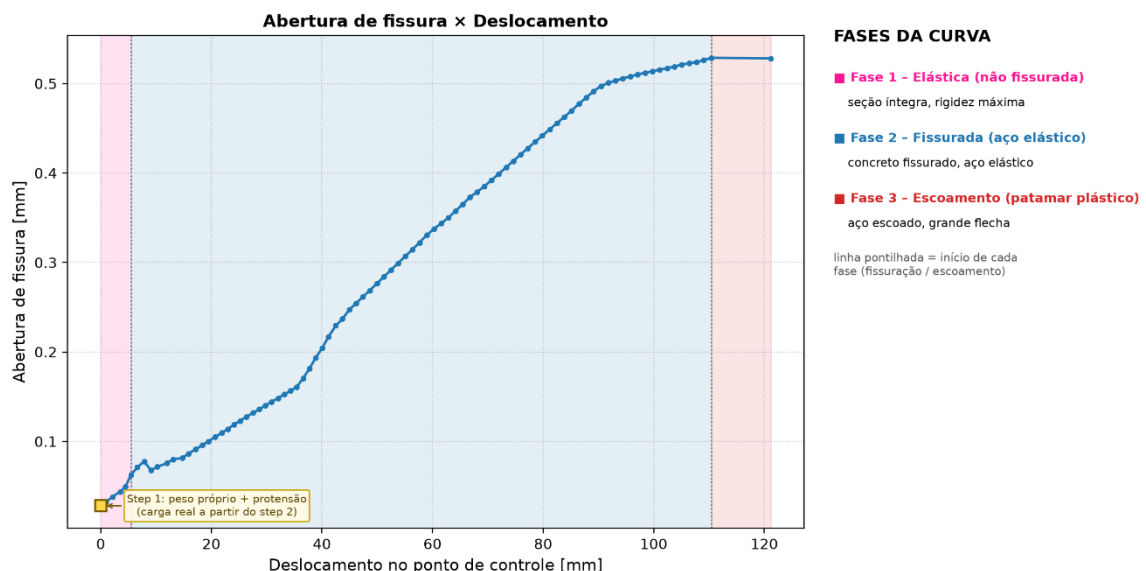
até:

$$P \approx 330,00 \text{ kN}$$

No início da fase, o deslocamento é de 5,48 mm e a abertura monitorada é de aproximadamente 0,063 mm. Próximo ao seu término, no step 89, o deslocamento alcança 110,44 mm e a abertura de fissura chega a 0,529 mm.

O gráfico Abertura de fissura × Deslocamento mostra que o crescimento da abertura não ocorre com uma única inclinação. Entre aproximadamente 5 e 10 mm de deslocamento, observa-se uma oscilação inicial, com aumento da abertura para cerca de 0,08 mm e posterior redução para aproximadamente 0,068 mm. Esse comportamento pode estar relacionado à redistribuição das deformações entre fissuras, à mudança da fissura crítica monitorada ou à regularização, do modelo constitutivo.

Figura 60 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 1

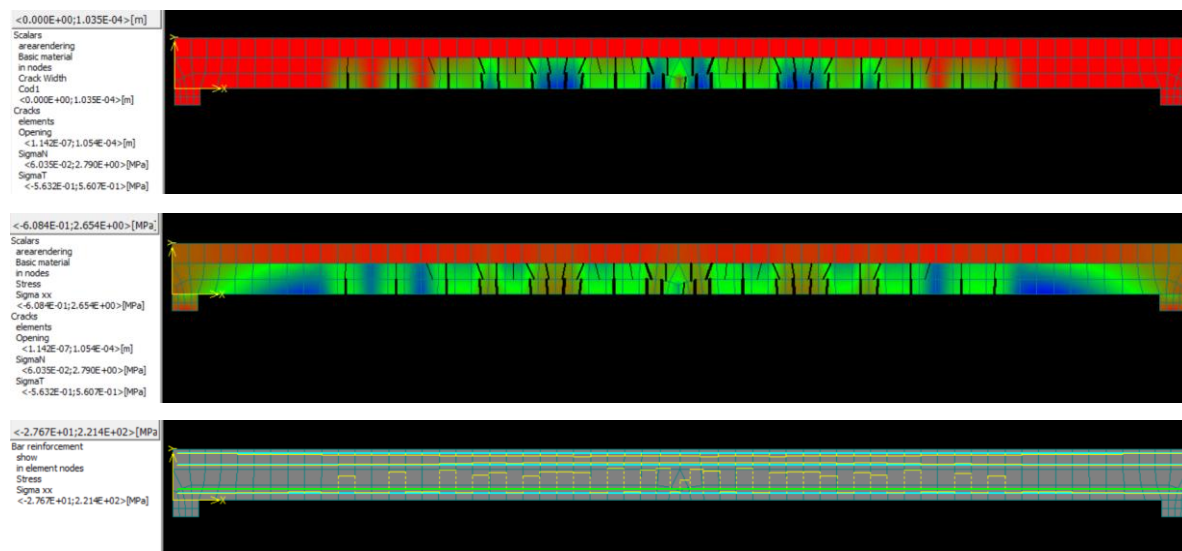


Fonte: Autor (2026).

Após essa acomodação, a abertura cresce progressivamente. Entre aproximadamente 35 e 45 mm de deslocamento, ocorre um aumento mais acentuado, de cerca de 0,16 para 0,24 mm. Na sequência, entre 45 e 90 mm, observa-se crescimento aproximadamente contínuo até cerca de 0,49 mm.

A Figura 61 apresenta os campos de abertura de fissuras, tensão normal e deformação total do Modelo 1 no step 13, correspondente à carga aplicada de 45,00 kN.

Figura 61 – Step 13: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; regime pós fissurado – Modelo 1.



Fonte: Autor (2026)

Identifica-se a mesma evolução nos gráficos Carga $\times$ Abertura de fissura (Figura 57) e Abertura de fissura $\times$ Step (Figura 58). Portanto, o crescimento das deformações não corresponde apenas ao deslocamento global da laje, mas é acompanhado por uma ampliação consistente da fissura monitorada demonstrando a progressiva perda de rigidez do concreto tracionado.

Apesar disso, a curva carga–deslocamento permanece quase linear durante grande parte dessa fase. Esse resultado indica que a fissuração foi progressiva e que a armadura longitudinal continuou proporcionando rigidez e capacidade resistente suficientes para evitar uma redução abrupta da capacidade portante.

6.1.4 Transição para o regime de baixa rigidez

A alteração mais significativa do comportamento ocorre entre os steps 89 e 90. No step 89, obteve-se:

$$P_{89} = 330,00 \text{ kN} \quad \delta_{89} = 110,44 \text{ mm} \quad w_{89} = 0,529 \text{ mm}$$

No step seguinte, a carga aumentou apenas 3,75 kN, atingindo 333,75 kN, enquanto o deslocamento cresceu 10,70 mm, alcançando 121,14 mm. A rigidez incremental nesse intervalo foi:

$$k_{89-90} = \frac{333,75 - 330,00}{121,14 - 110,44} \approx 0,35 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (9)}$$

Esse valor corresponde a aproximadamente 9% da rigidez inicial de 3,93 kN/mm. Portanto, identifica-se uma redução superior a 90% da rigidez tangente em relação ao primeiro incremento.

Essa alteração aparece simultaneamente em diversos gráficos:

- na curva Carga × Deslocamento, ocorre o ponto de inflexão e o início do trecho quase horizontal;
- na curva Reação de apoio × Deslocamento, a reação cresce apenas de aproximadamente 330,04 para 333,74 kN, apesar do aumento expressivo do deslocamento;
- na curva Abertura de fissura × Deslocamento, a abertura permanece aproximadamente constante entre 0,529 e 0,528 mm;
- na curva Carga × Abertura de fissura, a carga aumenta enquanto a abertura monitorada deixa de crescer de maneira significativa.

A análise conjunta demonstra que a grande deformação desenvolvida entre os steps 89 e 90 não foi acompanhada por crescimento equivalente da fissura específica monitorada. Isso sugere que nesse estágio, a deformabilidade adicional passou a ser governada por outro mecanismo, como escoamento da armadura, redistribuição das deformações para outras fissuras, rotação localizada de uma região crítica ou formação de mecanismo plástico.

O ponto de inflexão da curva é, portanto, compatível com o início de um regime de forte degradação da rigidez. Contudo, não se considera esse aspecto suficiente, isoladamente para comprovar o escoamento efetivo do aço.

A identificação desse ponto é apresentada como uma inferência baseada na mudança de inclinação da resposta global. Para confirmá-la, precisamos analisar diretamente a tensão ou a deformação da armadura no ATENA, verificando se:

$$\sigma_s \geq f_y \quad \text{Eq. (10)}$$

ou, de forma equivalente:

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad \text{Eq. (11)}$$

Na ausência desse monitoramento direto, associa-se o step 89 ao início provável do escoamento da armadura ou à formação de um mecanismo de baixa rigidez em razão do ponto de transição identificado na curva carga–deslocamento.

6.1.5 Carga máxima e estado limite da faixa estável

Registrou-se a maior carga pertencente à faixa considerada estável no step 90:

$$P_{\max} = 333,75 \text{ kN}$$

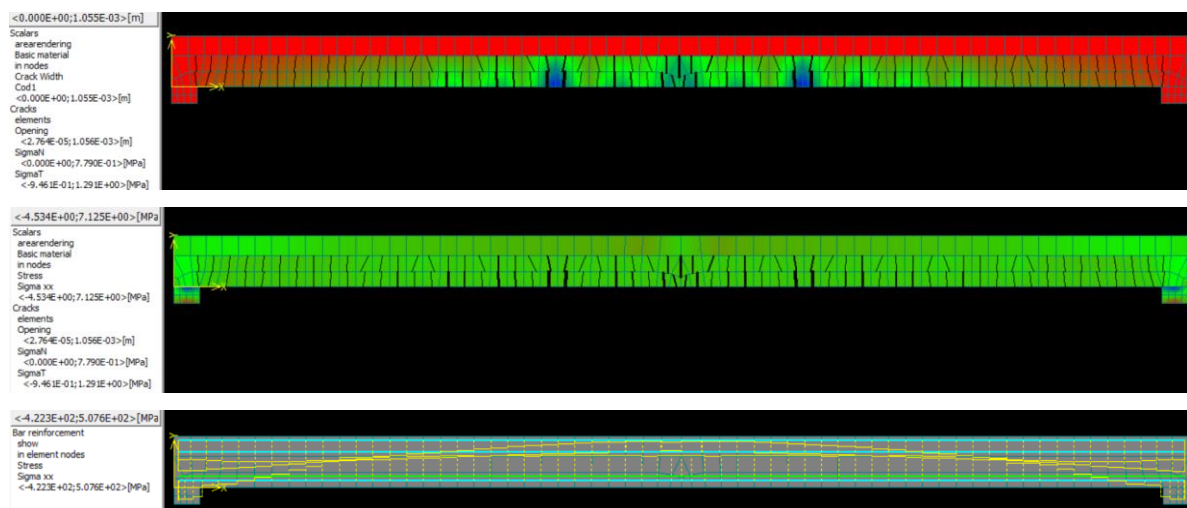
com:

$$\delta_{\max} = 121,14 \text{ mm}$$

A soma das reações nesse passo foi de 333,74 kN, corroborando o equilíbrio global. A abertura da fissura monitorada foi de 0,528 mm, praticamente igual ao valor de 0,529 mm observado no step anterior.

A Figura 62, apresenta os campos de abertura de fissuras, tensão normal e deformação total do Modelo 1 no step 90, correspondente à carga aplicada de 333,75 kN.

Figura 62 – Step 90: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; colapso estrutural – Modelo 1.



Fonte: Autor (2026)

A carga máxima estável é apenas 1,14% superior à carga associada ao ponto de inflexão da curva:

$$\frac{333,75 - 330,00}{330,00} \times 100 \approx 1,14\% \quad \text{Eq. (12)}$$

Em contrapartida, o deslocamento aumentou aproximadamente 9,7% no mesmo intervalo:

$$\frac{121,14 - 110,44}{110,44} \times 100 \approx 9,7\% \quad \text{Eq. (13)}$$

Essa relação — grande incremento de deslocamento para pequeno ganho de carga — caracteriza a proximidade do esgotamento da capacidade resistente estável do sistema.

Não se observa ramo descendente de carga dentro do intervalo considerado fisicamente admissível. Portanto, os resultados não permitem caracterizar um amolecimento (softening) estrutural completo. O que se observa é a aproximação de um patamar de carga, seguida por perda progressiva da rigidez e instabilidade.

6.1.6 Instabilidade após o step 90

A partir do step 91, os deslocamentos aumentam de maneira desproporcional aos incrementos de carga, como mostra a Tabela 2:

Tabela 2 – Fragmento da Tabela Evolução Carga X Deslocamento – Modelo 1

Step	Carga (kN)	Deslocamento (mm)
89	330,00	110,44
90	333,75	121,14
91	337,50	183,64
92	341,25	426,04
93	345,00	1.006,94
94	348,75	1.973,94

Entre os steps 90 e 91, um incremento de apenas 3,75 kN provoca aumento de aproximadamente 62,50 mm no deslocamento. A rigidez incremental reduz-se para:

$$k_{90-91} = \frac{3,75}{62,50} = 0,06 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (14)}$$

Nos incrementos seguintes, a rigidez cai para aproximadamente 0,015, 0,006 e 0,004 kN/mm. Esses valores são inferiores a 0,1%–1,5% da rigidez inicial, demonstrando que o modelo passou a apresentar deslocamentos praticamente livres para pequenos acréscimos de carga.

O gráfico ampliado da curva carga–deslocamento incluindo os steps 91 a 94, mostra um patamar quase horizontal com deslocamento próximo de 2.000 mm. Esses valores não são interpretados como uma resposta física válida da laje, indicando a formação de mecanismo estrutural, a perda quase completa da rigidez tangente, a instabilidade geométrica ou material, ou a incapacidade do controle por força de acompanhar o ramo pós-crítico.

Assim, adota-se o step 90 como o último ponto estável para a avaliação da capacidade resistente. Os steps posteriores são utilizados para identificar a ocorrência da instabilidade, mas não para estabelecer uma capacidade resistente adicional de 348,75 kN.

Não se considera tecnicamente correto interpretar 348,75 kN como resistência última física do modelo, pois essa carga está associada a um deslocamento de aproximadamente 1,97 m, incompatível com a geometria e com os pressupostos de validade da análise.

6.1.7 Evolução da fissuração

O monitor central apresentou abertura inicial de 0,028 mm no step 1. Com o início da carga externa, a abertura aumentou progressivamente, superando 0,05 mm no step 6 para carga de 18,75 kN e deslocamento de 5,48 mm.

- No decorrer da fase fissurada, a abertura apresentou três padrões principais:
- crescimento inicial com pequenas oscilações até aproximadamente 0,08 mm;
- crescimento progressivo mais acentuado entre aproximadamente 0,10 e 0,49 mm;
- estabilização próxima de 0,53 mm entre os steps 89 e 91.

No step 89, a abertura atinge 0,529 mm. Na carga máxima estável, no step 90, reduz-se discretamente para 0,528 mm. Essa redução de 0,001 mm é muito pequena e não representa fechamento estrutural relevante da fissura. Ela pode decorrer de redistribuição de deformações, alteração da orientação da fissura, mudança da fissura dominante ou tolerâncias numéricas.

A estabilização da abertura justamente no ponto em que o deslocamento global aumenta de 110,44 para 121,14 mm demonstra que a fissura monitorada deixou de ser o único indicador representativo da deformação estrutural. A partir desse estágio, outras regiões ou outros mecanismos passaram a controlar a resposta.

Nos steps 92 a 94, a abertura volta a crescer, atingindo 0,640, 0,835 e 1,904 mm. No entanto, esses valores pertencem ao regime de instabilidade e os apresentamos separadamente, sem confundi-los com o comportamento estável da laje.

6.1.8 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão

Na carga máxima estável, foram obtidos os seguintes deslocamentos nos três pontos monitorados:

$X = 1,50 \text{ m}$: 91,81 mm;

$X = 3,00 \text{ m}$: 121,14 mm;

$X = 4,50 \text{ m}$: 81,86 mm.

Como esperado, o maior deslocamento ocorre na região central do vão. Entretanto, os pontos teoricamente simétricos em $X = 1,50 \text{ m}$ e $X = 4,50 \text{ m}$ apresentaram diferença de aproximadamente 9,95 mm:

$$91,81 - 81,86 = 9,95 \text{ mm} \quad \text{Eq. (15)}$$

Essa diferença corresponde a cerca de 11,5% do valor médio dos dois pontos laterais. Caso a geometria, os carregamentos, a protensão e as condições de apoio sejam rigorosamente simétricos, precisamos investigar essa assimetria.

Torna-se necessário investigar essa assimetria, cujas causas prováveis incluem a posição não perfeitamente equivalente dos nós monitorados, diferenças nas condições de apoio, localização ou sequência assimétrica das fissuras, ou imperfeições numéricas decorrentes da solução não linear.

Essa assimetria precisa ser verificada antes da comparação final entre os diferentes modelos, a fim de impedir que diferenças de malha ou monitoramento sejam interpretadas equivocadamente como efeitos do tipo de armadura.

6.1.9 Ductilidade aparente

Utilizando o deslocamento associado ao ponto de inflexão da curva como deslocamento de escoamento e o deslocamento do último ponto estável como deslocamento último, obteve-se:

$$\mu_{\delta} = \frac{\delta_u}{\delta_y} = \frac{121,14}{110,44} \approx 1,10 \quad \text{Eq. (16)}$$

Esse valor indica pequena reserva de deformação entre o início do regime de baixa rigidez e a carga máxima estável. Portanto, considerando exclusivamente esse critério, o modelo apresentou ductilidade pós-escoamento limitada.

Entretanto, o valor $\mu_{\delta} = 1,10$ é tratado como um índice aparente de ductilidade, visto que:

- O ponto de escoamento foi identificado por mudança de inclinação da resposta global, e não pela tensão diretamente medida na armadura;
- O deslocamento último foi definido pelo último passo numericamente estável;
- O modelo não apresentou ramo descendente estável;
- O controle por força limita a descrição do comportamento pós-pico.

Para comparar a ductilidade entre os modelos, é necessário aplicar uniformemente o mesmo procedimento de identificação de δ_y e δ_u em todas as análises.

Preferencialmente, o deslocamento de escoamento deve ser obtido a partir do monitor de tensão ou deformação da armadura, investigando-se a resposta pós-crítica por controle de deslocamento ou método arc-length.

6.1.10 Validação Analítica via Modelos de Pfeil e NBR 6118:2026

A fim de verificar a consistência das respostas obtidas no software ATENA 2D frente ao comportamento físico do concreto protendido, realizou-se a comparação entre os resultados numéricos e as estimativas analíticas baseadas nas equações de equilíbrio da seção transversal. Para essa avaliação, utilizaram-se as formulações de Pfeil (1984) e os critérios estabelecidos pela ABNT NBR 6118 (2026).

6.1.10.1 Memória de Cálculo e Parâmetros Analíticos

O cálculo manual foi efetuado considerando a seção em "T" equivalente com mesa de 125 cm e altura útil (d) de aproximadamente 27 cm, compatível com o centro de gravidade das cordoalhas e das barras passivas adotados na modelagem. As propriedades dos materiais basearam-se nas características do concreto C40 ($f_{ck}=40$ MPa), da armadura ativa CP190-RB ($\sigma_{pi}=1376,4$ MPa) e da armadura passiva CA-50 ($f_{yk}=500$ MPa).

A carga de fissuração (P_{cr}) teórica foi estimada pelo momento de descompressão somado à resistência à tração média do concreto ($f_{ct,m}$), resultando em uma carga equivalente de aproximadamente 23,50 kN. Para a capacidade resistente última (P_u), adotou-se o critério de equilíbrio no Estado Limite Último (ELU), em que a resultante de tração das armaduras (R_{td}) é equilibrada pelo bloco de compressão do concreto na mesa superior, resultando em uma força de ruína analítica de 362,00 kN.

6.1.10.2 Confronto de Resultados e Análise de Erros

A Tabela 3 sintetiza a comparação entre as grandezas obtidas pela simulação não linear e as estimativas analíticas.

Tabela 3 – Validação Comparativa: Analítico (NBR/Pfeil) vs. Numérico (ATENA 2D)

Grandeza	Analítico (NBR/Pfeil)	Numérico (ATENA 2D)	Diferença (%)
Carga de Fissuração (P_{cr})	23,50 kN	19,00 kN	-23,60%
Carga de Ruína (P_u)	362,00 kN	334,00 kN	-8,40%

Fonte: Autor (2026).

Quanto à capacidade resistente última, a convergência obtida (diferença de -8,40%) confirma a coerência do modelo. A pequena diferença entre os valores (334 kN no modelo numérico frente a 362 kN no cálculo analítico) decorre da consideração explícita da energia de fratura do concreto ($G_f=120$ N/m) e da degradação inelástica no software, fatores que reduzem a rigidez terminal de forma mais precisa do que a simplificação do bloco de tensões retangular da norma.

6.2 Resultados do Modelo 2

O Modelo 2 corresponde à laje canal com nervura armada por duas barras longitudinais de aço CA50 com diâmetro de 16 mm. O comportamento estrutural foi avaliado a partir da

correlação entre a carga aplicada, o deslocamento vertical no ponto de controle, a soma das reações de apoio, a abertura de fissura e os passos incrementais da análise não linear.

Definiu-se o ponto principal de controle dos deslocamentos no nó 286, localizado em $X = 3,00$ m, correspondente à região central do vão. Os valores de deslocamento foram referenciados ao estado obtido ao final do primeiro passo da análise. Por essa razão, o deslocamento e a carga externa incremental são apresentados como nulos no step 1, embora o elemento já estava submetido ao estado inicial de tensões decorrente das ações aplicadas nessa etapa.

Os principais parâmetros identificados para o modelo foram:

Tabela 4 - Parâmetros identificados no Modelo 2

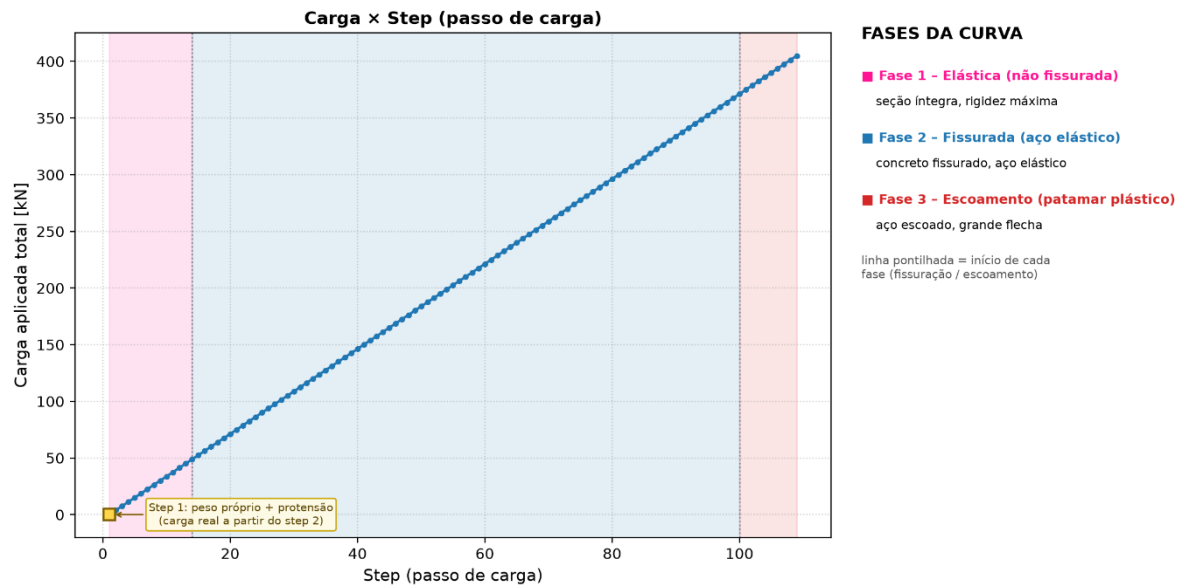
Parâmetro	Resultado
Rigidez inicial aproximada	4,03 kN/mm
Início convencional da fissuração monitorada	step 14
Carga no início convencional da fissuração	48,75 kN
Deslocamento no início convencional da fissuração	12,50 mm
Abertura de fissura nesse ponto	aproximadamente 0,05 mm
Mudança acentuada de rigidez	step 100
Carga associada à mudança de rigidez	371,25 kN
Deslocamento associado	102,27 mm
Abertura de fissura nesse ponto	aproximadamente 0,40 mm
Carga máxima no intervalo estável	405,00 kN
Deslocamento correspondente	174,17 mm
Abertura de fissura na carga máxima	0,447 mm
Início da instabilidade numérica	step 110
Índice de ductilidade aparente	1,70

Fonte: Autor (2026).

6.2.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global

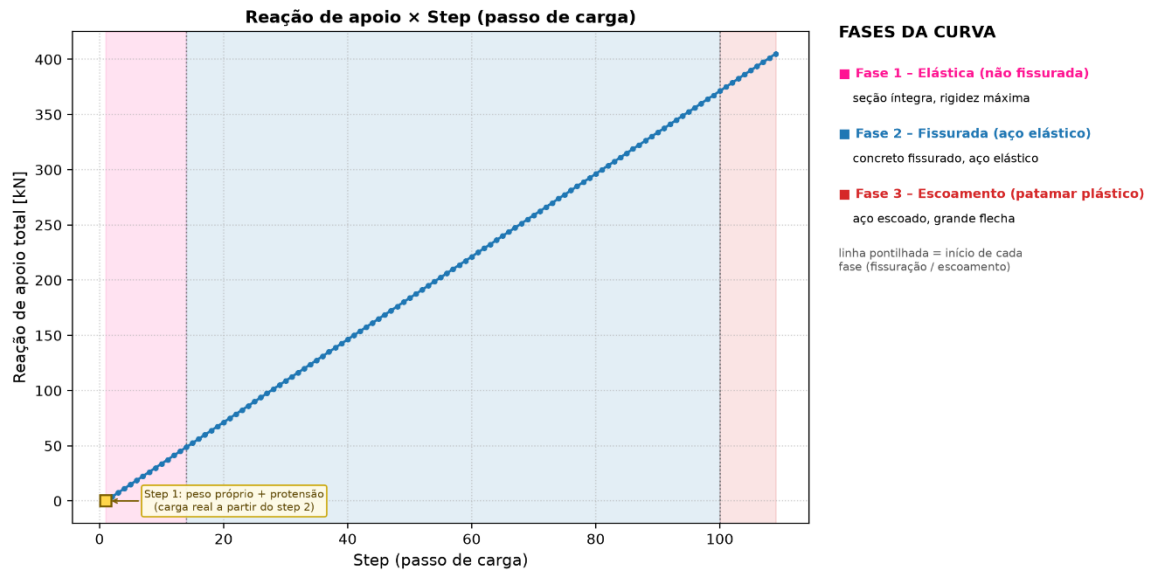
Os gráficos Carga $\times$ Step (Figura 63) e Reação de apoio $\times$ Step (Figura 64) apresentam evolução praticamente linear até o step 109. Aplicou-se a carga externa por incrementos nominais de 3,75 kN, atingindo 405,00 kN no último passo considerado estável. A soma das reações atinge, no mesmo passo, 405,04 kN.

