

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA E CIÊNCIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MAICON DE FREITAS ARCINE

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA VIGAS RETANGULARES EM  
CONCRETO ARMADO REFORÇADAS AO CISALHAMENTO COM  
COMPÓSITO DE FIBRA DE CARBONO**

MARINGÁ - PR  
2020

MAICON DE FREITAS ARCINE

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA VIGAS RETANGULARES EM  
CONCRETO ARMADO REFORÇADAS AO CISALHAMENTO COM  
COMPÓSITO DE FIBRA DE CARBONO**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para a obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Dra. Nara Villanova Menon

MARINGÁ-PR  
2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

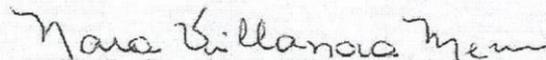
A674s	<p>Arcine, Maicon de Freitas</p> <p>Simulação numérica para vigas retangulares em concreto armado reforçadas ao cisalhamento com compósito de fibra de carbono / Maicon de Freitas Arcine. -- Maringá, PR, 2020. 197 f.: il. color., figs., tabs.</p> <p>Orientadora: Profa. Dra. Nara Villanova Menon. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2020.</p> <p>1. Vigas retangulares de concreto armado. 2. Cisalhamento. 3. Simulação numérica. 4. Reforço externo com PRFC. I. Menon, Nara Villanova, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.</p>
CDD 23.ed. 624.1892	

MAICON DE FREITAS ARCINE

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA VIGAS RETANGULARES EM CONCRETO  
ARMADO REFORÇADAS AO CISALHAMENTO COM COMPÓSITO  
DE FIBRA DE CARBONO**

Dissertação de Mestrado julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final pelo orientador e Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre

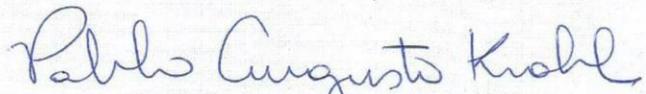
**BANCA EXAMINADORA**



**Profa. Dra. Nara Villanova Menon**  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Estadual de Maringá  
Orientadora



**Prof. Dr. Leandro Vanalli**  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Estadual de Maringá



**Prof. Dr. Pablo Augusto Krahl**  
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo  
Universidade Estadual de Campinas



*À minha mãe, Laurita, por sempre batalhar para que seus filhos tenham um futuro melhor.*



---

---

## AGRADECIMENTOS

---

---

Primeiramente, agradeço a Deus por me dar sabedoria, paciência, saúde e força nos momentos difíceis.

Aos meus pais, Laurita e Alceu, por todo o incentivo e apoio em momentos de desânimo e cansaço. Agradeço pelo amor, incentivo e apoio incondicional. À minha irmã e cunhado, Raquel e André, pela preocupação em sempre acreditar no meu potencial. Ao meu sobrinho e afilhado, Luiz Otávio. A minha namorada, Leila, por sempre estar ao meu lado e me aconselhar em diversos momentos. Reconheço-a também como uma grande amiga companheira. A todos os familiares que se fazem presentes em minha vida.

À minha professora, amiga e orientadora Dra. Nara Villanova Menon, pela orientação, incentivo, disponibilidade e amizade. Fico grato pelo conhecimento passado e auxílio no meu crescimento pessoal e profissional.

Ao meu amigo e seminarista, Drayton, que se fez presente durante várias fases importantes da minha vida. Agradeço pelo companheirismo em partilhar momentos bons e ruins. Ao meu amigo Lucas, pela sua amizade durante todo mestrado. A todos os meus amigos que aqui não foram nomeados, também foram fundamentais para meu desenvolvimento como pessoa e profissional.

Ao Prof. Dr. Pablo Augusto Krahl, que sempre se mostrou disposto a me ajudar em todas as minhas dificuldades. Agradeço pelo auxílio e esforço, muito obrigado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, pela bolsa de mestrado e incentivo ao desenvolvimento científico.

*“Ter fé é assinar uma folha em branco e deixar que Deus escreva nela o que quiser”*

Santo Agostinho



---

## RESUMO

---

ARCINE, M. F. **Simulação numérica para vigas retangulares em concreto armado reforçadas ao cisalhamento com compósito de fibra de carbono.** 2020. 197 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Estadual de Maringá, Maringá.

A necessidade de aumentar a capacidade resistente de uma estrutura é cada vez mais recorrente e negligenciada, o que pode comprometer a segurança da mesma. Dessa forma o desenvolvimento de novas técnicas de reforço e reabilitação desses sistemas tornaram-se essenciais. No caso de estruturas de concreto sujeitas a esforços de cisalhamento, o reforço geralmente acaba por suceder uma descolagem prematura e conseqüentemente o sistema não atinge a capacidade resistente especificada em projeto, o que pode comprometer a estrutura. O presente trabalho tem o objetivo de identificar os principais parâmetros que controlam o comportamento estrutural do reforço externo com PRFC (Polímero Reforçado com Fibra de Carbono), em vigas retangulares de concreto armado submetidas a esforços cortantes, com ênfase no descolamento do reforço. O *Software* de elementos finitos (MEF) ABAQUS 6.12 foi usado para simular diversos modelos experimentais coletados na literatura. Testes de cisalhamento *pull – out* foram simulados para calibrar o modelo de interface com resultados experimentais. Para o desenvolvimento das análises em vigas retangulares de concreto armado, foi considerada uma estrutura biapoiada dimensionada para romper ao cisalhamento, sujeita a um carregamento próximo ao apoio de segundo gênero. Os modelos numéricos adotados para a simulação desta viga foram: CDP (*Concrete Damage Plasticity*) para o concreto, elasto-plástico perfeito e *bond - slip* para o aço. O procedimento de calibração da viga referência consistiu em variar a malha do elemento, o parâmetro de viscosidade e o ângulo de dilatação do modelo, os demais parâmetros do CDP foram conforme a literatura. Posteriormente, a estrutura foi reforçada em “U” ao cisalhamento e realizado um estudo paramétrico variando o  $f_{cm}$ , vão de cisalhamento ( $a/d$ ), propriedades dos estribos e posicionamento do reforço. Por fim, foi aumentado o cobrimento de algumas vigas já simuladas. O modelo usado para o PRFC foi o ortotrópico elástico-linear e para o adesivo o *bond - slip* com superfícies coesivas. As simulações de *pull – out* apresentaram bons resultados frente aos experimentais. Serviram como base para conhecer a evolução do dano na interface adesiva. A calibração da viga sem reforço mostrou bons resultados com viscosidade igual a  $10^{-4}$ , ângulo de dilatação de  $38^\circ$  e malha de 25mm. Com o reforço da estrutura, o descolamento foi observado em todos os compósitos quando posicionado externamente sobre os estribos internos. O modelo conseguiu prever a diferença em se posicionar o reforço sobre os estribos e entre os estribos e, portanto, a mudança de posição do reforço em relação a armadura transversal deve ser levada em consideração. O mecanismo de falha ao cisalhamento se mostrou complexo com as evidências numéricas, principalmente ao levar em consideração a descolagem do compósito e suas interações.

**Palavras-chave:** Vigas retangulares de concreto armado. ABAQUS. Cisalhamento. Reforço externo com PRFC. Descolamento.



---

## ABSTRACT

---

ARCINE, M. F. **Finite element analysis for rectangular RC beams externally strengthened to shear with CFRP**. 2020. 197 p. Dissertation (Master in Civil Engineering) - Postgraduate Education Program in Civil Engineering, State University of Maringá, Maringá.

The need to increase the resistant capacity of a structure is increasingly recurrent and neglected, which can compromise its safety. Thus, the development of new techniques to strengthen and rehabilitate these systems has become essential. In the case of concrete structures subject to shearing forces, the strengthened usually ends up taking a premature debonding and consequently the system does not reach the resistant capacity specified in the design, which can compromise the structure. The present work has the objective of identifying the main parameters that control the structural behavior of the external strengthened with PRFC (Carbon Fiber Reinforced Polymer), in rectangular RC beams submitted to shearing forces, with emphasis on the strengthened debonding. The finite element software (FEM) ABAQUS 6.12 was used to simulate several experimental models collected in the literature. Pull - out shear tests were simulated to calibrate the interface model with experimental results. For the development of analyzes on rectangular RC beams, a simply supported structure dimensioned to break the shear was considered, subject to a load close to the second type of support. The numerical models adopted for the simulation of this beam were: CDP (Concrete Damage Plasticity) for concrete, perfect elasto-plastic and bond - slip for steel. The calibration procedure of the reference beam consisted of varying the mesh size, the viscosity parameter and the dilatation angle of the model, the other CDP parameters were in accordance with the literature. Subsequently, the structure was strengthened in "U" to the shear and a parametric study was carried out, varying the  $f_{cm}$ , shear span ( $a/d$ ), stirrup properties and position of strengthened. Finally, the concrete cover of some simulated beams was increased. The model used for the PRFC was the elastic-linear orthotropic and for the adhesive the bond - slip with cohesive surfaces. The pull - out simulations showed good results compared to the experimental ones. They served as a basis to know the evolution of the damage in the adhesive interface. Calibration of the beam without strengthened showed good results with viscosity equal to  $10^{-4}$ , dilatation angle of  $38^\circ$  and mesh size of 25mm. With the strengthened of the structure, debonding was observed in all composites when positioned externally on the internal stirrups. The model was able to predict the difference in positioning the CFRP on the stirrups and between the stirrups and, therefore, the change of the strengthened of position in relation to the transverse reinforcement must be taken into account. The shear failure mechanism proved to be complex with the numerical evidence, especially when considering the debonding of the composite and its interactions.

**Keywords:** Rectangular RC beams. ABAQUS. Shear. External strengthening with CFRP. Debonding.



---



---

## LISTA DE FIGURAS

---



---

Figura 1.1 – Desabamento de parte do viaduto sobre galeria dos estados em Brasília (2018).	34
Figura 1.2 – Consumo de materiais compósitos no Brasil em 2016. ....	36
Figura 1.3 – Modelagem do concreto, aço e PRF no ABAQUS.....	37
Figura 1.4 – Colapso da interface no reforço em “U” (a) e após a remoção do reforço (b).....	38
Figura 1.5 – Sistema reforçado com PRFC (a) e o colapso da interface (b). ....	38
Figura 1.6 – Viga reforçada com PRFV (a) e sua falha por cisalhamento na diagonal principal (b) .....	39
Figura 1.7 – Viga reforçada (a) e recuperada e reforçado com PRFC (b).....	39
Figura 2.1 – Modelo de escoras e tirantes .....	43
Figura 2.2 – Padrão de fissuração e modelo de treliça .....	43
Figura 2.3 – Efeito pino ao longo de uma viga fissurada de concreto armado. ....	45
Figura 2.4 – Regiões de contato entre o agregado e a pasta de cimento .....	45
Figura 2.5 – Aggregate interlock: Tensões de contato .....	46
Figura 2.6 – Mecanismo de transferência de cisalhamento descrito no modelo de escoras e tirantes: <i>Cantilever action</i> (a); Tensões residuais de tração nas fissuras (b); Efeito pino (c); intertravamento dos agregados (d); Efeito arco (e). ....	46
Figura 2.7 – Ações de transferência de cisalhamento .....	47
Figura 2.8 – Programa experimental: (a) esquema do teste e condições de carregamento; (b) viga simplesmente apoiada; (c) viga contínua; (d) viga em balanço com carga distribuída uniforme e (e) viga em balanço com carga pontual.....	48
Figura 2.9 – Padrões de fissuração observado por Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2015) .....	49
Figura 2.10 – Programa experimental de Krassowska et al. (2019) (Dimensões em mm) .....	51
Figura 2.11 – Programa experimental de Jumaa e Yousif (2019a, 2019b) .....	52
Figura 2.12 – Programa experimental de Al Mahmoud et al. (2020) (Dimensões em mm) ...	53
Figura 2.13 – Vigas após a falha segundo Al Mahmoud et al. (2020) .....	54
Figura 2.14 – Condições de contorno (a) e exemplo de resultado com elemento C3D8 (b) segundo Earij et al. (2017).....	55
Figura 2.15 – Condições de contorno da viga simulada segundo Jumaa e Yousif (2019).....	56
Figura 2.16 – Comparação do padrão de fissuração segundo Jumaa e Yousif (2019).....	56

Figura 2.17 – Programa experimental (a) e exemplo de resultado numérico (b) de Bahraq et al. (2019) (Dimensões em mm) .....	58
Figura 2.18 – Esquema de um laminado de PRF unidirecional .....	59
Figura 2.19 – Diagrama tensão x deformação de barras de aço e materiais poliméricos.....	60
Figura 2.20 – Tensão x deformação das fibras de carbono .....	60
Figura 2.21 – Técnica de reforço <i>Near Surface Mounting</i> (NSM) (a) e <i>Externally Bonded Reinforcement</i> (EBR) (b).....	62
Figura 2.22 – Configurações possíveis do reforço ao cisalhamento (Repetida). .....	64
Figura 2.23 – Modos de falha relacionados à configuração de reforço ao cisalhamento.....	65
Figura 2.24 – Possíveis modos de falha associados no sistema Concreto/Adesivo/PRF .....	67
Figura 2.25 – Processo de descolagem de vigas em concreto armado reforçadas ao cisalhamento em “U” .....	68
Figura 2.26 – Notação para um esquema geral de reforço ao cisalhamento .....	68
Figura 2.27 – Processo de descolamento do PRF em vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento para baixo cobrimento do concreto: (a) (b) estágio de amolecimento; (c) (d) descolamento parcial e (e) descendente.....	70
Figura 2.28 – Programa experimental de Karzad et al. (2019) (Dimensões em mm).....	72
Figura 2.29 – Programa experimental de Yu et al. (2019) (Dimensões em mm).....	74
Figura 2.30 – Programa experimental de Eslami et al. (2020) (Dimensões em mm) .....	75
Figura 2.31 – Série de testes realizado por Eslami et al. (2020) (Dimensões em mm).....	75
Figura 2.32 – Viga referência de Elsanadedy et al. (2019) (a) e com abertura (b) (Dimensões em mm).....	77
Figura 2.33 – Resultados das vigas BC-02 (a), BS1-01 (b) e BS2-02 (c).....	78
Figura 2.34 – Programa experimental de Zheng et al. (2020) (Dimensões em mm) .....	79
Figura 3.1 – Volumes representativos da mecânica do dano (a) e mecânica da fratura (b) ....	82
Figura 3.2 – Definições do início das fissuras em fadiga.....	82
Figura 3.3 – Tensão aparente, verdadeira e efetiva .....	83
Figura 3.4 – Variação da rigidez secante do meio contínuo equivalente .....	84
Figura 3.5 – Material com deformação permanente na plasticidade (a) e danificado (b) .....	84
Figura 3.6 – Acréscimo de comprimento devido à abertura de defeitos .....	85
Figura 3.7 – Tensão x Deformação do CDP do concreto para tensão uniaxial de compressão (a) e de tração (b) .....	86
Figura 3.8 – Superfície de escoamento de Drucker-Prager (a) e plano meridiano (b) .....	88
Figura 3.9 – Relação entre $f_{bc}/f_c$ e resistência a compressão do concreto .....	89

Figura 3.10 – Plano desviador da superfície de falha para valores de $Kc$ .....	91
Figura 3.11 – Função de escoamento plástico em estado plano de tensões .....	92
Figura 3.12 – Encruamento isotrópico no plano desviatório.....	93
Figura 3.13 – Regra associativa (a) e não associativa (b) do escoamento plástico. ....	94
Figura 3.14 – Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager: Superfície potencial plástica no plano meridional .....	95
Figura 3.15 – Relação esquemática da tensão x deformação segundo EUROCODE 2 (2004).....	97
Figura 3.16 – Curva tensão x deformação do aço .....	100
Figura 3.17 – Curva tensão x deformação elasto-plástico perfeito .....	100
Figura 3.18 – Relação tensão x deformação modificada para barras de aço inseridas em vigas de concreto armado.....	102
Figura 3.19 – Parâmetros do modelo <i>Bond-slip</i> para uma barra de aço no concreto .....	103
Figura 3.20 – Esquema ortotrópico do PRF .....	104
Figura 3.21 – Modelo bilinear <i>bond – slip</i> para a interface adesiva.....	106
Figura 3.22 – Distribuição das tensões de cisalhamento e propagação da descolagem no modelo <i>bond-slip</i> .....	107
Figura 3.23 – Modos de descolamento no Modo I: abertura (a), Modo II: deslizamento (b) e Modo III: rasgamento (c).....	108
Figura 3.24 – Resposta de materiais coesivos em modos I, II, III e misto .....	110
Figura 4.1 – Representação de um elemento sólido extrudado .....	112
Figura 4.2 – Geometria do reforço por elemento <i>Shell</i> .....	112
Figura 4.3 – Configuração do experimento de Yao, Teng e Chen (2005) .....	116
Figura 4.4 – Condições de contorno (a) (b) e discretização dos elementos (c) - Testes Yao, Teng e Chen (2005) .....	117
Figura 4.5 – Curvas constitutivas para o concreto na compressão (a) e tração (b) - Testes Yao, Teng e Chen (2005) .....	118
Figura 4.6 – Curva dano x deformação (a) e dano x abertura de fissura (b) - Testes Yao, Teng e Chen (2005) .....	119
Figura 4.7 – Ruptura da viga referência (a) e gráfico carga x deslocamento (b) .....	120
Figura 4.8 – Detalhamento da viga.....	121
Figura 4.9 – Condições de contorno (a) e posicionamento das fibras de carbono entre (b) e sobre (c) estribos internos. ....	123
Figura 4.10 – Condições de contorno (a) e discretização dos elementos (b) da viga referência .....	123

Figura 4.11 – Curvas constitutivas para o concreto na compressão (a) e tração (b) - Testes Menon (2008).....	124
Figura 4.12 – Evolução do dano na compressão (a) e tração (b) – Testes Menon (2008) .....	124
Figura 4.13 – Discretização da armadura .....	125
Figura 4.14 – Condições de contorno (a) e discretização (b) das vigas reforçadas.....	126
Figura 4.15 – Numeração dos estribos (a) e PRFC (b) para as análises.....	127
Figura 5.1 – Curvas carga x deslocamento dos testes VI-2 (a), VI-3 (b) e VI-7 (c) .....	129
Figura 5.2 – Falha experimental do teste II-5 (a) e dano a tração (b) e compressão (c) do concreto .....	130
Figura 5.3 – Evolução das tensões $S_{12}$ ( $\tau_{xy}$ ) no concreto (Teste I-1) .....	131
Figura 5.4 – Evolução do dano na interface adesiva (Teste I-1) .....	131
Figura 5.5 – Falha experimental do teste V-11 (a) e evolução do dano na tração (b) e compressão (c).....	132
Figura 5.6 – Evolução das tensões $S_{11}$ ( $\tau_{xx}$ ) (a) e $S_{12}$ ( $\tau_{xy}$ ) (b) no concreto (Teste V-11). .....	134
Figura 5.7 – Evolução do dano na interface adesiva (Teste V-11).....	135
Figura 5.8 – Falha experimental do teste VI-3 e VI-7 (a) e dano a tração (b) e compressão (c) do concreto .....	136
Figura 5.9 – Simulações da viga $V0 - O(31,2) E_I$ referente a malha (a), viscosidade (b) e ângulo de dilatação (c).....	138
Figura 5.10 – Gráfico Carga x Deslocamento (meio do vão) da viga $V0 - O(31,2) E_I$ .....	139
Figura 5.11 – Evolução das fissuras (a) e dano a tração (b) na viga $V0 - O(31,2) E_I$ .....	140
Figura 5.12 – Comparação do panorama de fissuração da viga experimental (a) com a numérica $V0 - O(31,2) E_I$ (b).....	141
Figura 5.13 – Tensões de <i>Von Mises</i> na armadura em aço.....	141
Figura 5.14 – Desenvolvimento das tensões principais de compressão ( $S_{Min}$ , <i>Principal</i> ) na viga $V0 - O(31,2) E_I$ .....	142
Figura 5.15 – Gráficos carga x deslocamento das vigas $V1 - O(31,2)E_I/EE$ (a) e $V2 - O(31,2)E_I/SE$ (b).....	143
Figura 5.16 – Comparação do panorama de fissuração da viga experimental 19 (a) com a evolução das fissuras (a) e tensões (c) da numérica $V1 - O(31,2)E_I/EE$ .....	144
Figura 5.17 – Comparação do panorama de fissuração da viga experimental 32 (a) com a evolução das fissuras (a) e tensões (c) da numérica $V2 - O(31,2)E_I/SE$ .....	145

Figura 5.18 – Evolução do dano no adesivo, tensões no PRFC e fissuras no concreto para a viga $V1 - O(31,2)E_1/EE$ .....	146
Figura 5.19 – Evolução do dano no adesivo, tensões no PRFC e fissuras no concreto para a viga $V2 - O(31,2)E_1/SE$ .....	148
Figura 5.20 – Gráfico de comparação entre as tensões nos estribos das vigas $V1$ e $V2$ .....	151
Figura 5.22 – Tensões nos estribos das vigas $V1$ (a) e $V2$ (b) e curvas carga x deformação nas vigas $V1$ (c) e $V2$ (d) .....	152
Figura 5.22 – Curvas de compressão (a), dano a compressão (b), tração (c) e dano a tração (d) com variação do $f_{cm}$ .....	153
Figura 5.23 – Gráficos carga x deslocamento com variação do $f_{cm}$ para reforço sobre estribos (a) e entre estribos (b).....	154
Figura 5.24 – Relação deslocamento no meio do vão x $f_{cm}$ (a) e carga de pico x $f_{cm}$ (b)...	155
Figura 5.25 – Comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo das vigas $V3 - O(15)E_1/SE$ (a), $V4 - O(45)E_1/SE$ (b), $V5 - O(15)E_1/EE$ (c) e $V6 - O(45)E_1/EE$ (d) .....	156
Figura 5.26 – Gráfico comparativo de tensões nos estribos das vigas $V3, V5$ (a) e $V4, V6$ (b) .....	157
Figura 5.27 – Tensões no aço das vigas $V3 - O(15)E_1/SE$ (a), $V4 - O(45)E_1/SE$ (b), $V5 - O(15)E_1/EE$ (c) e $V6 - O(45)E_1/EE$ (d) .....	158
Figura 5.28 – Gráficos carga x deslocamento com variação de $a/d$ para reforço sobre estribos (a) e entre estribos (b).....	159
Figura 5.29 – Relação deslocamento no meio do vão x $a/d$ (a) e carga de pico x $a/d$ (b) ..	160
Figura 5.30 – Comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo das vigas $V7-B(31,2)E_1/SE$ (a), $V8-A(31,2)E_1/SE$ (b), $V9-B(31,2)E_1/EE$ (c) e $V10-A(31,2)E_1/EE$ (d).....	161
Figura 5.31 – Tensões no aço das vigas $V7-B(31,2)E_1/SE$ (a), $V8-A(31,2)E_1/SE$ (b), $V9-B(31,2)E_1/EE$ (c) e $V10-A(31,2)E_1/EE$ (d) .....	163
Figura 5.32 – Gráfico comparativo de tensões nos estribos das vigas $V7, V9$ (a) e $V8, V10$ (b) .....	164
Figura 5.33 – Gráficos carga x deslocamento com variação das propriedades dos estribos para reforço sobre estribos (a) e entre estribos (b) .....	164
Figura 5.35 – Relação deslocamento no meio do vão x bitola dos estribos (a) e carga de pico x bitola dos estribos (b) .....	165
Figura 5.35 – Comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo das vigas $V11-O(31,2)E_2/SE$ (a), $V12-O(31,2)E_3/SE$ (b), $V13-O(31,2)E_2/EE$ (c) e $V14-O(31,2)E_3/EE$ (d) ..	166

Figura 5.36 – Gráfico comparativo de tensões nos estribos das vigas <i>V11</i> , <i>V13</i> (a) e <i>V12</i> , <i>V14</i> (b) .....	168
Figura 5.37 – Tensões no aço das vigas <i>V11-O(31,2)E<sub>2</sub>/SE</i> (a), <i>V12-O(31,2)E<sub>3</sub>/SE</i> (b), <i>V13-O(31,2)E<sub>2</sub>/EE</i> (c) e <i>V14-O(31,2)E<sub>3</sub>/EE</i> (d).....	168
Figura 5.38 – Seção transversal das vigas com aumento de cobrimento .....	169
Figura 5.39 – Danos na interface adesiva com variação do cobrimento para <i>V1</i> (a), <i>V2</i> (b), <i>V4</i> (c), <i>V7</i> (d), <i>V8</i> (e), <i>V9</i> (f), <i>V11</i> (g), <i>V12</i> (h) e <i>V14</i> (i) .....	170
Figura 5.40 – Capacidade de carga com mudança de cobrimento para <i>V1</i> (a), <i>V2</i> (b), <i>V4</i> (c), <i>V7</i> (d), <i>V8</i> (e), <i>V9</i> (f), <i>V11</i> (g), <i>V12</i> (h) e <i>V14</i> (i) .....	172
Figura 5.41 – Curvas carga x deformação da armadura transversal para as vigas <i>V4</i> (a), <i>V7</i> (b), <i>V8</i> (c), <i>V9</i> (d), <i>V11</i> (e), <i>V12</i> (f) e <i>V14</i> (g) .....	174
Figura A. 1 – Espaço de tensões de Haigh-Wstergaard .....	192
Figura A. 2 – Estado de tensão de um ponto projetado no plano desviador .....	193
Figura A. 3 – Superfície de <i>Von Mises</i> (a) plano meridional da superfície de <i>Von Mises</i> (b) e plano desviador (c) .....	194
Figura A. 4 – Forma geral de uma superfície de falha para um material isotrópico .....	195
Figura A. 5 – Diagrama esquemático de falha nas coordenadas de Haigh-Wstergaard.....	195
Figura C. 1 – Previsão dos valores do critério BK .....	197

---



---

## LISTA DE TABELAS

---



---

Tabela 2.1 – Propriedades típicas do concreto, aço e fibra .....	61
Tabela 3.1 – Ângulo de inclinação dos meridianos para diferentes $Kc$ .....	91
Tabela 3.2 – Algumas relações analíticas das propriedades do concreto .....	97
Tabela 4.1 – Parâmetros do CDP de acordo com a literatura atual .....	114
Tabela 4.2 – Dados do PRFC para as análises – Testes Yao, Teng e Chen (2005) .....	116
Tabela 4.3 – Detalhes dos testes de Yao, Teng e Chen (2005) e resultados .....	117
Tabela 4.4 – Módulos de elasticidade, deformação de pico e tensão de tração no concreto – Testes Yao, Teng e Chen (2005) .....	118
Tabela 4.5 – Dados para a simulação da superfície coesiva - Testes Yao, Teng e Chen (2005) .....	119
Tabela 4.6 – Características dos aços das armaduras .....	121
Tabela 4.7 – Características do PRFC segundo o fabricante (Sika®).....	121
Tabela 4.8 – Dados do PRFC para as análises de Menon (2008).....	122
Tabela 4.9 – Dados para a simulação da superfície coesiva – Testes Menon (2008) .....	122
Tabela 4.10 – Nomes das vigas e valores usados nas análises paramétricas .....	126
Tabela 4.11 – Variação das características do aço longitudinal conforme o $f_{cm}$ .....	127
Tabela 4.12 – Características dos aços para análise paramétrica .....	127
Tabela 5.1 – Comparação dos testes experimentais com as simulações .....	128
Tabela 5.2 – Resultados da calibração da viga $V0 - O(31,2)E_1$ .....	137
Tabela 5.3 – Resumo da calibração da viga $V0 - O(31,2)E_1$ .....	139
Tabela 5.4 – Tenacidade para as vigas $V0, V1$ e $V2$ .....	144
Tabela 5.5 – Comparação de resistência entre as vigas $V3-O(15)E_1/SE, V4-O(45)E_1/SE, V5 - O(15)E_1/EE$ e $V6 - O(45)E_1/EE$ .....	154
Tabela 5.6 – Tenacidade para as vigas $V3, V4, V5$ e $V6$ .....	155
Tabela 5.7 – Comparação de resistência entre as vigas $V7-B(31,2)E_1/SE, V8-A(31,2)E_1/SE, V9-B(31,2)E_1/EE$ e $V10-A(31,2)E_1/EE$ .....	160
Tabela 5.8 – Tenacidade para as vigas $V7, V8, V9$ e $V10$ .....	160
Tabela 5.9 – Comparação de resistência entre as vigas $V11-O(31,2)E_2/SE, V12-O(31,2)E_3/SE, V13-O(31,2)E_2/EE$ e $V14-O(31,2)E_3/EE$ .....	165
Tabela 5.10 – Tenacidade para as vigas $V11, V12, V13$ e $V14$ .....	165

---

---

## LISTA DE QUADROS

---

---

Quadro 2.1 - Técnicas e aplicações do reforço com PRF.....	62
Quadro 2.2 - Fatores que afetam o comportamento de ligação da interface Concreto/PRF ....	66
Quadro 4.1 - Unidades adotadas no ABAQUS 6.12 .....	111
Quadro 5.1 – Resumo das análises paramétricas.....	174

---

---

## LISTA DE ABREVIATURAS

---

---

ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ALMACO	Associação Latino-Americana de Materiais Compósitos
BK	Critério de fratura de Benzeggagh e Kenane (1996)
CDP	<i>Concrete Damage Plasticity</i>
CM	Meridiano de Compressão
CNR-DT	Norma italiana
CPF	Falha no prisma de concreto
DB-C	Descolagem com Retirada de Camadas de Concreto
DB-I	Descolagem na Interface Concreto/Adesivo
EBR	<i>Externally Bonded Reinforcement</i> - Colagem externa do reforço
FIHP	<i>Federación Iberoamericana de Hormigón Premezclado</i>
FRMC	Fibra Reforçada com Matriz Cimentícia
LPF	Fator de Proporcionalidade de Carga
MEF	Método dos Elementos Finitos
MMB	Teste <i>Mixed Mode Bending</i>
NBR	Norma Brasileira
NSM	<i>Near Surface Mounting</i> – Reforço com cortes mecânicos
PRFA	Polímero Reforçado com Fibra de Aramida
PRFB	Polímero Reforçado com Fibra de Basalto
PRFC	Polímero Reforçado com Fibra de Carbono
PRFV	Polímero Reforçado com Fibra de Vidro
RP	<i>Reference Point</i>
TFCC	Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento
TM	Meridiano de tração

---



---

## LISTA DE SÍMBOLOS

---



---

### LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A_c$	Área da seção transversal da viga em concreto
$A_{st}$	Área da seção dos estribos
$C$	Coesão do material
$D_0^{el}$	Matriz de elasticidade inicial (sem danos)
$\bar{E}$	Módulo de elasticidade danificado
$E_0$	Módulo de elasticidade inicial
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço
$E_s^*$	Módulo de elasticidade do aço equivalente ou reduzido
$E_f$	Módulo de elasticidade da fibra
$E_m$	Módulo de elasticidade da matriz polimérica
$G$	Módulo de elasticidade transversal
$G_C$	Taxa crítica total de liberação de energia
$G_f$	Energia de fratura da interface adesiva
$G_F$	Energia de fratura do concreto
$G_{fb}$	Módulo de elasticidade transversal da fibra
$G_m$	Módulo de elasticidade transversal da matriz polimérica
$G_I, G_{II}, G_{III}$	Taxas de liberação de energia de fratura para os Modos I, II e III
$G_{Ic}, G_{IIc}, G_{IIIc}$	Energia total de fratura na interface (área abaixo da curva tensão x deslocamento relativo)
$I_1$	Primeiro invariante do tensor de tensões
$J_1, J_2, J_3$	Primeiro, segundo e terceiro invariante do tensor de tensão desviatória
$K$	Parâmetro para o modelo <i>bond-slip</i> do aço
$K_c$	Razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador
$K_{co}$	Parâmetro dependente do cobrimento de concreto
$K_{nn}$	Rigidez do adesivo na direção normal
$K_p$	Constante determinada no ensaio <i>pull-out</i>
$K_{st}$	Parâmetro dependente dos estribos
$K_{ss}, K_{tt}$	Rigidez transversal no Modo III e II
$L$	Comprimento de ligação disponível
$L_e$	Comprimento efetivo da ligação
$L_m$	Comprimento máximo mobilizado
$L_{PRF}$	Comprimento de ligação do compósito
$P_{exp}$	Carga de falha experimental

$P_f$	força de cisalhamento
$P_{num}$	Carga de falha numérica
$Q$	Função para o potencial plástico
$S$	Área integral da seção (área total com vazios)
$\bar{S}$	Área líquida ou área resistente da seção,
$S_f$	Espaçamento do reforço em PRF
$S_{ij}$	Tensor de tensão desviador
$S_{st}$	Espaçamento dos estribos
$S_{vazios}$	Área de vazios do elemento representativo
$S_{11}$	Tensão paralela ao eixo x
$S_{12}$	Tensão de cisalhamento no eixo xy
$V_a$	Força de transferência de cisalhamento do intertravamento dos agregados
$V_c$	Força de transferência de cisalhamento do <i>Cantilever action</i>
$V_d$	Força de transferência de cisalhamento do efeito pino
$V_f$	Volume de fibras no compósito
$V_t$	Tensões residuais de tração nas fissuras

### LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$a$	Distância do apoio a aplicação de carga
$a_u$	Comprimento efetivo da ligação
$b_c$	constante de compressão ( $0 < b_c \leq 1$ )
$b_p$	largura do prisma de concreto
$b_{PRF}$	largura do PRF
$b_t$	constante de tração ( $0 < b_c \leq 1$ )
$c$	Cobrimento de concreto
$c_1$	Coefficiente de valor 3,0
$c_2$	Coefficiente de valor 6,93
$d$	Altura útil e dano no concreto
$d_b$	Diâmetro da barra longitudinal
$d_c$	Dano a compressão no concreto
$d_t$	Dano a tração no concreto
$f_{bc}$	Tensão de escoamento na compressão no caso equi-biaxial
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto (NBR 6118)
$f_c, f'_c$	Resistência a compressão do concreto (ACI 318) / Tensão de escoamento na compressão no caso uniaxial
$f_{cm}$	Resistência média do concreto a compressão
$f_{ctm}$	Resistência média do concreto a tração
$f_t$	Resistência a tração do concreto/ Tensão de escoamento na tração no caso uniaxial
$f_{yk}$	tensão de escoamento do aço

$f_y^*$	Tensão de escoamento reduzida ou equivalente
$h_b$	Distância vertical da face inferior da viga a extremidade final da fissura
$h_c$	Altura livre de concreto
$h_{db}$	Altura descolada
$h_{df}$	Altura do topo da fissura até o ponto de intersecção entre a frente de descolagem e a fissura de cisalhamento
$h_{f,e}$	Comprimento vertical da fissura
$h_t$	Distância vertical da extremidade superior do PRF ao início da fissura
$h_{df,u}$	Altura da fissura no estado último
$l$	Comprimento de transmissão entra a barra e o concreto
$l_t$	Tamanho do elemento finito
$l_0$	Comprimento inicial
$m$	Excentricidade
$n$	Direção normal a superfície coesiva (Modo I)
$p$	Eixo hidrostático
$\bar{p}$	Tensão hidrostática efetiva/ Distância da origem do espaço de tensões até o plano desviador medida ao longo do eixo hidrostático
$q$	Eixo desviador
$\bar{q}$	Tensão desviatória
$s$	Direção transversal a superfície coesiva (Modo III)
$t$	Direção transversal a superfície coesiva (Modo II)
$u$	Separação normal (deslocamento)
$u_n^{pico}$	Deslocamento inicial (pico)
$u_n^{ult}$	Deslocamento final (último)
$w$	Abertura de fissura
$w_c$	Abertura de fissura crítica
$w_e$	Abertura da fissura na extremidade superior
$w_{e,u}$	Abertura da fissura no estado último
$w_f$	Largura do compósito

### LETRAS GREGAS

$\alpha$	Constante adimensional do modelo CDP
$\beta$	Ângulo de inclinação do PRF
$\beta_a$	Parâmetro do material para equação de Carreira e Chu (1986)
$\beta_1$	Constante adimensional do modelo CDP
$\beta_w$	Coefficiente da relação espaçamento-largura
$\gamma$	Deformação de cisalhamento
$\gamma_a$	Constante adimensional do modelo CDP
$\nabla$	Função para o potencial plástico
$\Delta d$	Vazios no material devido as deformações
$\Delta l$	Varição de comprimento

$\delta$	Deslizamento
$\delta_e$	Máximo escorregamento (deslizamento) da barra
$\delta_f$	Deslizamento relativo da fissura (intertravamento dos agregados)
$\delta_{t,s}^{pico}$	Deslizamento inicial interfacial nos modos II e III
$\delta_{t,s}^{ult}$	Máximo deslizamento suportado pela interface coesiva nos modos II e III
$\delta_{ult}$	Máximo deslizamento suportado pela interface coesiva
$\varepsilon$	Deformação linear nominal
$\bar{\varepsilon}$	Deformação efetiva
$\varepsilon_c^{ch}$	Deformações de esmagamento ( <i>crushing</i> ) a compressão
$\varepsilon_t^{ck}$	Deformações de fissuramento ( <i>cracking</i> ) a tração
$\varepsilon^{el}$	Deformação elástica
$\varepsilon_c^{in}$	Deformação inelástica a compressão
$\varepsilon_t^{in}$	Deformação inelástica a tração
$\varepsilon^{pl}$	Deformação plástica
$\varepsilon_c^{pl}$	Deformação plástica a compressão
$\varepsilon_c^{pl}$	Deformação plástica a tração
$\varepsilon_{ln}^{pl}$	Deformação plástica logarítmica
$\varepsilon_c$	Deformação do concreto
$\varepsilon_{cp}$	Deformação de compressão de pico no concreto
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformação
$\varepsilon_{nom}$	Deformação nominal
$\varepsilon_s$	Deformação correspondente a $f_y^*$
$\varepsilon_{tp}$	Deformação de tração de pico no concreto
$\varepsilon_u$	Deformação última do aço
$\varepsilon_y$	Deformação de escoamento do aço
$\eta$	Parâmetro do material adesivo obtido pelo ensaio MMB
$\theta$	Ângulo a partir da fissura diagonal e o eixo longitudinal da viga
$\mu$	Parâmetro de viscosidade do concreto
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\nu_f$	Coefficiente de Poisson da fibra
$\nu_m$	Coefficiente de Poisson da matriz
$\rho$	Taxa de armadura transversal
$\rho_l$	Taxa de armadura longitudinal
$\Sigma_0$	Perímetro da barra longitudinal
$\sigma$	Tensão verdadeira
$\bar{\sigma}$	Tensão efetiva
$\sigma_a$	Tensão aparente
$\sigma_c$	Tensão de compressão verdadeira

$\bar{\sigma}_c$	Tensão de compressão efetiva
$\sigma_{c0}$	Tensão de “escoamento” no concreto a compressão
$\sigma_{cu}$	Tensão última
$\bar{\sigma}_{m\acute{a}x}$	Tensão efetiva principal máxima
$\sigma_{ij}$	Tensor de tensões
$\sigma_n^{pico}$	Tensão normal de pico no adesivo
$\sigma_{nom}$	Tensão nominal
$\sigma_t$	Tensão de tração verdadeira
$\sigma_{t0}$	Tensão de falha no concreto a tração
$\sigma'_1, \sigma'_2$ e $\sigma'_3$	Tensões principais desviatórias nos planos 1, 2 e 3
$\tau$	tensão de cisalhamento
$\tau_{oct}$	Tensão de cisalhamento octaédrica
$\tau_{pico}$	Tensão no pico de cisalhamento na interface adesiva
$\tau_{t,s}^{pico}$	Tensão no pico de cisalhamento na interface adesiva nos modos II e III
$\varphi$	Ângulo polar ou ângulo de Lode
$\psi$	Ângulo de dilatação medinho no plano $p - q$

### OPERADORES

$\langle . \rangle$	Operador de Macauley
$tr()$	Traço da Matriz



---



---

## SUMÁRIO

---



---

<b>CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>34</b>
1.1 JUSTIFICATIVA.....	37
1.2 OBJETIVO.....	40
<b>1.2.1 Objetivo Geral .....</b>	<b>40</b>
<b>1.2.2 Objetivos Específicos.....</b>	<b>40</b>
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	40
<b>CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>42</b>
2.1 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO .....	42
<b>2.1.1 Mecanismos de transferência de cisalhamento sem estribos: Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) .....</b>	<b>43</b>
<b>2.1.2 Pesquisas experimentais sobre cisalhamento em vigas de concreto armado .....</b>	<b>47</b>
2.1.2.1 Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018) .....	47
2.1.2.2 Krassowska, Kosior-Kazberuk e Berkowski (2019).....	50
2.1.2.3 Jumaa e Yousif (2019a) e Jumaa e Yousif (2019b) .....	51
2.1.2.4 Al Mahmoud et al. (2020).....	53
<b>2.1.3 Pesquisas numéricas sobre cisalhamento em vigas de concreto armado .....</b>	<b>54</b>
2.1.3.1 Earij et al. (2017).....	54
2.1.3.2 Jumaa e Yousif (2019) .....	55
2.1.3.3 Muttoni e Fernández Ruiz (2019) .....	57
2.1.3.4 Bahraq et al. (2019).....	57
2.2 REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO .....	58
<b>2.2.1 Materiais Poliméricos .....</b>	<b>58</b>
<b>2.2.2 Sistemas de Reforço com PRF.....</b>	<b>61</b>
<b>2.2.3 Modos de ruína de vigas reforçadas ao cisalhamento.....</b>	<b>66</b>
<b>2.2.4 Processo de descolamento segundo CHEN, TENG E CHEN (2012) .....</b>	<b>68</b>
<b>2.2.5 Pesquisas experimentais sobre reforço ao cisalhamento com PRF .....</b>	<b>72</b>
2.2.5.1 Karzad et al. (2019).....	72
2.2.5.2 Yu et al. (2019).....	73
2.2.5.3 Eslami et al. (2020) .....	74
<b>2.2.6 Pesquisas experimentais/numéricas sobre reforço ao cisalhamento em vigas de concreto armado .....</b>	<b>76</b>
2.2.6.1 Hanoon et al. (2017).....	76
2.2.6.2 Elsanadedy et al. (2019).....	77
2.2.6.3 Zheng et al. (2020) .....	79

<b>CAPÍTULO 3. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA OS MATERIAIS .....</b>	<b>80</b>
3.1 MODELO DE PLASTICIDADE COM DANO ACOPLADO (CDP).....	80
3.1.1 Conceito de dano, tensão efetiva e deformação efetiva.....	81
3.1.2 Lei de evolução do dano.....	85
3.1.3 Critério de plastificação ( <i>Yield criterion</i> ) .....	87
3.1.4 Leis de encruamento e amolecimento ( <i>Hardening/Softening law</i> ) .....	92
3.1.5 Regra de escoamento ou Regra de fluxo ( <i>Flow rule</i> ).....	94
3.1.6 Parâmetro de viscosidade $\mu$ .....	96
3.1.7 Curvas numéricas de tração e compressão para o concreto .....	96
3.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O AÇO .....	100
3.2.1 Modelo <i>Bond-Slip</i> para o aço.....	101
3.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA O PRFC .....	104
3.4 MODELO CONSTITUTIVO PARA O ADESIVO (SUPERFÍCIE COESIVA).....	106
3.4.1 Modo misto ( <i>mixed mode</i> ) .....	108
<b>CAPÍTULO 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>111</b>
4.1 MODELO NUMÉRICO .....	111
4.1.1 Definição da geometria .....	111
4.1.2 Definição dos materiais.....	113
4.1.3 Discretização do modelo .....	115
4.2 TESTE <i>PULL – OUT</i> .....	115
4.2.1 Experimento de Yao, Teng e Chen (2005).....	115
4.3 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MODELO A SER ANÁLISADO.....	120
4.3.1 Geometria.....	120
4.3.2 Materiais .....	121
4.3.3 Condições de contorno .....	122
4.3.4 Análises.....	123
<b>CAPÍTULO 5. RESULTADOS E ANÁLISE PARAMÉTRICA.....</b>	<b>128</b>
5.1 ANÁLISE DA INTERFACE ADESIVA COM TESTE <i>PULL - OUT</i> .....	128
5.1.1 Modos de falha.....	129
5.1.1.1 Descolagem com retirada da camada de concreto (DB-C) .....	129
5.1.1.2 Falha no prisma de concreto (CPF).....	132
5.1.1.3 Descolagem na interface concreto/adesivo (DB-I) .....	135
5.2 SIMULAÇÕES DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO REFORÇADAS AO CISALHAMENTO.....	136

<b>5.2.1</b>	<b>Viga referência <math>V0 - O(31,2)E_1</math>.....</b>	<b>136</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Análises das vigas reforçadas <math>V1 - O(31,2)E_1/EE</math> e <math>V2 - O(31,2)E_1/SE</math>.....</b>	<b>142</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Análises paramétricas das vigas reforçadas .....</b>	<b>152</b>
5.2.3.1	Variação da resistência média do concreto .....	152
5.2.3.2	Variação do vão de cisalhamento $a/d$ .....	159
5.2.3.3	Variação da bitola dos estribos.....	164
5.2.3.4	Aumento do cobrimento.....	169
5.2.3.5	Resumo das análises paramétricas .....	173
	<b>CAPÍTULO 6. CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>177</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	180
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>182</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>192</b>
	APÊNDICE A – ESPAÇO DE TENSÕES DE HAIGH-WSTERGAARD .....	192
	APÊNDICE B – EQUAÇÕES PARA O MODELO BILINEAR DA INTERFACE ADESIVA .....	196
	APÊNDICE C – DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO PARÂMETRO $\eta$ PARA O CRITÉRIO BK .....	197



## CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

---

A segurança deve ser preservada durante toda a vida útil das estruturas na construção civil. Estas estruturas são formadas, em grande maioria, por concreto armado (aço e concreto). Segundo a revista *Concreto e Construções* de 2009, o concreto é o material construtivo mais utilizado no Brasil e no mundo. Dados da *Federación Iberoamericana de Hormigón Premezclado (FIHP)* de 2009 (apud PEDROSO, 2009, p. 14), mostram que se consome cerca de 1,9 toneladas de concreto por habitante por ano, valor inferior apenas ao consumo de água. Em território brasileiro, o consumo é em torno de 30 milhões de metros cúbicos. Nota-se que, mundialmente, estruturas em concreto estão presentes em toda a rotina humana, garantindo a segurança e a comodidade da população.

No entanto, vários fatores podem afetar o desempenho de um elemento estrutural, tais como incrementos de cargas, danos de partes estruturais (envelhecimento, incêndios, corrosão da armadura, impacto de veículos etc.), modificação do sistema estrutural, erros de projeto, cálculo e construção. Caso sejam mau avaliados, estas ocorrências podem ocasionar danos estruturais e, conseqüentemente, a ruptura da estrutura. A Figura 1.1 apresenta imagens de um viaduto que desabou no Distrito Federal. De acordo com os profissionais que avaliaram o ocorrido, o desabamento ocorreu por falta de manutenção (Estrutura deteriorada) e fiscalização do governo.

**Figura 1.1 – Desabamento de parte do viaduto sobre galeria dos estados em Brasília (2018).**



Fonte: UOL (2018)<sup>1</sup>

Segundo Araújo (2002), a deterioração das estruturas, muitas vezes, é prematura e fruto do descaso com aspectos relativos à durabilidade e a inviabilidade de construção em tempo hábil, o que aumenta a prática do reparo e reforço das estruturas de concreto. Tal situação tem

---

<sup>1</sup> disponível em: < <https://noticias.uol.com.br/album/2018/02/06/parte-de-viaduto-desaba-em-brasilia.htm>>. Acessado em: 18 fev. 2020.

promovido novos estudos sobre o assunto (FERREIRA et al., 2016; KARZAD et al., 2019; YU et al., 2019), o que possibilitou o desenvolvimento de técnicas capazes de reabilitar e fortalecer uma estrutura em concreto armado.

A fim de recuperar a capacidade de carga dos elementos estruturais, existem duas soluções possíveis: reforço ou reabilitação. De acordo com a norma americana ACI 440-2R (2008), o sistema de reforço tem por objetivo adequar a estrutura para novas funções com o uso de materiais aderidos externamente ao elemento. Fornece maiores resistências de projeto, correção da perda de força devido a deterioração ou aumento da ductilidade.

Segundo Reis (2001), a reabilitação vem atender a necessidade de reestabelecer as condições originais das estruturas danificadas. Este processo pode demandar tempo, altos custos do material a ser reabilitado e retrabalho. Além disso, pela possível mão de obra com baixa qualidade, os elementos podem não atingir a resistência especificada em projeto, o que ocasiona em novos retrabalhos e perigo quanto a segurança da edificação. Logo, a reabilitação da estrutura se torna inviável, o que torna o reforço dos elementos uma solução mais interessante.

Tomando como essencial o reforço em estruturas de concreto armado, a escolha da técnica e do material é necessária para um reforço apropriado. Dentre as técnicas mais utilizadas, a colagem de chapa metálica, aumento da seção transversal e colagem de materiais poliméricos são as que se destacam.

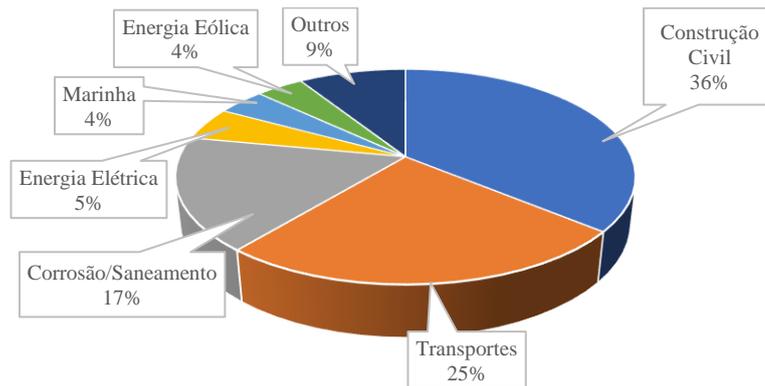
A aplicação de chapas metálicas possui um custo relativamente baixo e eficiente. No entanto, desvantagens como corrosão, aumento de peso da estrutura e baixa resistência ao fogo dificulta sua utilização. Apesar de apresentar os materiais de fácil trabalhabilidade na construção civil (concreto e aço), o aumento da seção transversal acaba sendo inviável por apresentar problemas de estética e também aumento de peso próprio da estrutura.

Materiais compósitos surgiram como alternativa para os casos em que emprego dos materiais tradicionais, como chapas de aço e concreto, não serem adequados. Os FRPs (*Fiber Reinforced Polymer*) ou PRF (Polímeros Reforçados com Fibras) são materiais compósitos (matriz e reforço) constituídos por fibras embebidas em uma matriz polimérica. Dentro da categoria de PRF, pode-se ressaltar as fibras de vidro (PRFV), fibras de aramida (PRFA) e as fibras de carbono (PRFC). Machado e Machado (2015) destacam que estes materiais apresentam elevada resistência à tração, leveza, resistência à corrosão, à fadiga e amortecimento ao choque.