Figura 63 - Curva Carga × Step - Modelo 2



Fonte: Autor (2026).

Figura 64 - Curva Reação de apoio x Step – Modelo 2

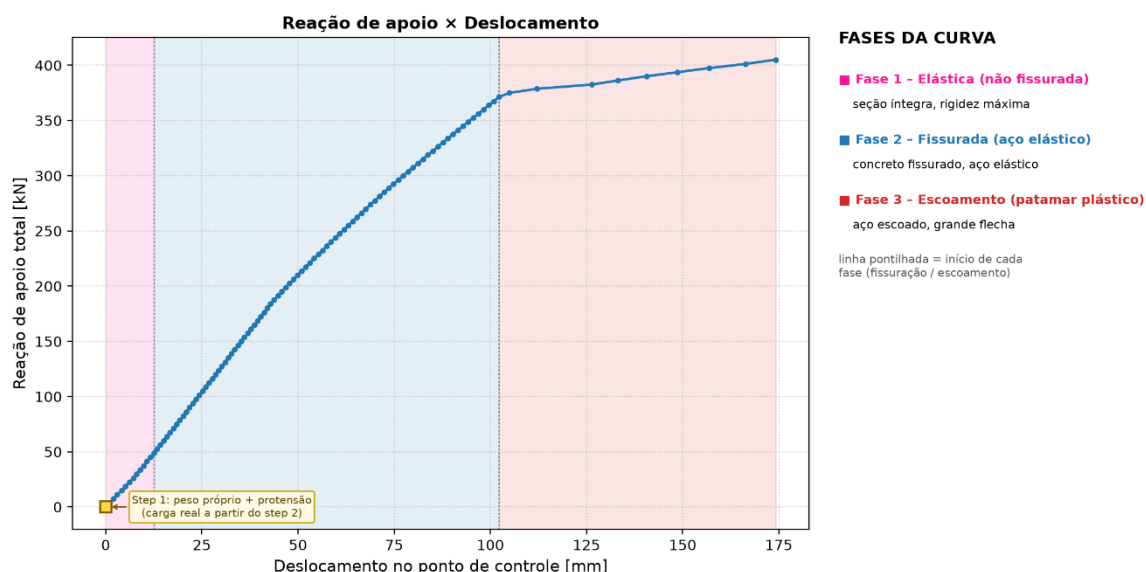


Fonte: Autor (2026).

A diferença entre a carga aplicada e a reação total na carga máxima é de apenas 0,04 kN, correspondente a aproximadamente 0,010% da carga aplicada. Essa proximidade demonstra adequado equilíbrio global do modelo e indica que não ocorreram perdas significativas de carga associadas a inconsistências nas condições de contorno ou na extração das reações.

O gráfico Reação de apoio × Deslocamento (Figura 65) reforça essa interpretação. Até o deslocamento de aproximadamente 102,27 mm, a reação cresce de forma contínua com a deformação. Próximo ao step 100, a reação total atinge aproximadamente 371 kN, enquanto a carga aplicada corresponde a 371,25 kN. No step 109, correspondente ao deslocamento de 174,17 mm, a reação total e a carga aplicada atingem 405,04 kN e 405,00 kN, respectivamente.

Figura 65- Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 2



Fonte: Autor (2026).

Portanto, a mudança de inclinação observada na curva carga–deslocamento não resulta de desequilíbrio global entre ações e reações. Ela representa efetivamente uma redução da rigidez tangente do sistema estrutural.

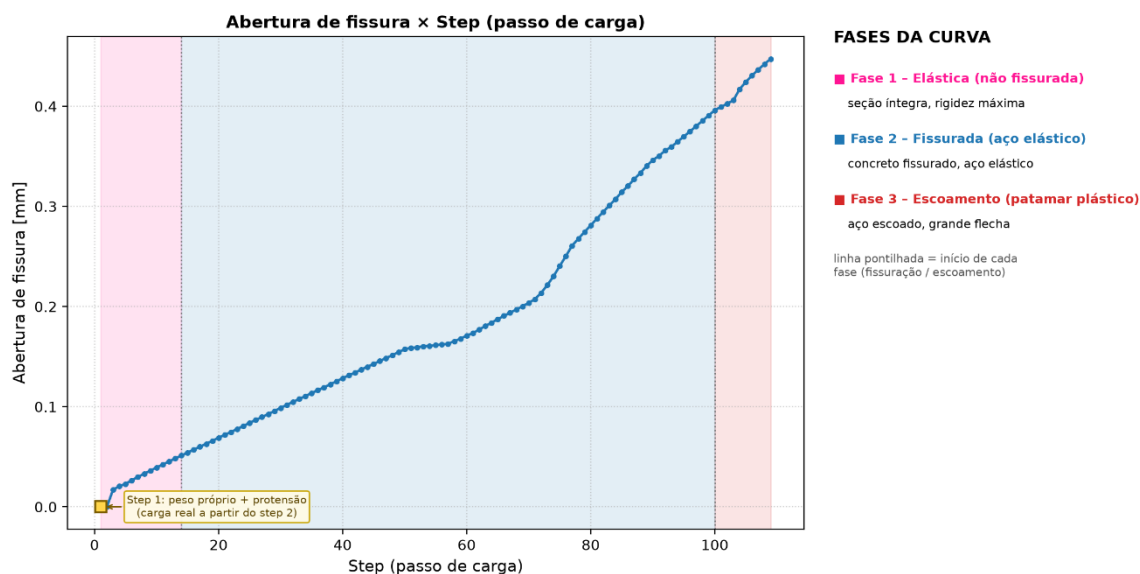
No entanto, os gráficos em função do step são interpretados principalmente como instrumentos de verificação do procedimento incremental. A linearidade das curvas Carga × Step e Reação de apoio × Step decorre da própria estratégia de aplicação da carga e não significa que o comportamento estrutural tenha permanecido linear. A não linearidade aparece nos gráficos que correlacionam a carga ou a reação com os deslocamentos e com a abertura das fissuras.

6.2.2 Estado inicial do modelo

O step 1 representa o estabelecimento do estado inicial da análise, antes do início da carga externa incremental. Como os resultados de carga e deslocamento foram referenciados a esse estado, os gráficos apresentam valores iguais a zero nesse passo.

O gráfico Abertura de fissura × Step indica abertura igual a 0,000 mm no step 1. Assim, o ponto monitorado ainda não apresentava abertura de fissura mensurável no estado inicial da análise.

Figura 66- Abertura de Fissura x Step- Modelo 2



Fonte: Autor (2026).

A abertura começa a crescer nos primeiros incrementos, mas adotou-se como início convencional da fissuração significativa o primeiro instante em que o valor monitorado supera 0,05 mm. Essa condição ocorre no step 14 para carga de 48,75 kN e deslocamento central de aproximadamente 12,50 mm.

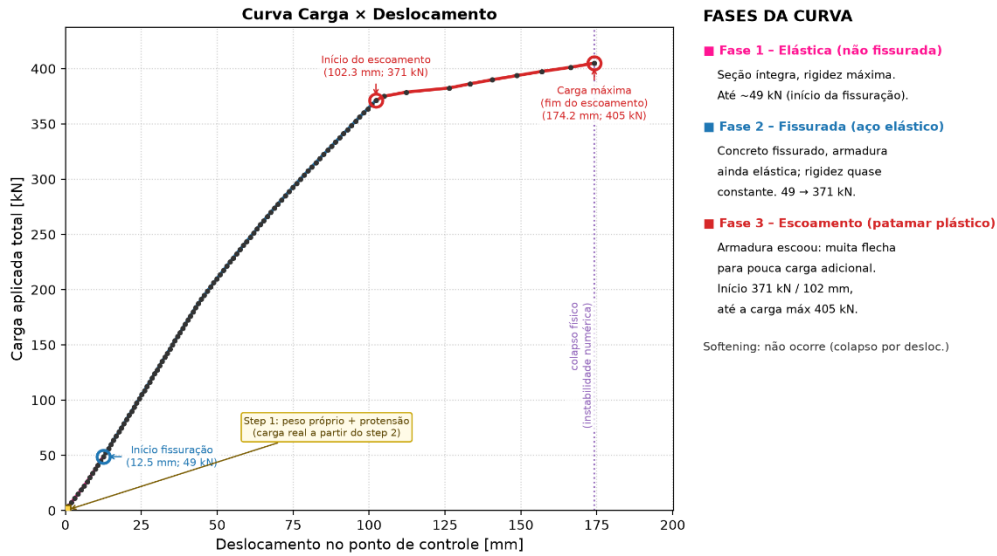
Portanto, esse ponto é denominado: início convencional da fissuração significativa no ponto monitorado.

Essa definição não implica que o concreto permaneceu absolutamente íntegro até o step 14. Microfissuras ou processos localizados de degradação podem ter se iniciado anteriormente, mas ainda com abertura inferior ao limite convencional utilizado para identificar a transição entre as fases.

6.2.3 Comportamento carga–deslocamento

A curva Carga × Deslocamento (Figura 67) evidencia três regiões principais de comportamento.

Figura 67 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 2



Fonte: Autor (2026).

a) Trecho inicial de maior rigidez

Entre o estado de referência e o step 14, a carga cresce até 48,75 kN, enquanto o deslocamento central atinge aproximadamente 12,50 mm. Considerando o primeiro incremento da análise obteve-se rigidez inicial aproximada de:

$$k_0 \approx 4,03 \text{ kN/mm}$$

Esse valor representa a rigidez tangente do trecho inicial e não necessariamente uma rigidez elástica média válida para toda a primeira fase. À medida que os incrementos avançam, pequenas alterações na inclinação da curva indicam o início gradual da degradação do concreto tracionado e da redistribuição interna dos esforços.

No deslocamento de 12,50 mm, identificado na curva carga–deslocamento como o início convencional da fissuração, o gráfico Carga × Abertura de fissura registra abertura próxima de 0,05 mm. Simultaneamente, o gráfico Abertura de fissura × Step mostra a ultrapassagem desse limite no step 14.

Figura 68- Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 2

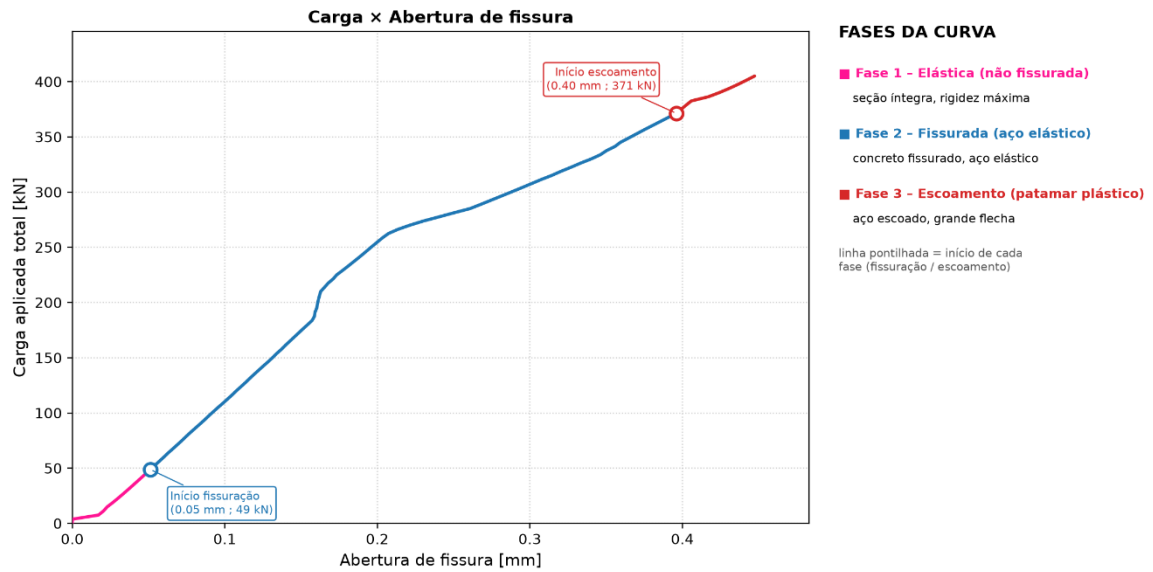
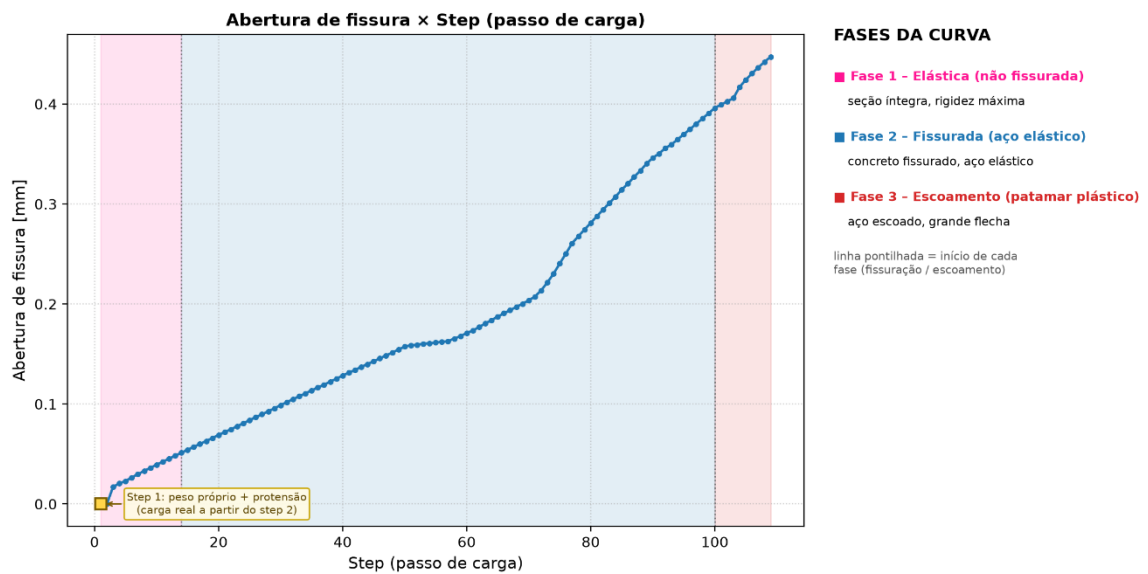


Figura 69 - Curva Abertura de fissura X Step - Modelo 2



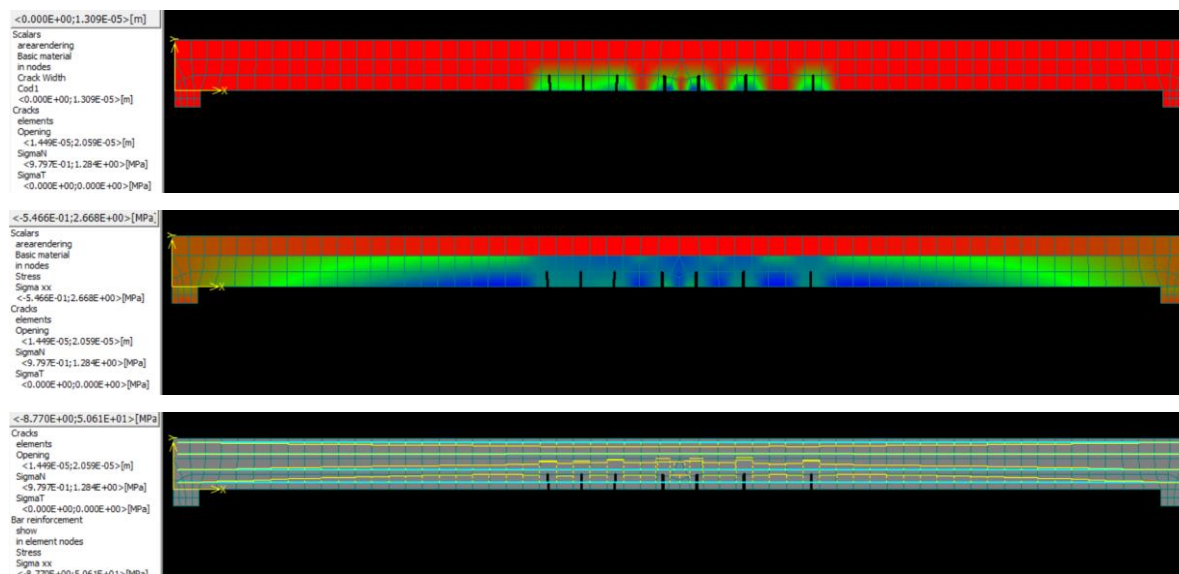
Fonte: Autor (2026).

A coincidência entre esses resultados confirma que a mudança de fase foi estabelecida, com base no monitor de abertura de fissura e não somente por avaliação visual da curva carga–deslocamento.

A

Figura 70 apresenta os campos de abertura de fissuras, tensão normal e deformação total do Modelo 2 no step 14, correspondente ao início da fissuração.

Figura 70 – Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; início da fissuração – Modelo 2



Fonte: Autor (2026)

b) Trecho fissurado com elevada capacidade de incremento de carga

Após o step 14, a estrutura permanece capaz de receber incrementos expressivos de carga. A resposta carga–deslocamento mantém comportamento aproximadamente linear em escala global até próximo de 371,25 kN, embora com alterações graduais de rigidez e crescimento progressivo da abertura das fissuras.

Essa fase estende-se de aproximadamente:

$$P = 48,75 \text{ kN}$$

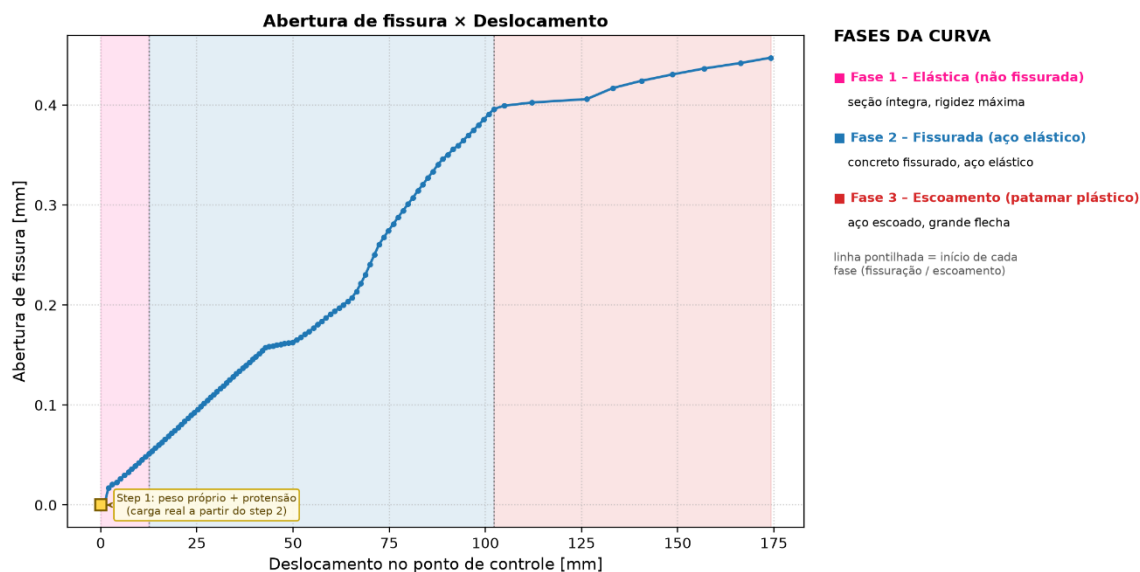
até:

$$P \approx 371,25 \text{ kN}$$

No início da fase, o deslocamento é de aproximadamente 12,50 mm e a abertura monitorada é próxima de 0,05 mm. Próximo ao seu término, no step 100, o deslocamento alcança 102,27 mm e a abertura de fissura chega a aproximadamente 0,40 mm.

O gráfico Abertura de fissura $\times$ Deslocamento (Figura 71) mostra que a evolução da fissura não ocorre com uma única inclinação. Inicialmente, entre aproximadamente 12,5 e 45 mm de deslocamento. A abertura cresce de cerca de 0,05 para 0,16 mm apresentando comportamento relativamente regular.

Figura 71 - Curva Abertura de Fissura X Deslocamento - Modelo 2



Fonte: Autor (2026).

Entre aproximadamente 45 e 55 mm de deslocamento ocorre uma pequena redução na taxa de crescimento da abertura, formando um trecho próximo de um patamar em torno de 0,16 mm. Esse comportamento pode estar relacionado à redistribuição das deformações entre diferentes regiões fissuradas ou à mudança da fissura crítica representada pelo monitor.

Após essa acomodação, a abertura volta a crescer. Entre aproximadamente 55 e 70 mm de deslocamento, aumenta de cerca de 0,16 para 0,22 mm. A partir desse ponto ocorre uma intensificação do processo de fissuração, com crescimento mais acentuado até aproximadamente 0,40 mm no deslocamento de 102,27 mm.

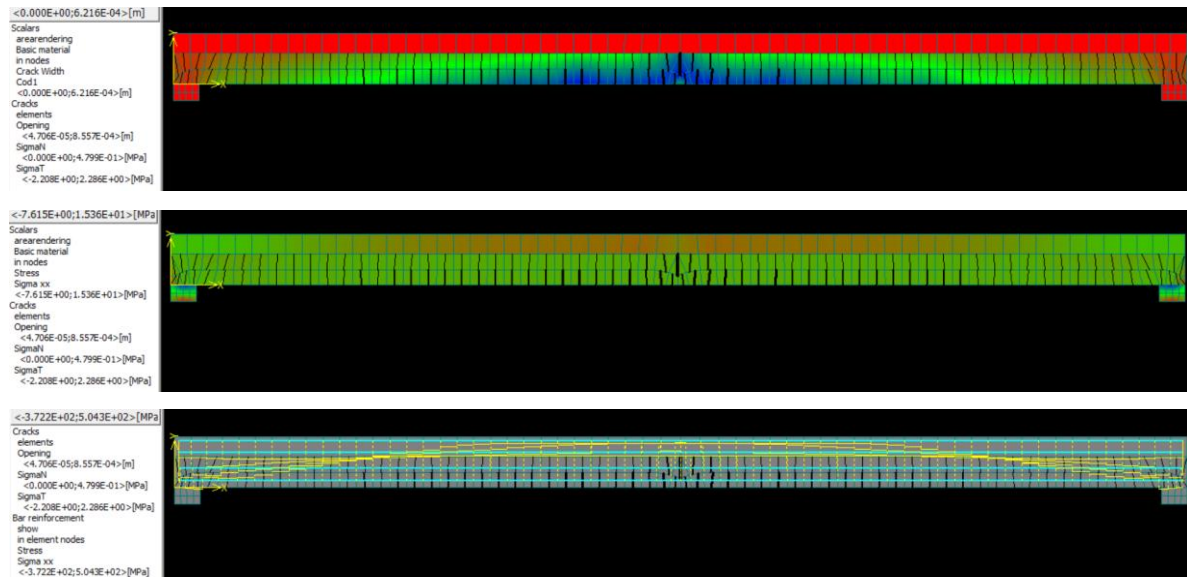
A mesma evolução aparece nos gráficos Carga × Abertura de fissura (Figura 68) e Abertura de fissura × Step (Figura 69). No gráfico carga–fissura, a mudança de inclinação próxima da abertura de 0,16 a 0,18 mm coincide com uma alteração na relação entre o aumento da carga e o desenvolvimento da fissuração. No gráfico fissura–step, essa transição ocorre aproximadamente entre os steps 55 e 75.

Assim, o crescimento das deformações não corresponde apenas ao deslocamento global da laje, mas é acompanhado por uma ampliação consistente da fissura monitorada. Esse comportamento demonstra a progressiva degradação da rigidez do concreto tracionado e a transferência crescente dos esforços para a armadura longitudinal.

Apesar da fissuração progressiva, a curva carga–deslocamento permanece próxima de uma relação linear durante grande parte dessa fase. Esse resultado indica que a armadura

longitudinal continuou proporcionando rigidez e capacidade resistente suficientes para evitar uma redução abrupta da capacidade portante.

Figura 72 – Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – regime pós-fissurado – Modelo 2



Fonte: Autor (2026)

A Figura 72 apresenta os campos de abertura de fissuras, tensão normal e deformação total no step 105, situado após a mudança acentuada de inclinação identificada no step 100 e ainda dentro da faixa estável do Modelo 2. Nesse estágio, a fissuração já se encontra distribuída ao longo de uma extensão significativa da nervura. Enquanto os campos de tensão e deformação evidenciam a redistribuição dos esforços internos e o aumento da deformabilidade global do sistema.

A região central permanece como a zona de maior solicitação, mas o padrão observado indica que a resposta estrutural passa a envolver uma parcela mais extensa do vão. Esse comportamento é coerente com as curvas carga–deslocamento e reação–deslocamento, nas quais a inclinação diminui de forma significativa após o step 100, caracterizando um regime de baixa rigidez.

Ao mesmo tempo, a abertura da fissura monitorada apresenta variação relativamente pequena nos primeiros incrementos posteriores à mudança de inclinação da curva, apesar do aumento expressivo do deslocamento global. Assim, a resposta local apresentada na Figura 45 corrobora a interpretação de que no step 105, a deformação adicional já não permanece concentrada exclusivamente na fissura monitorada passando a ser distribuída entre diferentes fissuras, deformações da armadura e rotações localizadas ao longo da nervura.

6.2.4 Transição para o regime de baixa rigidez

A alteração mais significativa do comportamento ocorre a partir do step 100. Nesse ponto, obtivemos:

$$P_{100} = 371,25 \text{ kN} \quad \delta_{100} = 102,27 \text{ mm} \quad w_{100} \approx 0,40 \text{ mm}$$

Após esse ponto, a curva carga–deslocamento apresenta redução acentuada de inclinação. Entre o step 100 e o step 109, a carga aumenta de 371,25 para 405,00 kN, enquanto o deslocamento cresce de 102,27 para 174,17 mm.

A rigidez média nesse intervalo é:

$$k_{100-109} = \frac{405,00-371,25}{174,17-102,27} k_{100-109} \approx 0,47 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (17)}$$

Esse valor corresponde a aproximadamente 11,7% da rigidez inicial de 4,03 kN/mm. Portanto, ocorre uma redução aproximada de 88,3% da rigidez tangente média após o ponto de inflexão da curva.

Essa alteração aparece simultaneamente em diversos gráficos:

- na curva Carga $\times$ Deslocamento, ocorre o ponto de inflexão e o início do trecho de menor inclinação;
- na curva Reação de apoio $\times$ Deslocamento, a reação cresce lentamente apesar do aumento expressivo do deslocamento;
- na curva Abertura de fissura $\times$ Deslocamento, a abertura permanece próxima de 0,40 mm nos primeiros incrementos posteriores ao ponto de inflexão;
- na curva Carga $\times$ Abertura de fissura, a relação muda de inclinação na proximidade de 371 kN e 0,40 mm.

A análise conjunta mostra que após o step 100, o aumento do deslocamento passa a ser proporcionalmente muito superior ao incremento de carga. Ao mesmo tempo, a abertura da fissura monitorada apresenta pequena variação inicial, passando de aproximadamente 0,40 mm no início do novo regime para cerca de 0,41 mm nos incrementos imediatamente posteriores.

Esse comportamento sugere que a deformabilidade adicional deixou de ser governada exclusivamente pela abertura da fissura específica monitorada. Outras fissuras, rotações localizadas, deformações da armadura ou a formação de um mecanismo plástico podem ter passado a controlar a resposta global.

O ponto de inflexão da curva é compatível com o início de um regime de forte degradação da rigidez. Contudo, esse ponto isoladamente não é suficiente para comprovar o escoamento efetivo do aço.