Segundo Beber (2003), no Brasil, as primeiras aplicações dos compósitos de PRF, envolveram, primeiramente, estruturas de pequeno porte. Em 1998, o viaduto Santa Tereza,

construído entre os anos de 1925 e 1927, localizado na cidade de Belo Horizonte (MG), foi reforçado utilizando mantas de fibra de carbono. A opção pelas mantas foi por motivos estéticos, pois se tratava de um patrimônio histórico. Segundo dados da ALMACO (Associação Latino-Americana de Materiais Compósitos), em 2016, o setor brasileiro de materiais compósitos consumiu cerca de 159 mil toneladas do material. A construção civil permanece liderando o consumo do material, como mostra a Figura 1.2.

**Figura 1.2 – Consumo de materiais compósitos no Brasil em 2016.**



Fonte: ALMACO (2016)

Em relação as vigas de concreto armado, os estudos referentes a este tema têm focado em fortalecimento externo ao cisalhamento principalmente em base experimental e numericamente em quantidades limitadas (HANOON et al., 2017; OLLER; PUJOL; MARÍ, 2018). Segundo Machado e Machado (2015), sistemas compostos estruturados com fibras de carbono oferecem várias possibilidades para permitir o reforço ao cisalhamento dos elementos de concreto armado. Ainda segundo os autores, estes sistemas são utilizados para o envolvimento das seções de concreto com as fibras do PRF transversalmente ao eixo do elemento ou perpendicular a fissuras por cisalhamento, que funcionarão como estribos adicionais. Sua geometria e seu espaçamento são regulamentados por normas como ACI 440-2R (2008).

No entanto, apesar do bom desempenho destes materiais como reforço, o risco de colapso da estrutura ainda é uma possibilidade. Colalillo e Sheikh (2014) evidenciaram o descolamento do material de reforço e posteriormente a falha ao cisalhamento da estrutura. Isso pode ser observado entre as extremidades dos laminados, onde há grandes concentrações de tensões nos arredores do reforço.

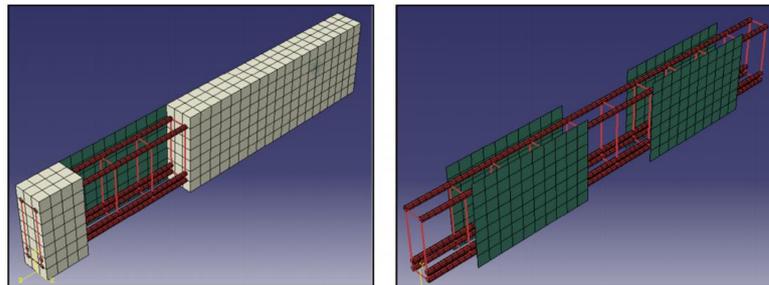
O estudo de um reforço estrutural pode ser abordado de formas diferentes, as quais dividem-se em estudos experimentais e numéricos. Ainda que análises experimentais apresentem resultados fundamentais sobre o comportamento do reforço ao cisalhamento,

inclusive para validação de modelos numéricos, essas análises são complexas, trabalhosas e de elevado custo.

A utilização de um modelo numérico calibrado permite estender as análises, avaliar a variação de parâmetros geométricos, físicos e outras situações de reforço que experimentalmente seriam muitos custosos. Um exemplo de programa computacional capaz de solucionar problemas referente a esse assunto é o *Software ABAQUS 6.12*, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF).

Dentro desse contexto, a modelagem computacional do concreto armado é bastante ampla. Com base em evidências experimentais, é possível observar em simulações com esse *Software*, tensões e deformações geradas em vigas retangulares de concreto armado (KIM et al., 2015). Estudos que investigam o dano no material podem ser detalhados e obter padrões de fissuração e detecção de danos em seus estágios iniciais (EARIJ et al., 2017; HANIF et al., 2016). Outros estudos visam o aumento da capacidade resistente de uma viga reforçada a flexão e ao cisalhamento dessas estruturas (BENCARDINO; CONDELLO, 2015). Um exemplo de modelagem é apresentado na Figura 1.3.

**Figura 1.3 – Modelagem do concreto, aço e PRF no ABAQUS**



Fonte: Hanoon et al. (2017)

## 1.1 JUSTIFICATIVA

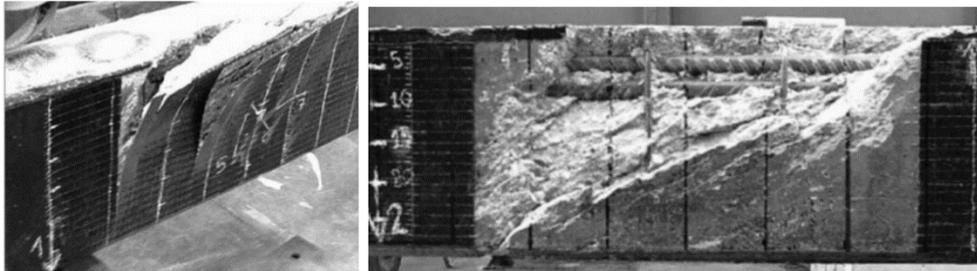
A perda de adesão na interface de vigas retangulares reforçadas ao cisalhamento pode causar perda completa ou parcial da ação do reforço. Isso acarreta na diminuição da capacidade resistente do elemento estrutural, caracterizado por uma ruptura frágil e repentina. Logo, segundo Triantafillou (1998a), garantir a segurança de uma estrutura reforçada depende principalmente do tipo de PRF (laminado, manta ou tecido), disposição nas faces (orientação das fibras, largura e afastamento entre faixas de PRF) e com o tipo de ancoragem nas extremidades. Os modos de falha variam bastante em estruturas reforçadas ao cisalhamento, o que torna o estudo mais complexo.

Estudos experimentais comprovam que a transferência dos esforços na interface reforço/concreto é um dos efeitos mais importantes na influência no comportamento estrutural

de elementos reforçados, logo, uma das falhas que merecem destaque é a descolagem. A seguir são apresentados alguns casos do colapso da interface Concreto-Adesivo-PRF, observado por autores da literatura atual. Fatos apresentados com o objetivo de justificar a pesquisa.

**a. Pellegrino e Modena (2008)** fizeram 12 testes em vigas retangulares em grande escala projetadas para que sua capacidade final ao cisalhamento fosse alcançada antes da falha a flexão. Os testes foram desenvolvidos com um esquema de carga simplesmente apoiado (momento fletor máximo) e outro contínuo (momento cortante máximo). As vigas foram testadas com variação de espaçamento dos estribos e reforçadas em “U” com tecido de PRFC. As vigas falharam com descamação do concreto, ao qual, segundo os autores, é comum para reforço em “U” (Figura 1.4(a)). Após a remoção do reforço, a fissuração do concreto se estendeu (Figura 1.4(b)).

**Figura 1.4 - Colapso da interface no reforço em “U” (a) e após a remoção do reforço (b).**



Fonte: Pellegrino e Modena (2008)

**b. Obaidat et al. (2011)** avaliam o reforço de vigas em concreto armado com variação do comprimento e orientação do reforço em “U” com PRFC (Laminado). A viga de controle foi avaliada com estribos de 8mm a cada 400mm em testes de quatro pontos, com a finalidade de estudar a falha ao cisalhamento do elemento (Figura 1.5(a)). A principal falha observada foi a descolagem dos laminados, o que reduziu drasticamente a eficiência do sistema (Figura 1.5(b)).

**Figura 1.5 - Sistema reforçado com PRFC (a) e o colapso da interface (b).**



Fonte: Obaidat et al. (2011)

**c. Baggio, Soudki e Noël (2014)** testaram 9 vigas de concreto armado com deficiência a esforços cortantes. Foram testadas com o teste de quatro pontos e então reforçadas em “U” com tecidos de PRFC, PRFV e FRMC (Fibra Reforçada com Matriz Cimentícia) (Figura 1.6 (a)). Também analisaram a ancoragem do sistema de reforço com ancoras de PRF. As vigas

reforçadas com PRFV apresentaram falha por cisalhamento na diagonal principal, após a descolagem do reforço (Figura 1.6 (b)).

**Figura 1.6 - Viga reforçada com PRFV (a) e sua falha por cisalhamento na diagonal principal (b)**



Fonte: Baggio, Soudki e Noël (2014)

d. **Karzad et al. (2019)** estudaram 19 vigas em concreto armado com ensaio de três pontos, variando a quantidade de armadura transversal. Em seguida, as mesmas foram então reforçadas em “U” e integralmente com uma e duas camadas de PRFC. Outra análise foi romper primeiramente a viga referência e, logo após, recupera-la com epóxi. Essa série de vigas foi, então, reforçada como a primeira. A descolagem do reforço foi observada em todos os espécimes (Figura 1.7(a) e (b)). No entanto, esse modo de falha foi menos evidente em vigas que tinham menos estribos.

**Figura 1.7 - Viga reforçada (a) e recuperada e reforçada com PRFC (b)**



Fonte: Karzad et al. (2019)

Logo, os autores destacaram a importância de estudos mais aprofundados sobre o tema. Como visto, a falha por descolamento do reforço pode se tornar extremamente perigosa, pois o composto perde significativamente sua capacidade de carga e um colapso do sistema pode ocorrer repentinamente.

A aplicação do MEF (Método dos Elementos Finitos) permite calibrar um modelo numérico com resultados experimentais e estendê-lo para avaliar outras situações. Portanto, complementar um estudo experimental de reforço ao cisalhamento em vigas de concreto armado por meio de análises numéricas, auxiliará pesquisadores futuros a melhorar técnicas de reforço. Contribuirá ainda, para que haja economia de tempo e dinheiro com as modelagens.

## 1.2 OBJETIVO

O estudo foi delineado por meio de simulações de falhas do reforço ao cisalhamento de vigas retangulares armadas.

### 1.2.1 Objetivo Geral

Identificar os principais parâmetros que controlam o comportamento estrutural de vigas retangulares em concreto armado reforçadas externamente ao cisalhamento com PRFC.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral desta pesquisa, os seguintes objetivos específicos devem ser alcançados:

- a) Calibrar modelos numéricos por meio do *software* ABAQUS 6.12;
- b) Apresentar e simular o mecanismo de falha ao cisalhamento que acontece na interface Concreto-Adesivo-PRFC;
- c) Fazer análise paramétrica: resistência do concreto ( $f_{ck}$ ), localização do reforço (entre e sobre estribos), posição da aplicação da carga, bitola dos estribos e cobrimento da viga;
- d) Avaliar a interação que existe entre a armadura transversal e o compósito de fibra de carbono.

## 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é formada por seis capítulos, os quais incluem: introdução, revisão bibliográfica, modelos constitutivos para os materiais, metodologia, simulações e análise paramétrica, conclusão e considerações finais. Além destes, tem-se as referências bibliográficas e os apêndices que não se caracterizam como capítulos.

No Capítulo 1 é apresentado uma contextualização do tema. Também foram trabalhadas as justificativas e os objetivos a serem alcançados neste trabalho.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica. Inicialmente foi detalhado o comportamento do cisalhamento em vigas de concreto armado e seus mecanismos de falha. Em seguida, a característica dos materiais poliméricos e suas aplicações em diversos sistemas estruturais. Os modos de ruína de vigas reforçadas ao cisalhamento também são mostradas e finalmente um estado da arte sobre o assunto abordado.

No capítulo 3 descreve-se os modelos constitutivos para os materiais, necessários para a realização das simulações. Os modelos são: CDP (*Concrete Damage Plasticity*), elasto-plástico

perfeito e *bond – slip* para o aço, modelo ortotrópico elástico linear para o PRFC e *bond – slip* para o adesivo.

No capítulo 4 é abordado os procedimentos metodológicos. Neste item são detalhados os esquemas usados para as simulações como: teste de cisalhamento *pull – out*, vigas reforçadas ao cisalhamento com PRFC e análises paramétricas das mesmas.

A partir dos modelos estipulados, o capítulo 5 apresenta os resultados obtidos com as simulações e o capítulo 6 traz as conclusões dos estudos realizados.

## CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

Este capítulo trata do comportamento de vigas retangulares sujeitas a esforços cortantes, como também das com reforço ao cisalhamento. Detalha-se, ainda, a arquitetura dos compósitos usados como reforço estrutural, além de suas respectivas formas de utilização em sistemas estruturais. Por fim, é apresentado o estado da arte sobre o assunto.

### 2.1 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

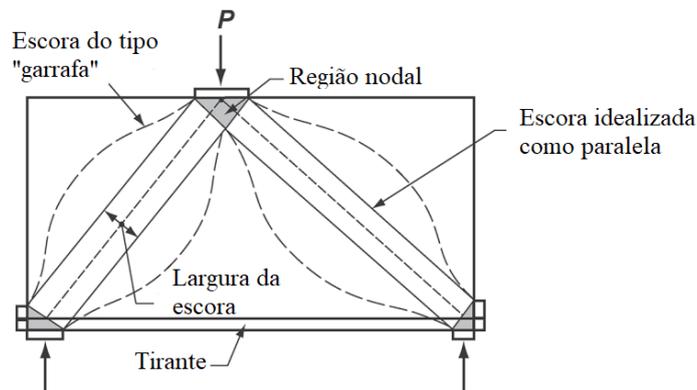
Como o concreto possui baixa resistência à tração e boa resistência a compressão, esse material está sujeito a fissuração diagonal nos planos em que as tensões principais de tração são iguais às tensões de cisalhamento atuantes. Diante disso, acontece a ruptura por compressão diagonal, pois a fissuração provocada pelas tensões de tração diminui a resistência à compressão diagonal do concreto fissurado. Experimentalmente, em vigas fletidas, as tensões de compressão atravessam diagonalmente as fissuras devido ao intertravamento dos agregados. Assim, as bielas diagonais comprimidas têm resistência à compressão diminuída em razão das fissuras diagonais que as atravessam (MENON, 2008; FUSCO, 2008).

A analogia de treliça de Ritter e Morsch tem a finalidade de explicar as regiões sob esforços cortantes. Essa analogia proposta por Wilhelm Ritter (1899) e Emil Mörsh (1909), no início do século passado, também pode ser conhecida como escoras e tirantes. Ainda hoje é aplicada, principalmente, para dimensionamentos de vigas sujeitas a esforços cortantes. Assim, Souza (2004) define:

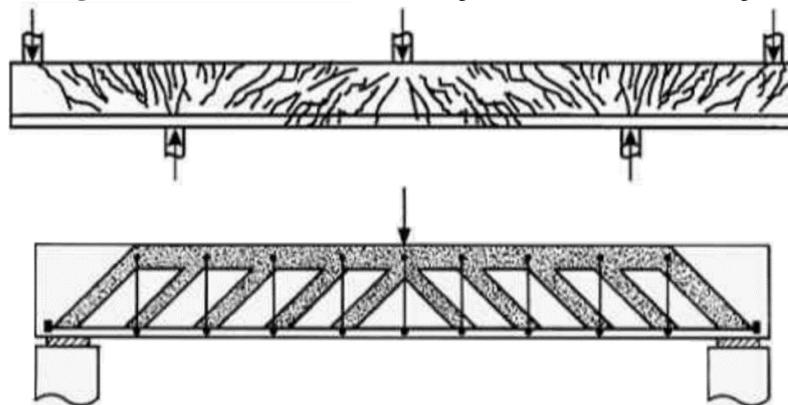
O Método das Bielas nada mais é do que uma representação discreta dos campos de tensão nos elementos estruturais, sendo que as escoras representam os campos principais de compressão e os tirantes os campos principais de tração, que podem ser absorvidos por uma ou por várias camadas de armadura. (SOUZA, 2004, p. 95).

Esse modelo se assemelha a uma “estrutura” de barras, que concentra todas as tensões comprimidas e tracionadas, ligadas por meio de nós, chamadas regiões nodais (FUSCO, 2008). Essa “estrutura” é chamada de analogia de treliça, como mostrado na Figura 2.1.

Dessa forma, uma viga biapoiada em concreto armado, após a fissuração, pode ser idealizada como uma treliça, em que as diagonais comprimidas no concreto atuam como elementos diagonais e os estribos como elementos verticais tracionados (Figura 2.2). O banzo inferior da treliça pode ser representado pela armadura longitudinal de tração, enquanto a parte superior comprimida da viga atua como banzo superior (FUSCO, 2008).

**Figura 2.1 - Modelo de escoras e tirantes**

Fonte: Adaptado de ACI-318R (2014)

**Figura 2.2 - Padrão de fissuração e modelo de treliça**

Fonte: Fusco (2008)

Os estribos constituem-se na principal armadura transversal resistente aos esforços de tração decorrentes do cisalhamento (FUSCO, 2008). Nesse sentido, o princípio da lâmina que irá reforçar o concreto ao cisalhamento é de “costurar” as regiões de tração (escoras), assim como o princípio dos estribos. O reforço, então, funciona como estribos adicionais a geometria da estrutura regulamentados pelas normas aplicáveis.

A seguir são apresentados mecanismos de transferência de cisalhamento e seus modos de ruptura devido a esforços cortantes.

### 2.1.1 Mecanismos de transferência de cisalhamento sem estribos: Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC)

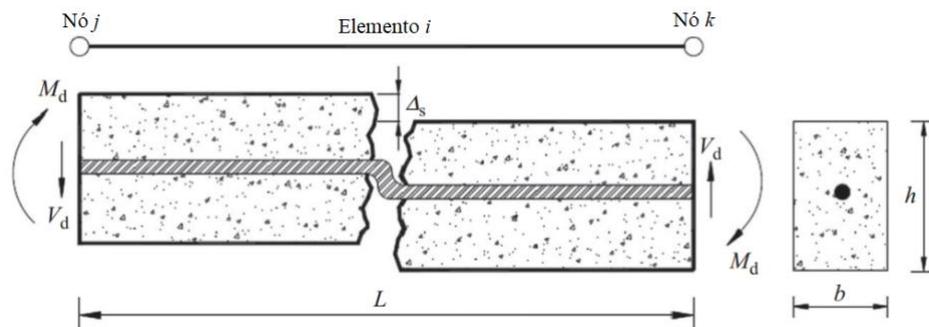
A Teoria da fissura crítica de cisalhamento (TFCC) ou *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) foi desenvolvida inicialmente por Muttoni e Schwartz (1991) e vem sendo estudada em trabalhos como os de Muttoni e Ruiz (2008), Ruiz, Muttoni e Sagaseta (2015) e Yang, Walraven e Den Uijl (2017). Essa teoria considera a contribuição de todas as possíveis ações

de transporte ao cisalhamento, são elas: *cantilever action*, *residual tensile strength of concrete*, *dowelling action*, *aggregate interlock* e *arching action*. Após as fissuras devido à flexão, o cisalhamento pode ser transferido em elementos de concreto por estas ações, cuja ativação depende da forma e da cinemática da fissura crítica, que leva a falha do elemento (MUTTONI; RUIZ, 2009). Estas ações são explicadas abaixo:

- a. *Cantilever action*: Em 1964, foi reconhecido por Kani como uma ação de transferência ao cisalhamento. Consiste no desenvolvimento de escoras e tirantes no concreto entre duas estruturas fissuradas (Figura 2.6 (a)). Para uma seção transversal, no canto de uma fissura (entre fissuras de flexão vertical e quase horizontal) ou em um “dente”, o cisalhamento é transferido pela inclinação da zona de compressão, definido por  $V_c$  (Figura 2.7) (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2015). Atuando como uma viga em balanço que liga os tirantes de tração e compressão (FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI; SAGASETA, 2015).
  
- b. Tensões residuais de tração nas fissuras (*Residual tensile strength of concrete*): Após a ruptura, o concreto tem uma capacidade residual para transferir tensões de tração, o que permite que estas tensões se desenvolvam nas fissuras (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2015) (Figura 2.6 (b)). Quando o concreto fissura pela primeira vez, pequenos pedaços de concreto atravessam a fenda e continuam a transmitir forças de tração, até cerca de 0,05-0,15 mm de abertura de fissura (ABDUL-SALAM, 2014). Essa ação pode ser considerada apenas significativa para baixas aberturas de fendas (ou perto da ponta da fenda) (FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI; SAGASETA, 2015). Esta ação pode ser identificada pela componente  $V_t$  na Figura 2.7.
  
- c. Efeito pino da armadura longitudinal (*Dowelling action*): Esse mecanismo de transferência de carga de cisalhamento ocorre quando o aumento da fissuração corta as barras longitudinais, o que proporciona um aumento da força cortante. Esta ação pode ser ativada devido ao deslocamento vertical relativo entre as superfícies da fissura no nível do reforço longitudinal (Figura 2.6 (c)). Em seguida, as faces da fissura transferem tensões de cisalhamento para as barras. Como resultado, são observados flexão e cisalhamento nas barras. O *Dowelling action* pode aumentar significativamente o cisalhamento na estrutura, bem como a ductilidade pós-pico de alguns elementos, como vigas com pouco ou nenhum estribo. Depende, principalmente, do diâmetro das barras a flexão, presença da armadura

transversal, cobertura de concreto e a distância da fissura crítica de cisalhamento até o apoio (LIBERATI et al., 2016). A transferência de cisalhamento é governada pela área efetiva do concreto em tração perto das barras e por sua resistência a tração efetiva (FERNÁNDEZ RUIZ; MIRZAEI; MUTTONI, 2013). Sua componente pode ser identificada como  $V_d$  na Figura 2.7.

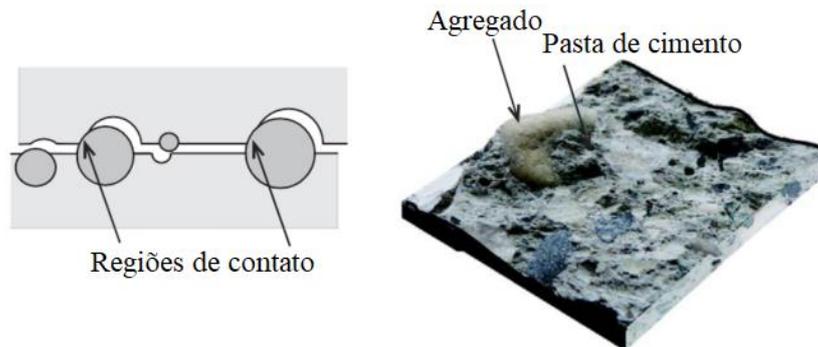
**Figura 2.3 – Efeito pino ao longo de uma viga fissurada de concreto armado.**



Fonte: Adaptado de Liberati et al. (2016)

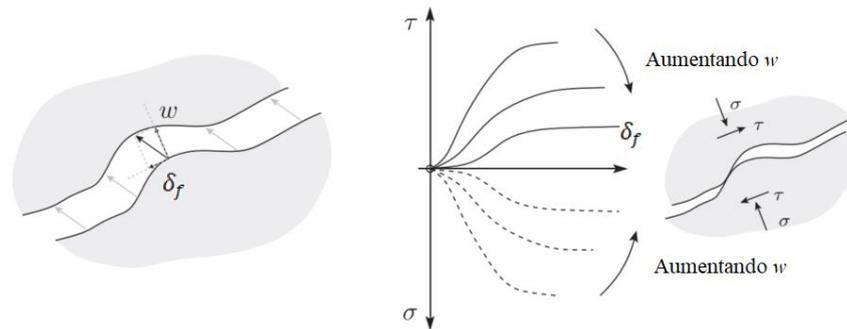
- d. Intertravamento dos agregados (*Aggregate interlock*): Em uma fissura no concreto, as tensões de intertravamento nos agregados desenvolvem quando os agregados de um lado da fissura entram em contato com a pasta de cimento do outro lado (Figura 2.4) (FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI; SAGASETA, 2015).

**Figura 2.4 - Regiões de contato entre o agregado e a pasta de cimento**



Fonte: Adaptado de Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018)

Logo, a fissura depende da sua abertura ( $w$ ) e deslizamento relativo da fissura ( $\delta_f$ ), ao qual tensões tangenciais e normais se desenvolvem devido ao contato entre os agregados e a pasta de cimento (Figura 2.5 e Figura 2.6 (d)).

**Figura 2.5 - Aggregate interlock: Tensões de contato**

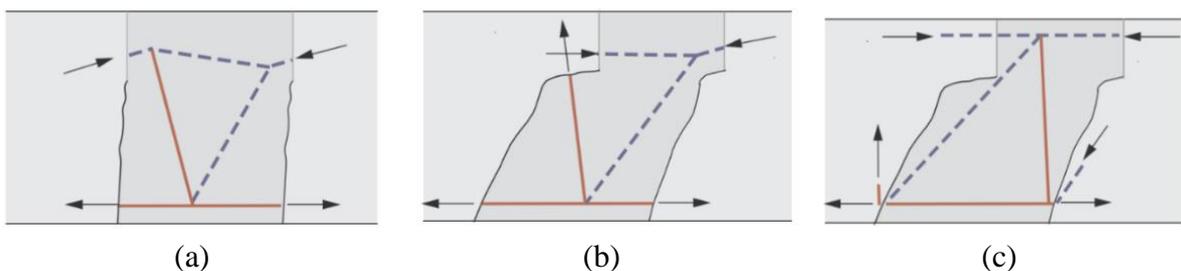
Fonte: Adaptado de Fernández Ruiz, Muttoni e Sagaseta (2015)

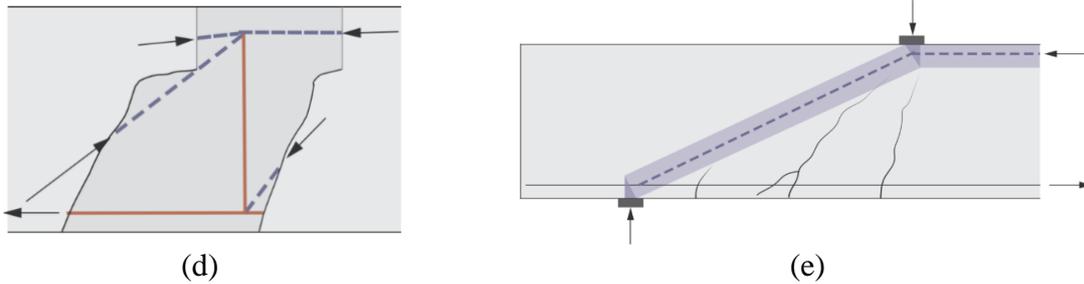
Além desses dois parâmetros, a força atuante entre as faces da fissura é limitada pela rugosidade da superfície de contato. Esta é influenciada pelo tamanho do agregado, mas também pela forma real da fissura. Pode ser identificada na Figura 2.7 pela componente  $V_a$ .

e. Efeito arco (*Arching action*): Acontece em vigas curtas ou onde a razão de cisalhamento  $a/d$  (razão entre vão de cisalhamento ( $a$ ) e altura útil ( $d$ )) é inferior a 2,5. Logo, as forças nas barras de tração variam de acordo com os momentos fletores na viga. As forças concentradas ou distribuídas são conduzidas para regiões próximas aos apoios, conduzidas por meio de um campo de tensões de compressão em forma de arco (MENON, 2008). Estas ações são chamadas de *shear-carryng* (Transporte de cisalhamento). No entanto, o cisalhamento também pode ser transportado assumindo uma força constante na barra longitudinal, ao qual leva a uma escora de compressão inclinada transportando o cisalhamento (Figura 2.6 (e)).