A identificação do step 100 é apresentada como uma inferência baseada na mudança de inclinação da resposta global. Para confirmar o escoamento, é necessário analisar diretamente a tensão ou a deformação da armadura no ATENA, verificando se:

$$\sigma_s \geq f_y$$

ou, de forma equivalente:

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$$

O step 100 foi associado ao início provável do escoamento da armadura, ou à formação de um mecanismo de baixa rigidez, em razão do ponto de inflexão identificado na curva carga–deslocamento.

6.2.5 Desenvolvimento do regime pós-escoamento

Após o início provável do escoamento, o modelo ainda apresenta capacidade de receber carga adicional. Entre os steps 100 e 109, a carga cresce de 371,25 para 405,00 kN, correspondendo a um acréscimo de:

$$\Delta P = 405,00 - 371,25 \quad \Delta P = 33,75 \text{ kN} \quad \text{Eq. (18)}$$

Esse aumento representa aproximadamente:

$$\frac{405,00 - 371,25}{371,25} \times 100 \approx 9,1\% \quad \text{Eq. (19)}$$

Em contrapartida, o deslocamento aumenta de 102,27 para 174,17 mm:

$$\Delta \delta = 174,17 - 102,27 \quad \Delta \delta = 71,90 \text{ mm} \quad \text{Eq. (20)}$$

Esse crescimento corresponde a aproximadamente:

$$\frac{174,17 - 102,27}{102,27} \times 100 \approx 70,3\% \quad \text{Eq. (21)}$$

Portanto, após o ponto de inflexão da curva ocorre aumento de aproximadamente 70% no deslocamento para um ganho de apenas 9% na capacidade resistente. Essa relação caracteriza um regime de baixa rigidez, no qual a estrutura desenvolve grandes deformações para pequenos incrementos de carga.

O gráfico Reação de apoio × Deslocamento confirma esse comportamento. Depois de aproximadamente 102 mm de deslocamento, a curva torna-se significativamente menos inclinada evidenciando que o aumento da reação total deixa de acompanhar proporcionalmente o crescimento das deformações.

O gráfico Abertura de fissura × Deslocamento também mostra uma alteração importante. Após atingir aproximadamente 0,40 mm no deslocamento de 102,27 mm, a abertura cresce lentamente até cerca de 0,41 mm, mesmo com o deslocamento aumentando para aproximadamente 126 mm. Posteriormente, a fissura volta a crescer de forma mais evidente, alcançando 0,447 mm na carga máxima.

A coincidência entre o patamar inicial da abertura da fissura e o forte aumento dos deslocamentos reforça a hipótese de que, no início do regime pós-escoamento, a deformação adicional foi distribuída entre outros mecanismos estruturais e não apenas concentrada na fissura monitorada.

6.2.6 Carga máxima e estado limite da faixa estável

A maior carga pertencente à faixa considerada estável foi registrada no step 109:

$$P_{\max} = 405,00 \text{ kN}$$

com:

$$\delta_{\max} = 174,17 \text{ mm}$$

A soma das reações nesse passo foi de 405,04 kN, corroborando o equilíbrio global do modelo. A abertura da fissura monitorada atingiu 0,447 mm.

A carga máxima estável é aproximadamente 9,1% superior à carga associada ao ponto de inflexão da curva. Em contrapartida, o deslocamento aumentou aproximadamente 70,3% no mesmo intervalo.

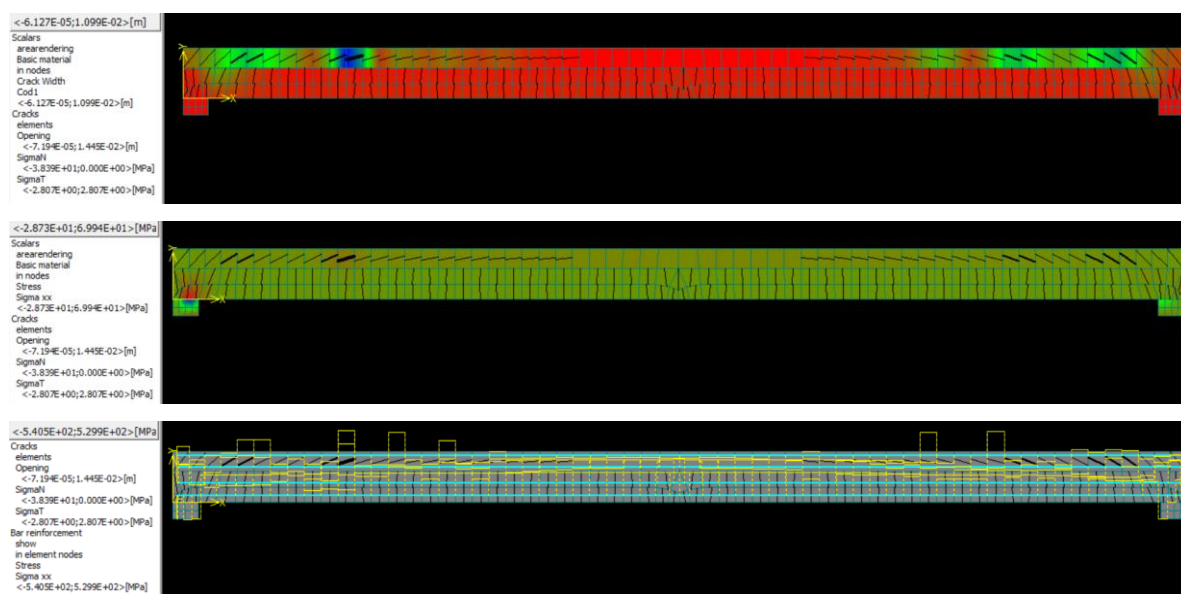
Essa relação — grande incremento de deslocamento para pequeno ganho de carga — caracteriza a proximidade do esgotamento da capacidade resistente estável do sistema.

Não ocorre ramo descendente de carga dentro do intervalo considerado fisicamente admissível. Assim, os resultados não permitem caracterizar um softening estrutural completo, entendido como redução da carga resistente com o aumento dos deslocamentos.

Os resultados mostram um trecho pós-escoamento com rigidez reduzida, no qual a carga ainda aumenta gradualmente enquanto os deslocamentos crescem de forma muito mais acentuada. Após o step 109, o modelo passa a apresentar sinais de instabilidade numérica.

A Figura 73 apresenta os campos de abertura de fissuras, tensão normal e deformação total no step 109, pertencente ao regime posterior ao último estado estável do Modelo 2. Nesse estágio, a fissuração encontra-se amplamente distribuída ao longo da nervura, enquanto a deformada apresenta curvatura acentuada e os campos de tensão e deformação evidenciam uma configuração estrutural fortemente degradada. A região central permanece como a zona de maior solicitação, mas o padrão observado indica intensa redistribuição dos esforços internos ao longo do vão.

Figura 73 - Step 109: Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – colapso numérico – Modelo 2



Fonte: Autor (2026)

Esse comportamento é coerente com a resposta global do modelo, na qual, após o step 109, pequenos incrementos de carga passam a produzir aumentos desproporcionais dos deslocamentos. Assim, a resposta local apresentada na Figura 73 corrobora a interpretação de que o step 109 já pertence ao regime de instabilidade numérica. Por essa razão, essa configuração é utilizada apenas para ilustrar a evolução do mecanismo instável, não devendo ser considerada para a definição da capacidade resistente física do modelo, que permanece limitada ao último estado estável, identificado no step 109.

6.2.7 Instabilidade após o step 109

A partir do step 110, o deslocamento aumenta de maneira desproporcional ao incremento de carga. Entre os steps 109 e 110, a carga nominal aumenta em apenas 3,75 kN, enquanto o deslocamento passa de 174,17 para aproximadamente 217,20 mm.

Assim, o incremento de deslocamento é de:

$$\Delta\delta = 217,20 - 174,17 \Delta\delta \approx 43,03 \text{ mm} \quad \text{Eq. (22)}$$

A rigidez incremental nesse intervalo é:

$$k_{109-110} = \frac{3,75}{43,03} k_{109-110} \approx 0,087 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (23)}$$

Esse valor corresponde a aproximadamente 2,2% da rigidez inicial do modelo. A redução acentuada da rigidez mostra que o sistema passou a apresentar deslocamentos muito elevados para pequenos acréscimos de carga.

Esse comportamento indica: formação de mecanismo estrutural; perda quase completa da rigidez tangente; instabilidade geométrica ou material; incapacidade do controle por força de acompanhar adequadamente o ramo pós-crítico; ou convergência numérica para configurações excessivamente deformadas.

Assim, adotamos o step 109 como o último ponto estável para a avaliação da capacidade resistente. Os passos posteriores são utilizados para identificar o início da instabilidade, mas não para estabelecer uma capacidade resistente adicional.

6.2.8 Evolução da fissuração

O monitor central apresentou abertura igual a 0,000 mm no step 1. Com o início da carga externa, a abertura aumentou progressivamente, superando 0,05 mm no step 14 para carga de 48,75 kN e deslocamento de aproximadamente 12,50 mm.

No decorrer da análise, a abertura apresentou diferentes padrões de evolução:

1. crescimento inicial até aproximadamente 0,05 mm no início convencional da fissuração;
2. crescimento aproximadamente contínuo até cerca de 0,16 mm;
3. redução temporária da taxa de crescimento próxima de 0,16 mm;
4. novo aumento da abertura até aproximadamente 0,21 mm;
5. intensificação do crescimento até cerca de 0,40 mm no início provável do escoamento;
6. crescimento lento no início do regime pós-escoamento;
7. retomada do crescimento até 0,447 mm na carga máxima.

Entre os steps 50 e 60, aproximadamente, o gráfico Abertura de fissura $\times$ Step (Figura 66) apresenta um trecho quase horizontal, no qual a abertura se mantém próxima de 0,16 mm. Essa estabilização temporária pode indicar redistribuição das deformações para outras fissuras ou regiões da estrutura.

Posteriormente, entre aproximadamente os steps 70 e 80 ocorre nova mudança de inclinação, com aumento mais rápido da abertura. Esse trecho coincide com alterações identificadas no gráfico Carga $\times$ Abertura de fissura (Figura 68), no qual a relação entre carga e fissuração apresenta diferentes taxas de crescimento.

No step 100, correspondente ao início provável do escoamento, a abertura monitorada atinge aproximadamente 0,40 mm. Nos passos imediatamente posteriores, permanece próxima desse valor, apesar do aumento expressivo do deslocamento global.

Na carga máxima estável, no step 109, a abertura chega a 0,447 mm, dessa forma, mesmo após o início do regime de baixa rigidez, a fissura monitorada continua à evoluir, embora em uma taxa inferior à observada em determinados trechos da fase fissurada.

A leitura conjunta dos gráficos Carga $\times$ Abertura de fissura (Figura 68), Abertura de fissura $\times$ Step (Figura 66) e Abertura de fissura $\times$ Deslocamento (Figura 71) mostra que o processo de fissuração não ocorre de maneira uniforme. O modelo apresenta períodos de crescimento mais intenso, estabilização temporária e retomada da abertura, compatíveis com a redistribuição não linear dos esforços internos.

6.2.9 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão

Na carga máxima estável, foram obtidos os seguintes deslocamentos nos três pontos monitorados:

- $X = 1,50$ m: 150,27 mm;
- $X = 3,00$ m: 174,17 mm;
- $X = 4,50$ m: 126,67 mm.

Como esperado, o maior deslocamento ocorre na região central do vão. Entretanto, os pontos teoricamente simétricos em $X = 1,50$ m e $X = 4,50$ m apresentaram diferença de:

$$150,27 - 126,67 = 23,60 \text{ mm}$$

O valor médio dos dois deslocamentos laterais é:

$$\delta_{\text{médio}} = \frac{150,27 + 126,67}{2} \delta_{\text{médio}} = 138,47 \text{ mm} \quad \text{Eq. (24)}$$

Assim, a diferença corresponde a aproximadamente:

$$\frac{23,60}{138,47} \times 100 \approx 17,0\% \quad \text{Eq. (25)}$$

Caso a geometria, os carregamentos e as condições de apoio sejam rigorosamente simétricos, essa assimetria requer investigação. As possíveis causas incluem: posição não perfeitamente equivalente dos nós monitorados; diferenças nas condições de apoio; localização ou sequência assimétrica das fissuras; imperfeições numéricas decorrentes da solução não linear.

À assimetria não invalida automaticamente a análise, pois a fissuração localizada pode romper a simetria da solução mesmo em modelos geometricamente simétricos. Contudo, essa diferença precisa ser verificada antes da comparação final entre os diferentes modelos para impedir que diferenças de malha ou monitoramento sejam interpretadas equivocadamente como efeitos do tipo de armadura.

6.2.10 Ductilidade aparente

Utilizando o deslocamento associado ao ponto de inflexão da curva como deslocamento de escoamento e o deslocamento do último ponto estável como deslocamento último, obtemos:

$$\mu_{\delta} = \frac{\delta_u}{\delta_y} \mu_{\delta} = \frac{174,17}{102,27} \mu_{\delta} \approx 1,70 \quad \text{Eq. (26)}$$

Esse valor indica que o modelo manteve capacidade de desenvolver deformações adicionais após o início do regime de baixa rigidez. O deslocamento último estável foi aproximadamente 70% superior ao deslocamento associado ao ponto de inflexão da curva.

Entretanto, o valor $\mu_{\delta} = 1,70$ é tratado como um índice aparente de ductilidade, pois:

- ponto de escoamento foi identificado por mudança de inclinação, e não pela tensão medida na armadura;
- deslocamento último foi definido pelo último passo numericamente estável;
- modelo não apresentou ramo descendente estável;
- controle por força limita a descrição do comportamento pós-pico.

Para comparar a ductilidade entre os modelos, o mesmo procedimento de identificação de δ_y e δ_u deverá ser aplicado uniformemente em todas as análises. Preferencialmente, o deslocamento de escoamento deve ser obtido a partir do monitor de tensão ou deformação da armadura, e a resposta pós-crítica deve ser investigada por controle de deslocamento ou método arc-length.

6.3 Resultados do Modelo 3

O Modelo 3 corresponde à laje canal com nervura armada por duas barras longitudinais de aço CA-70 com diâmetro de 16 mm. O comportamento estrutural foi avaliado a partir da

correlação entre a carga aplicada, o deslocamento vertical no ponto de controle, a soma das reações de apoio, a abertura de fissura e os passos incrementais da análise não linear.

Definimos o ponto principal de controle dos deslocamentos no nó 286, localizado em $X = 3,00$ m, correspondente à região central do vão. Referenciamos os valores de deslocamento ao estado obtido ao final do primeiro passo da análise. Por essa razão, o deslocamento e a carga externa incremental são apresentados como nulos no step 1, embora o elemento já estava submetido ao estado inicial de tensões decorrente das ações aplicadas nessa etapa.

Os principais parâmetros identificados para o modelo foram:

Tabela 5 - Parâmetros do Modelo 3

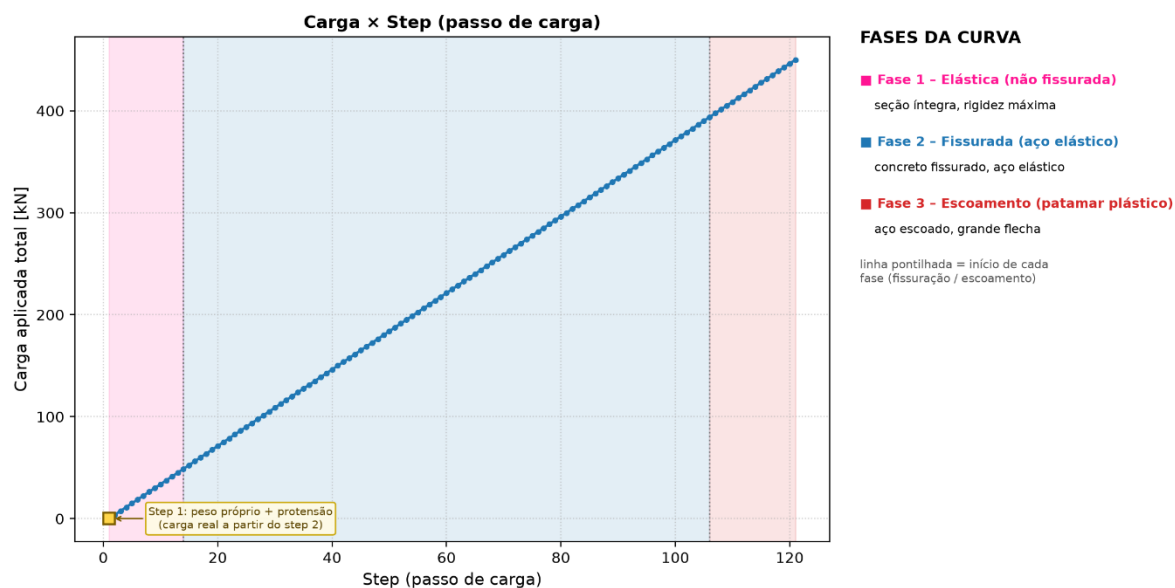
Parâmetro	Resultado
Rigidez inicial aproximada	4,49 kN/mm
Início convencional da fissuração monitorada	step 14
Carga no início convencional da fissuração	48,75 kN
Deslocamento no início convencional da fissuração	12,69 mm
Abertura de fissura nesse ponto	aproximadamente 0,05 mm
Mudança acentuada de rigidez	step 106
Carga associada à mudança de rigidez	393,75 kN
Deslocamento associado	100,71 mm
Abertura de fissura nesse ponto	aproximadamente 0,26 mm
Carga máxima no intervalo estável	450,00 kN
Deslocamento correspondente	198,81 mm
Abertura de fissura na carga máxima	0,366 mm
Início da instabilidade numérica	step 122
Índice de ductilidade aparente	1,97

Fonte: Autor (2026)

6.3.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global

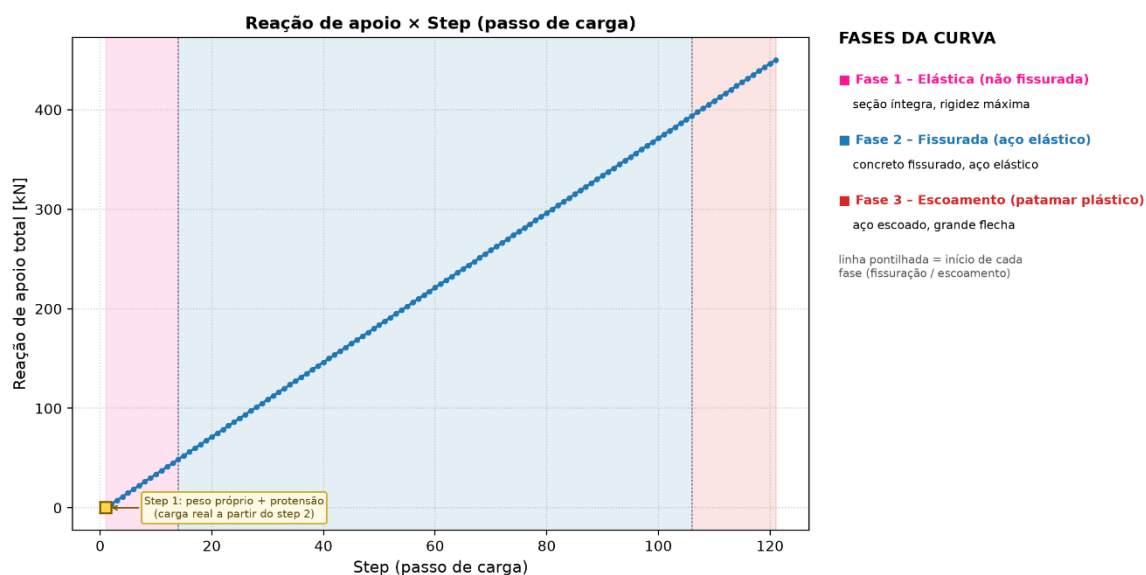
Os gráficos Carga $\times$ Step (Figura 74) e Reação de apoio $\times$ Step (Figura 75) apresentam evolução praticamente linear até o step 121. Aplicou-se a carga externa por incrementos nominais de 3,75 kN, atingindo 450,00 kN no último passo considerado estável. A soma das reações atinge, no mesmo passo, 450,04 kN.

Figura 74 - Curva Carga x Step - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

Figura 75 - Curva Reação de apoio x Step - Modelo 3

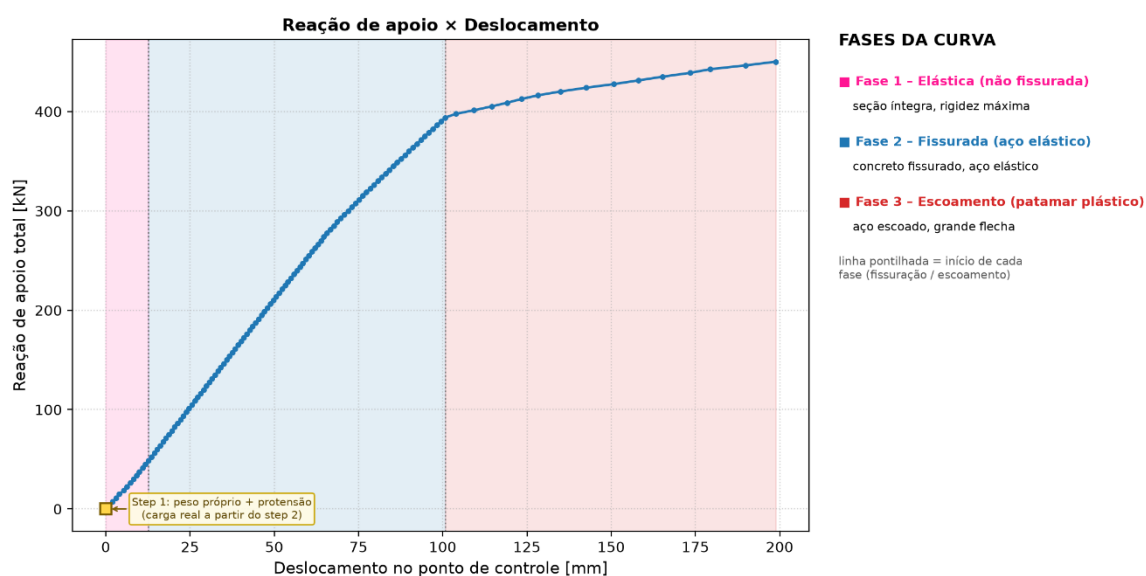


Fonte: Autor (2026)

A diferença entre a carga aplicada e a reação total na carga máxima é de apenas 0,04 kN, correspondente a aproximadamente 0,009% da carga aplicada. Essa proximidade demonstra adequado equilíbrio global do modelo e indica que não ocorreram perdas significativas de carga associadas a inconsistências nas condições de contorno ou na extração das reações.

O gráfico Reação de apoio × Deslocamento (Figura 76) reforça essa interpretação. Até o deslocamento de aproximadamente 100,71 mm, a reação cresce continuamente com a deformação. Próximo ao step 106, a reação total atinge aproximadamente 394 kN, enquanto a carga aplicada corresponde a 393,75 kN. No step 121, correspondente ao deslocamento de 198,81 mm, a reação total e a carga aplicada atingem 450,04 kN e 450,00 kN, respectivamente.

Figura 76 - Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

Portanto, a mudança de inclinação observada na curva carga–deslocamento não resulta de desequilíbrio global entre ações e reações. Ela representa efetivamente uma redução da rigidez tangente do sistema estrutural.

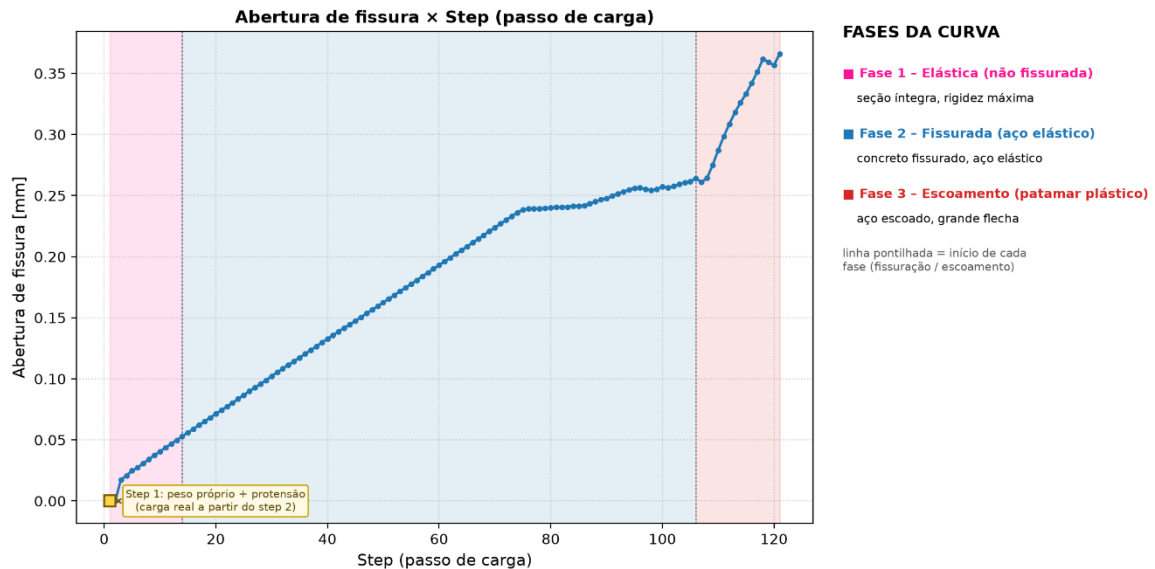
Entretanto, os gráficos em função do step são interpretados principalmente como instrumentos de verificação do procedimento incremental. A linearidade das curvas Carga × Step e Reação de apoio × Step decorre da própria estratégia de aplicação da carga e não significa que o comportamento estrutural tenha permanecido linear. A não linearidade aparece nos gráficos, que correlacionam a carga ou a reação com os deslocamentos e com a abertura das fissuras.

6.3.2 Estado inicial do modelo

O step 1 representa o estabelecimento do estado inicial da análise, antes do início da carga externa incremental. Como os resultados de carga e deslocamento foram referenciados a esse estado, os gráficos apresentam valores iguais a zero nesse passo.

O gráfico Abertura de fissura × Step (Figura 77) indica abertura igual a 0,000 mm no step 1. Assim, o ponto monitorado ainda não apresentava abertura de fissura mensurável no estado inicial da análise.