Para que a ação do arco se desenvolva, é necessário um componente de reação horizontal na base do arco. Em vigas, isso geralmente é fornecida pela ação das barras longitudinais (Figura 2.6 (e)) (ABDUL-SALAM, 2014).

**Figura 2.6 – Mecanismo de transferência de cisalhamento descrito no modelo de escoras e tirantes: *Cantilever action* (a); Tensões residuais de tração nas fissuras (b); Efeito pino (c); intertravamento dos agregados (d); Efeito arco (e).**

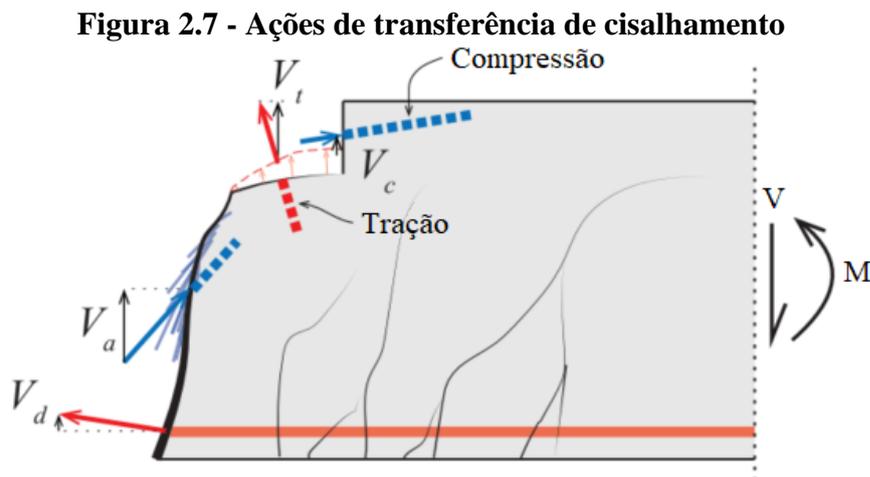




\*Forças devidas à tração estão em vermelho e a compressão em azul.

Fonte: Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018)

De acordo com OBrien, Dixon e Sheils (2012) a capacidade resistente ao esforço cortante sem armadura transversal é resultante da combinação de todas as ações acima mencionadas. No entanto, dificilmente será determinado quanto desta parcela cada ação resiste. (Figura 2.7).



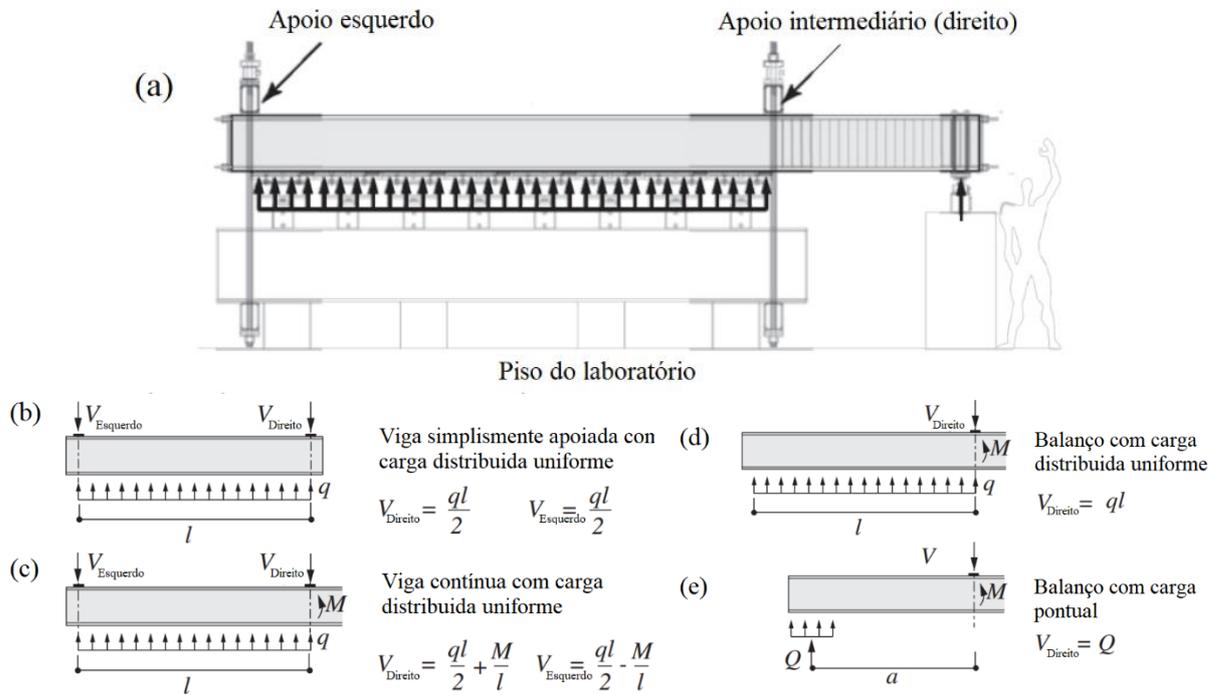
Fonte: Adaptado de Muttoni e Fernández Ruiz (2019)

## 2.1.2 Pesquisas experimentais sobre cisalhamento em vigas de concreto armado

### 2.1.2.1 Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018)

Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018) estudaram 20 vigas por meio de correlação de imagem digital com o objetivo de aferir os mecanismos que levam a falha de cisalhamento e sua evolução (transferência de forças entre as várias ações potenciais de transporte de cisalhamento). As análises foram baseadas em testes feitos por Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2015), as quais dispunham de 13 vigas sem estribos (SC51-SC57, SC59, SC61-SC65) sob diversas condições de carregamento. Além desses testes feitos em 2015, outros 7 testes foram feitos neste artigo (SC58, SC60, SC66-SC70). Os testes foram configurados de tal forma que permitisse reproduzir várias condições de carga e apoio, como na Figura 2.8.

**Figura 2.8 – Programa experimental: (a) esquema do teste e condições de carregamento; (b) viga simplesmente apoiada; (c) viga contínua; (d) viga em balanço com carga distribuída uniforme e (e) viga em balanço com carga pontual.**

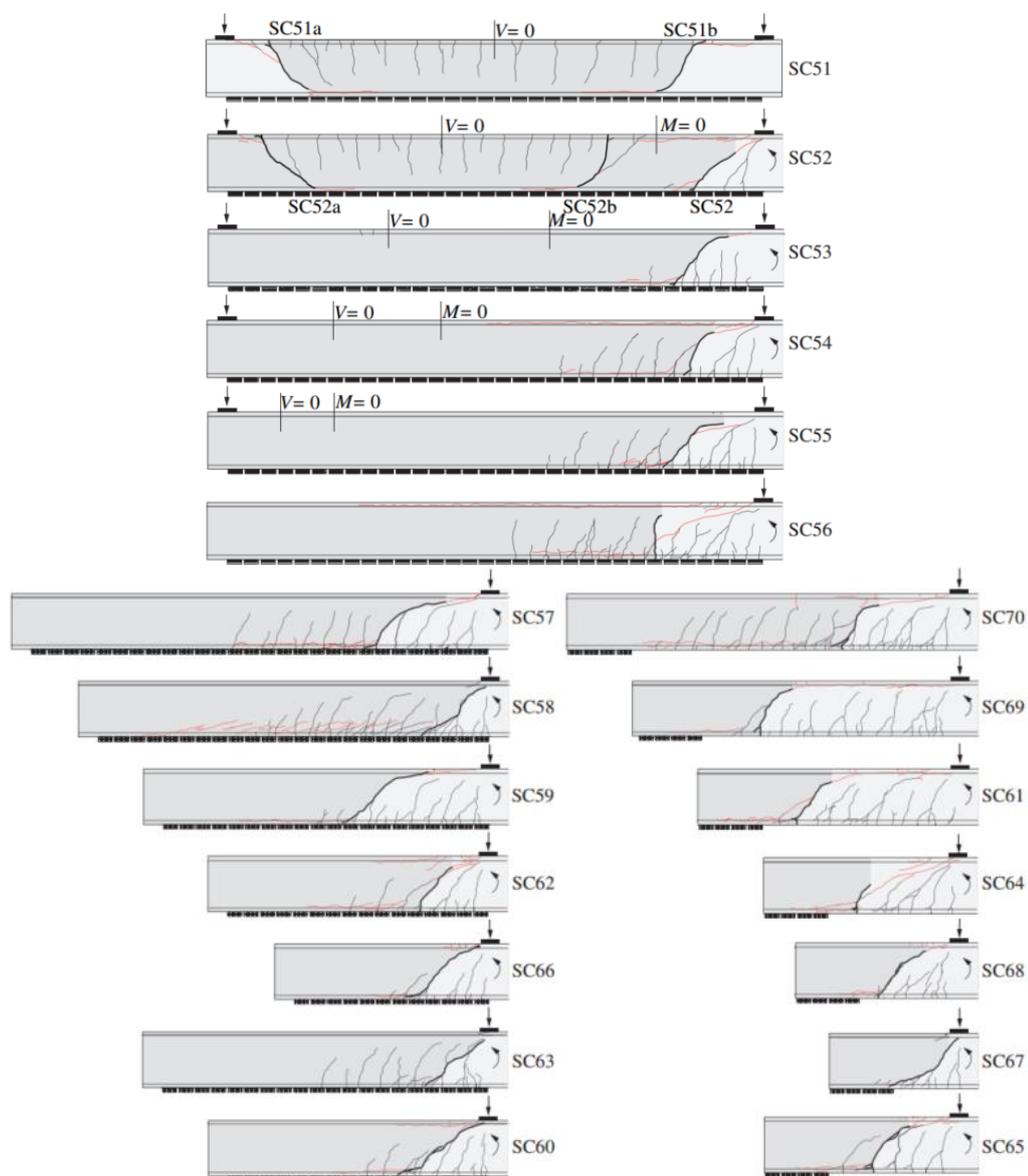


As seções retangulares das vigas tinham 250 x 600 mm e duas taxas de armadura longitudinal foram usadas:  $\rho=0.54\%$  (duas barras de 22mm e altura útil  $d=559$  mm) e  $\rho=0.89\%$  (duas barras de 28mm e altura útil  $d=556$  mm). O tamanho do agregado foi de 16mm e a resistência a compressão ( $f_{ck}$ ) variou de 31.2MPa e 36.9MPa. Foi variada também a relação  $a/d$  (distância do apoio a aplicação da carga pela altura útil) para as vigas.

A viga SC51 é biapoiada sujeita a carga distribuída uniforme ensaiada duas vezes (SC51a e SC51b). A série SC52-55 são vigas contínuas sujeitas a carga uniforme com SC52 também testado duas vezes. As amostras SC56-57, SC59 e SC62-63 são balanços sujeitos a carregamentos uniformes distribuídos. As vigas SC61 e SC64-65 são balanços testados com cargas pontuais. Os testes SC58, SC60 e SC66-70 foram adicionados aos ensaios de 2018.

Como resultado, todas as vigas romperam ao cisalhamento e apresentaram diferentes padrões de fissuras (Figura 2.9). As vigas SC58, SC63 e SC67a se romperam após a tensão de escoamento do aço ser atingida. O teste SC67 desenvolveu uma fissura diagonal próximo ao apoio direito, o que diminuiu sua capacidade de carga em 8%.

**Figura 2.9 – Padrões de fissuração observado por Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2015)**



Fonte: Adaptado de Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018)

As principais conclusões foram:

1. A transferência de esforços de cisalhamento varia de acordo com a forma e posição da fissura. Durante o carregamento, à medida que as trincas aumentam, algumas ações de transferência predominam, enquanto outras diminuem;
2. A falha é controlada pelo desenvolvimento de uma fissura crítica de cisalhamento. Geralmente, essa trinca se origina de fissuras de flexão, evoluindo de maneira quase perpendicular ao eixo da viga até sua linha neutra. Posteriormente, essa se desenvolve quase paralelamente ao eixo da viga, o que caracteriza a fissura crítica de cisalhamento;

3. A fissura crítica ao esforço cortante pode ser originada da soma de trincas secundárias ou pelo desenvolvimento de uma fissura inclinada devido ao intertravamento dos agregados;
4. Para vigas delgadas ( $a/d > 2,5$ ), a transferência de cisalhamento é causada pela combinação do intertravamento dos agregados, efeito pino, tensão residual do concreto e diagonal de compressão, com o intertravamento dos agregados sendo a ação dominante;
5. A ação de arco se torna dominante como ação de transferência de cisalhamento em vigas com baixa esbeltez ( $a/d < 2,5$ );
6. Quando a fissura crítica de cisalhamento se desenvolve horizontalmente logo abaixo do apoio, o intertravamento do agregado é praticamente insignificante;
7. A quantidade de força de cisalhamento transportada durante o carregamento depende da localização, geometria e cinemática da fissura crítica de cisalhamento;
8. A força de cisalhamento no apoio pode ser encontrada pela soma da componente vertical das ações de transferência de cisalhamento transferida por meio da fissura crítica de cisalhamento;
9. Foi observado que a tensão de cisalhamento de vigas em balanço com cargas concentradas foi maior para o teste SC67 ( $a/d < 2,5$ ) do que para as outras vigas ( $a/d > 2,5$ ).

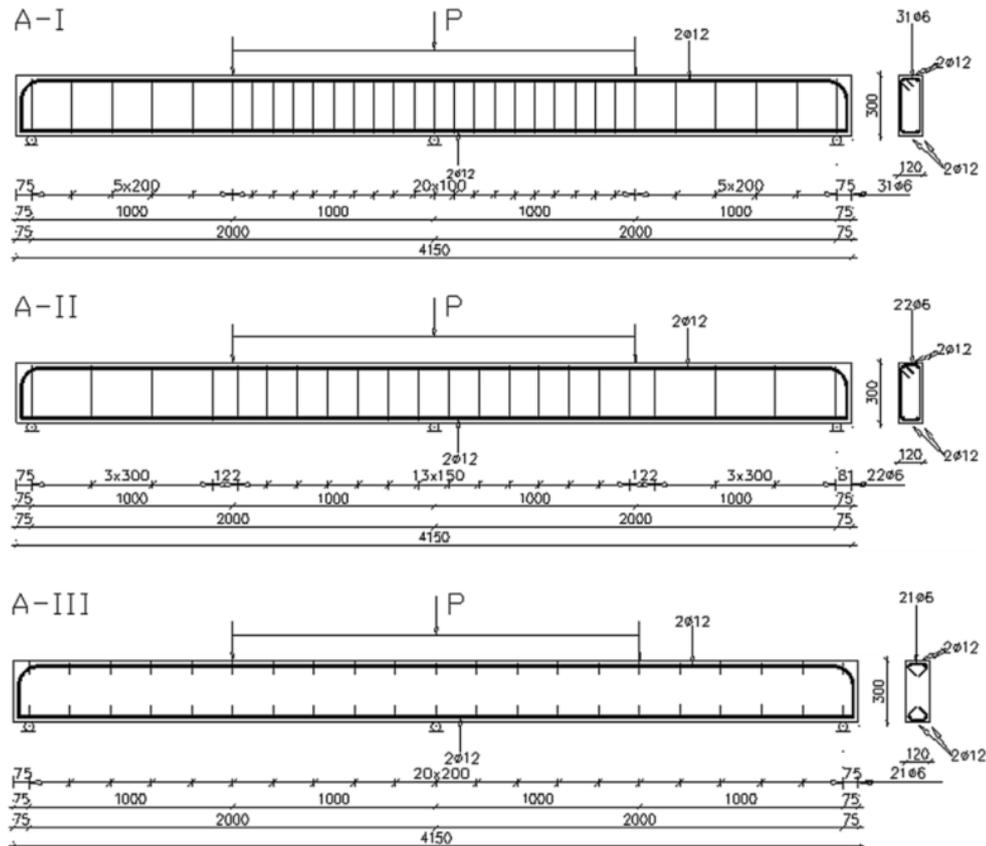
#### 2.1.2.2 Krassowska, Kosior-Kazberuk e Berkowski (2019)

Krassowska, Kosior-Kazberuk e Berkowski (2019) avaliaram a capacidade de cisalhamento de vigas de concreto armado com fibras em um teste de flexão de 5 pontos. Os estudos foram experimentais e se basearam na variação de estribos e na quantidade e tipo de fibra usada no concreto. Foram usados dois tipos de fibras – de aço e basalto – em quantidades de 78,5 Kg/m<sup>3</sup> e 5,0 Kg/m<sup>3</sup>, respectivamente. As quantidades substituíram parcial ou completamente os estribos.

Foram testadas 27 vigas com diversos espaçamentos dos estribos para garantir diversos modos de falha. Cada série de testes continha 3 vigas e suas características estão como na Figura 2.10. Sua razão  $a/d$  foi considerada igual a 3,7. As vigas foram nomeadas em A-I-0, A-II-0 e A-III-0 para as vigas referências, A-I-S, A-II-S e A-III-S para as vigas reforçadas com fibra de aço e A-I-B, A-II-B e A-III-B quando reforçadas com fibras de basalto. Para analisar os

resultados, os autores usaram uma correlação de imagem digital ou *Digital Image Correlation* (DIC) com uma câmera de gravação digital “Aramis”.

**Figura 2.10 - Programa experimental de Krassowska et al. (2019) (Dimensões em mm)**



Fonte: Krassowska, Kosior-Kazberuk e Berkowski (2019)

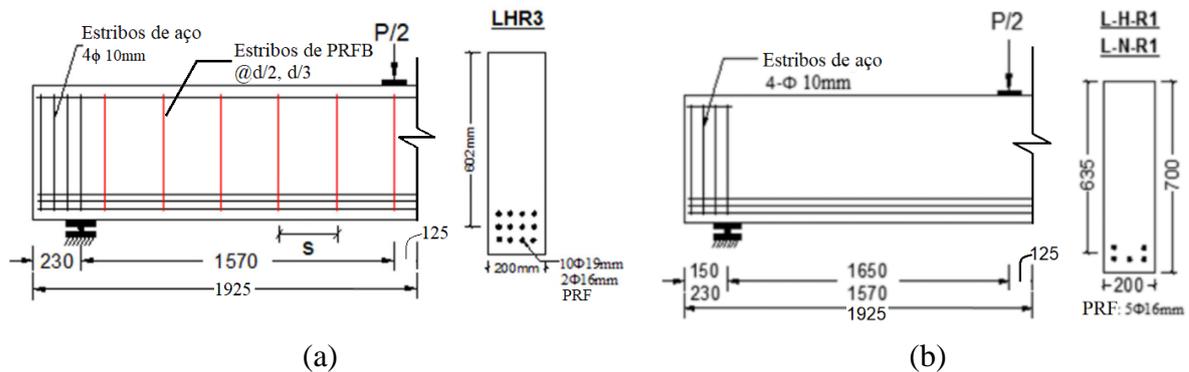
Os autores concluíram que:

1. As fibras de aço foram mais eficazes em reduzir fissuras e deformações no concreto;
2. A adição de fibra de aço aumentou em 30 % a capacidade de carga que daria início a fissura crítica de cisalhamento. Para o basalto, este aumento foi de 15%;
3. O efeito das fibras de basalto só foi observado em vigas da série A-II (50% de estribos);
4. Ambos os tipos de fibras influenciaram o padrão de fissuras em torno do apoio central.

### 2.1.2.3 Jumaa e Yousif (2019a) e Jumaa e Yousif (2019b)

Jumaa e Yousif (2019a) e Jumaa e Yousif (2019b) publicaram no mesmo ano dois estudos experimentais sobre vigas em concreto de alta resistência usando barras de polímero reforçada com fibra de basalto (PRFB). Foram avaliadas 6 vigas com estribos (JUMAA; YOUSIF, 2019a) (Figura 2.11 (a)) e 12 sem estribos (JUMAA; YOUSIF, 2019b) (Figura 2.11 (b)). Ambos os testes foram feitos com ensaio de quatro pontos.

Figura 2.11 - Programa experimental de Jumaa e Yousif (2019a, 2019b)



Fonte: Adaptado de Jumaa e Yousif (2019a, 2019b)

Os principais parâmetros estudados pelos autores nos artigos foram: altura útil ( $d$ ), espaçamento dos estribos, taxa de armadura a flexão, resistência a compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e razão  $a/d$ .

Jumaa e Yousif (2019a) concluíram que:

1. O espaçamento da fissura à flexão e ao cisalhamento na altura média das vigas com e sem estribos foram proporcionais à altura útil das vigas. A presença de estribos de PRFB reduziu o espaçamento das fissuras. Portanto, a altura da viga está relacionada com o espaçamento e surgimento das fissuras;
2. As deformações dos estribos aumentaram com o aumento da altura útil da viga;
3. Reduzir o espaçamento do estribo de  $d/2$  para  $d/3$  diminuiu a largura da fissura, especialmente em vigas pequenas e médias;
4. A presença de estribos aumenta levemente a contribuição da resistência, o que reduz a propagação de fissuras por cisalhamento e melhora o mecanismo de transferência de intertravamento dos agregados. Logo, confirma que a redução na resistência ao cisalhamento devido ao tamanho da viga não é significativamente melhorada pela presença de estribos;
5. A presença de estribos de PRFB não evita a influência do tamanho da viga na resistência da mesma;
6. A equação desenvolvida para prever o limite de deformação dos estribos mostrou-se mais precisa e menos conservadora que as normas atuais.

Jumaa e Yousif (2019b) comprovaram que:

1. O efeito do tamanho da viga foi maior em vigas com baixa taxa de armadura a flexão;

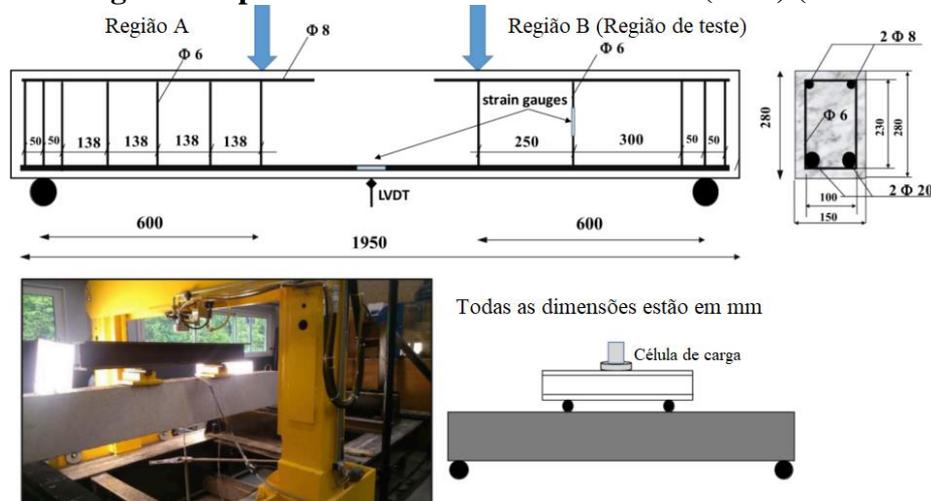
2. O padrão de fissura mostrou que o espaçamento da mesma é proporcional à altura útil da viga (cerca de  $0,55d$ );
3. Com o aumento da altura da viga, a falha ao cisalhamento se tornou mais brusca, e a ductilidade na falha ao cisalhamento são reduzidas substancialmente;
4. A resistência ao cisalhamento e o comportamento são afetados pela taxa de aço longitudinal;
5. O efeito do tamanho das vigas usando PRFB como armadura transversal é maior do que em vigas com barras de PRFV (fibra de vidro) e PRFC (fibra de carbono). Isso pode ser atribuído a variação de desempenho da ligação.

#### 2.1.2.4 Al Mahmoud et al. (2020)

Al Mahmoud et al. (2020) avaliaram o efeito da utilização de Agregados Reciclados (AR) de estruturas demolidas na resistência ao cisalhamento de vigas em concreto armado. O método utilizado pelos autores enfoca nos efeitos de pequena e alta proporção de substituição dos agregados reciclados comparados com os Agregados Naturais (AN). Os autores também tiveram o intuito de adequar os atuais conhecimentos teóricos sobre cisalhamento com os novos materiais.

As vigas foram avaliadas em testes de quatro pontos até a falha. Todas as vigas tinham a mesma dimensão ( $2000 \times 150 \times 280$  mm) e as mesmas barras longitudinais e transversais. Foram projetadas para sofrer falha ao cisalhamento com uma resistência a flexão maior. A relação  $a/d$  foi considerada igual a 3. Mais detalhes do experimento podem ser observados na Figura 2.12.

**Figura 2.12 – Programa experimental de Al Mahmoud et al. (2020) (Dimensões em mm)**



Fonte: Adaptado de Al Mahmoud et al. (2020)

Ao todo, foram testadas 6 vigas com taxas diferentes de agregados. Os testes foram identificados como: 0-0 (sem agregado reciclado fino e grosso), 0-30 (sem agregado fino e 30kg/m<sup>3</sup> de grosso), 30-0 (30kg/m<sup>3</sup> de agregado fino e sem agregado grosso), 30-30 (30kg/m<sup>3</sup> de agregado fino e grosso), 0-100 (sem agregado fino e 100kg/m<sup>3</sup> de grosso) e 100-100 (100kg/m<sup>3</sup> de agregado fino e grosso). Os resultados são apresentados na Figura 2.13.

**Figura 2.13 – Vigas após a falha segundo Al Mahmoud et al. (2020)**



Fonte: Adaptado de Al Mahmoud et al. (2020)

A partir disso, observaram que:

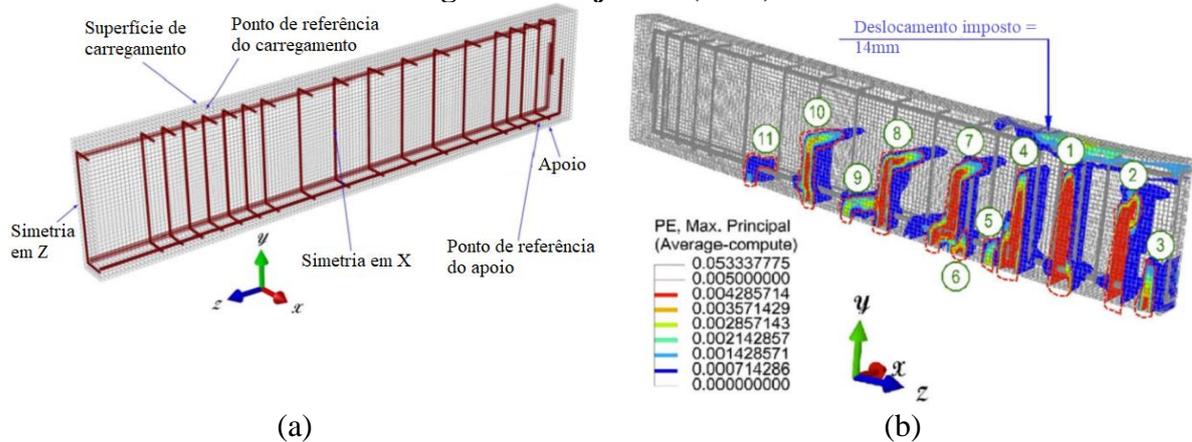
1. Resistência ao cisalhamento diminuiu com a adição dos agregados reciclados;
2. Vigas de concreto armado com agregados reciclados apresentam comportamento semelhante as vigas com agregado natural;
3. Todas as vigas falharam ao cisalhamento pelo modelo clássico de fissura diagonal;
4. Grandes fissuras de cisalhamento foram observadas das vigas, especialmente na viga 100-100.

### 2.1.3 Pesquisas numéricas sobre cisalhamento em vigas de concreto armado

#### 2.1.3.1 Earij et al. (2017)

Earij et al. (2017) investigaram o comportamento de carregamento e descarregamento em testes de quatro pontos de vigas em concreto armado por meio do *software* ABAQUS. Para o concreto, foi usado o modelo de plasticidade com dano acoplado para o concreto denominado de CDP (*Concrete Damage Plasticity*). Os testes foram realizados em 3D com dupla simetria, conforme a Figura 2.14 (a), com base em testes experimentais.

**Figura 2.14 – Condições de contorno (a) e exemplo de resultado com elemento C3D8 (b) segundo Earij et al. (2017)**



Fonte: Adaptado de Earij et al. (2017)

Os autores tiveram por objetivo analisar a influência dos tipos de elementos finitos nos resultados. Outro estudo realizado foi comparar o efeito da integração reduzida e elementos lineares ou quadráticos nos resultados. Além disso, avaliaram a convergência da malha. Outro ponto importante estudado é a influência da rigidez à flexão das barras de aço. Para isso, Earij et al. (2017) propuseram avaliar a diferença entre elementos de treliça 3D e elementos de viga 3D.

Como principais observações, os autores citaram:

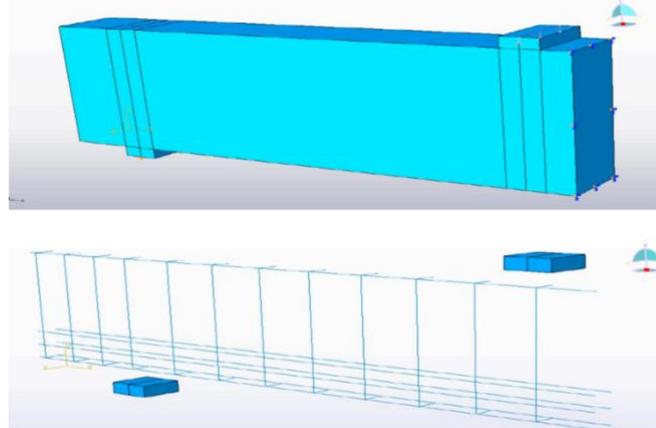
1. A rigidez inicial foi superestimada para elementos lineares, mas forneceram excelente concordância com a resposta experimental na fase de pós-escoamento;
2. Durante a fase linear, não foi observada diferenças entre o uso de elementos de treliça e viga. No entanto, na etapa não linear, a curva carga x deslocamento apresentou um amolecimento significativo além da carga final usando elementos de treliça, enquanto as previstas com elementos de viga apresentaram amolecimento insignificante e boa concordância com as experimentais;
3. O efeito sobre a resposta carga x deslocamento levando em conta o tipo do elemento utilizado para modelar o concreto foi muito pequeno;
4. Grandes refinamentos da malha apresentaram pouca influência sobre as curvas carga x deslocamento. Porém, o padrão das fissuras usando diferentes malhas apresentaram discrepâncias, pois para malhas mais finas, mais fissuras foram observadas.

#### 2.1.3.2 Jumaa e Yousif (2019)

Jumaa e Yousif (2019) utilizaram o *software* ABAQUS para simular a resistência ao cisalhamento de vigas em concreto armado com barras de polímeros reforçados com fibras de

basalto (PRFB), com e sem estribos. Baseados em estudos experimentais realizados pelos autores, foram simuladas 6 vigas com estribos (JUMAA; YOUSIF, 2019a) e 12 sem estribos (JUMAA; YOUSIF, 2019b). A Figura 2.15 apresenta a peça simulada em 3D com dupla simetria.

**Figura 2.15 – Condições de contorno da viga simulada segundo Jumaa e Yousif (2019)**

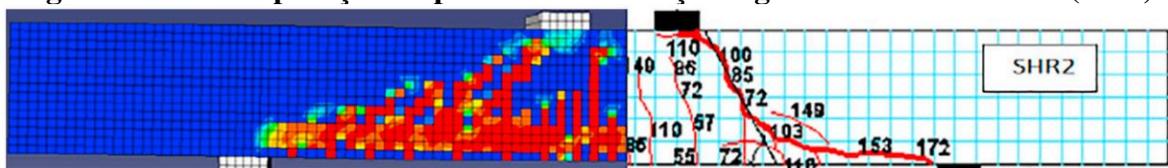


Fonte: Jumaa e Yousif (2019)

Os autores utilizaram o CDP para o concreto e um modelo elástico linear para as barras de PRFB. Além da comparação dos resultados com e sem estribos, foi realizado um estudo paramétrico para investigar como o modelo proposto irá considerar o efeito da altura da viga, relação  $a/d$  de cisalhamento e resistência a compressão do concreto.

Como resultados, os autores compararam os padrões de fissuração, o comportamento carga x deslocamento, resistência ao cisalhamento com os resultados experimentais. Uma comparação do padrão de fissuração pode ser observada na Figura 2.16.

**Figura 2.16 – Comparação do padrão de fissuração segundo Jumaa e Yousif (2019)**



Fonte: Jumaa e Yousif (2019)

Jumaa e Yousif (2019) demonstraram que:

1. Os resultados numéricos mostraram coerência com o experimental. No entanto, a consideração de ligação perfeita entre o aço e o concreto, e a presença de microfissuras nas vigas originais, proporcionou vigas numéricas com rigidezes maiores;
2. A sensibilidade da malha também foi investigada. As malhas que obtiveram melhores resultados para vigas pequenas, médias e grandes foram de 30mm, 35mm e 47mm,

respectivamente. Portanto, a altura das vigas foi dividida entre 10, 14 e 16 elementos também em vigas pequenas, médias e grandes, nessa ordem;

3. Para representar o comportamento do concreto no pós-pico e caracterizar a deterioração, um novo modelo foi sugerido;
4. Os estudos paramétricos (altura útil,  $a/d$  e resistência compressão do concreto) também foram comparados com as normas ACI 440-2R (2008), CSA S806 (2012), CSA S6S1 (2010), ISIS (2007) e com autores Jumaa e Yousif (2018), Razaqpur e Spadia (2010), Hegger et al. (2009) e Alam e Hussein (2013). O modelo simulado apresentou resultados mais precisos que as avaliadas pelos autores e previstas pelas normas.

#### 2.1.3.3 Muttoni e Fernández Ruiz (2019)

Muttoni e Fernández Ruiz (2019) estudaram as ações de transferência de cisalhamento com base em resultados experimentais de Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018), Fernández Ruiz, Muttoni e Sagasetta (2015) e Muttoni e Ruiz (2008), de vigas delgadas fissuradas a flexão. Também se basearam em estudos analíticos de Fernández Ruiz, Muttoni e Sagasetta (2015). O modelo proposto foi a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) com o objetivo de descrever a evolução mecânica das falhas de cisalhamento. Os autores também tinham o intuito de simplificar o método e aplica-lo a casos mais práticos de projeto. Foi apresentado como o tamanho e deformação do aço podem afetar a resistência ao cisalhamento e assim quantificados nas equações do TFCC.

Como conclusões, os autores obtiveram:

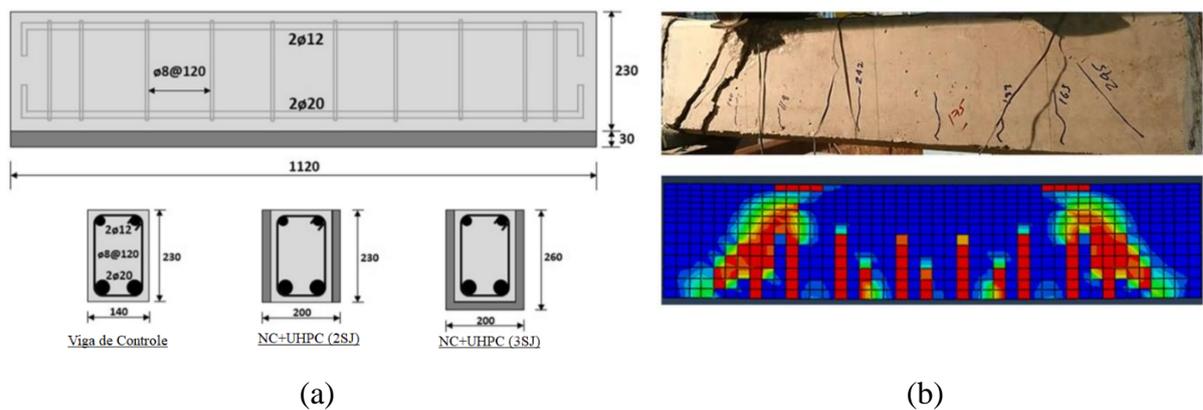
1. Por se basear em uma mecânica já consolidada, o modelo foi capaz de reproduzir corretamente os fenômenos físicos, como influência do tamanho e deformação da armadura na resistência ao cisalhamento;
2. Os autores sugerem que projetos futuros sejam baseados em abordagens mecânicas, cujos resultados e hipóteses são confirmados por observações experimentais detalhadas e simples para serem usadas na prática.

#### 2.1.3.4 Bahraq et al. (2019)

Bahraq et al. (2019) pesquisaram o comportamento do cisalhamento de vigas de concreto armado reforçadas por revestimento as superfícies das vigas usando concreto reforçado de ultra alto desempenho (UHPC). A viga foi avaliada por meio do teste de quatro

pontos e a aplicação do UHPC foi de duas formas, a primeira somente nas laterais e a segunda em três lados da viga (Figura 2.17 (a)). Além disso, o *software* ABAQUS foi usado para simular a eficiência dos resultados experimentais (Figura 2.17 (b)).

**Figura 2.17 - Programa experimental (a) e exemplo de resultado numérico (b) de Bahraq et al. (2019) (Dimensões em mm)**



Fonte: Adaptado de Bahraq et al. (2019)

O estudo foi realizado variando as configurações do UHPC e a razão  $a/d$ . Portanto, os autores comprovaram que:

1. Para vigas revestidas dos três lados (reforço em “U”) e relação  $a/d$  baixa, a resistência do sistema foi maior. No entanto, o aumento de carga foi significativamente menor para a relação de 2,0 do que em 1,0 e 1,5;
2. A viga de controle rompeu ao cisalhamento, enquanto a falha de vigas reforçadas dos dois lados foi a flexão e cisalhamento e nos três lados apenas a flexão. O sistema em “U” (dos três lados) se mostrou mais dúctil com menos fissuras;
3. O método de reforço usando UHPC é um método eficaz, pois a ligação da interface permanece intacta, mesmo para grandes quantidades de carga;
4. As cargas de falha e os padrões de fissuras previstas pela modelagem foram de acordo com o experimental.

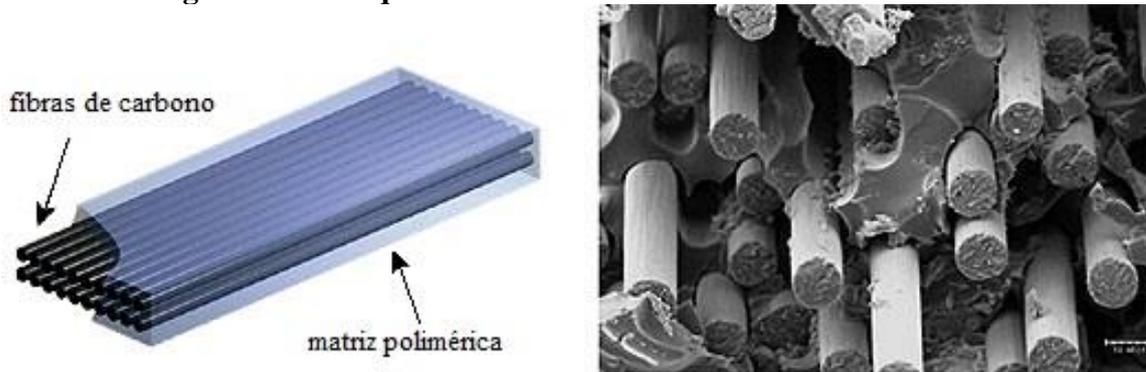
## 2.2 REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO

### 2.2.1 Materiais Poliméricos

Os sistemas compostos têm se revelado eficientes para aumentar a capacidade resistente de peças de concreto armado ao corte (MACHADO, MACHADO, 2015). Dessa forma, os *Fiber Reinforced Plastics* (FRP), ou seja, Polímeros Reforçado com Fibras (PRF), são materiais compósitos constituídos por fibras embebidas em uma matriz polimérica (Figura 2.18). As

fibras são responsáveis pela resistência e rigidez do material compósito com módulo de elasticidade elevado e alta resistência a tração dependendo do grau de orientação das fibras. As fibras apresentam-se sob a forma de filamentos de pequeno diâmetro de baixa densidade e comportamento frágil. As matrizes, geralmente, são constituídas de resinas, configuram geometricamente o material compósito garantindo que as fibras funcionem em conjunto. Os esforços cisalhantes são transferidos de umas fibras às outras, protegendo-as das agressões ambientais, dos danos mecânicos e dos fenômenos de instabilidade.

**Figura 2.18 - Esquema de um laminado de PRF unidirecional**



Fonte: Machado e Machado (2015)

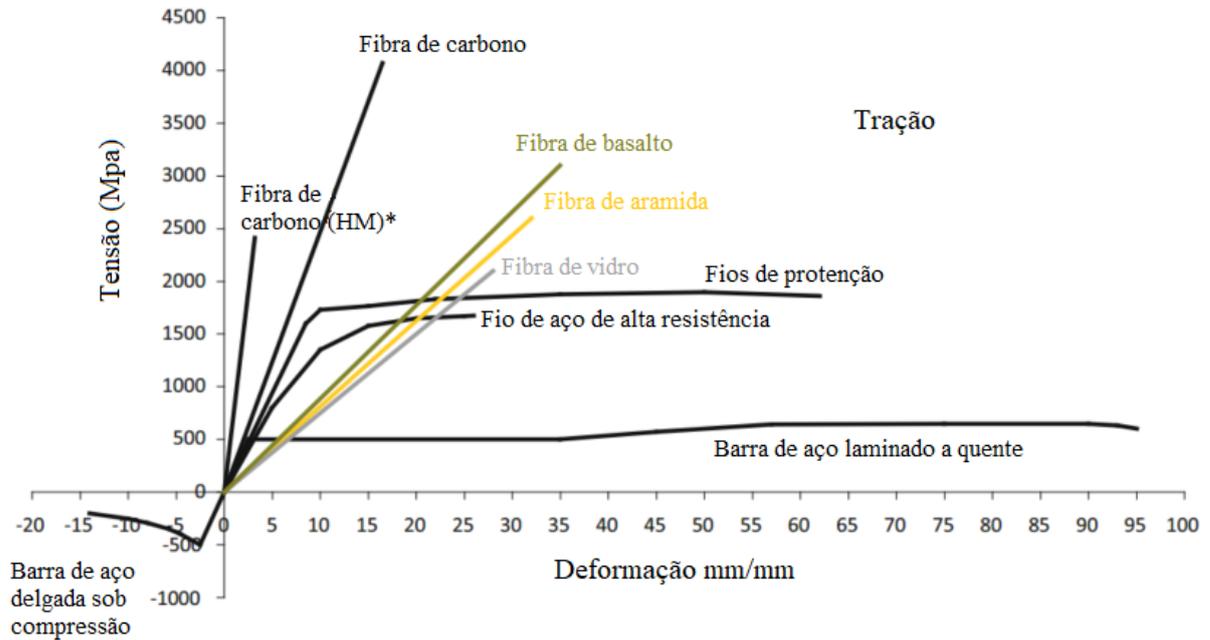
A configuração das fibras no interior da matriz pode ser definida como sendo unidirecionais (fibras orientadas em uma mesma direção), bidirecionais (fibras orientadas em duas direções), orientadas aleatoriamente (esteiras ou descontínua) e ortogonais (tecidos).

A escolha entre um tipo de fibra e uma matriz depende fundamentalmente da aplicação que será dada ao material compósito, se esse é com características mecânicas (BHARDWAJ et al., 2020; YU et al., 2019), resistência à alta temperatura (KRZYWOŃ, 2017; LI; LIU; WU, 2017; TRUONG; LEE; CHOI, 2018), resistência a corrosão (ELGHAZY et al., 2018), etc. O custo também é um fator relevante entre a escolha entre um ou outro componente. Além disso, deve-se observar a compatibilidade entre as fibras e matrizes (MENON, 2008).

Os tipos de fibras mais usados nos PRF para aplicações em Engenharia civil são de vidro (G), aramida (A) e carbono (C), denominados pela língua inglesa por: GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymers*); AFRP (*Aramid Fiber Reinforced Polymers*); CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymers*).

A Figura 2.19 apresenta os diagramas tensão x deformação de algumas fibras encontradas comercialmente. Nota-se a diferença de resistência do material carbono principalmente em relação ao aço. O aço apresenta uma rigidez semelhante ao carbono, mas sua ruptura é dúctil e o derivado do petróleo é frágil.

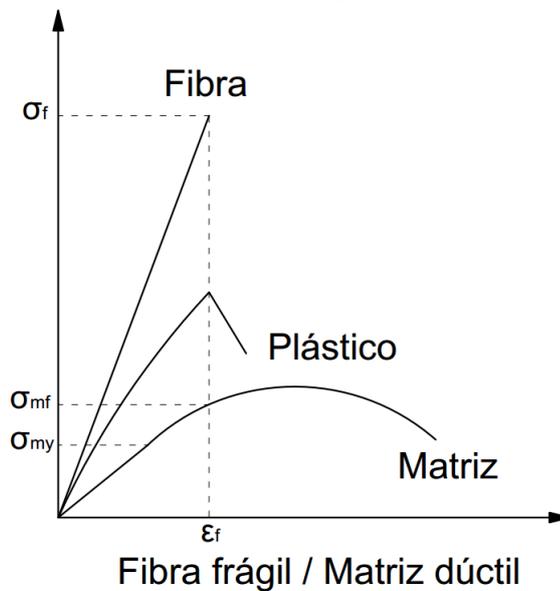
Figura 2.19 – Diagrama tensão x deformação de barras de aço e materiais poliméricos.



\* *High Modulus* (HM) = Fibras de carbono com alto módulo de elasticidade  
 Fonte: Adaptado de Rousakis (2014)

Outro fator importante a ser observado é a característica elástica-linear com ruptura frágil. Os sistemas compostos com fibras de carbono devem trabalhar segundo o critério de fibra com ruptura frágil e matriz polimérica com ruptura dúctil, conforme indicado na Figura 2.20 (MACHADO, MACHADO, 2015).

Figura 2.20 – Tensão x deformação das fibras de carbono



Fonte: Adaptado de Machado e Machado (2015)

Na Tabela 2.1 são especificadas algumas propriedades de alguns materiais poliméricos juntamente com o concreto e o aço, com a finalidade de estabelecer uma comparação entre os mesmos.

**Tabela 2.1 - Propriedades típicas do concreto, aço e fibra**

<i>Material</i>	<i>Módulo de elasticidade [GPa]</i>	<i>Resistência a tração [MPa]</i>	<i>Densidade [Kg/m<sup>3</sup>]</i>
<i>Concreto</i>	20 – 40	1 – 3	2400
<i>Aço</i>	200 – 210	240 – 690	7800
<i>Fibra de Vidro (PRFV)</i>	69 – 72	1860 – 2680	1200 – 2100
<i>Fibra de Carbono (PRFC)</i>	200 – 800	1380 – 6200	1500 - 1600
<i>Fibra de Aramida (PRFA)</i>	69 – 124	3440 – 4140	1200 – 1500

Fonte: Cortez (2013)

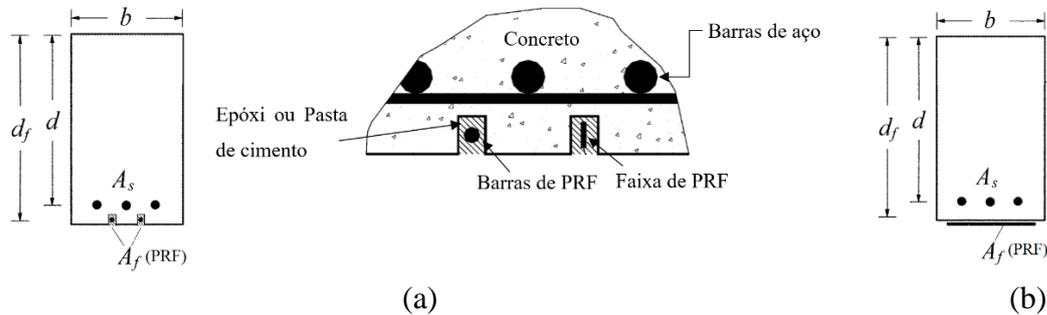
Dentre as mais importantes propriedades dos materiais compósitos, destacam-se:

- Elevada resistência mecânica (comportamento linear até a ruptura);
- Bom comportamento a fadiga e a cargas cíclicas;
- Elevada resistência a ataques químicos e à corrosão, por se tratar de um produto inerte;
- Extrema leveza, devido ao baixo peso específico do sistema. Em alguns casos, não se considera o seu peso próprio.

### 2.2.2 Sistemas de Reforço com PRF

A capacidade de uma viga sujeita a esforços cisalhantes pode ser aumentada pela colagem externa de mantas, tecidos ou laminados de PRF no concreto. Na literatura, existem duas técnicas de reforço externo abreviadas de NSM e EBR. A técnica denominada *Near Surface Mounting* (NSM) refere-se a efetuar cortes mecânicos em regiões dos elementos estruturais a serem reforçados e inserir o material de PRF nestas áreas (CORTEZ, 2013) (Figura 2.21 (a)). A técnica *Externally Bonded Reinforcement* (EBR) significa a colagem externa de mantas, tecidos ou laminados sem a necessidade de cortes na estrutura. (FIB-BULLETIN 14, 2001) (Figura 2.21 (b)).