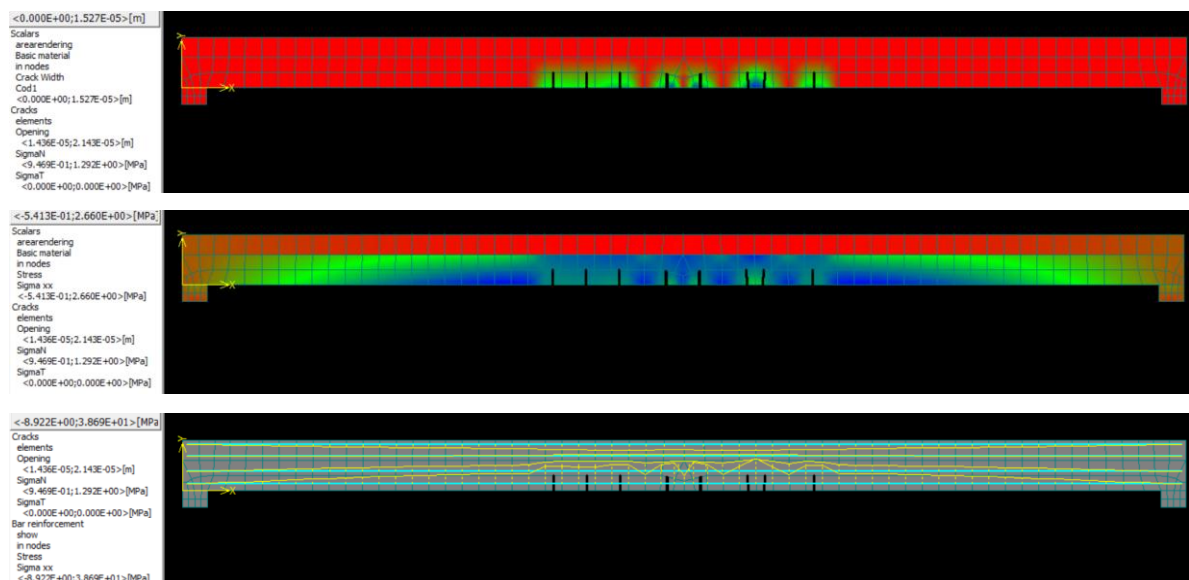
Figura 77 - Abertura de fissura x Step - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

A abertura começa a crescer nos primeiros incrementos, mas adotamos como início convencional da fissuração significativa o primeiro instante em que o valor monitorado supera 0,05 mm. Essa condição ocorre no step 14 para carga de 48,75 kN e deslocamento central de aproximadamente 12,69 mm.

Figura 78 – Step 14: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; início da fissuração



Fonte: Autor (2026)

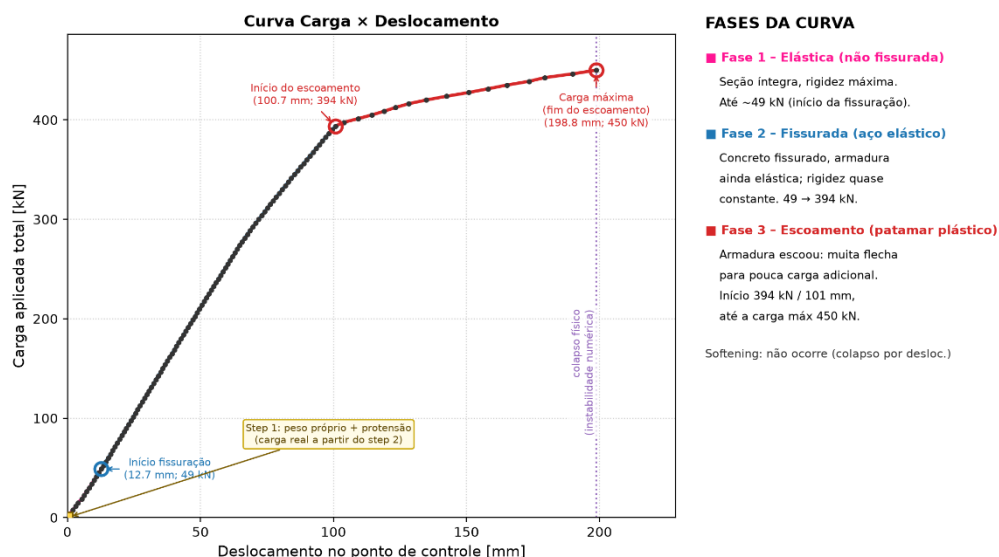
Portanto, esse ponto é denominado: início convencional da fissuração significativa no ponto monitorado.

Essa definição não implica que o concreto permaneceu absolutamente íntegro até o step 14. Microfissuras ou processos localizados de degradação podem ter se iniciado anteriormente, mas ainda com abertura inferior ao limite convencional utilizado para identificar a transição entre as fases.

6.3.3 Comportamento carga–deslocamento

A curva Carga × Deslocamento (Figura 79) evidencia três regiões principais de comportamento.

Figura 79 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

a) Trecho inicial de maior rigidez

Entre o estado de referência e o step 14, a carga cresce até 48,75 kN, enquanto o deslocamento central atinge aproximadamente 12,69 mm. Considerando o primeiro incremento da análise, obtivemos rigidez inicial aproximada de:

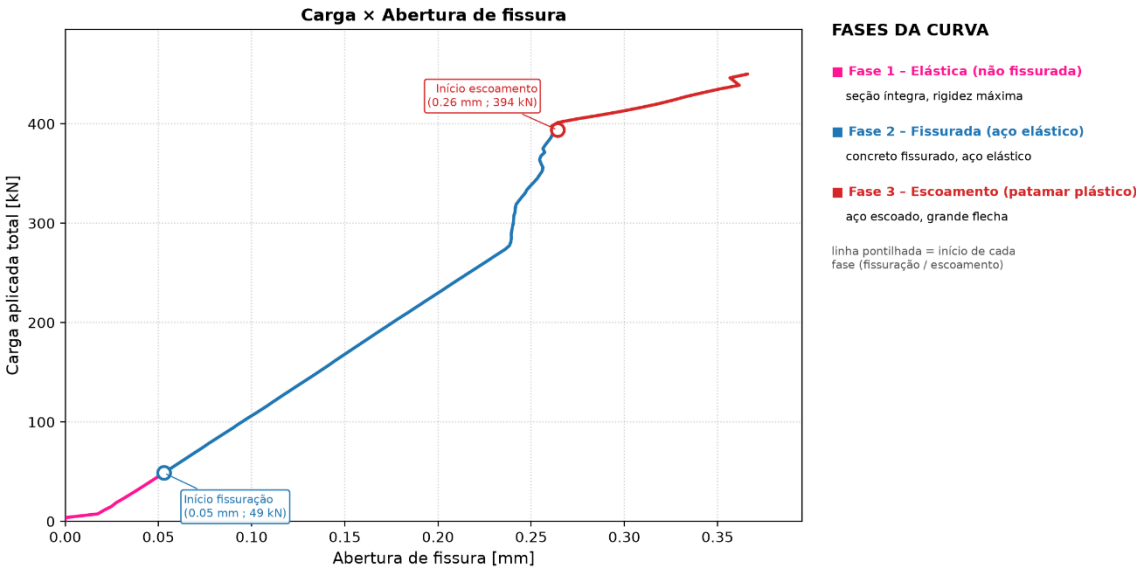
$$k_0 \approx 4,49 \text{ kN/mm}$$

Esse valor representa a rigidez tangente do trecho inicial e não necessariamente uma rigidez elástica média válida para toda a primeira fase. À medida que os incrementos avançam,

pequenas alterações na inclinação da curva indicam o início gradual da degradação do concreto tracionado e da redistribuição interna dos esforços.

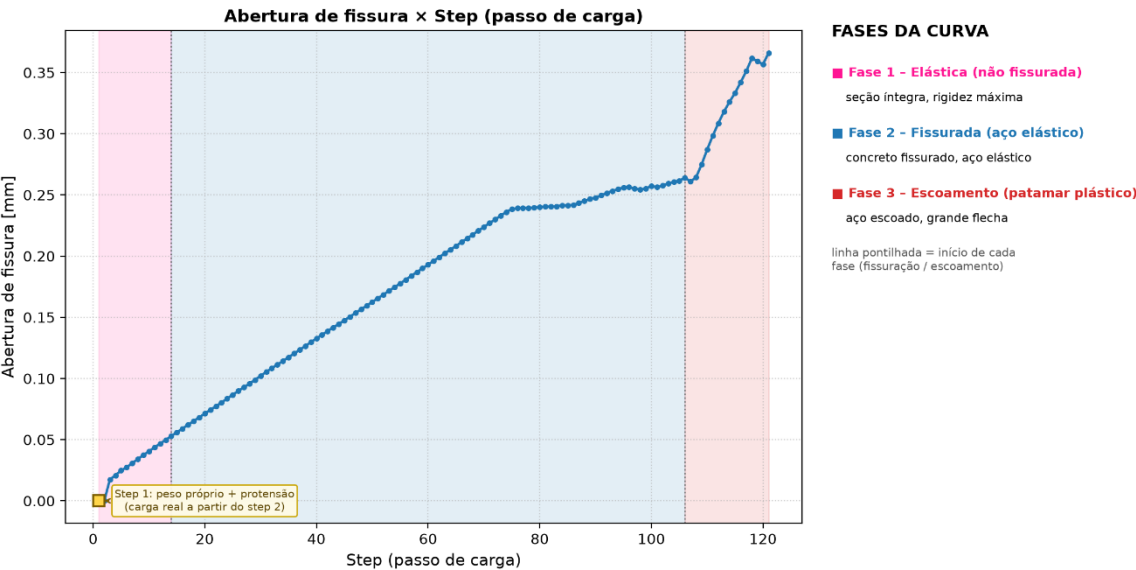
No deslocamento de 12,69 mm, identificado na curva carga–deslocamento como o início convencional da fissuração, o gráfico Carga × Abertura de fissura (Figura 80) registra abertura próxima de 0,05 mm. Simultaneamente, o gráfico Abertura de fissura × Step (Figura 81) mostra a ultrapassagem desse limite no step 14.

Figura 80 - Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

Figura 81 - Curva Abertura de Fissura x Step - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

A coincidência entre esses resultados confirma que a mudança de fase foi estabelecida com base no monitor de abertura de fissura, e não somente por avaliação visual da curva carga–deslocamento.

b) Trecho fissurado com elevada capacidade de incremento de carga

Após o step 14, a estrutura permanece capaz de receber incrementos expressivos de carga. A resposta carga–deslocamento mantém comportamento aproximadamente linear em escala global até próximo de 393,75 kN, embora com alterações graduais de rigidez e crescimento progressivo da abertura das fissuras. Essa fase estende-se de aproximadamente:

$$P = 48,75 \text{ kN}$$

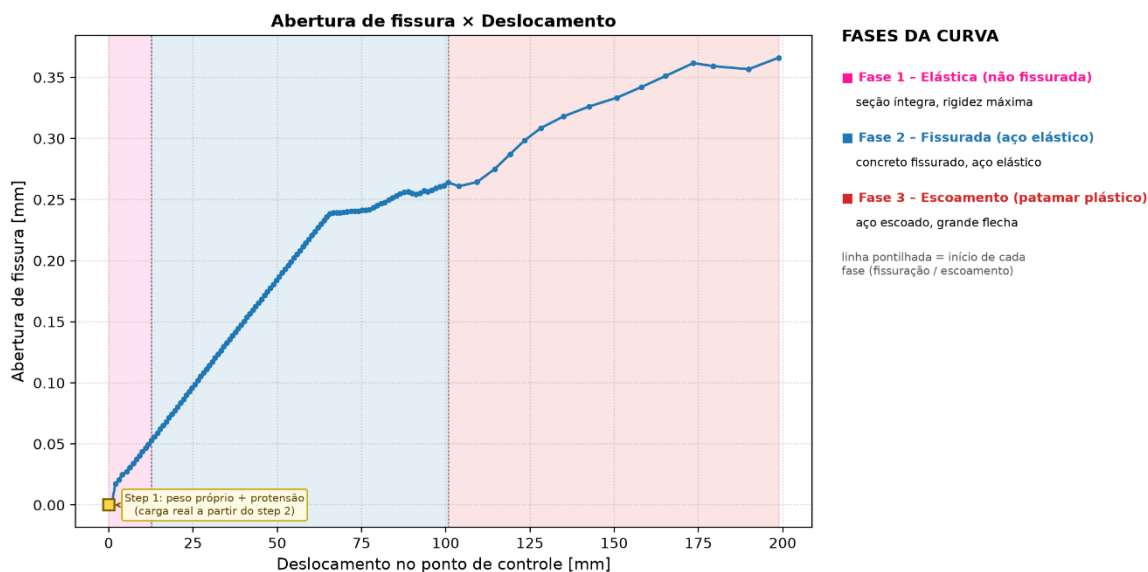
até:

$$P \approx 393,75 \text{ kN}$$

No início da fase, o deslocamento é de aproximadamente 12,69 mm e a abertura monitorada é próxima de 0,05 mm. Próximo ao seu término, no step 106, o deslocamento alcança 100,71 mm e a abertura de fissura chega a aproximadamente 0,26 mm.

O gráfico Abertura de fissura × Deslocamento (Figura 82) mostra que a evolução da fissura não ocorre com uma única inclinação. Inicialmente, entre aproximadamente 12,7 e 65 mm de deslocamento, a abertura cresce de cerca de 0,05 para 0,24 mm, apresentando comportamento aproximadamente contínuo.

Figura 82 - Curva Abertura de Fissura x Deslocamento - Modelo 3



Fonte: Autor (2026)

Entre aproximadamente 65 e 80 mm de deslocamento, ocorre uma redução significativa na taxa de crescimento da abertura, formando um trecho próximo de um patamar em torno de 0,24 mm. Esse comportamento pode estar relacionado à redistribuição das deformações entre diferentes regiões fissuradas ou à mudança da fissura crítica representada pelo monitor.

Após essa acomodação, a abertura volta a crescer de forma gradual, atingindo aproximadamente 0,26 mm no deslocamento associado ao step 106. O gráfico Abertura de fissura x Step mostra comportamento semelhante, com crescimento praticamente contínuo até cerca do step 75, seguido por um trecho de menor variação entre aproximadamente os steps 75 e 90.

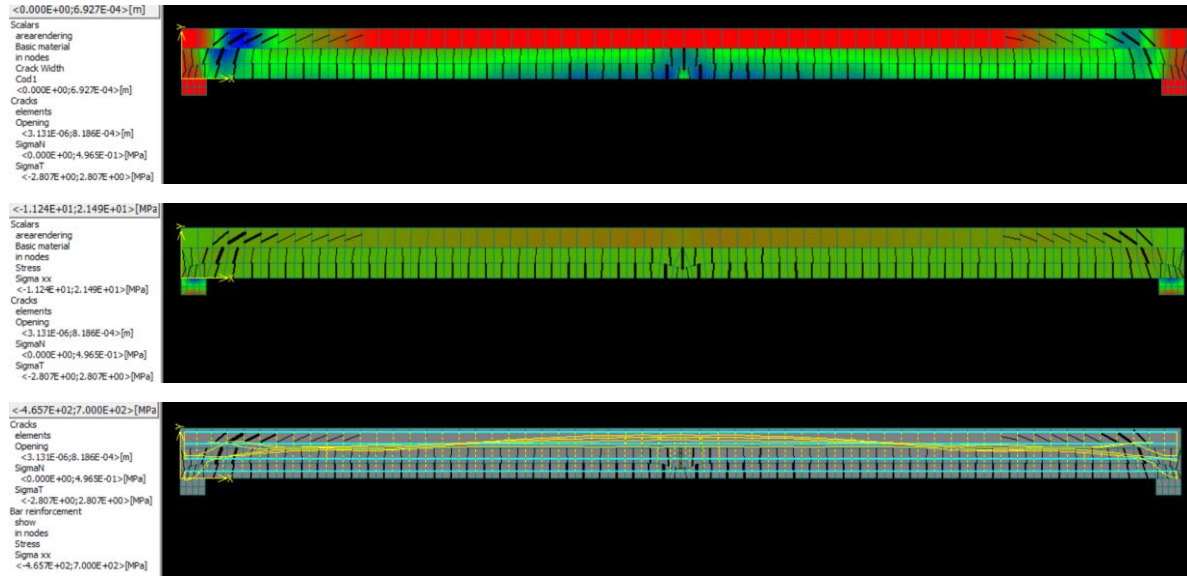
A mesma evolução aparece no gráfico Carga x Abertura de fissura (Figura 80). Até aproximadamente 280 kN, a abertura aumenta de forma relativamente regular. Em seguida, a curva apresenta trechos quase verticais, nos quais a carga cresce consideravelmente enquanto a abertura monitorada sofre pequenas variações.

Esse comportamento indica que parte da capacidade resistente adicional foi mobilizada sem crescimento proporcional da fissura específica monitorada. Nesse intervalo, a redistribuição dos esforços pode ter envolvido o surgimento ou à evolução de outras fissuras, além do aumento da participação da armadura longitudinal.

Assim, o crescimento das deformações não corresponde apenas ao deslocamento global da laje, mas é acompanhado por alterações na fissuração e pela redistribuição progressiva dos esforços internos. Apesar da fissuração, a curva carga–deslocamento permanece próxima de

uma relação linear durante grande parte dessa fase, indicando manutenção significativa da rigidez e da capacidade resistente.

Figura 83 – Step 113: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; fissuração distribuída em regime pós-fissurado



Fonte: Autor (2026)

6.3.4 Transição para o regime de baixa rigidez

A alteração mais significativa do comportamento ocorre a partir do step 106. Nesse ponto, obtivemos:

$$P_{106} = 393,75 \text{ kN} \quad \delta_{106} = 100,71 \text{ mm} \quad w_{106} \approx 0,26 \text{ mm}$$

Após esse ponto, a curva carga–deslocamento apresenta redução acentuada de inclinação. Entre o step 106 e o step 121, a carga aumenta de 393,75 para 450,00 kN, enquanto o deslocamento cresce de 100,71 para 198,81 mm.

A rigidez média nesse intervalo é:

$$k_{106-121} = \frac{450,00-393,75}{198,81-100,71} k_{106-121} \approx 0,57 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (27)}$$

Esse valor corresponde a aproximadamente 12,8% da rigidez inicial de 4,49 kN/mm. Portanto, ocorre uma redução aproximada de 87,2% da rigidez tangente média após o ponto de inflexão da curva.

Essa alteração aparece simultaneamente em diversos gráficos:

- na curva Carga × Deslocamento, ocorre o ponto de inflexão e o início do trecho de menor inclinação;
- na curva Reação de apoio × Deslocamento, a reação cresce lentamente apesar do aumento expressivo do deslocamento;
- na curva Abertura de fissura × Deslocamento, a abertura permanece próxima de 0,26 mm nos primeiros incrementos posteriores ao ponto de inflexão;
- na curva Carga × Abertura de fissura, a relação muda de inclinação na proximidade de 394 kN e 0,26 mm.

A análise conjunta mostra que, após o step 106, o aumento do deslocamento passa a ser proporcionalmente muito superior ao incremento de carga. Ao mesmo tempo, a abertura da fissura monitorada apresenta pequena redução inicial, seguida por retomada gradual do crescimento.

Esse comportamento sugere que a deformabilidade adicional deixou de ser governada exclusivamente pela abertura da fissura específica monitorada. Outras fissuras, rotações localizadas, deformações da armadura ou a formação de um mecanismo plástico podem ter passado a controlar a resposta global.

O ponto de inflexão da curva é compatível com o início de um regime de forte degradação da rigidez. Contudo, esse ponto isoladamente não é suficiente para comprovar o escoamento efetivo do aço.

A identificação do step 106 é apresentada como uma inferência baseada na mudança de inclinação da resposta global. Para confirmar o escoamento, é necessário analisar diretamente a tensão ou a deformação da armadura no ATENA, verificando se:

$$\sigma_s \geq f_y$$

ou, de forma equivalente:

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$$

Sem esse monitoramento, adotamos a seguinte redação: o step 106 foi associado ao início provável do escoamento da armadura, ou à formação de um mecanismo de baixa rigidez, em razão do ponto de inflexão identificado na curva carga–deslocamento.

6.3.5 Desenvolvimento do regime pós-escoamento

Após o início provável do escoamento, o modelo ainda apresenta capacidade de receber carga adicional. Entre os steps 106 e 121, a carga cresce de 393,75 para 450,00 kN, correspondendo a um acréscimo de:

$$\Delta P = 450,00 - 393,75 \quad \Delta P = 56,25 \text{ kN} \quad \text{Eq. (28)}$$

Esse aumento representa aproximadamente:

$$\frac{450,00 - 393,75}{393,75} \times 100 \approx 14,3\% \quad \text{Eq. (29)}$$

Em contrapartida, o deslocamento aumenta de 100,71 para 198,81 mm:

$$\Delta \delta = 198,81 - 100,71 \quad \Delta \delta = 98,10 \text{ mm} \quad \text{Eq. (30)}$$

Esse crescimento corresponde a aproximadamente:

$$\frac{198,81 - 100,71}{100,71} \times 100 \approx 97,4\% \quad \text{Eq. (31)}$$

Portanto, após o ponto de inflexão da curva ocorre aumento de aproximadamente 97% no deslocamento para um ganho de cerca de 14% na capacidade resistente. Essa relação

caracteriza um regime de baixa rigidez, no qual a estrutura desenvolve grandes deformações para incrementos relativamente pequenos de carga.

O gráfico Reação de apoio × Deslocamento (Figura 76) confirma esse comportamento. Depois de aproximadamente 101 mm de deslocamento, a curva torna-se significativamente menos inclinada, evidenciando que o aumento da reação total deixa de acompanhar proporcionalmente o crescimento das deformações.

O gráfico Abertura de fissura × Deslocamento (Figura 82) também mostra uma alteração importante. Após atingir aproximadamente 0,26 mm no deslocamento de 100,71 mm, a abertura apresenta pequena redução nos incrementos imediatamente posteriores e, em seguida, volta a crescer.

Entre aproximadamente 110 e 175 mm de deslocamento, a abertura aumenta progressivamente de cerca de 0,26 para 0,36 mm. Nos passos seguintes, surgem pequenas oscilações, com discreta redução da abertura antes de atingir o valor máximo de 0,366 mm.

Essas oscilações não representam necessariamente fechamento físico significativo da fissura. Elas podem decorrer da redistribuição das deformações, da mudança da fissura crítica monitorada, da alteração da orientação das fissuras ou de efeitos numéricos associados à solução não linear.

A coincidência entre as oscilações da abertura e o forte aumento dos deslocamentos reforça a hipótese de que, no regime pós-escoamento, a deformação adicional foi distribuída entre diferentes mecanismos estruturais e não permaneceu concentrada exclusivamente na fissura monitorada.

6.3.6 Carga máxima e estado limite da faixa estável

A maior carga pertencente à faixa considerada estável foi registrada no step 121:

$$P_{\max} = 450,00 \text{ kN}$$

com:

$$\delta_{\max} = 198,81 \text{ mm}$$

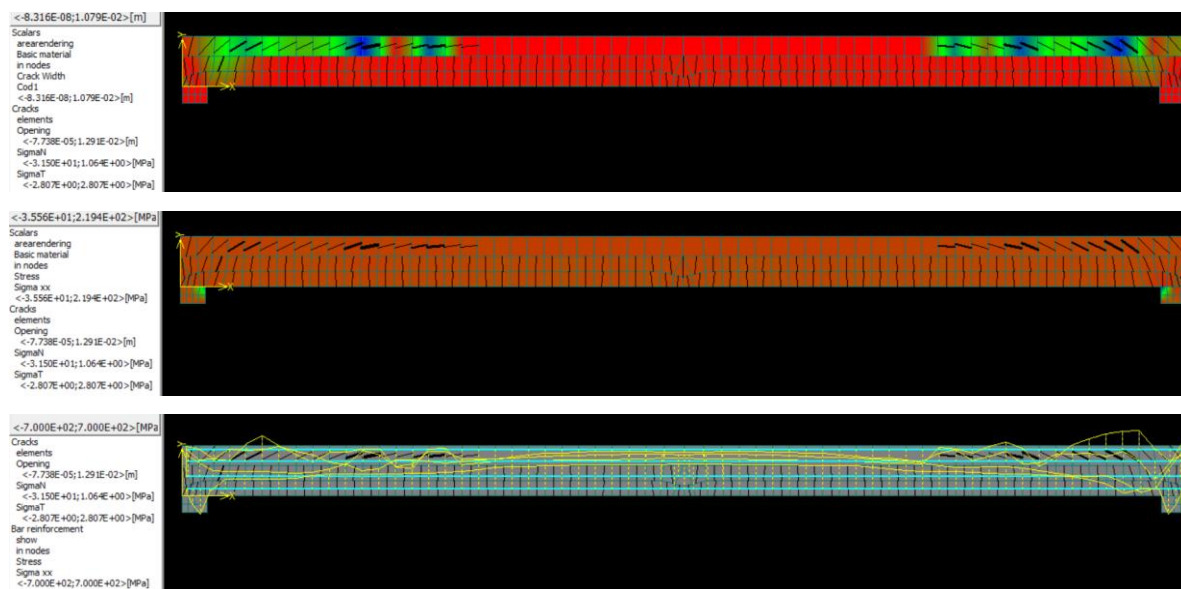
A soma das reações nesse passo foi de 450,04 kN, corroborando o equilíbrio global do modelo. A abertura da fissura monitorada atingiu 0,366 mm.

A carga máxima estável é aproximadamente 14,3% superior à carga associada ao ponto de inflexão da curva. Em contrapartida, o deslocamento aumentou aproximadamente 97,4% no mesmo intervalo.

Essa relação — grande incremento de deslocamento para ganho relativamente pequeno de carga — caracteriza a proximidade do esgotamento da capacidade resistente estável do sistema.

Não ocorre ramo descendente de carga dentro do intervalo considerado fisicamente admissível. Portanto, os resultados não permitem caracterizar um softening estrutural completo, entendido como redução da carga resistente com o aumento dos deslocamentos.

Figura 84 - Step 121: Crack Width, σ_{xx} e Total Strain; colapso numérico



Fonte: Autor (2026)

Os resultados mostram um trecho pós-escoamento com rigidez reduzida, no qual a carga ainda aumenta gradualmente enquanto os deslocamentos crescem de forma muito mais acentuada. Após o step 121, o modelo passa a apresentar sinais de instabilidade numérica.

6.3.7 Instabilidade após o step 121

A partir do step 122, o deslocamento aumenta de maneira desproporcional ao incremento de carga. Entre os steps 121 e 122, a carga nominal aumenta em apenas 3,75 kN, enquanto o deslocamento passa de 198,81 para aproximadamente 355,00 mm.

Assim, o incremento de deslocamento é de:

$$\Delta\delta = 355,00 - 198,81 \Delta\delta \approx 156,19 \text{ mm} \quad \text{Eq. (32)}$$

A rigidez incremental nesse intervalo é:

$$k_{121-122} = \frac{3,75}{156,19} k_{121-122} \approx 0,024 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (33)}$$

Esse valor corresponde a aproximadamente 0,5% da rigidez inicial do modelo. A redução acentuada da rigidez mostra que o sistema passou a apresentar deslocamentos extremamente elevados para pequenos acréscimos de carga.

Esse comportamento indica:

- formação de mecanismo estrutural;
- perda quase completa da rigidez tangente;
- instabilidade geométrica ou material;
- incapacidade do controle por força de acompanhar adequadamente o ramo pós-crítico;
- ou convergência numérica para configurações excessivamente deformadas.

Assim, o step 121 foi adotado como o último ponto estável para a avaliação da capacidade resistente. Os passos posteriores são utilizados para identificar o início da instabilidade, mas não para estabelecer uma capacidade resistente adicional.

6.3.8 Evolução da fissuração

O monitor central apresentou abertura igual a 0,000 mm no step 1. Com o início da carga externa, a abertura aumentou progressivamente, superando 0,05 mm no step 14 para carga de 48,75 kN e deslocamento de aproximadamente 12,69 mm.