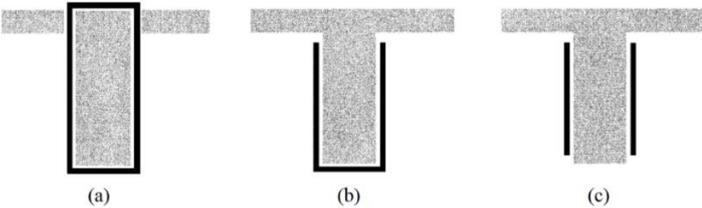
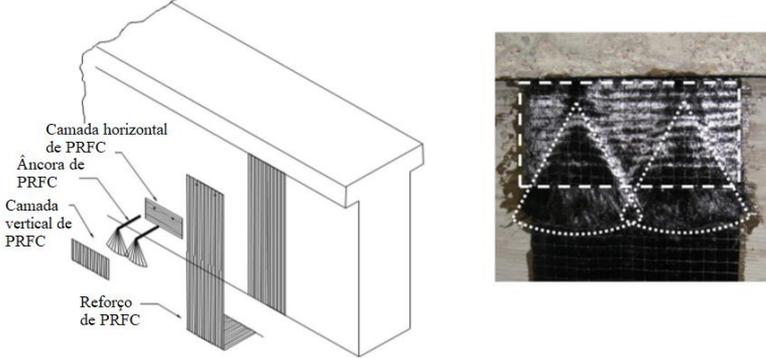
**Figura 2.21 – Técnica de reforço *Near Surface Mounting (NSM)* (a) e *Externally Bonded Reinforcement (EBR)* (b)**

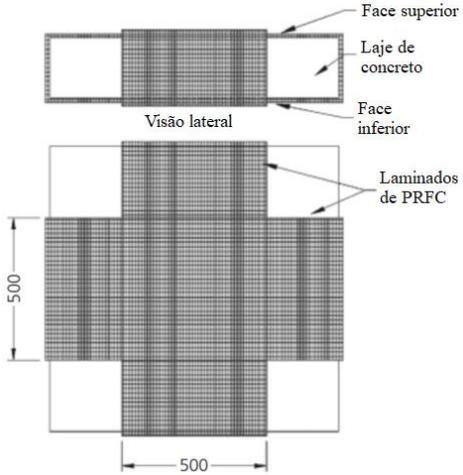
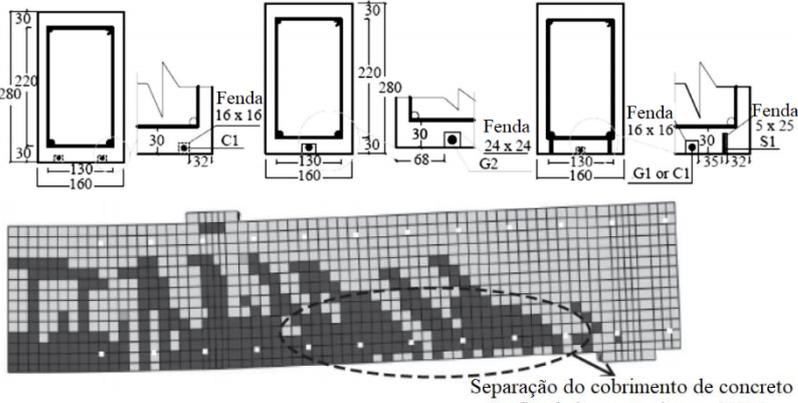
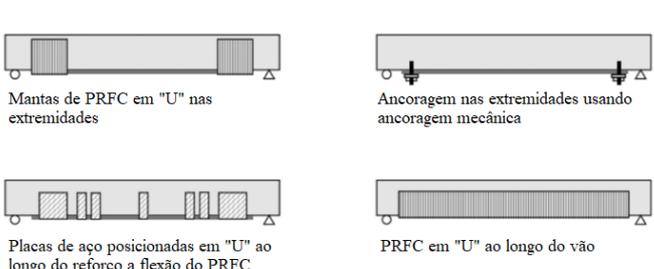
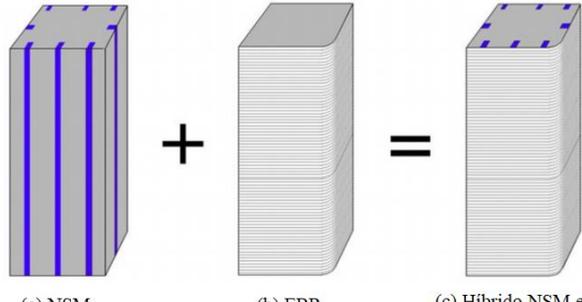


Fonte: Adaptado de ACI 440-2R (2008)

Baseado na pesquisa feita por Siddika et al. (2020), o Quadro 2.1 apresenta algumas das diversas formas de aplicação de reforço com o uso de materiais poliméricos, tanto nas formas EBR e NSM.

**Quadro 2.1 - Técnicas e aplicações do reforço com PRF**

<i>Técnica de reforço</i>	<i>Tipo de reforço</i>	<i>Ref.</i>
 <p>(a) (b) (c)</p> <p>Configurações possíveis do reforço ao cisalhamento (Envoltório total (a), em “U” (b) e lateralmente (c))</p>	<p>Cisalhamento (Vigas)</p>	<p>ACI 440.2R (2008)</p>
 <p>Camada horizontal de PRFC Âncora de PRFC Camada vertical de PRFC Reforço de PRFC</p>	<p>Cisalhamento (Ancoragem em Vigas)</p>	<p>Adaptado de Kim, Ghannoum e Jirsa (2015)</p>

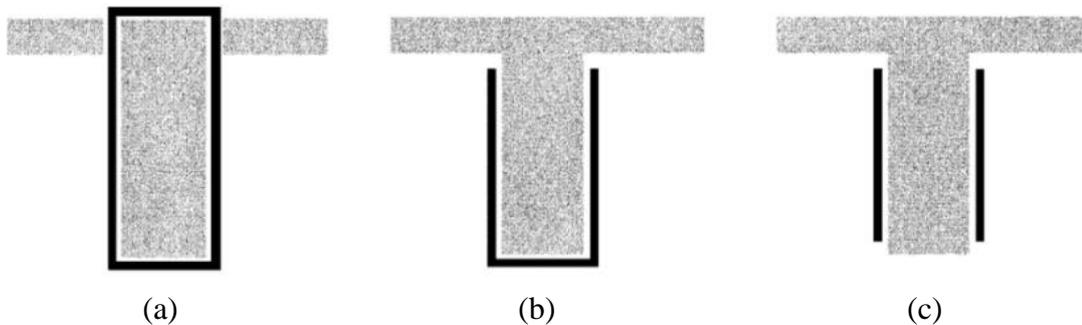
 <p>Reforço em “U” de lajes em duas direções (dimensões em mm)</p>	<p>Flexão e Cisalhamento (Lajes)</p>	<p>Adaptado de Alhadid et al. (2014)</p>
 <p>Separação do cobrimento de concreto até o fim da barra no sistema NSM</p>	<p>Flexão (Vigas)</p>	<p>Sharaky et al. (2018)</p>
 <p>Mantas de PRFC em “U” nas extremidades</p> <p>Ancoragem nas extremidades usando ancoragem mecânica</p> <p>Placas de aço posicionadas em “U” ao longo do reforço a flexão do PRFC</p> <p>PRFC em “U” ao longo do vão</p>	<p>Flexão (Vigas)</p>	<p>Adaptado de Mughed Amran et al. (2018)</p>
 <p>(a) NSM</p> <p>(b) EBR</p> <p>(c) Híbrido NSM e EBR</p>	<p>Axial (Pilares)</p>	<p>Chellapandian, Prakash e Sharma (2019)</p>

<p>Cisalhamento na articulação (a), sismos em pilares (b) e cisalhamento em vigas (c e d) (dimensões em mm)</p>	<p>Sismos (Vigas, pilares e lajes)</p>	<p>Adaptado de Ma, Li e Wang (2013)</p>
---	--	---

Fonte: Adaptado de Siddika et al. (2020)

No estudo em questão, o sistema consiste em usar lâminas de PRFC colados em forma de faixas em regiões críticas de cisalhamento. Da mesma maneira que os estribos de aço em vigas de concreto armado, o reforço ao corte introduzido pelo PRFC também tem sua geometria e espaçamento regulamentado por normas como a americana ACI 440-2R (2008) e a italiana CNR-DT 200/2004. De acordo com o ACI 440-2R (2008), as fibras podem ser orientadas transversalmente ao eixo das peças como perpendiculares (diversas inclinações) às potenciais fissuras de cisalhamento quando utilizadas em tais reforços. Existem três formas de reforço à cortante, são elas: apenas nas laterais da viga (Figura 2.22 (a)), envolvimento em forma de “U” (Figura 2.22 (b)), e envolvimento total da seção transversal (Figura 2.22 (c)).

**Figura 2.22 - Configurações possíveis do reforço ao cisalhamento (Repetida).**



Fonte: ACI 440.2R (2008)

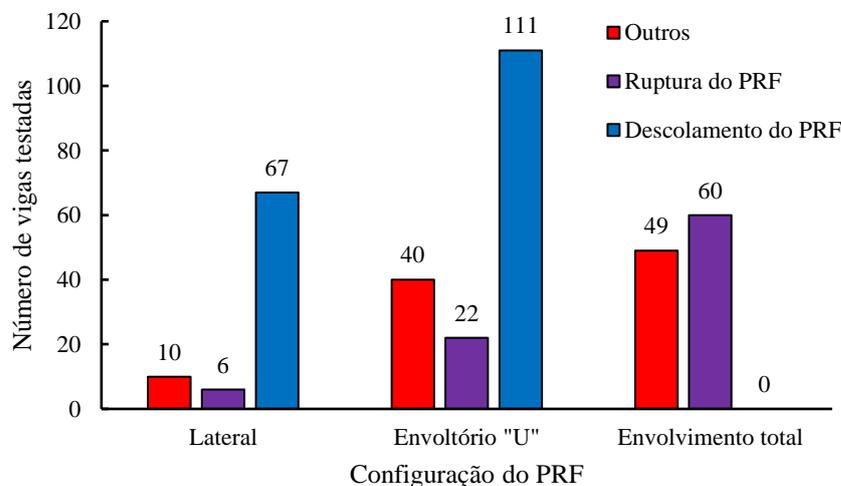
A configuração indicada na Figura 2.22 (a) apresenta a menor vulnerabilidade ao descolamento e alta eficiência, atuando como ancoragem mecânica para reforço à flexão. É recomendada em situações que não possuem lajes em sua parte superior ou inferior. Caso exista esse elemento estrutural (superior ou inferior), tal solução nem sempre é economicamente viável de ser executada, pois há a necessidade de demolições localizadas na laje que está incorporada a viga, de tal forma que possibilitem a passagem do PRF (MACHADO, MACHADO, 2015).

A disposição indicada na Figura 2.22 (b), devido a existência de laje na parte superior da viga e pela necessidade de aberturas para a passagem do material polimérico, acaba sendo a mais utilizada e recomendada. Essa é uma solução de fácil execução e que permite razoável incremento na resistência nominal de cisalhamento da peça (MACHADO, MACHADO, 2015).

A configuração da Figura 2.22 (c) será necessária quando a parte superior e a inferior estiverem limitadas a aplicação do PRFC. É a configuração menos eficiente, mesmo com facilidade de aplicação, apresenta limitações de ancoragem. Deve ser evitada sempre que algum dos outros dois esquemas de envolvimento possam ser utilizados (MACHADO, MACHADO, 2015).

Belarbi et al. (2011) realizaram um levantamento de 49 estudos experimentais publicados contendo mais de 500 resultados de testes. Esses estudos cobriram todos os resultados relevantes, detalhados e específicos de testes relacionados a reforço ao cisalhamento por PRF. A Figura 2.23 indica parte desta pesquisa com os modos de falha observados mais frequentes para as três configurações de reforço (lateralmente, em “U” e envolvimento total).

**Figura 2.23 – Modos de falha relacionados à configuração de reforço ao cisalhamento**



Fonte: Adaptado de Belarbi et al. (2011)

Nota-se pela Figura 2.23 que a descolagem é o modo de falha dominante em vigas reforçadas com PRF colada apenas nas laterais. Em sistemas com envoltório completo e em sistemas em “U” com ancoragem, a descolagem quase nunca foi observada. A falha de vigas reforçadas em “U” ocorre por descolagem em quase 65% dos casos e outros 35% por outros modos de falha (ruptura do PRF, tensão diagonal no material de reforço, falha de compressão de cisalhamento na zona de compressão e falha na flexão).

### 2.2.3 Modos de ruína de vigas reforçadas ao cisalhamento

Em aplicações externas, a resina epóxi atua como um material de interface ligando o reforço ao concreto, desenvolvendo adesão sob a forma de forças de resistência à tração e ao cisalhamento. Como resultado, tem-se um sistema composto que depende da ligação entre a superfície do concreto e as lâminas de PRF (BSISU; HUSSEIN; SARGAND, 2017). As tensões de cisalhamento no concreto são transferidas para os laminados pelo adesivo, que geralmente, são influenciadas pelas propriedades físicas e mecânicas do PRF, concreto e adesivo (BELARBI; ACUN, 2013). Essa influência é descrita no Quadro 2.2.

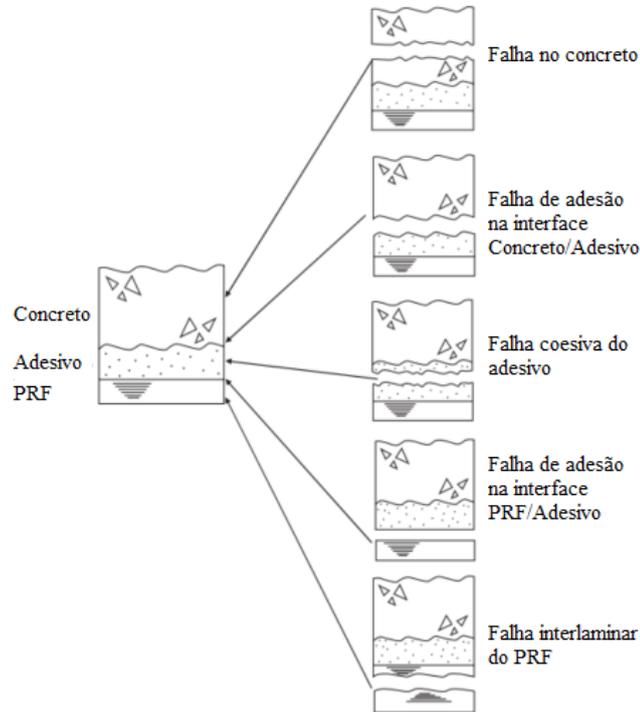
**Quadro 2.2 - Fatores que afetam o comportamento de ligação da interface Concreto/PRF**

<i>Materiais/Condições</i>		<i>Fatores</i>
<i>Concreto</i>		Módulo de elasticidade, resistência, quantidade de água, condições da superfície, retração (cura imperfeita).
<i>Sistema PRF</i>	<i>Fibras</i>	Módulo de elasticidade, rigidez, geometria, orientação e densidade.
	<i>Resina</i>	Módulo de elasticidade, resistência, qualidade da aplicação.
	<i>Primer</i>	
<i>Condições de carregamento</i>		Flexão, cisalhamento, perfuração e carregamento cíclico.
<i>Efeitos ambientais</i>		Temperatura, umidade, radiação e luz do sol.

Fonte: Adaptado de Belarbi et al. (2011)

Existem grandes dificuldades de se alcançar a resistência máxima do PRF em sistemas de reforço a cortante, ou seja, a sua ruptura por tração ou por esmagamento do concreto por compressão, geralmente, não é atingida. Isso ocorre justamente devido ao destacamento prematuro do sistema de reforço da superfície do concreto ou, ainda, o descolamento do material PRF (CORTEZ, 2013). Portanto, o PRF ligado externamente ao concreto é suscetível a falhas de descolagem, pelas quais as forças não podem mais ser transmitidas entre o concreto e o reforço. A Figura 2.24 apresenta possíveis locais de falha do reforço aderido ao substrato de concreto por meio de adesivos.

Segundo o ACI 440-2R (2008), o descolamento do PRF pode iniciar a partir de fissuras de flexão, fissuras de flexão/cisalhamento ou ambas, geralmente próximo à região de cortante máximo. Sob carregamento, essas fissuras induzem uma alta tensão de cisalhamento que provoca o descolamento na interface do reforço.

**Figura 2.24 – Possíveis modos de falha associados no sistema Concreto/Adesivo/PRF**

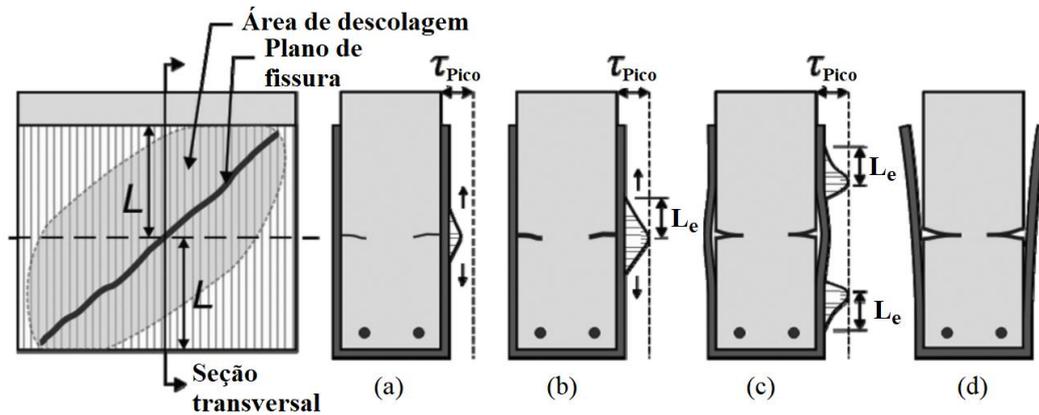
Fonte: Adaptado de Belarbi et al. (2011)

Como observado na Figura 2.23, o modo de falha predominante em sistemas de reforço ao cisalhamento somente nas laterais e envoltimentos em “U” é a perda de adesão da interface. Essa falha pode ocorrer de duas formas, pela descolagem intermediária ou pelas extremidades livres do reforço. É comum ser observado em estudos experimentais o primeiro modo de falha em sistemas reforçados totalmente devido a formação de fissuras intermediárias (LI; LEUNG, 2016; MORADI; NADERPOUR; KHEYRODDIN, 2020). Já situações do PRF colado nas laterais e em “U” é habitual ser constatado o segundo modo de falha (KARZAD et al., 2019; LI; LEUNG, 2017; MORADI; NADERPOUR; KHEYRODDIN, 2020; MOSTOFINEJAD; TABATABAEI KASHANI; HOSSEINI, 2016).

Um processo de descolagem de sistemas em “U” pode ser observado na Figura 2.25, com um comprimento de ligação disponível  $L$ , medido entre o plano de fissura e a borda livre da viga. O processo se inicia em uma fissura quando as tensões são induzidas ao PRF por meio da interface (adesivo), como na Figura 2.25 (a). Com o alargamento da trinca, as tensões da interface aumentam ao longo do comprimento efetivo da ligação ( $L_e$ ) até que a tensão de pico ( $\tau_{pico}$ ) seja atingida (Figura 2.25(b)). A descolagem local ocorre perto da fissura, onde o pico de tensão foi atingido e o comprimento efetivo necessário para transferir tensões migra para longe da área descolada (Figura 2.25(c)). Essa separação intermediária continua em direção a borda livre até que um comprimento de ligação insuficiente seja alcançado e não seja mais

possível a transferência de tensões, conseqüentemente a falha da interface (Figura 2.25(d)). Todo esse sistema também vale para vigas reforçadas lateralmente. Para envolvimento total de uma viga em concreto armado, o PRF continuaria transferindo tensões diretamente sobre a área intermediária até que se rompa (COLALILLO; SHEIKH, 2014).

**Figura 2.25 – Processo de descolagem de vigas em concreto armado reforçadas ao cisalhamento em “U”**

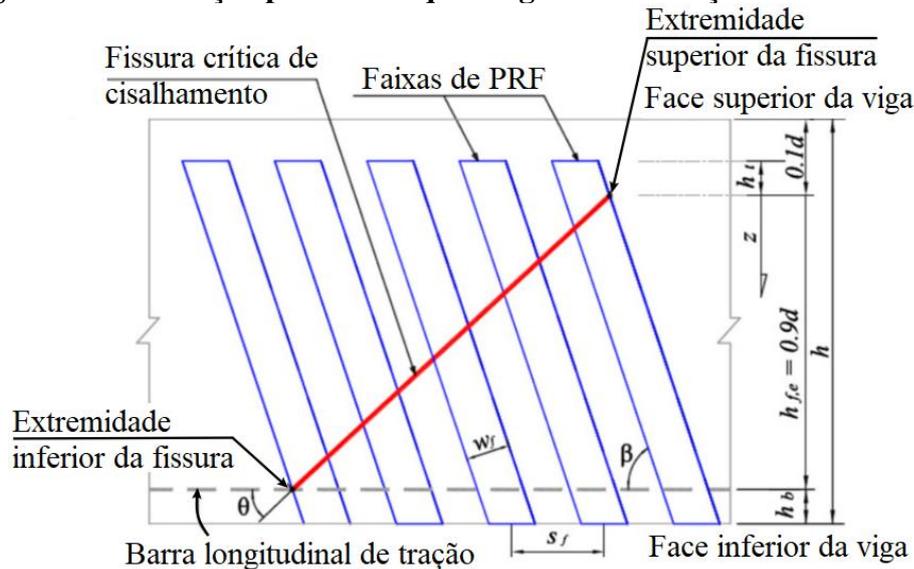


Fonte: Adaptado de Colalillo e Sheikh (2014)

**2.2.4 Processo de descolamento segundo CHEN, TENG E CHEN (2012)**

A falha da descolagem é dominada pelo desenvolvimento de uma fissura crítica de cisalhamento. Para exemplificar esta situação, a Figura 2.26 apresenta um esquema geral de reforço ao cisalhamento e uma trinca diagonal com ângulo  $\theta$  a partir do eixo longitudinal da viga.

**Figura 2.26 - Notação para um esquema geral de reforço ao cisalhamento**



Fonte: Adaptado de Chen, Teng e Chen (2012)

Em que:

$0,1d$  é a localização do início da fissura de cisalhamento;

$h_t$  é a distância vertical da extremidade superior do PRF ao início da fissura;

$h_b$  é a distância vertical da face inferior da viga a extremidade final da fissura (cobrimento);

$h_{f,e}$  é o comprimento vertical da fissura ( $h_{f,e} = 0,9d$  quando o PRF cobre toda a altura da viga).

Supõe-se que a abertura de fissura de cisalhamento aumente linearmente de zero na extremidade superior da fissura até a extremidade inferior denominada de “abertura final da fissura” ( $w(z)$ ). Durante o carregamento, a área colada de PRF pode ser dividida em três zonas:

1. Zona inativa: Na qual a interface entre o PRF e o concreto ainda não está tensionada;
2. Zona mobilizada: Em que a interface está em estado de amolecimento<sup>2</sup>;
3. Zona de falha (descolagem): Em que a descolagem interfacial completa foi alcançada.

Segundo os autores, o processo de falha (descolagem) dos sistemas de reforço com PRF depende da espessura do cobrimento de concreto ( $h_b$ ) em relação ao comprimento efetivo da ligação ( $a_u$ )<sup>3</sup>. Para um pequeno cobrimento de concreto (Figura 2.27), ou seja,  $h_b \operatorname{cosec} \beta \leq a_u$ , o processo de descolagem do sistema de reforço pode ser dividido em 3 estágios, que incluem um estágio de amolecimento ( $0 \leq L_m < a_u$ ), um estágio parcial de descolamento ( $a_u \leq L_m \leq (h_{f,e} + h_t) \operatorname{cosec} \beta$ ) e um estágio descendente ( $h_{db} \geq 0$ ) como explicado a seguir, sendo  $L_m$  é o comprimento máximo mobilizado (ou comprimento de amolecimento) e  $h_{db}$  é a altura descolada.

#### a. Estágio de amolecimento ( $0 \leq L_m < a_u$ )

Durante o estágio de amolecimento (Figura 2.27 (a) e (b)), a abertura na extremidade superior da fissura ( $w_e$ ) é muito pequena e a tensão no PRF aumenta com o aumento de  $w_e$ , assim como o comprimento da zona mobilizada  $L(z)$  é muito pequeno. Esse estágio termina quando o comprimento máximo mobilizado ( $L_m$ ), localizado na extremidade inferior da fissura, se iguala a  $a_u$ . Se a espessura de cobrimento de concreto for pequena em relação ao comprimento efetivo da ligação, de modo que  $h_b \operatorname{cosec} \beta \leq L_m < a_u$  seja satisfeito (Figura 2.27 (b)), os comprimentos efetivos das zonas de amolecimento na interface PRF/Concreto e,

<sup>2</sup> O termo amolecimento não é considerado por alguns autores o mais adequado. Deve-se ao fato de que o material não fica necessariamente mais mole e sim um alívio da tensão média. Portanto, após um material alcançar a resistência à tração, as tensões suportadas por este mesmo material diminuem à medida que as deformações aumentam.

<sup>3</sup> O comprimento efetivo de ligação representa o máximo comprimento de amolecimento antes do descolamento completo da interface.

portanto, os deslizamentos da interface, tanto acima quanto abaixo da fissura crítica não serão os mesmos. No entanto, segundo os autores, essa assimetria é considerada insignificante e, portanto, negligenciada nessa fase inicial de carregamento. Assim, os deslizamentos abaixo da fissura crítica de cisalhamento são assumidos iguais aos de cima.