No decorrer da análise, a abertura apresentou diferentes padrões de evolução:

- crescimento inicial até aproximadamente 0,05 mm no início convencional da fissuração;
- crescimento aproximadamente contínuo até cerca de 0,24 mm;
- redução temporária da taxa de crescimento próxima de 0,24 mm;
- novo aumento gradual até aproximadamente 0,26 mm no início provável do escoamento;
- pequena redução imediatamente após o ponto de inflexão da curva;
- crescimento progressivo no regime de baixa rigidez;
- pequenas oscilações antes de atingir 0,366 mm na carga máxima.

Entre aproximadamente os steps 75 e 90, o gráfico Abertura de fissura × Step apresenta um trecho quase horizontal, no qual a abertura se mantém próxima de 0,24 mm. Essa estabilização temporária pode indicar redistribuição das deformações para outras fissuras ou regiões da estrutura.

Posteriormente, entre aproximadamente os steps 90 e 106, ocorre retomada gradual do crescimento, até a abertura atingir aproximadamente 0,26 mm no início provável do escoamento.

Após o step 106, a abertura apresenta pequena redução inicial e, em seguida, cresce de maneira mais acentuada. Entre aproximadamente os steps 108 e 118, o gráfico mostra aumento expressivo da abertura, atingindo valores próximos de 0,36 mm.

Nos passos finais da faixa estável, aparecem pequenas oscilações. A abertura diminui discretamente e volta a aumentar, atingindo 0,366 mm no step 121.

A leitura conjunta dos gráficos Carga $\times$ Abertura de fissura, Abertura de fissura $\times$ Step e Abertura de fissura $\times$ Deslocamento mostra que o processo de fissuração não ocorre de maneira uniforme. O modelo apresenta períodos de crescimento mais intenso, estabilização temporária, pequenas reduções e retomada da abertura, compatíveis com a redistribuição não linear dos esforços internos.

6.3.9 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão

Na carga máxima estável, foram obtidos os seguintes deslocamentos nos três pontos monitorados:

$$X = 1,50 \text{ m: } 166,13 \text{ mm;}$$

$$X = 3,00 \text{ m: } 198,81 \text{ mm;}$$

$$X = 4,50 \text{ m: } 158,83 \text{ mm.}$$

Como esperado, o maior deslocamento ocorre na região central do vão. Os pontos teoricamente simétricos em $X = 1,50 \text{ m}$ e $X = 4,50 \text{ m}$ apresentaram diferença de:

$$166,13 - 158,83 = 7,30 \text{ mm} \quad \text{Eq. (34)}$$

O valor médio dos dois deslocamentos laterais é:

$$\delta_{\text{médio}} = \frac{166,13 + 158,83}{2} \quad \delta_{\text{médio}} = 162,48 \text{ mm} \quad \text{Eq. (35)}$$

Assim, a diferença corresponde a aproximadamente:

$$\frac{7,30}{162,48} \times 100 \approx 4,5\% \quad \text{Eq. (36)}$$

Embora a diferença seja relativamente pequena, caso a geometria, os carregamentos e as condições de apoio sejam rigorosamente simétricos, essa assimetria deve ser verificada.

As possíveis causas incluem:

- posição não perfeitamente equivalente dos nós monitorados;
- discretização assimétrica da malha;
- diferenças nas condições de apoio;
- localização ou sequência assimétrica das fissuras;
- disposição assimétrica das armaduras;
- imperfeições numéricas decorrentes da solução não linear.

A assimetria não invalida automaticamente a análise, pois a fissuração localizada pode romper a simetria da solução mesmo em modelos geometricamente simétricos. Contudo, essa diferença precisa ser verificada antes da comparação final entre os diferentes modelos para impedir que diferenças de malha ou monitoramento sejam interpretadas equivocadamente como efeitos do tipo de armadura.

6.3.10 Ductilidade aparente

Utilizando o deslocamento associado ao ponto de inflexão da curva como deslocamento de escoamento e o deslocamento do último ponto estável como deslocamento último, é obtido:

$$\mu_{\delta} = \frac{\delta_u}{\delta_y} \mu_{\delta} = \frac{198,81}{100,71} \mu_{\delta} \approx 1,97 \quad \text{Eq. (37)}$$

Esse valor indica que o modelo manteve capacidade de desenvolver deformações adicionais após o início do regime de baixa rigidez. O deslocamento último estável foi aproximadamente 97% superior ao deslocamento associado ao ponto de inflexão da curva.

Entretanto, o valor $\mu_\delta = 1,97$ é tratado como um índice aparente de ductilidade, pois:

- ponto de escoamento foi identificado por mudança de inclinação, e não pela tensão medida na armadura;
- deslocamento último foi definido pelo último passo numericamente estável;
- modelo não apresentou ramo descendente estável;
- controle por força limita a descrição do comportamento pós-pico.

Para comparar a ductilidade entre os modelos, o mesmo procedimento de identificação de δ_y e δ_u deverá ser aplicado uniformemente em todas as análises. Preferencialmente, o deslocamento de escoamento deve ser obtido a partir do monitor, de tensão ou deformação da armadura e a resposta pós-crítica deve ser investigada por controle de deslocamento ou método arc-length.

6.4. Resultados do Modelo 4

O Modelo 4 corresponde à laje canal com nervura armada por duas barras longitudinais de aço CA-70 com diâmetro de 12,5 mm. O comportamento estrutural foi avaliado a partir da correlação entre a carga aplicada, o deslocamento vertical no ponto de controle, a soma das reações de apoio, a abertura de fissura e os passos incrementais da análise não linear.

Foi definido o ponto principal de controle dos deslocamentos no nó 286, localizado em $X = 3,00$ m, correspondente à região central do vão. Referenciaram-se os valores de deslocamento ao estado obtido ao final do primeiro passo da análise. Por essa razão, o deslocamento e a carga externa incremental são apresentados como nulos no step 1. Ressalta-se que o elemento já estava submetido ao estado inicial de tensões decorrente das ações aplicadas nessa etapa.

Antes da interpretação dos resultados, foi identificada uma inconsistência no relatório automático: o escoamento foi associado ao step 6 para carga de 18,75 kN e deslocamento de 5,48 mm, enquanto o início convencional da fissuração ocorre apenas no step 7. Além disso, a curva carga–deslocamento permanece com elevada rigidez durante quase toda a análise e somente apresenta redução acentuada de inclinação próxima aos steps 96 e 97. Portanto, o step

6 não foi adotado como início provável do escoamento, pois essa identificação não é compatível com a resposta global do modelo.

Para a discussão, associou-se o início do regime de baixa rigidez ao trecho compreendido entre os steps 96 e 97, no qual a curva carga–deslocamento apresenta o ponto de inflexão mais evidente. A confirmação do escoamento efetivo depende da análise direta da tensão ou da deformação desenvolvida na armadura.

Os principais parâmetros representativos do modelo são:

Tabela 6 - Parâmetros identificados no Modelo 4

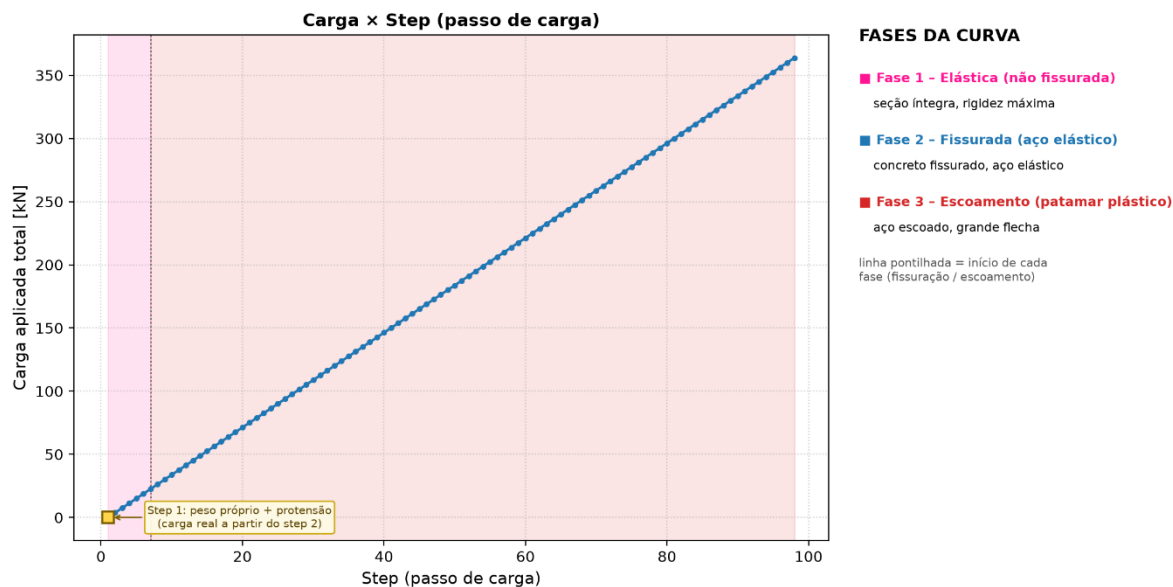
Parâmetro	Resultado
Rigidez inicial aproximada	3,34 kN/mm
Início convencional da fissuração monitorada	step 7
Carga no início convencional da fissuração	22,50 kN
Deslocamento no início convencional da fissuração	7,44 mm
Abertura de fissura nesse ponto	aproximadamente 0,053 mm
Início do regime de baixa rigidez	entre os steps 96 e 97
Carga associada ao ponto de inflexão da curva	entre 356,25 e 360,00 kN
Deslocamento associado	entre 103,26 e 108,86 mm
Carga máxima no intervalo estável	363,75 kN
Deslocamento correspondente	124,26 mm
Abertura de fissura na carga máxima	0,549 mm
Início da instabilidade numérica	step 99
Índice aparente de ductilidade	aproximadamente 1,14 a 1,20

Fonte: Autor (2026)

6.4.1 Controle da aplicação das cargas e equilíbrio global

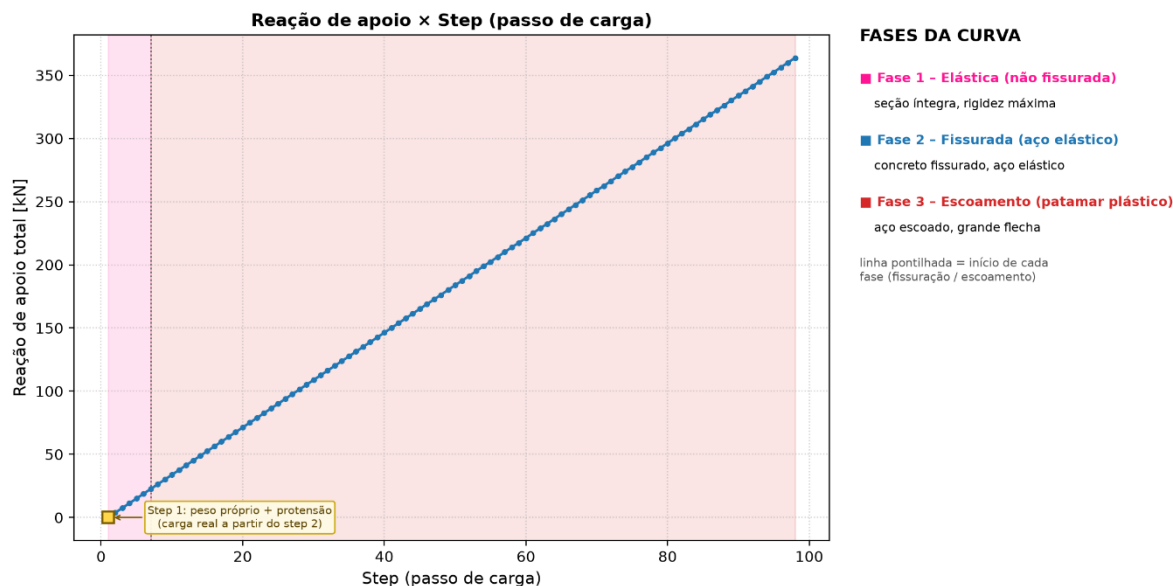
Os gráficos Carga (Figura 85) × Step e Reação de apoio × Step (Figura 86) apresentam evolução praticamente linear até o step 98. Aplicou-se a carga externa por incrementos nominais de 3,75 kN, atingindo 363,75 kN no último passo considerado estável. A soma das reações atinge, no mesmo passo, 363,74 kN.

Figura 85 - Curva Carga × Step – Modelo 4



Fonte: Autor (2026)

Figura 86 - Curva Reação de apoio x Step - Modelo 4

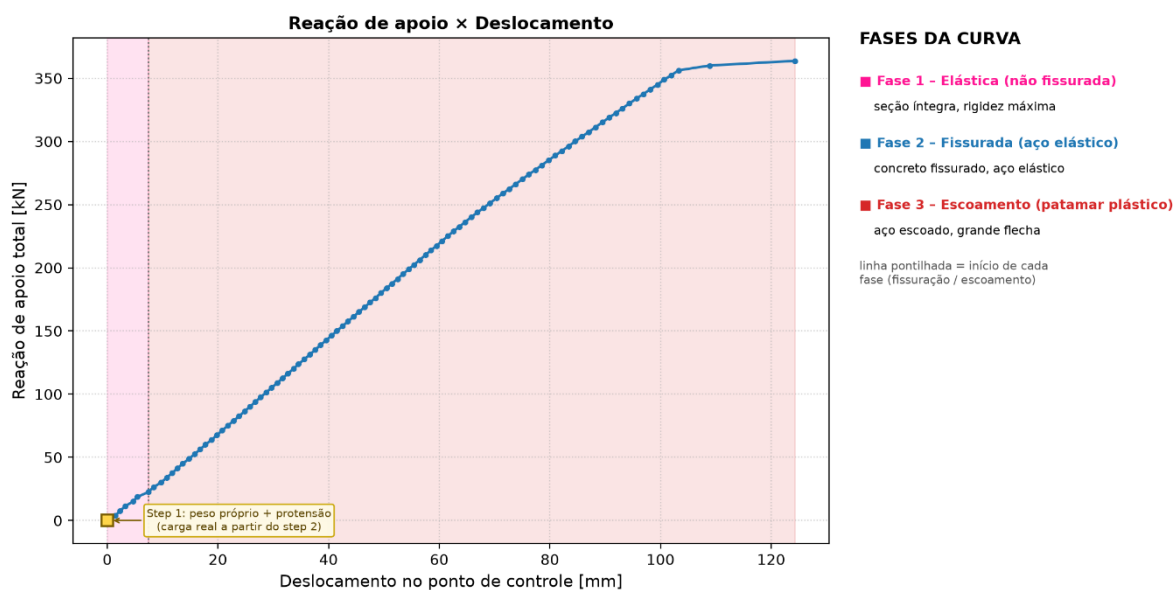


Fonte: Autor (2026)

A diferença entre a carga aplicada e a reação total na carga máxima é de apenas 0,01 kN, correspondente a aproximadamente 0,003% da carga aplicada. Essa proximidade demonstra adequado equilíbrio global do modelo e indica que não ocorreram perdas significativas de carga associadas a inconsistências nas condições de contorno ou na extração das reações.

O gráfico Reação de apoio × Deslocamento (Figura 87) reforça essa interpretação. Durante a maior parte da análise, a reação cresce continuamente com o deslocamento. Próximo ao final da faixa estável. Entretanto, a curva sofre redução acentuada de inclinação. Entre aproximadamente 103 e 124 mm de deslocamento, a reação aumenta apenas de cerca de 356 para 364 kN, evidenciando elevada perda de rigidez.

Figura 87 - Curva Reação de apoio x Deslocamento - Modelo 4



Fonte: Autor (2026)

Portanto, a mudança de inclinação observada na curva carga–deslocamento não decorre de desequilíbrio entre ações e reações. Ela representa uma alteração efetiva da resposta estrutural.

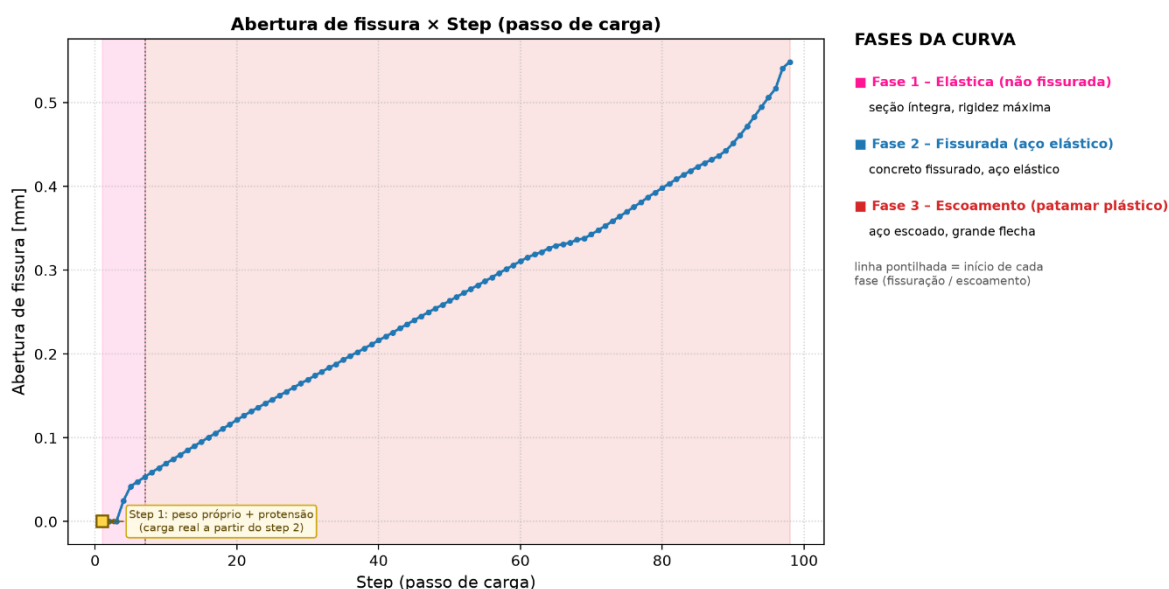
Os gráficos em função do step são utilizados principalmente para verificar o procedimento incremental. A linearidade das curvas Carga × Step e Reação de apoio × Step decorre da forma de aplicação da carga e não significa que o comportamento do modelo permaneceu linear. A não linearidade é identificada principalmente nas relações entre carga, reação, deslocamento e abertura de fissura.

6.4.2 Estado inicial e início da fissuração

O gráfico Abertura de fissura × Step (Figura 88) indica abertura igual a 0,000 mm no step 1. Assim, o ponto monitorado não apresentava abertura de fissura mensurável no estado inicial da análise.

A primeira abertura diferente de zero aparece no step 4, quando o monitor registra aproximadamente 0,025 mm. Nos steps seguintes, a abertura aumenta para aproximadamente 0,042 mm no step 5 e 0,048 mm no step 6.

Figura 88 - Abertura de fissura x Step - Modelo 4



Fonte: Autor (2026)

Adotou-se como início convencional da fissuração significativa o primeiro instante em que a abertura monitorada supera 0,05 mm. Essa condição ocorre no step 7 para:

$$P_{fiss} = 22,50 \text{ kN} \quad \delta_{fiss} = 7,44 \text{ mm} \quad w_{fiss} \approx 0,053 \text{ mm}$$

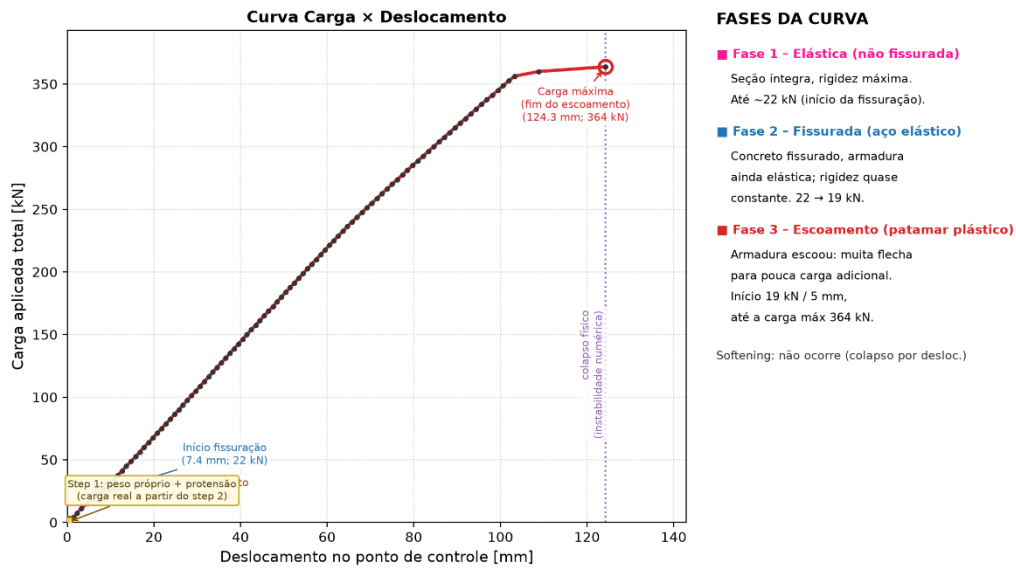
Portanto, o step 7 representa o início convencional da fissuração significativa no ponto monitorado.

Essa definição não significa que o concreto permaneceu absolutamente íntegro até esse passo. O próprio monitor já registra pequenas aberturas nos steps 4, 5 e 6. O step 7 apenas corresponde à ultrapassagem do limite convencional de 0,05 mm utilizado nesta análise.

6.4.3 Comportamento carga–deslocamento

A curva Carga × Deslocamento (Figura 89) apresenta um trecho inicial de maior rigidez, seguido por uma extensa fase fissurada e, ao final, por um trecho de baixa rigidez.

Figura 89 - Curva Carga x Deslocamento - Modelo 4



Fonte: Autor (2026)

a) Trecho inicial de maior rigidez

Até o step 6, a carga atinge 18,75 kN, enquanto o deslocamento central corresponde a 5,48 mm. A rigidez inicial aproximada indicada pelo relatório é:

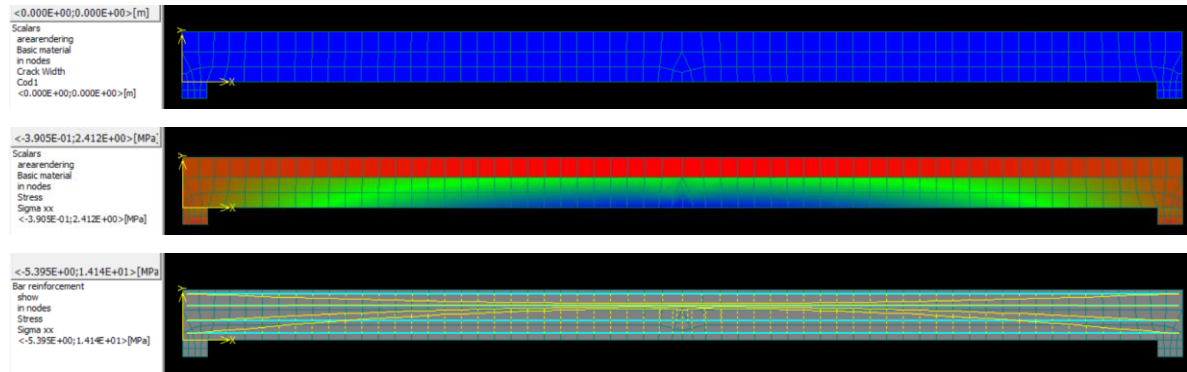
$$k_0 \approx 3,34 \text{ kN/mm}$$

No step 7, a carga aumenta para 22,50 kN e o deslocamento atinge 7,44 mm. Nesse mesmo ponto, a abertura de fissura supera 0,05 mm.

A coincidência entre os gráficos Carga × Deslocamento (Figura 89), Carga × Abertura de fissura (Figura 91) e Abertura de fissura × Step (Figura 88) confirma a adoção do step 7 como início convencional da fissuração significativa.

É importante destacar que a pequena mudança de inclinação observada entre os steps 6 e 7 está associada ao início da fissuração e não ao escoamento da armadura. A classificação automática do step 6 como início do escoamento não encontra suporte na resposta global do modelo.

Figura 90 – Step 7: Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – regime elástico



Fonte: Autor (2026)

b) Trecho fissurado com manutenção da capacidade resistente

Após o step 7, a estrutura continua recebendo incrementos expressivos de carga. A curva carga–deslocamento permanece aproximadamente linear durante a maior parte da análise, apesar do crescimento contínuo da abertura de fissura.

A fase fissurada estende-se desde:

$$P = 22,50 \text{ kN}$$

até aproximadamente:

$$P = 356,25 \text{ a } 360,00 \text{ kN}$$

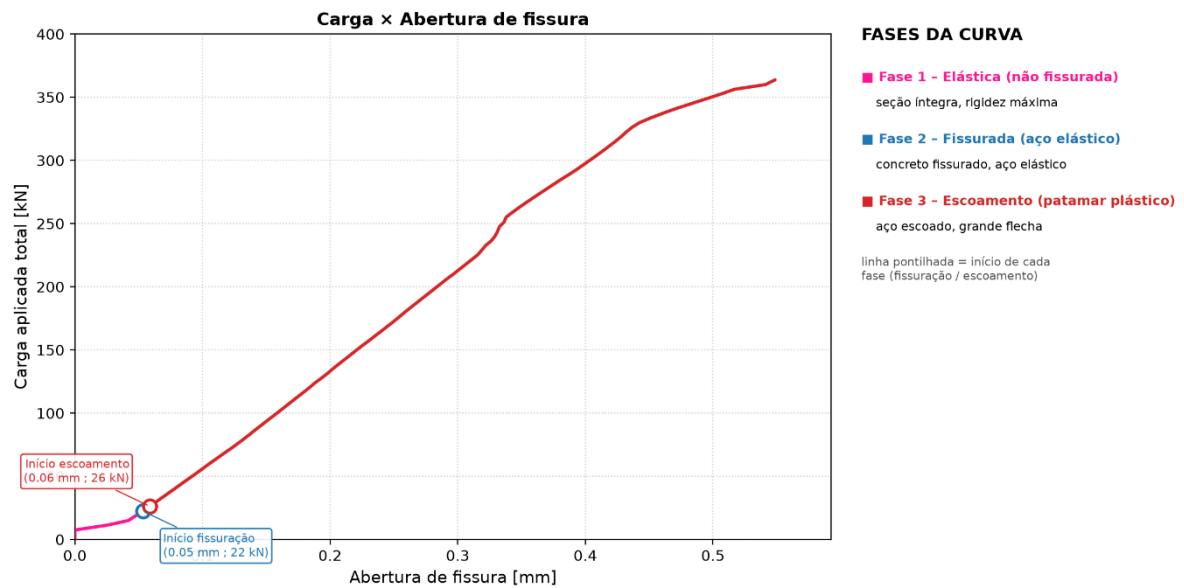
No início dessa fase, o deslocamento é de 7,44 mm e a abertura monitorada é de aproximadamente 0,053 mm. Próximo ao final, o deslocamento situa-se entre 103,26 e 108,86 mm, enquanto a abertura de fissura varia aproximadamente entre 0,517 e 0,541 mm.

O gráfico Abertura de fissura × Deslocamento mostra crescimento predominantemente contínuo. Entre aproximadamente 7 e 60 mm de deslocamento, a abertura aumenta de cerca de 0,05 para 0,31 mm. Entre 60 e 90 mm, cresce de aproximadamente 0,31 para 0,42 mm.

A partir de aproximadamente 90 mm de deslocamento, a taxa de crescimento da fissura aumenta novamente, atingindo valores superiores a 0,50 mm próximo ao início do regime de baixa rigidez.