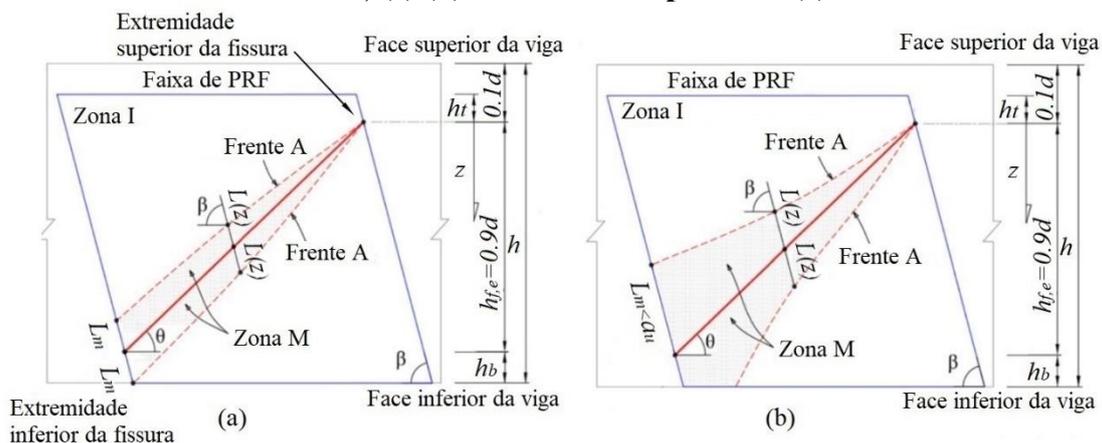
**b. Estágio de descolamento parcial ( $a_u \leq L_m \leq (h_{f,e} + h_t)\text{cosec}\beta$ )**

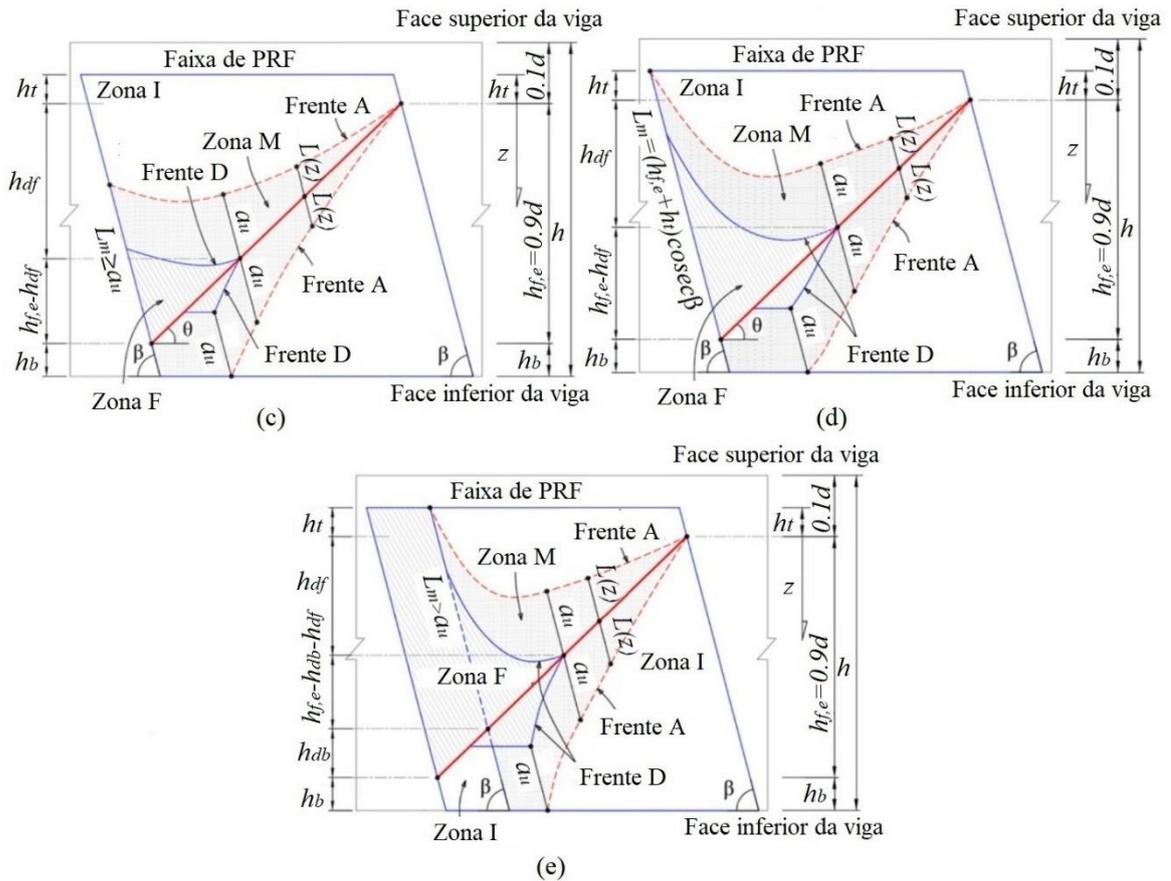
Este estágio (Figura 2.27 (c) e (d)) inicia quando a fibra mais à esquerda, interceptada pela fissura crítica de cisalhamento começa a se descolar, de modo que o comprimento de amolecimento se iguala ao comprimento efetivo de ligação ( $L_m = a_u$ ), correspondente a  $h_{df} = h_{f,e}$  ( $h_{df}$  é a altura da extremidade superior da fissura até o ponto de intersecção entre a frente de descolagem e a fissura de cisalhamento). A etapa termina quando a fibra mais à esquerda se desprende completamente das duas faces da viga ( $L_m = (h_{f,e} + h_t)\text{cosec}\beta$ ) (Figura 2.27 (d)). Geralmente, a contribuição máxima do PRF para a capacidade de cisalhamento é alcançada até esse estágio, com  $h_{df} = h_{df,u}$  e  $w_e = w_{e,u}$  (os termos  $h_{df,u}$  e  $w_{e,u}$  significam altura e abertura da fissura no estado último, respetivamente, antes da próxima etapa).

**c. Estágio descendente ( $h_{db} \geq 0$  ou  $w_e \geq w_{e,u}$ )**

O estágio descendente começa quando a fibra mais à esquerda interseccionada pela fissura crítica de cisalhamento se descola completamente com  $h_{df} = h_{df,u}$  e  $w_e = w_{e,u}$ . Essa etapa é caracterizada por uma altura descolada do PRF identificada por  $h_{db}$  (Figura 2.27 (e)) e, de modo geral, corresponde ao ramo descendente da curva  $P_f - w_e$  (CHEN; TENG; CHEN, 2013). Durante essa fase, todas as fibras a esquerda na posição  $z = h_{f,e} - h_{db}$  (ou seja  $h_{f,e} - h_{db} \leq z \leq h_{f,e}$ ) foram completamente descoladas acima da fissura crítica de cisalhamento (Figura 2.27 (e)).

**Figura 2.27 – Processo de descolamento do PRF em vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento para baixo cobrimento do concreto: (a) (b) estágio de amolecimento; (c) (d) descolamento parcial e (e) descendente.**





Fonte: Adaptado de Chen, Teng e Chen (2012)

A Figura 2.27 apresenta Zonas e Frentes importantes para o entendimento do sistema. Esses termos significam: Frente A – Frente de Amolecimento; Frente D – Frente de Descolamento; Zona I – Zona Inativa; Zona M – Zona Mobilizada; Zona F – Zona de Falha.

Em relação a grandes cobrimentos de concreto, a relação  $h_b \text{cosec} \beta > a_u$  é válida. Nesse caso, o processo de descolagem de uma viga em concreto armado reforçada ao cisalhamento em “U” com PRF pode ser dividido em quatro estágios, que incluem um estágio de amolecimento ( $0 \leq L_m < a_u$ ), estágio 1 da descolagem parcial com  $a_u \leq L_m < h_b \text{cosec} \beta$ , estágio 2 de descolagem parcial  $h_b \text{cosec} \beta \leq L_m \leq (h_{f,e} + h_t) \text{cosec} \beta$  e um estágio descendente  $h_{db} \geq 0$ .

Os processos para o estágio de amolecimento e o estágio descendente (com  $w_e \geq w_{e,u}$  ou  $h_{db} \geq 0$ ) são os mesmos para pequenos valores de cobrimento. No estágio 1 da descolagem parcial, diferente da situação de valores pequenos no cobrimento do concreto, a frente de amolecimento inferior está acima do limite da face inferior da viga (ver CHEN; TENG; CHEN, 2012). O estágio termina quando a frente de amolecimento abaixo da fissura crítica de cisalhamento atinge a face inferior da viga ( $L_m = h_b \text{cosec} \beta$ ) onde o PRF está fixo (parte da dobra do reforço em “U”). Referente ao estágio 2, a frente de amolecimento intersecta com a

face inferior da viga. A posição onde a frente de falha (descolamento) intersecciona a fissura crítica de cisalhamento ( $z = h_{df}$ ) no início dessa etapa só pode ser determinada a partir da condição de que a frente amolecida apenas atinja o limite inferior da viga.

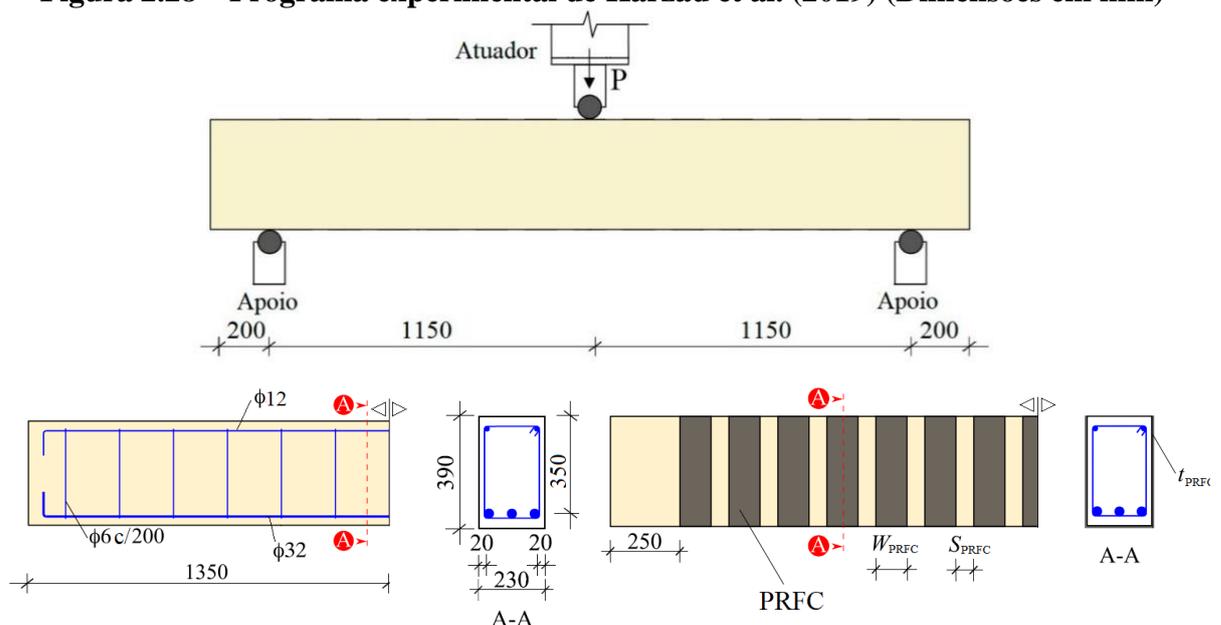
## 2.2.5 Pesquisas experimentais sobre reforço ao cisalhamento com PRF

### 2.2.5.1 Karzad et al. (2019)

Karzad et al. (2019) estudaram o reforço em vigas de concreto armado danificadas ao cisalhamento com variação da armadura transversal. A princípio, foram ensaiadas diversas vigas com variação do espaçamento dos estribos. Posteriormente, essas vigas colapsadas foram reforçadas ao cisalhamento e comparadas com vigas reforçadas sem a falha do concreto. Foram testadas um total de 19 vigas, das quais 7 foram pré-danificadas ao cisalhamento com 4 sem estribos e 3 com quantidades mínimas de estribos segundo o ACI-440-2R (2008). As 7 vigas foram reparadas com epóxi, e somente as 3 com quantidades mínimas de armadura transversal foram reforçadas com uma ou duas camadas de PRFC. Todas as 7 foram testadas novamente após esse procedimento.

Das 12 vigas restantes, 4 foram testadas sem estribos, 4 com mínimo de estribos e 4 com quantidade moderada de estribos, seguindo a norma americana ACI-440-2R (2008). Estas não foram pré-danificadas e das 4, duas de cada tipo foram reforçadas com uma ou duas camadas de PRFC. A configuração do teste é demonstrada na Figura 2.28.

**Figura 2.28 – Programa experimental de Karzad et al. (2019) (Dimensões em mm)**



Fonte: Adaptado de Karzad et al. (2019)

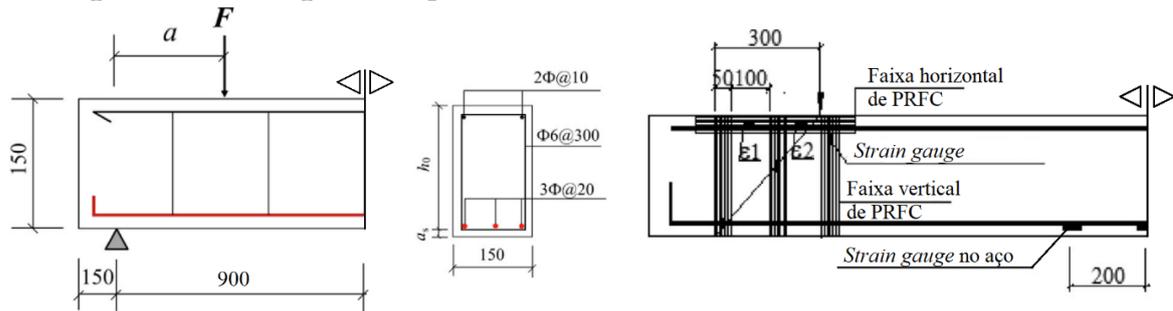
Os autores observaram que:

1. A técnica de reforço aplicada às vigas de concreto armado danificadas por cisalhamento conseguiu restaurar sua resistência ao cisalhamento;
2. Com a adição de mais camadas de PRFC ao reforço, a resistência ao cisalhamento aumentou em até 30%;
3. Vigas reparadas com proporções mínimas de estribos e reforçadas com duas camadas de PRFC apresentaram esmagamento do concreto e falha a flexão;
4. O aumento da quantidade de estribos melhorou a ductilidade (suportaram maiores deformações) do sistema ao deslocamento. No entanto, a adição de reforço ao cisalhamento levou a perda desta mesma ductilidade;
5. Os resultados mostraram que existe interação entre o PRFC e os estribos. À medida que se aumenta a quantidade de estribos (diminui espaçamento entre eles), a eficiência do reforço com PRFC diminui;
6. Os autores também avaliaram alguns modelos de cálculo da contribuição do PRFC ao cisalhamento. O modelo que melhor previu esta contribuição foi aquele que considerou a interação com os estribos.

#### 2.2.5.2 Yu et al. (2019)

Yu et al. (2019) realizaram um estudo com 18 vigas reforçadas ao cisalhamento com PRFC. Um dano inicial foi adicionado aos testes até surgirem pré-fissuras, sendo esse carregamento menor que a capacidade das vigas. A relação entre a carga pré-fissurada e a carga máxima suportada é definida como um grau de pré-fissuração. Após este carregamento inicial, as vigas são reforçadas em “U” com compósitos de fibra de carbono. São adicionadas faixas horizontais de PRFC na parte superior do reforço ao cisalhamento, com a finalidade de garantir a resistência de ligação da interface PRFC/Concreto. O reforço é aplicado em ambas as extremidades da viga e a quantidade de faixas em “U” variou de 3 a 9 em cada extremidade. Além disso, os autores variaram o grau de pré-fissuração, os espaçamentos do reforço e a relação  $a/h_0$ . A configuração da viga referência e um esquema geral da viga reforçada é apresentado na Figura 2.29.

Além dos estudos experimentais, os autores propuseram equações que avaliam a capacidade de cisalhamento do PRFC considerando os danos iniciais e propriedades de deformação não uniformes do compósito.

**Figura 2.29 – Programa experimental de Yu et al. (2019) (Dimensões em mm)**

Fonte: Adaptado de Yu et al. (2019)

Foi concluído que:

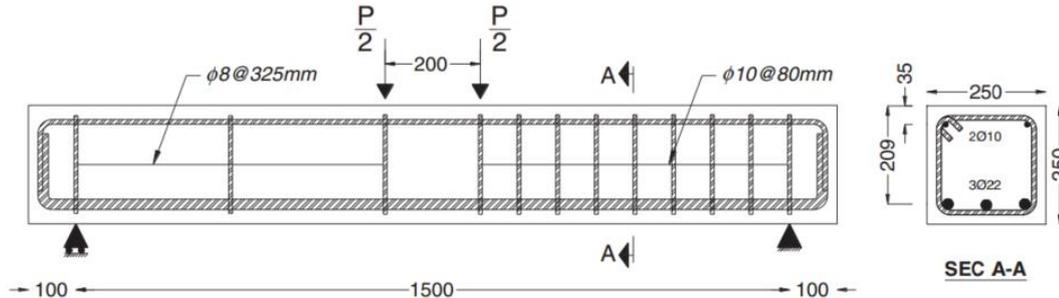
1. Foram observados três modos de falha: na adesão interfacial; descolagem; rompimento do PRFC. A falha na interface do PRFC é repentina e poucas tensões são transferidas ao reforço devido a esta ruína. Com um baixo grau de pré-fissuração, foi observado melhores aderências do PRFC. Com o aumento da relação  $a/h_0$ , o número de faixas de reforço que contribuem efetivamente no aumento da capacidade de carga aumenta e a quantidade de faixas rompidas de PRFC diminui.
2. Quanto menor o espaçamento do reforço, melhor a capacidade de cisalhamento. No entanto, com o aumento da relação  $a/h_0$ , a influência do espaçamento do PRFC na resistência do sistema diminui. A capacidade de cisalhamento aumenta gradativamente com a diminuição de  $a/h_0$ . Para baixos valores de pré-fissuração, a diferença de resistência entre uma viga reforçada sem pré-fissura e uma com é quase equivalente. No entanto, para valores altos, a capacidade de cisalhamento que o reforço impõe é menor.
3. O reforço pode, efetivamente, melhorar a rigidez e capacidade de deformação do sistema. Com a diminuição do espaçamento do PRFC, a ductilidade também aumentou. O grau de pré-fissuração tem pouca influência na rigidez dos testes.
4. As equações propostas mostraram que podem efetivamente estimar a capacidade de cisalhamento de vigas em concreto armado reforçadas ao cisalhamento com PRFC.

#### 2.2.5.3 Eslami et al. (2020)

Eslami et al. (2020) propuseram um novo sistema de ancoragem em vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento em “U”. Avaliaram em termos de ductilidade e capacidade de deslocamento dos testes reforçados. As vigas foram submetidas a esforços cortantes, com o objetivo de estudar o desempenho do sistema de ancoragem e alterar o modo de falha ao

cisalhamento frágil (descolamento do PRF) para flexão dúctil. A configuração da viga referênciada é mostrada na Figura 2.30.

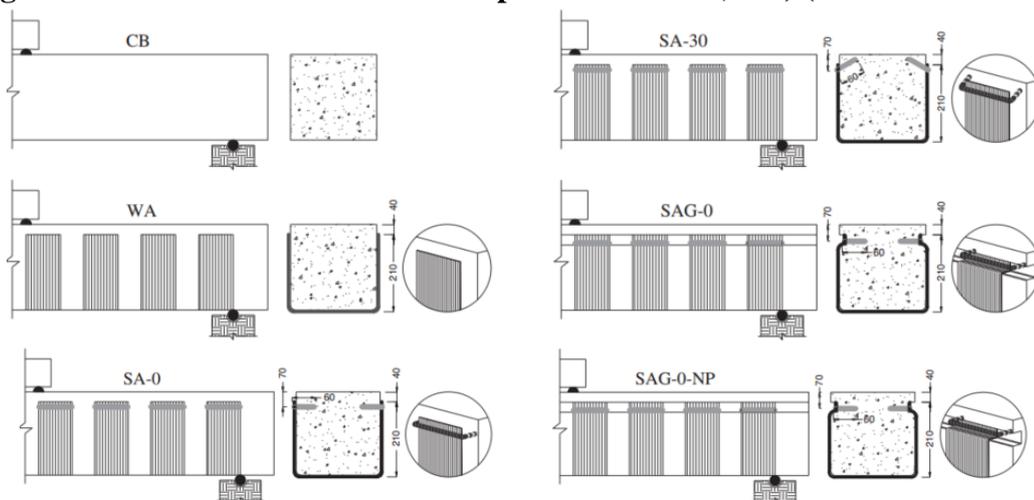
**Figura 2.30 - Programa experimental de Eslami et al. (2020) (Dimensões em mm)**



Fonte: Eslami et al. (2020)

Foram ensaiadas 6 vigas, incluindo a referênciada, a reforçada sem ancoragem e as outras 4 com o método de ancoragem, como na Figura 2.31.

**Figura 2.31 – Série de testes realizado por Eslami et al. (2020) (Dimensões em mm)**



Fonte: Eslami et al. (2020)

As principais conclusões foram:

1. O reforço em “U” com ancoragem foi capaz de mudar o modo de falha de cisalhamento para a flexão em todas as amostras. Foi verificado que seu desempenho pós-escoamento do aço depende, principalmente, do sistema de ancoragem adotado;
2. Todos os testes apresentaram capacidade quase idêntica. A ancoragem foi capaz de fornecer melhores capacidades de deslocamento e ductilidade nas vigas;
3. Comparando as vigas SAG-0 e WA, revelou que a capacidade de deslocamento e ductilidade aumentaram em 221% e 165%, respectivamente. Um desempenho semelhante também foi observado na viga SAG-NP.

## 2.2.6 Pesquisas experimentais/numéricas sobre reforço ao cisalhamento em vigas de concreto armado

### 2.2.6.1 Hanoon et al. (2017)

Hanoon et al. (2017) desenvolveram um modelo para estimar a capacidade de cisalhamento de vigas curtas (*deep beam*) de concreto armado reforçadas com PRFC. O estudo se baseou no modelo de escoras e tirantes e o algoritmo de otimização por enxame de partículas (*hybrid particle swarm optimization* – PSO). Com isso, os autores evitaram o procedimento tradicional de tentativa e erro para obter coeficientes desconhecidos do modelo. Um total de 366 vigas curtas em concreto armado reforçadas com PRFC foram reunidas da literatura atual e usadas para a elaboração e validação do modelo. Esse estudo considerou dois modos de falha: a falha por descolagem e a ruptura do reforço, além de variar a quantidade de camadas de PRFC aplicada.

Em adição, foram calibrados modelos numéricos usando o *software* ABAQUS e realizado um estudo paramétrico no intuito de avaliar o modelo em diferentes situações. Os parâmetros foram: relação  $a/d$ , taxa de aço longitudinal e transversal e resistência a compressão do concreto.

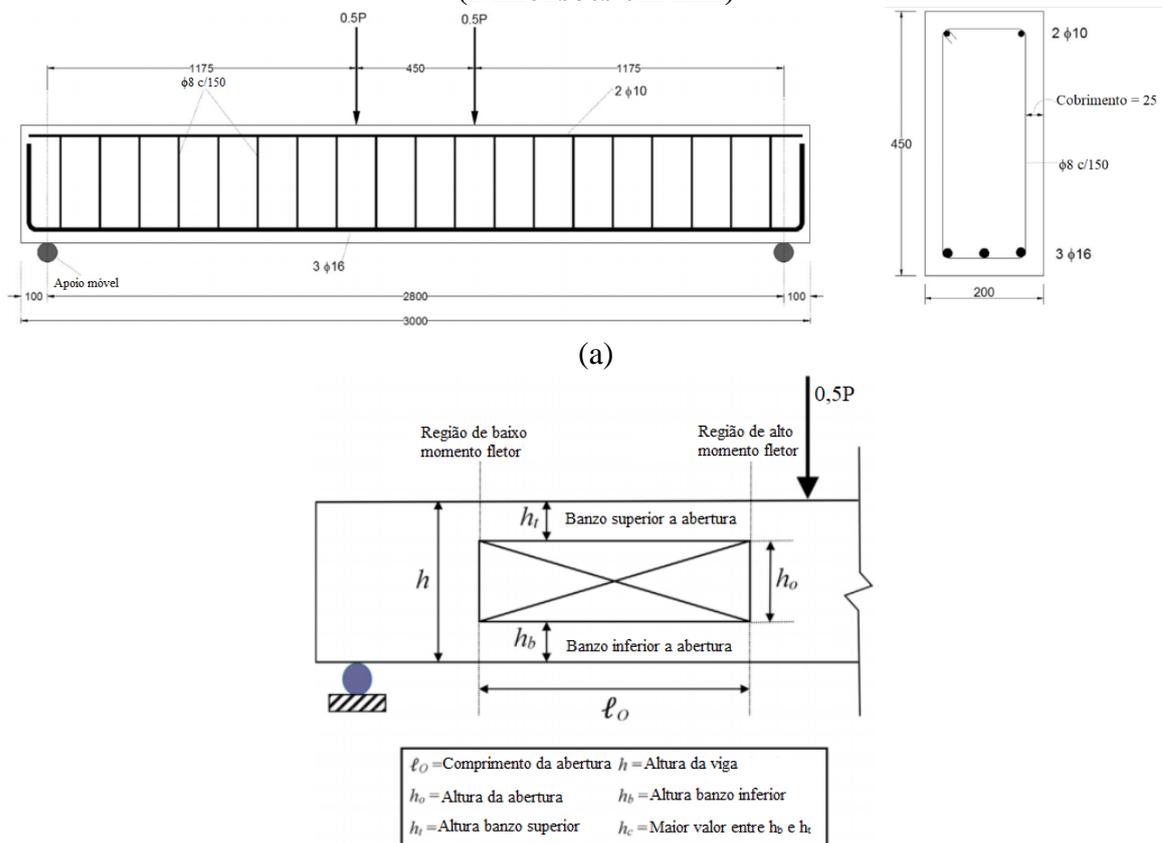
Hanoon et al. (2017) completaram com as seguintes conclusões:

1. O modelo híbrido de PSO e escoras e tirantes se mostrou eficiente em prever a resistência ao cisalhamento de vigas curtas em concreto armado reforçada com PRFC;
2. O modelo pode representar simultaneamente os dois modos de falha do PRFC, a descolagem e a ruptura do mesmo;
3. A quantidade de reforço empregada não se mostrou eficiente na resistência final ao cisalhamento;
4. Seis valores da relação  $a/d$  foram usadas (0.75, 1.0, 1.25, 1.5, 1.75 e 2.0). Quanto maior era essa relação, menor era a resistência ao cisalhamento do sistema;
5. Cinco valores de resistência a compressão do concreto com diferentes taxas de armadura transversal e longitudinal foram usados. Com aumento do  $f_{ck}$  do concreto, a resistência ao cisalhamento melhorou. Essa melhora da capacidade de carga também foi observada para maiores taxas de aço a flexão.