O gráfico Carga × Abertura de fissura (Figura 91) mostra comportamento compatível. A carga cresce de forma progressiva à medida que a abertura aumenta, embora ocorram pequenas alterações de inclinação entre aproximadamente 0,32 e 0,45 mm. Essas alterações indicam redistribuição dos esforços internos e desenvolvimento progressivo da fissuração.

Figura 91 - Curva Carga x Abertura de Fissura - Modelo 4



Fonte: Autor (2026)

Apesar do aumento da abertura, a estrutura mantém capacidade resistente significativa durante quase toda a análise. Isso mostra que a armadura longitudinal continua participando de forma efetiva da resistência após a fissuração do concreto.

6.4.4 Inconsistência na identificação automática do escoamento

O relatório automático associou o escoamento ao step 6 para:

$$P = 18,75 \text{ kN} \quad \delta = 5,48 \text{ mm}$$

Entretanto, essa identificação não é compatível com os demais resultados.

No step 6, a abertura monitorada ainda é inferior a 0,05 mm, e o início convencional da fissuração ocorre somente no step 7. Além disso, após o step 6, a curva carga–deslocamento permanece com elevada inclinação até valores próximos de 356 a 360 kN.

Se a armadura tivesse efetivamente escoado no step 6, seria esperado um comportamento subsequente com forte redução de rigidez, o que não ocorre. A curva mantém crescimento quase linear por aproximadamente mais 90 passos de carga.

Portanto, o step 6 representa uma alteração local associada ao desenvolvimento inicial da fissuração ou uma oscilação da rigidez incremental, mas não um ponto de inflexão estrutural compatível com o escoamento da armadura.

À identificação do escoamento deve ser realizada por meio da tensão ou da deformação diretamente monitorada nas barras, verificando se:

$$\sigma_s \geq f_y$$

ou:

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$$

Enquanto esse monitoramento não estiver disponível, o termo mais adequado é:

- início do regime de baixa rigidez associado à transição de rigidez na curva carga x deslocamento.

6.4.5 Transição para o regime de baixa rigidez

À alteração mais significativa da resposta ocorre entre os steps 96 e 97.

No step 96, os resultados são aproximadamente:

$$P_{96} = 356,25 \text{ kN} \quad \delta_{96} = 103,26 \text{ mm} \quad w_{96} = 0,517 \text{ mm}$$

No step 97:

$$P_{97} = 360,00 \text{ kN} \quad \delta_{97} = 108,86 \text{ mm} \quad w_{97} = 0,541 \text{ mm}$$

A rigidez incremental entre os steps 95 e 96 ainda é aproximadamente:

$$k_{95-96} = \frac{3,75}{103,26 - 101,96} \approx 2,88 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (38)}$$

Entre os steps 96 e 97, a rigidez cai para:

$$k_{96-97} = \frac{3,75}{108,86 - 103,26} \approx 0,67 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (39)}$$

Esse valor corresponde a aproximadamente 20% da rigidez inicial de 3,34 kN/mm. Portanto, a redução de rigidez nesse incremento é próxima de 80%.

Entre os steps 97 e 98, a rigidez diminui ainda mais:

$$k_{97-98} = \frac{3,75}{124,26 - 108,86} \approx 0,24 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (40)}$$

Esse valor representa aproximadamente 7% da rigidez inicial.

A mesma alteração aparece simultaneamente em diferentes gráficos:

- na curva Carga × Deslocamento, surge o ponto de inflexão próximo de 103 a 109 mm;
- na curva Reação de apoio × Deslocamento, ocorre redução acentuada de inclinação;
- na curva Abertura de fissura × Deslocamento, a abertura continua aumentando, mas o deslocamento passa a crescer de forma muito mais intensa;
- na curva Carga × Abertura de fissura, a carga aproxima-se de um patamar enquanto a abertura continua evoluindo.

A leitura conjunta confirma que o modelo entra em um regime de forte degradação da rigidez próximo aos steps 96 e 97.

6.4.6 Carga máxima e último estado estável

A maior carga pertencente à faixa considerada estável foi registrada no step 98:

$$P_{\max} = 363,75 \text{ kN}$$

com:

$$\delta_{\max} = 124,26 \text{ mm}$$

A soma das reações nesse passo foi de 363,74 kN, confirmando o equilíbrio global do modelo.

À abertura da fissura monitorada atingiu:

$$w_{\max} = 0,549 \text{ mm}$$

Entre o início do regime de baixa rigidez e a carga máxima, o ganho resistente é reduzido. Considerando o step 97 como referência, a carga aumenta apenas:

$$363,75 - 360,00 = 3,75 \text{ kN} \quad \text{Eq. (41)}$$

enquanto o deslocamento cresce:

$$124,26 - 108,86 = 15,40 \text{ mm} \quad \text{Eq. (42)}$$

Esse comportamento caracteriza uma resposta de baixa rigidez, com grande aumento de deslocamento para pequeno incremento de carga.

Não ocorre ramo descendente dentro da faixa estável. Portanto, os resultados não caracterizam um softening estrutural completo. A resposta mostra aproximação de um patamar resistente, seguida por instabilidade numérica.

6.4.7 Instabilidade após o step 98

A partir do step 99, o deslocamento aumenta de forma desproporcional ao incremento de carga.

Entre os steps 98 e 99, a carga aumenta de 363,75 para 367,50 kN, enquanto o deslocamento cresce de 124,26 para 147,66 mm.

A rigidez incremental nesse intervalo é:

$$k_{98-99} = \frac{3,75}{147,66-124,26} k_{98-99} \approx 0,16 \text{ kN/mm} \quad \text{Eq. (43)}$$

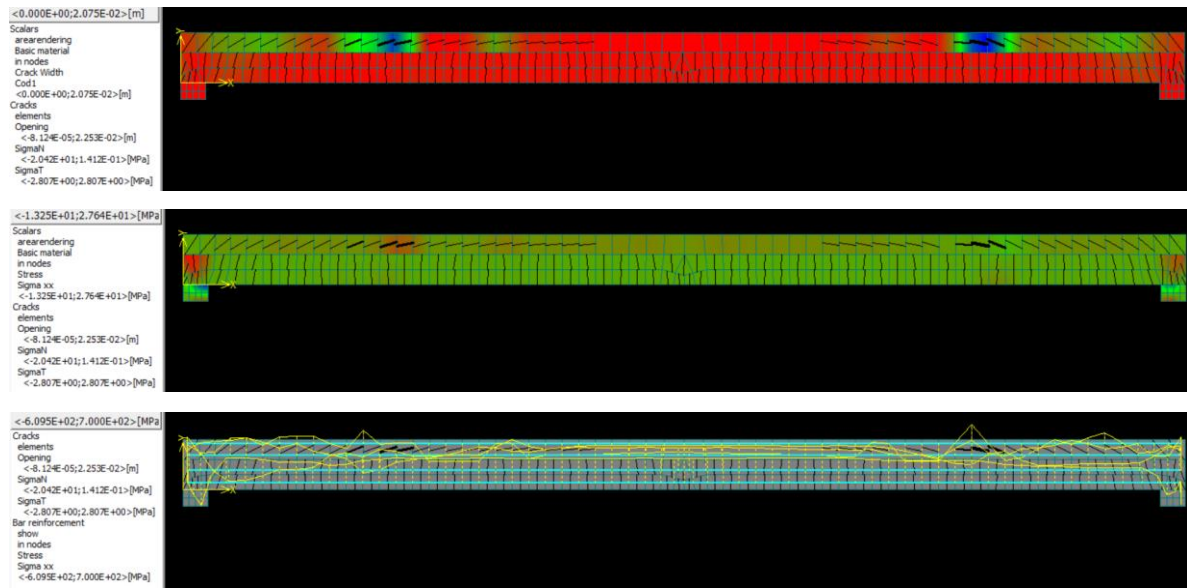
Esse valor corresponde a menos de 5% da rigidez inicial.

Nos passos seguintes, os deslocamentos continuam aumentando rapidamente:

- step 100: 160,46 mm;
- step 101: 174,56 mm;
- step 102: 234,36 mm;
- step 103: 734,66 mm;
- step 104: 2.564,36 mm.

A partir do step 103, os valores deixam claramente de representar uma configuração estrutural fisicamente admissível.

Figura 92 – Step 103: Campos Crack Width, σ_{xx} e Total Strain – colapso numérico



Fonte: Autor (2026)

Esse comportamento indica:

- formação de mecanismo estrutural;
- perda quase completa da rigidez tangente;
- instabilidade material ou geométrica;
- incapacidade do controle por força de representar o ramo pós-crítico;
- ou convergência para configurações excessivamente deformadas.

Assim, adotamos o step 98 como o último estado estável para a caracterização da capacidade resistente. Os passos posteriores são utilizados apenas para identificar a evolução da instabilidade.

6.4.8 Evolução da fissuração

A abertura monitorada apresenta crescimento progressivo desde os primeiros passos da análise. No step 4, atinge aproximadamente 0,025 mm; no step 5, 0,042 mm; e no step 6, 0,048 mm.

No step 7, supera 0,05 mm, caracterizando o início convencional da fissuração significativa.

Durante a fase fissurada, a abertura cresce de forma quase contínua:

1. aproximadamente 0,05 mm no step 7;
2. cerca de 0,12 mm no step 20;
3. aproximadamente 0,22 mm no step 40;
4. cerca de 0,30 mm no step 60;
5. aproximadamente 0,39 mm no step 80;
6. cerca de 0,52 mm no step 96;
7. 0,549 mm na carga máxima estável.

O gráfico Abertura de fissura × Step não apresenta um patamar longo ou estabilização pronunciada antes da carga máxima. A fissura monitorada continua evoluindo ao longo da maior parte da análise.

No trecho final, a abertura cresce de 0,517 mm no step 96 para 0,541 mm no step 97 e 0,549 mm no step 98. Embora a abertura continue aumentando, o crescimento dos deslocamentos torna-se muito mais intenso, indicando que a deformabilidade final não é explicada somente pela fissura monitorada.

Após o último ponto estável, a abertura continua aumentando, mas os valores passam a pertencer ao regime de instabilidade numérica e não devem ser utilizados para caracterizar o comportamento físico resistente da estrutura.

6.4.9 Distribuição dos deslocamentos ao longo do vão

Na carga máxima estável foram obtidos os seguintes deslocamentos:

- $X = 1,50$ m: 91,58 mm;
- $X = 3,00$ m: 124,26 mm;
- $X = 4,50$ m: 92,58 mm.

Como esperado, o maior deslocamento ocorre na região central do vão.

Os pontos teoricamente simétricos em $X = 1,50$ m e $X = 4,50$ m apresentam diferença de:

$$92,58 - 91,58 = 1,00 \text{ mm} \quad \text{Eq. (44)}$$

O valor médio dos dois deslocamentos laterais é:

$$\delta_{\text{médio}} = \frac{91,58 + 92,58}{2} = 92,08 \text{ mm} \quad \text{Eq. (45)}$$

A diferença relativa corresponde a:

$$\frac{1,00}{92,08} \times 100 \approx 1,1\% \quad \text{Eq. (46)}$$

Essa pequena diferença indica resposta praticamente simétrica entre os dois lados do vão, considerando os pontos monitorados.

6.4.10 Ductilidade aparente

O índice de ductilidade calculado automaticamente a partir do step 6 resulta em:

$$\mu_{\delta} = \frac{124,26}{5,48} \approx 22,68 \quad \text{Eq. (47)}$$

Esse valor não deve ser utilizado, pois depende da classificação inadequada do step 6 como início do escoamento.

Considerando o ponto de inflexão da curva próximo ao step 96:

$$\mu_{\delta} = \frac{124,26}{103,26} \approx 1,20 \quad \text{Eq. (48)}$$

Considerando o step 97:

$$\mu_{\delta} = \frac{124,26}{108,86} \approx 1,14 \quad \text{Eq. (49)}$$

Assim, o índice aparente de ductilidade situa-se aproximadamente entre 1,14 e 1,20, dependendo do ponto adotado para representar o início do regime de baixa rigidez.

Esses valores indicam pequena reserva de deformação entre a transição de rigidez e o último estado estável.

Entretanto, essa ductilidade permanece aparente, pois:

- O escoamento não foi confirmado diretamente na armadura;
- O ponto de transição foi identificado pela resposta global;
- O deslocamento último corresponde ao último passo estável;
- O modelo não apresentou ramo descendente estável.

7.0 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, compara-se o comportamento estrutural dos quatro modelos analisados, considerando a rigidez inicial, o início da fissuração, a capacidade resistente, os deslocamentos, a abertura de fissuras e o comportamento após a perda acentuada de rigidez. A análise conjunta permite avaliar a influência da configuração da armadura longitudinal sobre o desempenho global das lajes canal.

Para manter a uniformidade da comparação, adotaram-se os mesmos critérios de interpretação aplicados individualmente aos modelos. O início convencional da fissuração corresponde ao primeiro passo em que a abertura monitorada supera 0,05 mm, enquanto o início provável do escoamento foi associado ao ponto de inflexão da curva carga–deslocamento. Como essa última identificação foi baseada na resposta global dos modelos, os valores correspondentes permanecem condicionados à confirmação por meio do monitoramento direto das tensões ou deformações nas armaduras.

A Tabela 7 reúne os principais parâmetros obtidos.

Tabela 7 – Síntese dos principais resultados dos modelos analisados

Parâmetro	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Rigidez inicial k_0 (kN/mm)	3,93	4,03	4,49	3,34
Step de início da fissuração	6	14	14	7
P_{fiss} (kN)	18,75	48,75	48,75	22,50
δ_{fiss} (mm)	5,48	12,50	12,69	7,44
P_y^* (kN)	330,00	371,25	393,75	356,25–360,00
δ_y^* (mm)	110,44	102,27	100,71	103,26–108,86
P_{max} (kN)	333,75	405,00	450,00	363,75
δ_{max} (mm)	121,14	174,17	198,81	124,26
w_{max} (mm)	0,529	0,447	0,366	0,549
μ_δ^*	1,10	1,70	1,97	1,14–1,20

O sobrescrito * indica que o início provável do escoamento foi inferido a partir da mudança de inclinação da resposta global.

Fonte: Autor (2026)

7.1 Comparação da rigidez inicial e do início da fissuração

A rigidez inicial apresentou variação relativamente moderada entre os modelos, com valores entre 3,34 e 4,49 kN/mm. O Modelo 3 apresentou a maior rigidez inicial, correspondente a 4,49 kN/mm, enquanto o Modelo 4 apresentou o menor valor, igual a 3,34 kN/mm.

Em relação ao Modelo 1, a rigidez inicial aumentou aproximadamente 2,5% no Modelo 2 e 14,2% no Modelo 3. No Modelo 4, ocorreu redução próxima de 15,0%. Esses resultados indicam que a utilização das barras de 16 mm nos Modelos 2 e 3 contribuiu para o aumento da rigidez inicial do sistema, enquanto a redução do diâmetro para 12,5 mm no Modelo 4 diminuiu a contribuição da armadura longitudinal para a rigidez global.

Os Modelos 2 e 3 apresentaram início convencional da fissuração em 48,75 kN, valor 160% superior ao registrado no Modelo 1, igual a 18,75 kN. O Modelo 4 apresentou fissuração significativa em 22,50 kN, apenas 20% acima do Modelo 1.

Os deslocamentos correspondentes ao início da fissuração também foram maiores nos Modelos 2 e 3, atingindo 12,50 e 12,69 mm, respectivamente. Nos Modelos 1 e 4, os valores foram de 5,48 e 7,44 mm.

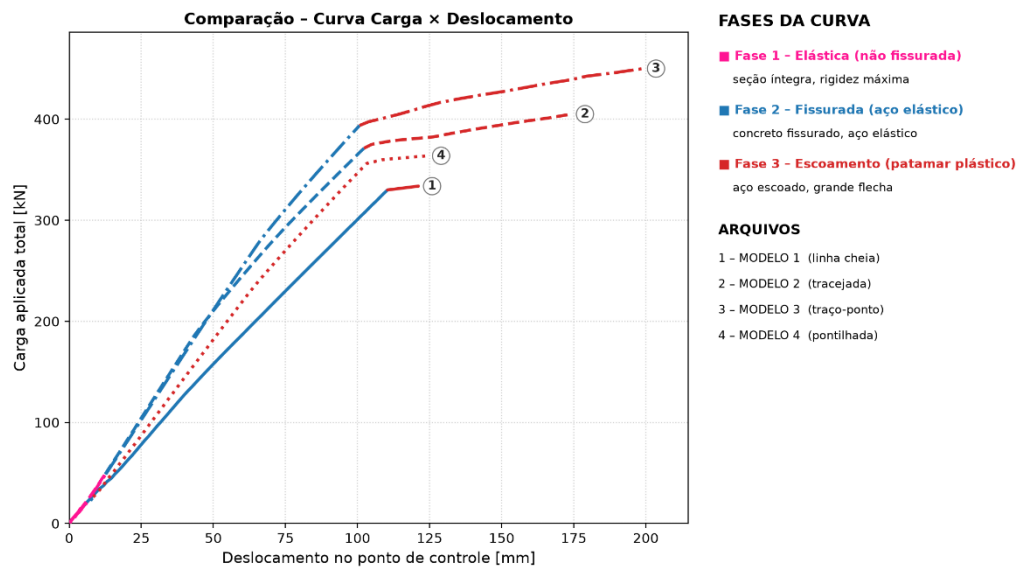
A semelhança entre os resultados dos Modelos 2 e 3 antes da fissuração mostra que nessa etapa, o diâmetro e a área de armadura exercem influência mais significativa do que o aumento da resistência ao escoamento do aço. Como os dois modelos apresentam barras de 16 mm, seus comportamentos iniciais permanecem próximos, apesar da diferença entre as resistências dos materiais.

O Modelo 4, embora utilize aço de maior resistência, apresenta barras de menor diâmetro. A redução da área de aço limita o aumento da rigidez e antecipa a fissuração em relação aos modelos com barras de 16 mm, dessa forma, o aumento da resistência do aço não compensa integralmente a redução da área da armadura no comportamento anterior à fissuração.

7.2 Comparação das curvas carga–deslocamento

A Figura 93 apresenta as curvas carga x deslocamento dos quatro modelos e permite comparar diretamente a rigidez, a capacidade resistente e a deformabilidade global.

Figura 93 – Comparação das curvas carga–deslocamento dos modelos analisados.



Fonte: Autor (2026)

A Figura 93 mostra que os modelos apresentam comportamentos semelhantes nos primeiros incrementos, mas as diferenças se tornam mais evidentes com o aumento da carga. Os Modelos 2 e 3 desenvolvem curvas mais inclinadas e atingem níveis superiores de carga e deslocamento antes da instabilidade.

O Modelo 3 apresenta o melhor desempenho global, atingindo carga máxima de 450,00 kN e deslocamento de 198,81 mm. O Modelo 2 alcança 405,00 kN e 174,17 mm, enquanto o Modelo 4 atinge 363,75 kN e 124,26 mm. O Modelo 1 apresenta a menor carga máxima, igual a 333,75 kN, com deslocamento de 121,14 mm.

Em relação ao Modelo 1, a carga máxima aumenta aproximadamente:

$$\frac{405,00 - 333,75}{333,75} \times 100 \approx 21,3\% \quad \text{Eq. (50)}$$

no Modelo 2;

$$\frac{450,00 - 333,75}{333,75} \times 100 \approx 34,8\% \quad \text{Eq. (51)}$$

no Modelo 3; e

$$\frac{363,75 - 333,75}{333,75} \times 100 \approx 9,0\% \quad \text{Eq. (52)}$$

no Modelo 4.

Esses resultados mostram que a utilização das barras de 16 mm aumenta significativamente a capacidade resistente. O ganho é mais acentuado no Modelo 3, no qual a maior resistência do aço se soma à elevada área de armadura longitudinal.

A comparação entre os Modelos 2 e 3 permite avaliar diretamente a influência da resistência do aço, pois ambos apresentam duas barras de 16 mm. O aumento da carga máxima de 405,00 para 450,00 kN corresponde a aproximadamente 11,1%. O deslocamento máximo também aumenta de 174,17 para 198,81 mm, representando acréscimo de aproximadamente 14,1%.

Portanto, o aço de maior resistência não apenas aumenta a capacidade resistente, mas também amplia a deformação suportada antes da instabilidade numérica.

O Modelo 4 apresenta carga máxima superior à do Modelo 1, mas seus deslocamentos máximos permanecem próximos. A carga aumenta aproximadamente 9,0%, enquanto o deslocamento máximo cresce apenas 2,6%. Esse resultado mostra que a utilização do aço CA-70, com barras de 12,5 mm proporciona ganho de resistência, mas não produz aumento expressivo da deformabilidade global.

7.3 Capacidade resistente e comportamento pós-escoamento

Os Modelos 2 e 3 apresentam os maiores valores associados ao início provável do escoamento, iguais a 371,25 e 393,75 kN, respectivamente. O Modelo 1 apresenta transição em aproximadamente 330,00 kN, enquanto o Modelo 4 entra no regime de baixa rigidez entre 356,25 e 360,00 kN.

Após o ponto de inflexão das curvas, os modelos apresentam comportamentos diferentes. No Modelo 1, a carga aumenta de 330,00 para 333,75 kN, correspondendo a um acréscimo de apenas 1,1%. O deslocamento aumenta aproximadamente 9,7%, resultando em índice aparente de ductilidade igual a 1,10.

No Modelo 2, a carga aumenta 9,1% após o início provável do escoamento, enquanto o deslocamento cresce aproximadamente 70,3%. O índice aparente de ductilidade atinge 1,70.

No Modelo 3, o ganho de carga após a transição de rigidez é de aproximadamente 14,3%, enquanto o deslocamento aumenta 97,4%. O índice aparente de ductilidade é igual a 1,97, o maior entre os modelos analisados.

No Modelo 4, a reserva pós-ponto de inflexão é limitada. Dependendo do ponto utilizado para representar o início do regime de baixa rigidez, o índice aparente de ductilidade varia entre 1,14 e 1,20.

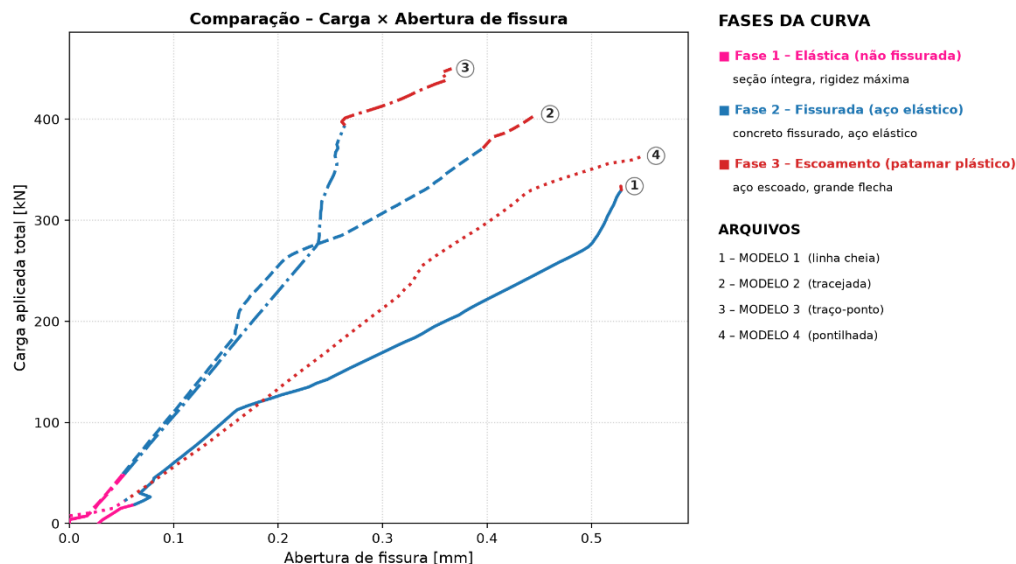
Esses resultados mostram que o Modelo 3 apresenta a maior capacidade de redistribuição e deformação após o início do regime de baixa rigidez. O Modelo 2 também desenvolve um trecho pós-escoamento significativo, embora inferior ao observado no Modelo 3.

Os Modelos 1 e 4 apresentam pequena reserva de deformação após a mudança de inclinação da curva. Nesses casos, a carga máxima ocorre pouco depois da redução acentuada da rigidez indicando menor capacidade de desenvolver deformações adicionais dentro da faixa estável.

7.4 Comparação da relação entre carga e abertura de fissura

A Figura 94 apresenta a relação entre a carga aplicada e a abertura da fissura monitorada nos quatro modelos.

Figura 94 – Comparação entre a carga aplicada e a abertura de fissura nos modelos analisados.



Fonte: Autor (2026)

A Figura 94 mostra que o Modelo 3 suporta os maiores níveis de carga para uma mesma abertura de fissura durante grande parte da análise. O Modelo 2 apresenta o segundo melhor desempenho, seguido pelos Modelos 4 e 1.

Para uma abertura próxima de 0,25 mm, os Modelos 2 e 3 já suportam cargas próximas ou superiores a 275 kN. No Modelo 1, a carga correspondente permanece próxima de 145 kN, enquanto o Modelo 4 apresenta valor intermediário, próximo de 185 kN.

Essa diferença mostra que os Modelos 2 e 3 mobilizam maior capacidade resistente sem aumento proporcional da fissuração monitorada. O maior diâmetro das barras melhora a transferência de esforços após a fissuração do concreto e reduz a necessidade de grandes aberturas para o desenvolvimento da resistência.

Na carga máxima, o Modelo 3 apresenta a menor abertura de fissura, igual a 0,366 mm, apesar de atingir a maior carga, correspondente a 450,00 kN. O Modelo 2 apresenta abertura de 0,447 mm para carga de 405,00 kN.

Os Modelos 1 e 4 apresentam as maiores aberturas na carga máxima, iguais a 0,529 e 0,549 mm, respectivamente. O Modelo 4 suporta carga superior à do Modelo 1, mas apresenta abertura ligeiramente maior.

Em relação ao Modelo 1, a abertura máxima diminui aproximadamente:

$$\frac{0,529 - 0,447}{0,529} \times 100 \approx 15,5\% \quad \text{Eq. (53)}$$

no Modelo 2 e

$$\frac{0,529 - 0,366}{0,529} \times 100 \approx 30,8\% \quad \text{Eq. (54)}$$

no Modelo 3.

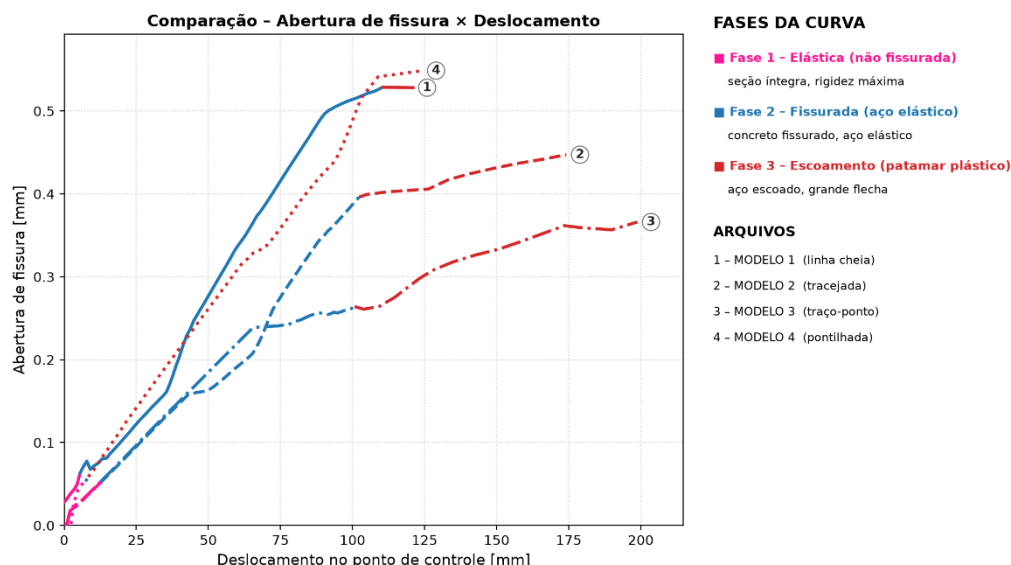
No Modelo 4, a abertura aumenta aproximadamente 3,8% em relação ao Modelo 1.

Assim, o Modelo 3 apresenta simultaneamente a maior capacidade resistente e o melhor controle da abertura da fissura monitorada. O Modelo 2 também apresenta desempenho favorável, enquanto a redução do diâmetro das barras no Modelo 4 compromete o controle da fissuração, mesmo com o emprego do aço de maior resistência.

7.5 Comparação da abertura de fissura em função do deslocamento

A Figura 95 compara a evolução da abertura da fissura monitorada com o deslocamento no ponto central.

Figura 95 – Comparação da abertura de fissura em função do deslocamento no ponto de controle.



Fonte: Autor (2026)

A Figura 95 evidencia que o Modelo 3 apresenta as menores aberturas para elevados níveis de deslocamento. Mesmo próximo de 200 mm de deslocamento, a abertura permanece em torno de 0,366 mm.

O Modelo 2 apresenta abertura de aproximadamente 0,447 mm para deslocamento de 174,17 mm. Os Modelos 1 e 4 atingem aberturas superiores a 0,52 mm para deslocamentos próximos de 121 e 124 mm.

Esses resultados mostram que o Modelo 3 combina elevada deformabilidade global com melhor controle da fissuração localizada. A estrutura desenvolve grandes deslocamentos sem que a fissura monitorada cresça na mesma proporção.

Esse comportamento pode ser associado à maior capacidade de redistribuição dos esforços entre diferentes seções fissuradas e à maior participação da armadura longitudinal após a fissuração do concreto.

O Modelo 2 também apresenta relação favorável entre deslocamento e abertura de fissura, embora sua fissuração final seja superior à do Modelo 3.

Nos Modelos 1 e 4, o aumento da abertura ocorre mais rapidamente em relação ao deslocamento global. A menor área de armadura do Modelo 4 resulta em comportamento próximo ao do modelo de referência, com abertura final ligeiramente superior.

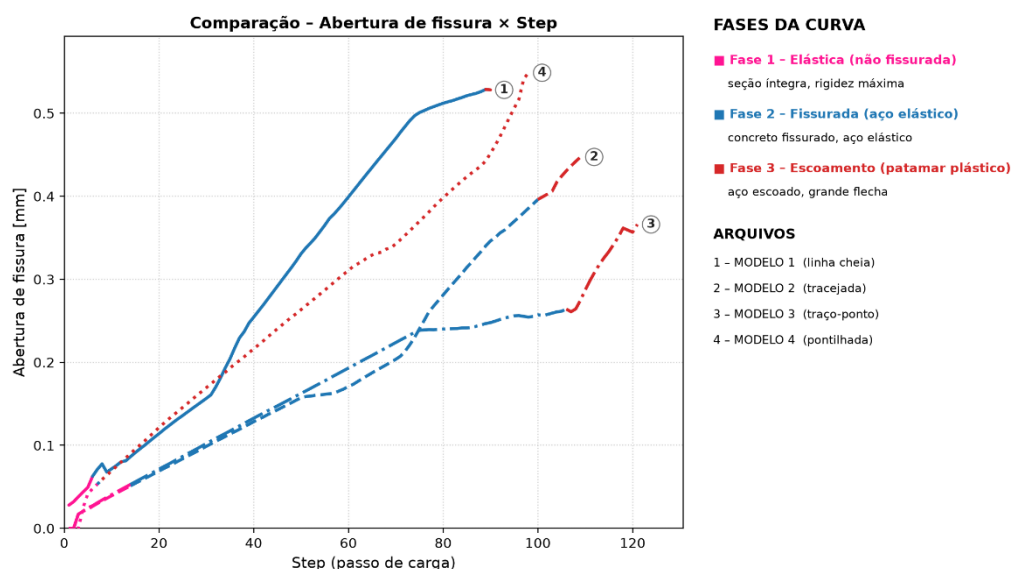
A análise dessa figura exige cuidado, pois uma maior capacidade de deslocamento não representa, isoladamente, melhor desempenho em serviço. Os deslocamentos máximos

pertencem à estados próximos da capacidade resistente e são muito superiores aos limites usuais de utilização. A comparação é utilizada para avaliar a capacidade de redistribuição e a evolução relativa da fissuração e não para indicar atendimento ao estado limite de serviço.

7.6 Comparação da evolução da fissuração ao longo dos passos de carga

A Figura 96 apresenta a abertura da fissura monitorada em função dos passos incrementais da análise.

Figura 96 – Comparação da abertura de fissura em função dos passos de carga.



Fonte: Autor (2026)

Como todos os modelos foram submetidos ao mesmo incremento nominal de carga, igual a 3,75 kN, o número do step mantém relação direta com a carga aplicada. Assim, a Figura 7.4 permite comparar a velocidade de desenvolvimento da fissuração durante a análise.

Os Modelos 2 e 3 apresentam início convencional da fissuração no step 14, enquanto o Modelo 1 fissura no step 6 e o Modelo 4 no step 7. Isso confirma o melhor desempenho dos modelos com barras de 16 mm durante os estágios iniciais do carregamento.

Após a fissuração, o Modelo 1 apresenta crescimento relativamente rápido da abertura, atingindo aproximadamente 0,50 mm antes do step 90. O Modelo 4 também apresenta crescimento contínuo, alcançando aproximadamente 0,55 mm no step 98.

O Modelo 2 apresenta evolução mais lenta e atinge 0,447 mm no step 109. O Modelo 3 mantém as menores aberturas durante grande parte da análise e atinge 0,366 mm apenas no step 121.

Esse comportamento demonstra que o Modelo 3 suporta maior número de incrementos de carga e maior carga total com menor abertura de fissura. O Modelo 2 apresenta resultado intermediário, enquanto os Modelos 1 e 4 desenvolvem fissuras maiores em etapas anteriores do carregamento.

A comparação também mostra que a resistência mais elevada do aço não controla isoladamente a fissuração. O Modelo 4 utiliza aço CA-70, mas apresenta abertura superior à do Modelo 1 na carga máxima. A redução do diâmetro e da área de armadura aumenta as deformações no aço e favorece o crescimento das fissuras.

7.7 Influência da resistência do aço e da área de armadura

A comparação entre os Modelos 2 e 3 isola, de forma aproximada, a influência da resistência do aço, pois ambos apresentam duas barras longitudinais com diâmetro de 16 mm.

O Modelo 3 apresenta:

- Rigidez inicial 11,4% superior;
- Carga associada ao ponto de inflexão aproximadamente 6,1% superior;
- Carga máxima 11,1% superior;
- Deslocamento máximo 14,1% superior;
- Abertura máxima aproximadamente 18,1% inferior;
- Índice aparente de ductilidade superior.

Esses resultados indicam que o aumento da resistência do aço melhora não apenas a capacidade resistente, mas também a resposta pós-escoamento e o controle da fissuração.

A comparação entre os Modelos 3 e 4 evidencia a influência da área de armadura, pois ambos utilizam aço CA-70, mas apresentam diâmetros diferentes.

A redução do diâmetro de 16 para 12,5 mm provoca:

- Redução da rigidez inicial de 4,49 para 3,34 kn/mm;
- Redução da carga máxima de 450,00 para 363,75 kn;
- Redução do deslocamento máximo de 198,81 para 124,26 mm;
- Aumento da abertura máxima de 0,366 para 0,549 mm;
- Redução significativa da ductilidade aparente.

A carga máxima do Modelo 4 é aproximadamente 19,2% inferior à do Modelo 3:

$$\frac{450,00 - 363,75}{450,00} \times 100 \approx 19,2\% \quad \text{Eq. (55)}$$

A abertura máxima é aproximadamente 50% superior:

$$\frac{0,549 - 0,366}{0,366} \times 100 \approx 50,0\% \quad \text{Eq. (56)}$$

Esses resultados demonstram que a utilização de aço de maior resistência não elimina a necessidade de uma área de armadura adequada. A redução excessiva da seção das barras diminui a rigidez, antecipa a fissuração e aumenta a abertura das fissuras.

Portanto, a substituição de uma armadura convencional por aço de maior resistência deve considerar simultaneamente a resistência última, a rigidez, o controle de fissuração e a ductilidade. A equivalência baseada apenas na força resistente das barras pode resultar em desempenho inferior nos estados de serviço e no regime pós-fissuração.

7.8 Síntese comparativa dos modelos

A análise conjunta indica que o Modelo 3 apresenta o melhor desempenho global entre as configurações estudadas. Esse modelo combina:

- maior rigidez inicial;
- maior carga máxima;
- maior deslocamento estável;
- menor abertura de fissura na carga máxima;
- maior índice aparente de ductilidade;
- maior capacidade de redistribuição após o início do regime de baixa rigidez.

O Modelo 2 apresenta o segundo melhor desempenho, com aumento significativo de resistência e deformabilidade em relação ao Modelo 1, além de redução da abertura máxima da fissura.

O Modelo 4 apresenta ganho moderado de resistência em relação ao Modelo 1, mas não melhora o controle da fissuração. A redução da área de armadura limita os benefícios associados ao aço de maior resistência, resultando em menor rigidez, menor capacidade de deformação e maior abertura final.

O Modelo 1 apresenta a menor carga máxima e a menor reserva de deformação após o ponto de inflexão da curva. Seu comportamento serve como referência para demonstrar os ganhos obtidos com as alterações da armadura longitudinal.

A ordem geral de desempenho em termos de capacidade resistente é:

Modelo 3 > Modelo 2 > Modelo 4 > Modelo 1

A mesma ordem é observada para o deslocamento máximo e para a ductilidade aparente. Em relação ao controle da abertura de fissura na carga máxima, a ordem de desempenho é:

Modelo 3 > Modelo 2 > Modelo 1 > Modelo 4

Portanto, o Modelo 3 apresenta a solução mais eficiente dentro dos critérios analisados. Entretanto, essa conclusão permanece restrita ao comportamento numérico avaliado e às condições de modelagem adotadas. À escolha final da armadura também deve considerar os estados limites de serviço, os critérios normativos, a disponibilidade dos materiais, os aspectos de ancoragem, aderência, execução e custo.

7.9 Implicações quanto à sustentabilidade, ao desempenho ao longo da vida útil e aos custos indiretos

Além das diferenças de resistência, rigidez, deformabilidade e fissuração, os resultados obtidos permitem discutir implicações mais amplas relacionadas à sustentabilidade, à durabilidade e ao desempenho econômico das soluções estudadas. Essa análise é relevante porque a escolha da armadura não influencia somente a capacidade resistente inicial da estrutura, mas também pode interferir no consumo de recursos, na necessidade de manutenção e na quantidade de materiais empregada ao longo da vida útil do elemento.

As considerações apresentadas nesta seção possuem caráter qualitativo, uma vez que o estudo não contemplou uma análise de ciclo de vida, a quantificação das emissões incorporadas, o levantamento dos custos de produção e execução ou a estimativa monetária das intervenções de manutenção, dessa forma, os resultados estruturais são utilizados como indicadores de possíveis efeitos ambientais e econômicos, sem que se estabeleçam valores absolutos de economia, redução de emissões ou aumento da vida útil.

7.9.1 Racionalização do consumo de aço e desmaterialização estrutural

O emprego de armaduras de maior resistência permite, em princípio, obter capacidade resistente equivalente com menor área de aço. Essa possibilidade constitui uma das principais justificativas técnicas e ambientais para a utilização do CA-70, pois a redução da massa de armadura pode diminuir o consumo de matéria-prima, as operações de transporte, o volume de material movimentado no processo industrial e a quantidade de aço incorporada a estrutura.

No presente estudo, a comparação entre os Modelos 3 e 4 permite avaliar esse efeito, uma vez que ambos utilizam aço CA-70, porém com barras de 16,0 e 12,5 mm, respectivamente. A área correspondente a duas barras de 16,0 mm é:

$$A_{s,16} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 16^2}{4} A_{s,16} \approx 402,1 \text{ mm}^2 \quad \text{Eq. (57)}$$

Para duas barras de 12,5 mm:

$$A_{s,12,5} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 12,5^2}{4} A_{s,12,5} \approx 245,4 \text{ mm}^2 \quad \text{Eq. (58)}$$

A redução da área longitudinal é, portanto:

$$\frac{402,1 - 245,4}{402,1} \times 100 \approx 39,0\% \quad \text{Eq. (59)}$$

Esse resultado demonstra o potencial de desmaterialização proporcionado pela redução do diâmetro das barras de CA-70. Entretanto, os resultados estruturais mostram que essa economia inicial de aço não ocorre sem consequências sobre o desempenho. Em relação ao Modelo 3, o Modelo 4 apresentou menor rigidez inicial, menor carga máxima, menor deslocamento estável e maior abertura de fissura.

Portanto, a redução de aproximadamente 39% da área de aço não pode ser interpretada isoladamente como ganho de eficiência. A solução somente será efetivamente sustentável caso a economia de material não seja anulada por perdas excessivas de desempenho, aumento das intervenções de manutenção, redução da vida útil ou necessidade de reforços posteriores.

A análise mostra, assim, que a desmaterialização estrutural precisa ser condicionada aos critérios de desempenho. O uso de aço de maior resistência não significa que a área de armadura possa ser reduzida exclusivamente pela equivalência da força resistente. A rigidez da seção fissurada, a abertura das fissuras, a deformabilidade e a capacidade de redistribuição também precisam ser consideradas.

7.9.2 Fissuração e vida útil da estrutura

A fissuração influencia diretamente o desempenho das estruturas de concreto armado ao longo do tempo. A presença de fissuras não representa necessariamente uma condição de insegurança estrutural, pois constitui um fenômeno esperado no concreto armado submetido à tração. Entretanto, a magnitude, a distribuição e a continuidade dessas fissuras podem alterar a proteção conferida pelo cobrimento às armaduras.

Fissuras mais abertas podem facilitar o ingresso de água, oxigênio, dióxido de carbono, cloretos e outros agentes agressivos. Em ambientes favoráveis ao desenvolvimento da corrosão, esse ingresso pode antecipar a despassivação das armaduras, aumentar a deterioração do concreto de cobrimento e reduzir a durabilidade do elemento.

Nesse contexto, os resultados comparativos mostram uma vantagem importante do Modelo 3. Esse modelo atingiu a maior carga máxima estável, igual a 450,00 kN, e, simultaneamente, apresentou a menor abertura de fissura no último estado estável, igual a 0,366 mm. O Modelo 2 apresentou abertura de 0,447 mm, enquanto os Modelos 1 e 4 atingiram 0,529 e 0,549 mm, respectivamente.

A menor abertura observada no Modelo 3 indica melhor controle da fissuração no ponto monitorado durante a análise. Em termos potenciais, esse comportamento pode contribuir para reduzir a facilidade de ingresso de agentes agressivos e retardar mecanismos de deterioração associados à corrosão das armaduras.

Entretanto, essa conclusão precisa ser apresentada com cautela. Os valores máximos analisados correspondem à estados avançados de carregamento, próximos ao limite da faixa estável e não representam necessariamente as condições usuais de serviço da estrutura. Uma avaliação direta da durabilidade requereria comparar as aberturas de fissura sob combinações de serviço, considerando a classe de agressividade ambiental, o cobrimento, a qualidade do concreto e os limites normativos aplicáveis.

Assim, os resultados não comprovam quantitativamente um aumento específico da vida útil, mas mostram que o Modelo 3 apresentou o comportamento mais favorável para o controle da fissura monitorada. Essa característica constitui um indicativo positivo de durabilidade, desde que também seja confirmada no Estado Limite de Serviço.

7.9.3 Custos de manutenção ao longo da vida útil

A abertura e a distribuição das fissuras podem influenciar a frequência e a complexidade das intervenções de manutenção. Estruturas que apresentam fissuras mais abertas ou concentradas podem demandar inspeções mais frequentes, selagem de fissuras, recomposição do cobrimento, tratamento de armaduras corroídas, aplicação de revestimentos protetores ou, em casos mais avançados, intervenções de reforço estrutural.

Essas operações geram custos que não aparecem no investimento inicial da estrutura, mas que podem representar parcela significativa do custo total ao longo da vida útil. Dessa forma, a solução com menor consumo inicial de aço não será necessariamente a alternativa mais econômica quando forem considerados os custos de inspeção, manutenção, interrupção de uso e reparo.

O Modelo 4 exemplifica essa necessidade de avaliação integrada. Embora a redução das barras de 16,0 para 12,5 mm diminua aproximadamente 39% da área da armadura longitudinal principal, sua abertura máxima foi aproximadamente 50% superior à registrada no Modelo 3:

$$\frac{0,549 - 0,366}{0,366} \times 100 \approx 50,0\% \quad \text{Eq. (60)}$$

Esse aumento sugere que a economia obtida pela redução da armadura pode ser parcialmente ou integralmente anulada caso o maior nível de fissuração resulte em maior necessidade de manutenção ao longo do tempo.

Em sentido contrário, o Modelo 3 requer maior quantidade inicial de aço do que o Modelo 4, mas apresenta melhor controle de fissuração, maior capacidade resistente e maior reserva de deformação. Essa configuração pode gerar custos iniciais superiores, porém potencialmente acompanhados por menor frequência de intervenções e maior confiabilidade ao longo da vida útil.

A definição da alternativa economicamente mais eficiente dependeria de uma análise de custo do ciclo de vida, incluindo:

- custo inicial das armaduras;
- custo de fabricação e montagem;
- transporte e manuseio dos elementos;
- custos periódicos de inspeção;
- probabilidade e custo dos reparos;
- perdas associadas à interrupção de uso;
- custo de reforço ou substituição antecipada;
- valor residual da estrutura ao final da vida útil.

Como esses dados não foram levantados, o presente trabalho não estabelece qual modelo possui o menor custo global. Os resultados indicam, contudo, que a avaliação econômica não deve se restringir à quantidade inicial de aço.

7.9.4 Consumo de materiais nas atividades de reparo

O impacto ambiental de uma solução estrutural não se limita aos materiais empregados em sua construção. Durante a vida útil, as atividades de manutenção e reparo também consomem recursos e geram resíduos.

O tratamento de fissuras pode envolver o uso de resinas epoxídicas, selantes, argamassas de reparo, grautes, revestimentos de proteção, materiais compósitos e novos elementos de aço. Além do consumo direto desses produtos, as intervenções podem demandar a remoção de concreto deteriorado, descarte de resíduos, transporte de materiais e utilização de equipamentos.

Nesse sentido, uma configuração que controle melhor a fissuração pode reduzir indiretamente o consumo futuro de materiais de reparo. O benefício ambiental não se restringe, portanto, a economia inicial de armadura, mas inclui a possibilidade de evitar intervenções, prolongar os intervalos de manutenção e retardar a necessidade de substituição dos componentes estruturais.

O histórico de aplicação das lajes canal reforça a relevância dessa questão. Estudos anteriores identificaram fissuração longitudinal, infiltração e exposição de armaduras em parcela significativa de elementos construídos, originando programas de reabilitação com compósitos de fibras, resinas e inserção de novas barras. Esses casos mostram que a fissuração e a durabilidade possuem efeitos materiais e econômicos que se estendem muito além da etapa inicial de construção.

Assim, o melhor controle de fissuração apresentado pelo Modelo 3 pode representar uma vantagem indireta em termos de consumo de materiais durante o ciclo de vida. Essa vantagem, entretanto, precisa ser confirmada por estudos específicos de durabilidade e manutenção.

7.9.5 Impacto econômico da capacidade resistente

A maior capacidade resistente dos Modelos 2 e 3 também pode produzir benefícios econômicos indiretos. Uma solução estrutural capaz de resistir a cargas superiores pode: permitir o atendimento de maiores sobrecargas de utilização; ampliar as possibilidades de uso da edificação; reduzir a necessidade de reforços futuros; aumentar a flexibilidade para

mudanças de ocupação; diminuir a quantidade de elementos necessários em determinadas configurações; e permitir maior padronização industrial de peças pré-moldadas.

O Modelo 3 apresentou carga máxima aproximadamente 34,8% superior à do Modelo 1 e 11,1% superior à do Modelo 2. Essa reserva resistente pode aumentar a robustez da solução e reduzir a probabilidade de intervenções motivadas por mudanças de uso ou aumento das solicitações.

Entretanto, maior capacidade resistente não implica automaticamente menor custo. O aumento da quantidade de aço, a disponibilidade comercial das barras CA-70, as exigências de ancoragem, o controle de qualidade e as condições de fabricação podem elevar o investimento inicial.

Além disso, o presente modelo adotou aderência perfeita entre as barras e o concreto. Essa simplificação pode superestimar a contribuição das armaduras de alta resistência, especialmente em regiões de ancoragem. Na aplicação prática, os custos e as dificuldades de detalhamento associados aos comprimentos de desenvolvimento, emendas, dobras e ancoragens precisam ser considerados.

Portanto, a maior resistência apresentada pelo Modelo 3 representa uma vantagem técnica, mas sua vantagem econômica somente poderá ser confirmada mediante análise que incorpore custos de material, execução e detalhamento.

7.9.6 Sustentabilidade e emissões incorporadas

A redução do consumo de aço constitui uma estratégia potencial para diminuir os impactos ambientais associados à produção da estrutura. A siderurgia envolve consumo significativo de energia e emissão de gases de efeito estufa, de modo que a diminuição da massa de aço incorporada pode contribuir para a redução das emissões associadas ao elemento estrutural.

Nesse aspecto, o Modelo 4 apresenta uma vantagem inicial evidente em relação ao Modelo 3, decorrente da redução aproximada de 39% da área da armadura longitudinal principal. Caso os dois modelos fossem comparados somente pela massa inicial de aço, o Modelo 4 tenderia a apresentar menor consumo de material.

Entretanto, uma avaliação ambiental consistente deve abranger todo o ciclo de vida. Caso a redução da armadura provoque maior fissuração, menor durabilidade ou necessidade de

reparos mais frequentes, o consumo adicional de materiais e energia durante a fase de uso pode reduzir ou até eliminar o benefício ambiental inicialmente obtido.

Essa relação evidencia um possível conflito entre eficiência material inicial e desempenho de longo prazo. A alternativa ambientalmente mais adequada não é necessariamente aquela que emprega a menor quantidade de aço, mas aquela que atende aos requisitos estruturais e de durabilidade com o menor impacto acumulado ao longo da vida útil.

Para quantificar essa diferença, estudos futuros poderiam realizar uma Avaliação do Ciclo de Vida, considerando:

- massa de aço e concreto;
- origem e conteúdo reciclado do aço;
- emissões da fabricação;
- transporte dos materiais;
- energia utilizada na produção pré-moldada;
- frequência de manutenção;
- materiais empregados nos reparos;
- vida útil prevista;
- possibilidade de reciclagem ao final da utilização.

Sem essa análise, não é possível afirmar quantitativamente qual modelo apresenta menor impacto ambiental. Os resultados permitem concluir apenas que o Modelo 4 possui maior potencial de redução do consumo inicial de aço, enquanto o Modelo 3 apresenta melhor desempenho estrutural e melhor controle da fissuração, fatores que podem favorecer sua durabilidade e reduzir impactos futuros.

7.9.7 Benefícios indiretos do controle da fissuração

Além da possível redução da corrosão e dos custos de manutenção, o controle da fissuração pode gerar outros benefícios indiretos.

Fissuras menores podem contribuir para:

- reduzir a infiltração de água;
- preservar revestimentos e sistemas de impermeabilização;
- limitar manifestações patológicas visíveis;
- melhorar a percepção de segurança dos usuários;
- reduzir reclamações e intervenções corretivas;
- preservar a aparência dos elementos aparentes;
- diminuir a deterioração das regiões de juntas e ligações;
- aumentar a previsibilidade do comportamento estrutural.

Em elementos pré-moldados, esses benefícios podem ser especialmente relevantes. A repetição seriada das peças faz com que uma deficiência de detalhamento ou desempenho possa se reproduzir em grande número de unidades. Assim, uma pequena melhora no controle da fissuração de cada elemento pode representar redução significativa de manutenção quando considerada toda a produção.

Por outro lado, o controle da fissuração não depende apenas da resistência do aço. Os resultados mostram que o Modelo 4, apesar de utilizar CA-70, apresentou a maior abertura entre os modelos analisados. Isso demonstra que a taxa geométrica de armadura e a rigidez da seção fissurada são determinantes.

Portanto, o aço de alta resistência precisa ser utilizado como instrumento de otimização, e não somente de redução de seção. A solução deve combinar resistência, quantidade de barras, diâmetro, distribuição, aderência e detalhamento para que a economia de material não comprometa o desempenho em serviço.

7.9.8 Síntese das implicações ambientais e econômicas

A análise integrada mostra que não existe uma correspondência direta entre menor consumo inicial de aço e melhor desempenho sustentável.

O Modelo 4 apresentou o maior potencial de economia inicial de armadura, porém essa redução foi acompanhada por: menor rigidez; menor capacidade resistente; menor reserva de deformação e maior abertura de fissura.

O Modelo 3 apresentou maior consumo de aço em relação ao Modelo 4, mas também apresentou: maior capacidade resistente; menor abertura de fissura; maior deformabilidade estável; maior índice aparente de ductilidade; e maior potencial de controle das manifestações patológicas associadas à fissuração.

O Modelo 2 apresentou desempenho intermediário, combinando capacidade resistente e controle de fissuração superiores aos do Modelo 1, mas inferiores aos do Modelo 3.

O Modelo 1, embora tenha apresentado menor resistência e maior abertura final do que os Modelos 2 e 3 possui a contribuição da protensão e representa uma tecnologia consolidada, cujo desempenho econômico deve considerar custos específicos de produção, equipamentos de protensão, ancoragens, controle executivo e perdas de protensão.

Dessa forma, a escolha da solução mais sustentável e economicamente eficiente deve considerar simultaneamente: consumo inicial de aço; capacidade resistente; comportamento em serviço; abertura de fissuras; durabilidade; manutenção; vida útil; facilidade de fabricação; requisitos de ancoragem; disponibilidade do material; possibilidade de reciclagem; custos e impactos ao longo do ciclo de vida.

Entre os critérios estruturais avaliados, o Modelo 3 apresentou o melhor equilíbrio entre resistência, deformabilidade e controle de fissuração. O Modelo 4 demonstrou o maior potencial de redução da quantidade de aço, mas também evidenciou que a redução da área de armadura pode comprometer o desempenho e gerar custos indiretos futuros.

Portanto, os resultados sustentam a utilização do CA-70, como alternativa para racionalização das armaduras, desde que a redução do consumo de aço seja limitada por critérios de rigidez, fissuração, aderência, ancoragem e durabilidade. A eficiência do material não deve ser avaliada apenas pela resistência ao escoamento, mas pelo desempenho global da estrutura ao longo de sua vida útil.

8 CONCLUSÕES

Esta pesquisa avaliou numericamente o comportamento estrutural de lajes tipo canal submetidas à flexão, considerando diferentes configurações de armadura longitudinal. A análise foi desenvolvida por meio do Método dos Elementos Finitos, com representação não linear dos materiais no software ATENA 2D, e contemplou uma configuração de referência e alternativas constituídas por barras de diferentes resistências e diâmetros.

Foram analisados quatro modelos: o Modelo 1, correspondente à configuração de referência; o Modelo 2, armado com duas barras longitudinais de 16 mm de aço convencional; o Modelo 3, armado com duas barras longitudinais de 16 mm de aço CA-70; e o Modelo 4, armado com duas barras longitudinais de 12,5 mm de aço CA-70. O desempenho foi avaliado a partir das curvas carga–deslocamento, da evolução da abertura de fissuras, das reações de apoio, da rigidez, da capacidade resistente e do comportamento posterior à perda acentuada de rigidez.

Os resultados mostraram que todos os modelos apresentaram resposta caracterizada por uma fase inicial de maior rigidez, seguida pelo desenvolvimento progressivo da fissuração e, posteriormente, pela formação de um regime de baixa rigidez. A proximidade entre as cargas aplicadas e as somas das reações de apoio confirmou o equilíbrio global das análises nos intervalos considerados estáveis.

O início convencional da fissuração foi identificado a partir da ultrapassagem da abertura de 0,05 mm no ponto monitorado. O Modelo 1 atingiu esse limite sob carga de 18,75 kN, enquanto o Modelo 4 o atingiu sob 22,50 kN. Os Modelos 2 e 3 apresentaram início convencional da fissuração em 48,75 kN, demonstrando melhor desempenho nos estágios iniciais do carregamento.

As configurações com duas barras de 16 mm apresentaram maior capacidade de retardar o desenvolvimento da fissuração significativa. A proximidade dos resultados iniciais dos Modelos 2 e 3 indica que, antes do escoamento, a área de armadura e sua contribuição para a rigidez da seção exercem influência mais direta do que o aumento isolado da resistência do aço.

A comparação das curvas carga–deslocamento mostrou diferenças expressivas entre os modelos. O Modelo 1 atingiu carga máxima estável de 333,75 kN, com deslocamento central de 121,14 mm. O Modelo 2 alcançou 405,00 kN e deslocamento de 174,17 mm. O Modelo 3 apresentou a maior carga máxima, igual a 450,00 kN, acompanhada pelo maior deslocamento estável, de 198,81 mm. O Modelo 4 atingiu 363,75 kN, com deslocamento de 124,26 mm.

Em relação ao Modelo 1, os acréscimos de carga máxima foram de aproximadamente 21,3% no Modelo 2, 34,8% no Modelo 3 e 9,0% no Modelo 4. Esses resultados confirmam que

o emprego de barras de 16 mm aumentou significativamente a capacidade resistente da laje canal, com maior ganho na configuração constituída por aço CA-70.

A comparação direta entre os Modelos 2 e 3 permitiu avaliar a influência da resistência do aço em configurações com a mesma área nominal de armadura. O Modelo 3 apresentou carga máxima aproximadamente 11,1% superior à do Modelo 2 e deslocamento máximo cerca de 14,1% maior. Também apresentou menor abertura de fissura no último estado estável, indicando que o aumento da resistência do aço, nessa configuração, contribuiu simultaneamente para a capacidade resistente, a deformabilidade e o controle da fissuração.

O Modelo 3 apresentou a menor abertura de fissura no último estado estável, correspondente a 0,366 mm. O Modelo 2 atingiu 0,447 mm, o Modelo 1 apresentou 0,529 mm e o Modelo 4 alcançou 0,549 mm. Dessa forma, o Modelo 3 combinou a maior capacidade resistente com a menor abertura da fissura monitorada entre as configurações avaliadas.

Em relação ao Modelo 1, a abertura máxima foi reduzida em aproximadamente 15,5% no Modelo 2 e 30,8% no Modelo 3. No Modelo 4, ocorreu aumento aproximado de 3,8%. Esse resultado mostra que o emprego de aço de maior resistência não garante, isoladamente, melhor controle da fissuração. A área de armadura, o diâmetro das barras e a rigidez da seção fissurada permanecem determinantes.

A redução do diâmetro das barras de CA-70 de 16 para 12,5 mm, realizada na comparação entre os Modelos 3 e 4, correspondeu a uma diminuição aproximada de 39,0% da área de armadura longitudinal. Essa redução resultou em queda da carga máxima de 450,00 para 363,75 kN, diminuição do deslocamento máximo de 198,81 para 124,26 mm e aumento da abertura máxima de fissura de 0,366 para 0,549 mm.

Portanto, a redução da área de aço proporcionada pela utilização de barras CA-70 de menor diâmetro gerou economia inicial de material, mas também provocou perdas relevantes de rigidez, capacidade resistente, deformabilidade e controle da fissuração. A substituição de armaduras não deve ser realizada apenas por equivalência de resistência, sem considerar os Estados Limites de Serviço e o comportamento pós-fissuração.

A análise do trecho posterior ao ponto de inflexão das curvas mostrou que os Modelos 2 e 3 apresentaram maior capacidade de desenvolver deformações adicionais antes do início da instabilidade numérica. Os índices aparentes de ductilidade foram de aproximadamente 1,10 para o Modelo 1, 1,70 para o Modelo 2, 1,97 para o Modelo 3 e entre 1,14 e 1,20 para o Modelo 4.

O Modelo 3 apresentou a maior reserva de deformação após a formação do regime de baixa rigidez. Após o ponto de inflexão da curva, a carga aumentou aproximadamente 14,3%,

enquanto o deslocamento cresceu cerca de 97,4%. O Modelo 2 também apresentou trecho pós-escoamento significativo, com aumento de carga de aproximadamente 9,1% e crescimento do deslocamento de 70,3%.

Nos Modelos 1 e 4, a carga máxima ocorreu pouco depois da redução acentuada da rigidez, indicando menor reserva de deformação dentro da faixa numericamente estável. Esses modelos apresentaram índices aparentes de ductilidade significativamente inferiores aos obtidos nos Modelos 2 e 3.

A identificação do início do escoamento foi realizada a partir do ponto de inflexão das curvas carga–deslocamento e, portanto, deve ser considerada uma inferência baseada na resposta estrutural global. A confirmação desse fenômeno requer a análise direta das tensões ou deformações desenvolvidas nas armaduras. Essa ressalva é especialmente importante para o Modelo 4, cuja identificação automática inicial não se mostrou compatível com o comportamento global observado.

Os resultados também evidenciaram que as aberturas de fissura e os deslocamentos não evoluíram de forma estritamente proporcional. Em determinados intervalos, a abertura da fissura monitorada permaneceu quase constante, enquanto os deslocamentos continuaram aumentando. Esse comportamento indica redistribuição das deformações entre diferentes fissuras, rotações localizadas, deformações das armaduras e outras regiões da estrutura.

Do ponto de vista da sustentabilidade, o emprego de aço CA-70 mostrou potencial para racionalizar o consumo de armadura. Entretanto, os resultados demonstraram que a redução da quantidade de aço precisa ser limitada por critérios de desempenho. A alternativa com menor massa inicial de armadura não foi necessariamente aquela com melhor resposta estrutural ou maior potencial de durabilidade.

O Modelo 4 apresentou o maior potencial de desmaterialização, porém também registrou a maior abertura de fissura e menor capacidade resistente e deformabilidade em comparação com o Modelo 3. Assim, a economia inicial de aço pode ser acompanhada por maior necessidade de inspeções, reparos e manutenção ao longo da vida útil dependendo das condições de exposição da estrutura.

O melhor controle da fissuração apresentado pelo Modelo 3 pode contribuir para reduzir a entrada de água e agentes agressivos, retardar mecanismos de corrosão e diminuir a frequência de intervenções de manutenção. Esses efeitos não foram quantificados nesta pesquisa, mas representam benefícios potenciais associados à durabilidade, à vida útil e ao consumo de materiais de reparo.

A avaliação econômica também não deve se restringir ao custo inicial das armaduras. Uma análise completa precisa considerar fabricação, transporte, montagem, ancoragem, inspeções, manutenção, interrupções de uso, reparos e eventual reforço ou substituição antecipada da estrutura. Dessa forma, uma solução inicialmente mais onerosa pode apresentar menor custo ao longo do ciclo de vida caso proporcione maior durabilidade e menor necessidade de intervenção.

Entre as configurações estudadas, o Modelo 3 apresentou o melhor desempenho estrutural global, reunindo a maior rigidez inicial, a maior capacidade resistente, o maior deslocamento estável, a menor abertura de fissura no último estado convergente e o maior índice aparente de ductilidade. O Modelo 2 apresentou o segundo melhor desempenho, com resultados superiores aos Modelos 1 e 4 quanto à resistência, à deformabilidade e ao controle da fissuração.

O Modelo 4 demonstrou que o emprego de aço CA-70 pode permitir redução expressiva da área de armadura, mas também evidenciou os limites dessa estratégia. A racionalização das barras não pode comprometer a rigidez da seção fissurada, o controle das fissuras, a capacidade de redistribuição e o desempenho ao longo da vida útil.

Conclui-se que o aço CA-70 apresenta potencial técnico para aplicação em lajes tipo canal, especialmente quando utilizado sem redução excessiva da área de armadura. Seu emprego pode aumentar a capacidade resistente e melhorar o controle da fissuração, desde que o dimensionamento considere conjuntamente os Estados Limites Último e de Serviço, as condições de aderência, os comprimentos de ancoragem, a deformabilidade e a durabilidade.

A hipótese de que o aço de alta resistência pode melhorar o desempenho das lajes canal foi confirmada para a configuração com duas barras de 16 mm. Entretanto, a hipótese de que a maior resistência permitiria reduzir substancialmente a área de armadura sem perdas relevantes de desempenho não foi integralmente confirmada. A configuração com barras de 12,5 mm apresentou economia de aço, mas também perdas significativas em parâmetros estruturais fundamentais.

As conclusões permanecem restritas às hipóteses de modelagem adotadas, aos materiais considerados, à geometria analisada e às condições de contorno utilizadas.

9 LIMITAÇÕES DA PESQUISA E TRABALHOS FUTUROS

9.1 Limitações da pesquisa

A presente pesquisa foi desenvolvida exclusivamente por meio de simulações numéricas, sem a realização de ensaios experimentais para validação direta das respostas obtidas. Embora os modelos tenham permitido identificar tendências de rigidez, fissuração, capacidade resistente e deformabilidade, a ausência de resultados experimentais limita a confirmação quantitativa dos mecanismos observados.

O estudo concentrou-se em uma geometria específica de laje canal, com vão, seção transversal, condições de apoio e forma de carregamento previamente definidos. Dessa forma, os resultados não podem ser generalizados diretamente para outros vãos, geometrias, taxas de armadura ou condições de contorno sem análises complementares.

A representação foi realizada por meio de modelos bidimensionais. Essa abordagem permite analisar o comportamento longitudinal predominante, mas não reproduz integralmente fenômenos tridimensionais, como a distribuição transversal das tensões, os efeitos espaciais nas regiões de apoio, possíveis mecanismos de torção e variações da fissuração ao longo da largura do elemento.

Também não foram avaliadas situações de cisalhamento puro ou combinações específicas nas quais esse mecanismo pudesse governar a resposta estrutural. O carregamento analisado foi direcionado principalmente à avaliação do comportamento à flexão e das regiões descontínuas associadas ao modelo estudado.

A pesquisa não contemplou variações sistemáticas do vão, da geometria da seção, da resistência do concreto, da taxa de armadura ou da posição das barras. Assim, as conclusões obtidas representam as configurações específicas analisadas e não constituem uma otimização completa das lajes canal com armaduras de alta resistência.

A durabilidade foi discutida qualitativamente a partir da abertura das fissuras, mas não foram realizadas simulações específicas de transporte de agentes agressivos, carbonatação, penetração de cloretos ou corrosão das armaduras. Também não foi estimada quantitativamente a vida útil das diferentes configurações.

Os impactos econômicos e ambientais foram avaliados apenas de maneira qualitativa. Não foram levantados os custos reais das barras, da fabricação, da protensão, da montagem, das inspeções ou das intervenções de manutenção. Da mesma forma, não foi realizada uma Avaliação do Ciclo de Vida para quantificar emissões, consumo de energia, transporte, reparos e reciclagem dos materiais.

Essas limitações não invalidam os resultados obtidos, mas definem o campo de aplicação das conclusões e indicam os aspectos que ainda precisam ser investigados antes da aplicação generalizada das soluções propostas.

9.2 Trabalhos futuros

Como continuidade da pesquisa, propõe-se inicialmente a realização de ensaios experimentais em escala real. Esses ensaios deverão permitir a validação das curvas carga–deslocamento, dos padrões de fissuração, das cargas de início do escoamento, das capacidades resistentes e dos modos de ruptura identificados numericamente.

Recomenda-se instrumentar as armaduras para medir diretamente as tensões e deformações desenvolvidas durante o carregamento. Esse procedimento permitirá confirmar os pontos de escoamento que, no presente estudo, foram inferidos a partir das mudanças de inclinação das curvas carga–deslocamento.

A ampliação para análises tridimensionais poderá representar de forma mais completa a distribuição transversal dos esforços, o comportamento espacial das regiões de apoio, a interação entre mesa e nervura e os mecanismos tridimensionais de fissuração.

Também se recomenda avaliar diferentes vãos, alturas, espessuras, larguras e condições de apoio. Essa análise permitirá verificar se as tendências identificadas permanecem válidas em outras relações geométricas e poderá contribuir para a definição de faixas de aplicação das armaduras de alta resistência.

A investigação do comportamento sob cisalhamento puro constitui outro desdobramento relevante. Estudos específicos poderão avaliar a resistência das regiões próximas aos apoios, a formação de bielas comprimidas, a abertura de fissuras diagonais e a interação entre os mecanismos de flexão e cisalhamento.

A aderência entre o aço e o concreto deve ser investigada de forma aprofundada, com a utilização de modelos constitutivos capazes de representar o deslizamento relativo, a degradação da ligação e a transferência localizada de tensões. Ensaio de arrancamento e análises específicas poderão subsidiar a calibração desses modelos.

Os comprimentos de ancoragem, as emendas, as condições de extremidade e os detalhamentos das barras CA-70 também devem ser avaliados. A maior resistência do aço somente pode ser mobilizada quando a transferência dos esforços ao concreto ocorre de forma adequada.

Recomenda-se ainda realizar estudos específicos de fissuração em serviço, considerando combinações representativas do Estado Limite de Serviço, limites normativos de abertura de fissuras, flechas e condições de agressividade ambiental.

A resposta pós-crítica poderá ser investigada com estratégias de controle de deslocamento ou métodos do tipo arc-length. Essas abordagens podem permitir a obtenção de ramos descendentes estáveis e uma caracterização mais completa dos mecanismos de ruptura.

Outros estudos poderão incorporar os efeitos de retração, fluência, perdas progressivas de protensão, carregamentos repetidos, fadiga, ações térmicas e diferentes históricos de carregamento.

A análise econômica deverá considerar não apenas o custo inicial das armaduras, mas também os custos de fabricação, execução, transporte, inspeção, manutenção, reparo, interrupção de uso e eventual reforço estrutural.

De forma complementar, recomenda-se realizar uma Avaliação do Ciclo de Vida, contemplando o consumo de aço e concreto, as emissões incorporadas, a origem dos materiais, o transporte, a frequência de manutenção, os materiais empregados nos reparos e a possibilidade de reciclagem ao final da vida útil.

Por fim, a ampliação da base numérica e experimental poderá fornecer subsídios técnicos para futuras recomendações de projeto e eventuais revisões normativas relacionadas ao emprego de armaduras de alta resistência. No entanto, qualquer proposição normativa deverá ser fundamentada em um conjunto mais amplo de geometrias, materiais, condições de carregamento e resultados experimentais.

Esses estudos poderão ampliar a compreensão sobre o emprego de armaduras de alta resistência em lajes canal e contribuir para o desenvolvimento de soluções simultaneamente seguras, duráveis, economicamente viáveis e ambientalmente eficientes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABECE. **Recomendação técnica para o uso de barras de aço CA-70 em blocos de fundação**. São Paulo: ABECE, 2024.

ACI COMMITTEE 439. **Guide for the use of ASTM A1035/A1035M Type CS Grade 100 (690) steel bars for structural concrete**. ACI 439.6R-19. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2019.

ALDABAGH, Saif; ALAM, M. Shahria. High-strength steel reinforcement (ASTM A1035/A1035M Grade 690): state-of-the-art review. **Journal of Structural Engineering**, [S. l.], v. 146, n. 8, artigo 03120003, 2020. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002720.

BRINCKERHOFF, P. **A context for common historic bridge types**. Washington, D.C.: National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board, 2005. (NCHRP Project 25-25, Task 15).

CIÇARAS, I. **Análise numérica não linear de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas com bainhas perdidas submetidas à flexão**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021.

CONCRETE TECHNOLOGY CORPORATION. **Technical catalogs and design criteria for 4 ft, 5 ft, and 6 ft channel beams**. Tacoma: CTC, 1998.

CORELHANO, A. G. B.; CHRISTOFORO, A. L.; ALMEIDA FILHO, F. M. de. Fator de ductilidade no dimensionamento à flexão de vigas em concreto armado. **Revista Caderno Pedagógico**, Curitiba, v. 21, n. 12, p. 1–23, 2024. DOI: 10.54033/cadpedv21n12-258.

CORELHANO, A. G. B.; CORRÊA, M. R. S.; BECK, A. T. Confiabilidade de edifícios no estado limite de serviço para deslocamentos horizontais máximos. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 84–103, 2012. DOI: 10.1590/S1983-41952012000100006.

DURHAM, S. A.; HEYMSFIELD, E.; SCHEMMEL, J. Structural evaluation of precast concrete channel beams in bridge superstructures. **Transportation Research Record**, [S. l.], n. 1845, p. 77–85, 2003. DOI: 10.3141/1845-09.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Carlos: EESC-USP, 2017.

EL-HACHA, R.; EL-AGROUDY, H.; RIZKALLA, S. H. Bond characteristics of high-strength steel reinforcement. **ACI Structural Journal**, [S. l.], v. 103, n. 6, p. 771–782, nov./dez. 2006.

FALCÃO BAUER, L. A. **Relatório de ensaio nº MEC-ID360.710/2/22: determinação do coeficiente de conformação superficial – aço CA-50, diâmetro 16 mm**. São Paulo: L. A. Falcão Bauer, 2022.

FALCÃO BAUER, L. A. **Relatório de ensaio nº MEC-363.783/1/22: determinação do coeficiente de conformação superficial – aço CA-50, diâmetro 25 mm**. São Paulo: L. A. Falcão Bauer, 2022.

FANG, J. et al. Experimental study on flexural behavior of modular prefabricated channel-concrete composite beams with dry connections. **Journal of Building Engineering**, [S. l.], v. 68, artigo 106194, 2023. DOI: 10.1016/j.jobbe.2023.106194.

GERDAU; NORTÉA ENGENHARIA. Aspectos de eficiência mecânica e consumo do aço CA-70 (Gerdau). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 2023. **Anais [...]**. [S. l.]: CBPE, 2023.

HARRIES, K. A.; SHAHROOZ, B. M.; SOLTANI, A. Flexural crack widths in concrete girders with high-strength reinforcement. **Journal of Bridge Engineering**, [S. l.], v. 17, n. 5, p. 804–812, 2012. DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000306.

HE, S. et al. Performance assessment of channel beam bridges with hollow track bed decks. **Structures**, [S. l.], v. 61, artigo 105988, 2024. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.105988.

HEYMSFIELD, E.; DURHAM, S. A. Retrofitting short-span precast channel beam bridges constructed without shear reinforcement. **Journal of Bridge Engineering**, [S. l.], v. 16, n. 3, p. 445–452, 2011. DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000167.

HEYMSFIELD, E.; DURHAM, S. A.; JONES, J. X. Structural behavior of short span precast channel beam bridges without shear reinforcement. **Journal of Bridge Engineering**, [S. l.], v. 12, n. 6, p. 794–800, 2007. DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:6(794).

HOLLÝ, Ivan et al. 3D nonlinear analysis of precast prestressed hollow core slab. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, [S. l.], v. 960, 2020.

HOSNY, Amr; SELIEM, Hatem M.; RIZKALLA, Sami H.; ZIA, Paul. Development length of unconfined conventional and high-strength steel reinforcing bars. **ACI Structural Journal**, [S. l.], v. 109, n. 5, p. 655–664, set./out. 2012. DOI: 10.14359/51684043.

HU, Xiaoyi et al. Experimental study on crack width of HRB600 grade high-strength steel bar reinforced concrete beams. **Buildings**, [S. l.], v. 14, n. 1, artigo 10, 2024.

HUSSIEN, O. F.; SHAHIN, A.; ELAFIFI, E. H. Behavior of bonded and unbonded prestressed normal and high strength concrete beams. **HBRC Journal**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 180–188, 2012. DOI: 10.1016/j.hbrcj.2012.09.001.

JOINT ACI-ASCE COMMITTEE 318. **Building code requirements for structural concrete (ACI 318-02) and commentary (ACI 318R-02)**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2002.

JONES, J. X.; HEYMSFIELD, E.; DURHAM, S. A. Fiber-reinforced polymer shear strengthening of short-span, precast channel beams in bridge superstructures. **Transportation Research Record**, [S. l.], v. 1892, n. 1, p. 56–65, 2004. DOI: 10.3141/1892-07.

KHAKSEFIDI, Samaneh; GHALEHNOVI, Mansour; DE BRITO, Jorge. Bond behaviour of high-strength steel rebars in normal strength concrete (NSC) and ultra-high performance concrete (UHPC). **Journal of Building Engineering**, [S. l.], v. 33, artigo 101592, 2021.

LIAO, Wen-Cheng; PERCEKA, Wisena; WANG, Michael. Experimental study of cyclic behavior of high-strength reinforced concrete columns with different transverse reinforcement detailing configurations. **Engineering Structures**, [S. l.], v. 153, p. 290–301, 2017.

LIN, T. Y.; BURNS, N. H. **Design of prestressed concrete structures**. 3. ed. New York: Wiley, 1981.

MARÍ, A. R.; BAIRÁN, J. M.; CLADERA, A.; OLLER, E.; RIBAS, C. Shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams based on a mechanical model. **Journal of Structural Engineering**, [S. l.], v. 142, n. 12, p. 1–12, 2016. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001582.

MARQUES, Adrielle N.; TEODORO, Chiara P.; CARRAZEDO, Rogério. Non-linear numerical modeling of reinforced concrete structures considering bond slip. In: CILAMCE 2022 – XLIII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2022, Foz do Iguaçu. **Anais [...]**. Foz do Iguaçu: ABMEC, 2022.

MARTI, P. **Über traglast und duktilität von biegesteifen rahmenecken**. Zurich: ETH Institut für Baustatik und Konstruktion, 1985.

MENDES, J. P. **Simulação numérica de estruturas de concreto utilizando o software ATENA 2D: recursos, configurações e critérios constitutivos**. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2023. Documento interno de pesquisa.

MICHELINI, Elena et al. Experimental investigation and numerical modeling of precast hollow core slabs. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, [S. l.], v. 14, n. 31, 2020.

MOREIRA, R. M.; FONTANA, R. T.; MEO, G. F. Estudo sobre a eficiência e aplicação do aço CA-70 (Gerdau) em obras de arte especiais: um estudo de caso. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 2023. **Anais [...]**. [S. l.]: CBPE, 2023a.

MOREIRA, R. M.; FONTANA, R. T.; MEO, G. F. **Análise do desempenho de longarinas com armaduras CA-70 sob estados limites de serviço**. Porto Alegre: Gerdau/UFRGS, 2023b.

NAWY, Edward G. **Prestressed concrete: a fundamental approach**. 5. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2006.

NCDOT. **Prestressed concrete channel beam bridges**. Historic Bridge Inventory. Raleigh: North Carolina Department of Transportation, 2020.

PENNSYLVANIA DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. **Precast channel beam bridges: standard drawings BD-668M**. Harrisburg: PennDOT, 2016.

PFEIL, Walter. **Concreto protendido: introdução**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1984.

RAUTENBERG, Jeffrey M. et al. Reconsidering the use of high-strength reinforcement in concrete columns. **Engineering Structures**, [S. l.], v. 37, p. 135–142, 2012.

ROSS, S. et al. Potential retrofit methods for concrete channel beam bridges using glass fiber reinforced polymer. **Journal of Bridge Engineering**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 66–74, 2004. DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:1(66).

ROTS, J. G. et al. Analysis of mixed-mode fracture in concrete. **HERON**, [S. l.], v. 30, n. 1, p. 1–59, 1985.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, [S. l.], v. 32, n. 3, p. 74–150, 1987.

SELIEM, Hatem M. et al. Bond characteristics of ASTM A1035 steel reinforcing bars. **ACI Structural Journal**, [S. l.], v. 106, n. 4, p. 530–539, jul./ago. 2009. DOI: 10.14359/56619.

SHAY MURTAGH. **Technical manual: prestressed concrete beams**. 3. ed. [S. l.]: Shay Murtagh, 2013.

SHEPHERD, B.; GIBBENS, B. The evolution of the concrete “channel” bridge system and its application to road and rail bridges. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CONCRETE STRUCTURES: THE CHALLENGE OF CREATIVITY, 2004, Avignon. **Proceedings [...]**. Avignon: fib/AFGC, 2004. p. 1–12.

SILVA, Amilton Rodrigues da; ROSA, João Paulo de Souza. Nonlinear numerical analysis of prestressed concrete beams and slabs. **Engineering Structures**, [S. l.], v. 223, artigo 111187, 2020.

SOKOLI, D.; LIMANTONO, A.; GHANNOUM, W. M. Special moment frames with high-strength reinforcement: Part 2: Columns. **ACI Structural Journal**, [S. l.], v. 117, n. 2, p. 253–265, 2020.

SOUZA, R. A. **Análise de estruturas de concreto com descontinuidades por meio de simulação numérica: estudo de caso com o método dos elementos finitos**. Porto: FEUP – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. Relatório técnico.

TANG, Chao-Wei. Modeling uniaxial bond stress-slip behavior of reinforcing bars embedded in concrete with different strengths. **Materials**, [S. l.], v. 14, artigo 783, 2021.

TENNESSEE DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. **SMO-05: precast prestressed concrete girders**. Bridge Design Guidelines. Nashville: TDOT, 2016.

TO, Duy V.; MOEHLE, Jack P. Special moment frames with high-strength reinforcement: Part 1: Beams. **ACI Structural Journal**, [S. l.], v. 117, n. 2, p. 239–252, 2020.

WANG, Caiqin; JIAO, Yubo et al. Bond behavior of high-strength steel rebar in ultra-high-performance manufactured sand concrete: experiment and modelling. **Buildings**, [S. l.], v. 14, artigo 2292, 2024.

WANG, Renyuan et al. Nonlinear analysis of reinforced concrete slabs using a quasi-3D mixed finite element formulation. **Engineering Structures**, [S. l.], v. 294, 2023.

ZHANG, Jingxiao; LI, Hui; XIA, Bo; SKITMORE, Martin. Impact of environment regulation on the efficiency of regional construction industry: a 3-stage data envelopment analysis (DEA). **Journal of Cleaner Production**, [S. l.], v. 200, p. 770–780, 2018. DOI: 10.1016/j.jclepro.2018.07.189.