## 2.2.6.2 Elsanadedy et al. (2019)

Elsanadedy et al. (2019) pesquisaram, experimentalmente e numericamente, o efeito de grandes aberturas retangulares em regiões de cisalhamento de vigas de concreto armado não reforçadas e reforçadas com PRFC e PRFV. Os autores realizaram variações do tamanho da abertura e a configuração do reforço. Ao todo foram testadas sete vigas experimentalmente em ensaio de quatro pontos, das quais uma é sólida de referência (Figura 2.32 (a)) e outras seis com aberturas retangulares (Figura 2.32 (b)). Destas seis vigas com abertura, duas não foram reforçadas e sua abertura foi variada. As quatro restantes foram reforçadas, das quais duas foram com 2 camadas de PRFC (0/90) e duas com PRFV ancoradas com placas de aço aparafusadas.

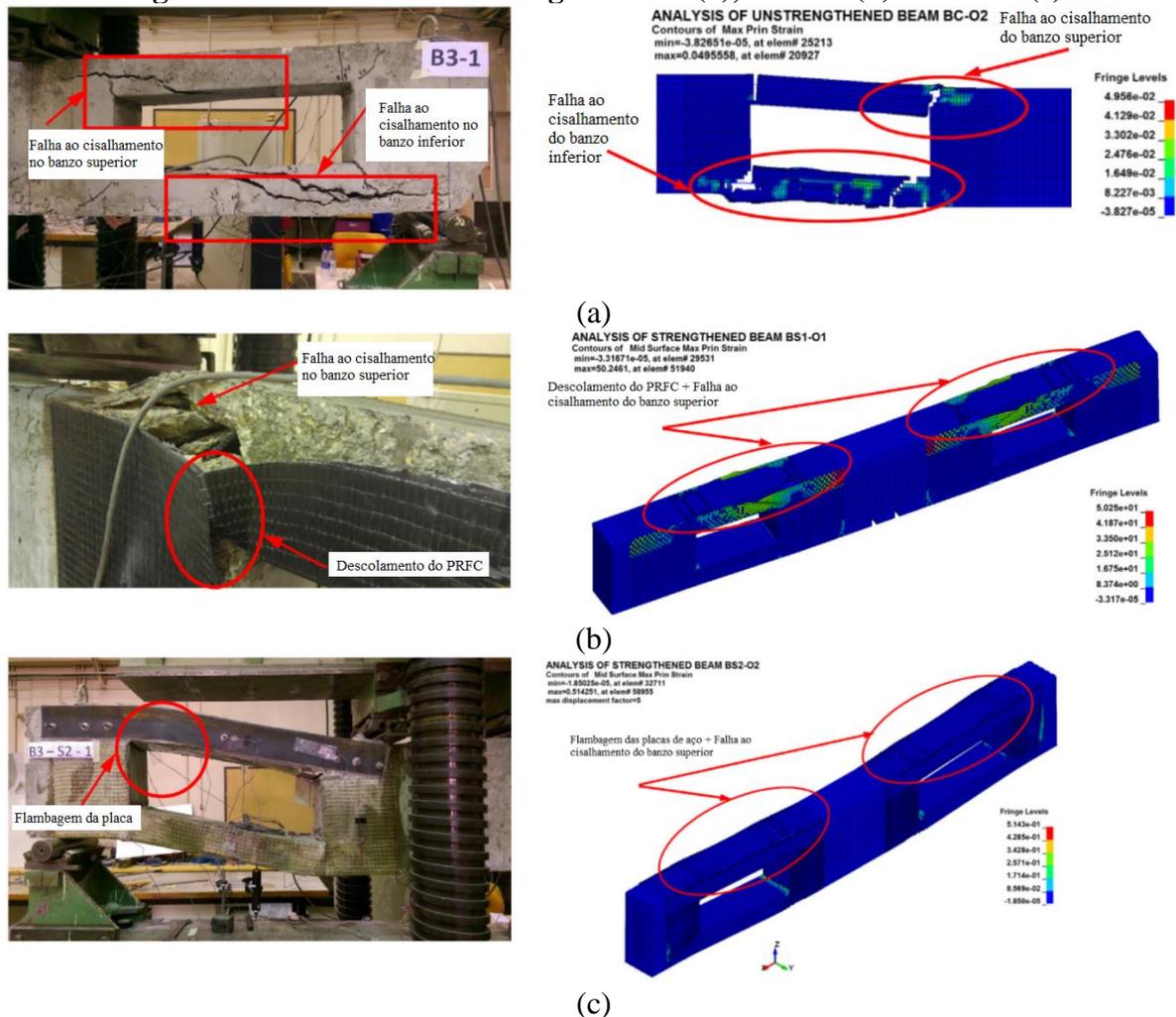
**Figura 2.32 – Viga referência de Elsanadedy et al. (2019) (a) e com abertura (b)  
(Dimensões em mm)**



Fonte: Adaptado de Elsanadedy et al. (2019)

Os resultados experimentais foram então comparados com os numéricos (Figura 2.33) usando o *software* ANSYS. Com os resultados experimentais obtidos e os modelos calibrados, os autores realizaram análises paramétricas como parâmetros da placa de aço e tamanho da abertura.

Figura 2.33 – Resultados das vigas BC-02 (a), BS1-01 (b) e BS2-02 (c)



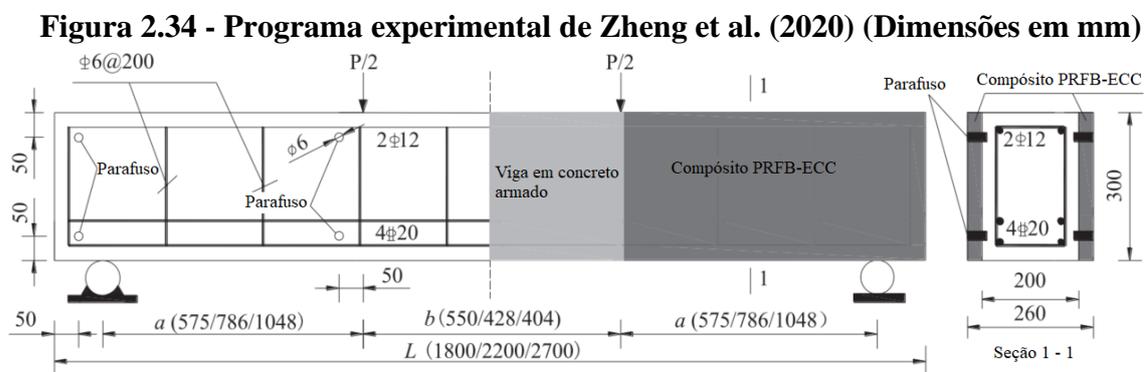
Fonte: Adaptado de Elsanadedy et al. (2019)

As principais observações foram:

1. A modelagem se mostrou adequada para avaliar a força e a rigidez de todos os sistemas estudados;
2. As aberturas retangulares em zonas de cisalhamento podem ser classificadas em pequena, grande e muito grande, com base na relação  $l_0/h_c$ . Para  $l_0/h_c < 1,5$  são classificadas como pequenas. Aberturas grandes pertencem ao intervalo  $1,5 \leq l_0/h_c \leq 4,0$  e muito grandes a  $\frac{l_0}{h_c} > 4,0$ ;
3. Para pequenas aberturas, a perda de rigidez e resistência é menor e dentro da faixa aceitável em comparação com as vigas sólidas. Logo, o reforço pode não ser necessário. Para vigas com grandes aberturas, o reforço de PRF restaura completamente a resistência e parcialmente a rigidez. Por fim, em vigas com grandes aberturas, o reforço não é eficiente para recuperar a resistência ao cisalhamento do sistema.

## 2.2.6.3 Zheng et al. (2020)

Zheng et al. (2020) avaliaram um total de seis vigas retangulares em concreto armado, sendo uma de referência e cinco reforçadas ao cisalhamento com grade de polímero reforçado com fibra de basalto (PRFB) em conjunto com compósito cimentício projetado (ECC). Um total de 16 parafusos de aço foram simetricamente pré-adicionados no cobrimento de concreto para segurar a grade de PRFB enquanto o ECC era lançado (Figura 2.34). Além disso, análises numéricas com o uso do *software* ABAQUS foram realizadas com o objetivo de obter estimativas da capacidade de cisalhamento. Os autores mantiveram a seção transversal da viga e variaram o comprimento da mesma.



Fonte: Adaptado de Zheng et al. (2020)

De acordo com os resultados experimentais e numéricos, os autores concluíram:

1. A falha devido ao cortante ocorreu nas regiões do vão de cisalhamento entre o apoio e a aplicação de carga. O descolamento do reforço ocorreu logo após a formação e propagação da fissura diagonal crítica de cisalhamento. No entanto, a falha por esmagamento do concreto ocorreu no banzo superior da viga, entre as aplicações de carga, na zona de momento máximo e cisalhamento zero;
2. A capacidade ao cisalhamento da viga reforçada aumentou de 27% a 59%, dependendo da taxa de reforço usada de PRFB (0,03% a 0,2%);
3. Com o aumento do comprimento da viga, a razão de cisalhamento  $a/d$  também aumenta. Portanto, a resistência a cortante melhorou de 52% a 61% com o aumento dessa taxa de 2,40 para 4,37, respectivamente. Além disso, o modo de falha mudou de cisalhamento para esmagamento do concreto devido ao reforço;
4. As simulações foram coerentes com os testes experimentais, indicando que o método dos elementos finitos (MEF) pode realmente prever vigas em concreto armado reforçadas ao cisalhamento com compósitos.

## CAPÍTULO 3. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA OS MATERIAIS

---

Descreve-se no capítulo 3 os modelos numéricos necessários para a realização das simulações. São descritos modelos para a representação do comportamento não linear do concreto, o modelo de plasticidade com dano acoplado para o concreto denominado de CDP (*Concrete Damage Plasticity*), elasto-plástico perfeito e *bond – slip* para o aço, Modelo constitutivo para lâminas de PRFC e *bond – slip* para a interface adesiva.

### 3.1 MODELO DE PLASTICIDADE COM DANO ACOPLADO (CDP)

O modelo multiaxial denominado *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) ou modelo de plasticidade com dano acoplado, proposto por Lubliner et al. (1989) e desenvolvido por Lee e Fenves (1998), ao qual é descrito na forma de tensão efetiva.

Também chamado de modelo de Barcelona, o dano no concreto é causado principalmente por fissuras de tração e esmagamento a compressão. Esse se baseia na Teoria da Plasticidade e na Mecânica do Dano Contínuo, no qual os conceitos de dano são incorporados em um modelo de plasticidade (LEE; FENVES, 1998). Conceitos de tensões efetivas da Mecânica do Dano serão utilizados para representar a perda de rigidez.

De acordo com Lubliner et. al. (1989), Chen e Han (2007) e Chi et al. (2017) , qualquer modelo de plasticidade para o concreto deve envolver quatro suposições básicas, são elas:

- **Leis de evolução de dano:** Define que a degradação da elasticidade do descarregamento está associada a evolução dos danos no material.
- **Superfície de plastificação inicial ou Critério de plastificação (*Yield criterion*):** Essa superfície no espaço de tensão define o nível de tensão em que a deformação plástica se inicia.
- **Leis de encruamento e amolecimento (*Hardening/Softening law*):** Define tanto a mudança da superfície de carga quanto a mudança das propriedades de encruamento/amolecimento do material durante a plastificação. Normalmente, essas leis são expressas pela resposta uniaxial do material.
- **Regra de escoamento (*Flow rule*):** Está relacionada com a função potencial plástica (*plastic potential function*), define o comportamento entre tensão-deformação após a plastificação e determina a direção e a magnitude da deformação plástica.

O espaço de Haigh-Wstergaard é uma importante teoria para a definição das suposições dos modelos de plasticidade do concreto, além da relação entre dano e coesão ( $C - k$ ). Este espaço é melhor descrito no APÊNDICE A deste trabalho.

### 3.1.1 Conceito de dano, tensão efetiva e deformação efetiva

Os materiais, quando submetidos a certos níveis de esforços ou condições ambientais desfavoráveis, apresentam mudanças nas suas propriedades, sejam elas macroscópicas ou microscópicas (SARTURI, 2014). Essas mudanças podem ser nomeadas de dano, que é definida por Lemaitre (1996) como um processo de degradação física progressivo existente antes da falha do material. A definição de Besson et al. (2010) para o dano é que são resultados de defeitos irreversíveis ao material, estes muito mais que deformações plásticas.

Besson et al. (2010) apresentam alguns exemplos referentes a danificação em metais, como: microcavidades de fratura dúctil, microfissuras geradas por fadiga e deslizamento da matriz cristalina causada por fluência e alta temperatura. Em concretos, o autor menciona o descolamento do agregado e aglomerante. Por fim, em fibras, o dano ocorre pelo descolamento das fibras na matriz em compósitos.

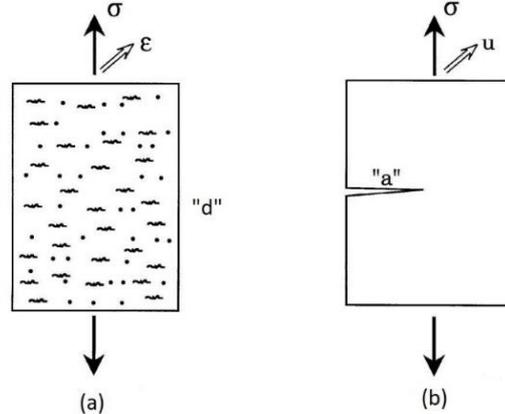
Portanto, a mecânica do dano é o estudo por meio de variáveis mecânicas, dos mecanismos envolvidos nessa deterioração quando os materiais são submetidos ao carregamento. Em nível de microescala é o acúmulo de microtensões na vizinhança dos defeitos internos ou interfaces que quebram as ligações e danificam o material. No nível de mesoescala, do elemento de volume representativo, é o crescimento e a união de microtrincas ou microvazios que, juntos, iniciam uma fissura. Já em nível da macroescala, o dano é caracterizado pelo crescimento destas fissuras. Os dois primeiros estágios podem ser estudados por meio de variáveis de dano da mecânica do meio contínuo. A terceira fase é, geralmente, estudada usando a mecânica da fratura (LEMAITRE, 1996).

Como mencionado anteriormente, a mecânica do contínuo se divide em outras duas mecânicas, a mecânica da fratura e a do dano. Besson et al. (2010) cita que apesar da mecânica do dano considerar o material com defeitos distribuídos internamente, a abordagem em meios contínuos pode ser usada para suas análises.

Segundo Proença (2001), a mecânica da fratura lida com propagações de fissuras macroscópicas em um meio contínuo íntegro. No entanto, a mecânica do dano se ocupa do efeito, sobre a resposta do material, de um processo de microfissuração distribuída que se desenvolve em uma etapa anterior a formação de fissuras discretas. Esquemáticamente, a Figura

3.1 apresenta uma noção do material representativo associado a mecânica do dano (Figura 3.1(a)) e a mecânica da fratura (Figura 3.1(b)).

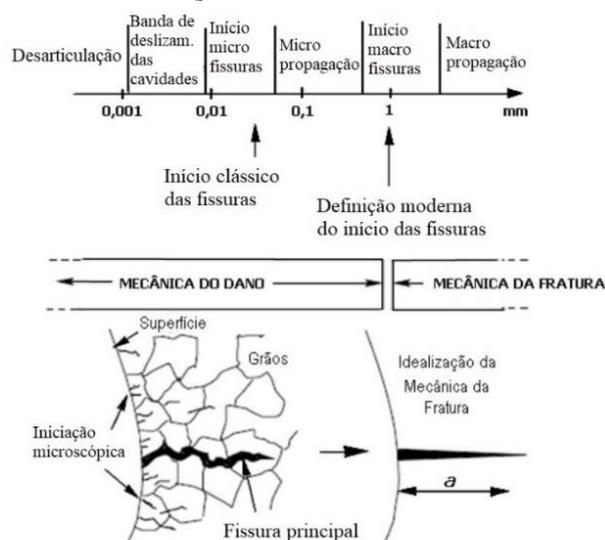
**Figura 3.1 – Volumes representativos da mecânica do dano (a) e mecânica da fratura (b)**



Fonte: Adaptado de Besson et al. (2010)

Define-se então, a variável de dano “d” (valor inicialmente é zero quando o material se encontra totalmente integro e 1 quando totalmente danificado ( $0 \leq d \leq 1$ )). A variável “a” representa o comprimento de uma fissura em mecânica da fratura. A Figura 3.2 apresenta as fissuras para o caso de fadiga em materiais metálicos. A limitação da mecânica do dano está ligada a localização macroscópica, para a qual o dano difuso se reúne em uma única fissura principal.

**Figura 3.2 – Definições do início das fissuras em fadiga.**



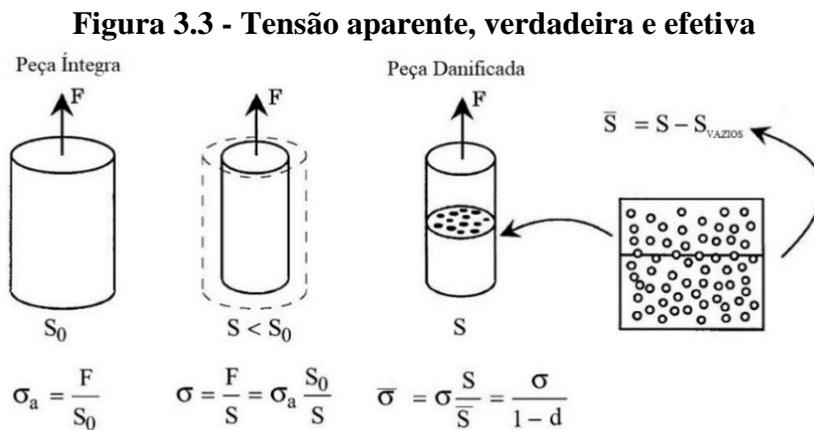
Fonte: Adaptado de Besson et al. (2010)

A partir dessa teoria, define-se, então, a **tensão efetiva**, que, de acordo com Besson et al. (2010) é a tensão aplicada sobre a seção de resistência (ou seção líquida) de uma amostra danificada, identificada por  $\bar{\sigma}$ . Essa tensão aplicada em volume representativo pode ser

estabelecida em função da área líquida ou área resistente da seção, denominada por  $\bar{S}$  e área íntegra da seção (área total com vazios) por  $S$ . Portanto, a diferença entre as áreas resulta na área de vazios do elemento representativo como na equação 3.1.

$$S_{vazios} = S - \bar{S} \quad (3.1)$$

A Figura 3.3 apresenta um caso de carregamento uniaxial comparando as tensões aparentes ( $\sigma_a$ ), verdadeiras ( $\sigma$ ) e efetiva ( $\bar{\sigma}$ ). Essa leva em consideração as concentrações da vizinhança dos defeitos e baseia-se no comportamento macroscópico do material danificado (BESSON et al., 2010).



Fonte: Adaptado de Besson et al. (2010)

A evolução do módulo secante de rigidez elástica pode ser encontrada baseando-se na Lei de Hooke e na equação 3.2. De acordo com Kachanov (1986), Lamaitre (1996), Proença (2001) e Besson et al. (2010) tem-se:

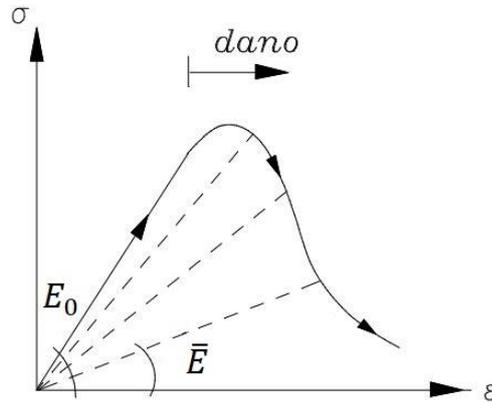
$$\bar{E} = (1 - d).E_0 \quad (3.2)$$

Em que  $\bar{E}$  é o valor do módulo de elasticidade danificado,  $E_0$  é a elasticidade inicial e  $d$  é valor do dano. Novamente, o valor de dano pode ser reescrito como:

$$d = 1 - \left( \frac{\bar{E}}{E_0} \right) \quad (3.3)$$

A equação 3.3 e a Figura 3.4 apresentam a variação da rigidez secante do meio contínuo equivalente com o processo de danificação.

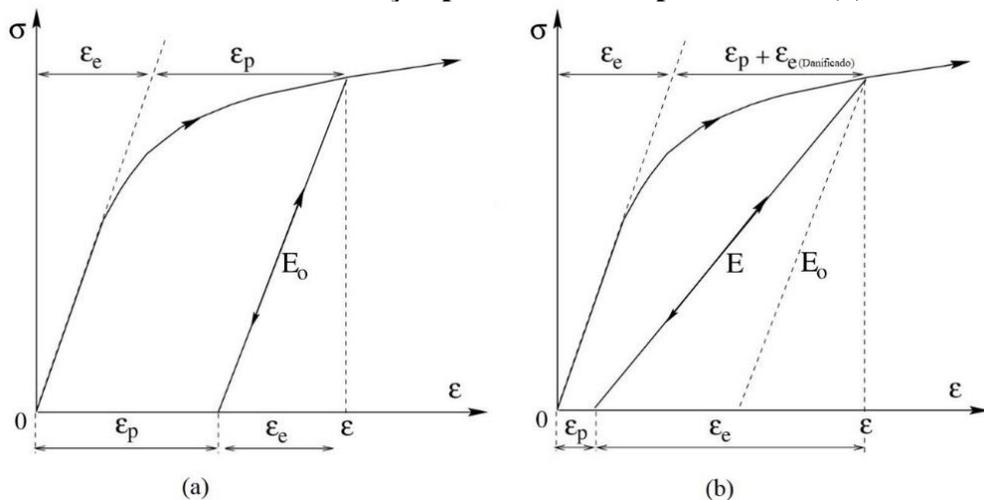
**Figura 3.4 - Variação da rigidez secante do meio contínuo equivalente**



Fonte: Adaptado de Proença (2001)

De acordo com Besson et al. (2010), a deformação plástica permanente (Figura 3.5 (a)) em escala macroscópica, não é absoluta, pode-se redefinir plasticamente o material para devolver a sua forma original. Contrariamente, o dano é assumido como uma deterioração definitiva. Nesse caso, mesmo uma carga contrária não é capaz de reestabelecer as ligações decorridas de microfissuras. Logo, considera-se que o dano é sempre acompanhado por uma diminuição (definitiva) da resistência mecânica do material. A Figura 3.5 (b) indica uma situação do material frágil quase elástico, em que a não-linearidade do comportamento é inteiramente devido a danos. Nota-se, então, uma diminuição do módulo elástico após a descarga.

**Figura 3.5 – Material com deformação permanente na plasticidade (a) e danificado (b)**



Fonte: Adaptado de Besson et al. (2010)

Paralelamente a esse conceito, tem-se a noção de deformação efetiva. A deformação linear nominal ( $\epsilon$ ) como a deformação por unidade de comprimento é definida por Beer et al. (2011) na equação 3.4:

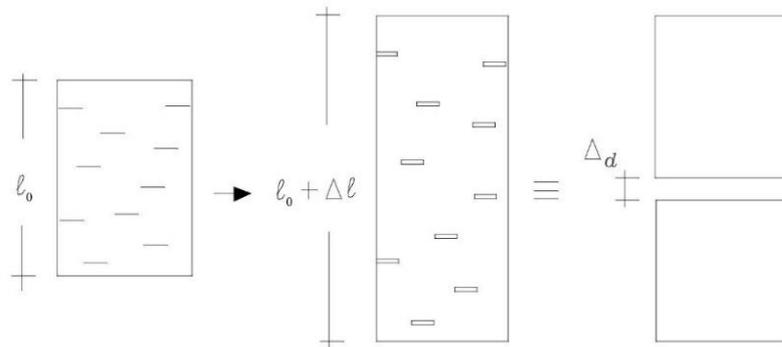
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.4)$$

Em que  $\Delta l$  corresponde à variação de comprimento e  $l_0$  é o comprimento inicial. Na Figura 3.6, observa-se um elemento íntegro com seu comprimento inicial  $l_0$ . Com a aplicação de um determinado carregamento, o elemento se deforma até  $l_0 + \Delta l$ . Estes vazios que ocorrem no material devido as deformações, podem ser representadas por  $\Delta d$ , como na figura.

Levando em conta a deformação efetiva, somente a parcela  $\Delta l - \Delta d$  é que efetivamente deve ser considerada numa medida da deformação. Logo, tem-se:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta l - \Delta d}{l_0} \quad (3.5)$$

**Figura 3.6 - Acréscimo de comprimento devido à abertura de defeitos**



Fonte: Proença (2001)

Uma segunda definição para a variável de dano, segundo Proença (2001), é:

$$d = \frac{\Delta d}{\Delta l} \quad (3.6)$$

Portanto, a relação entre os tensores de deformação efetiva e normal, de acordo com Kachanov (1986), Lamaitre (1996) e Proença (2001), é:

$$\bar{\varepsilon} = (1 - d)\varepsilon \quad (3.7)$$

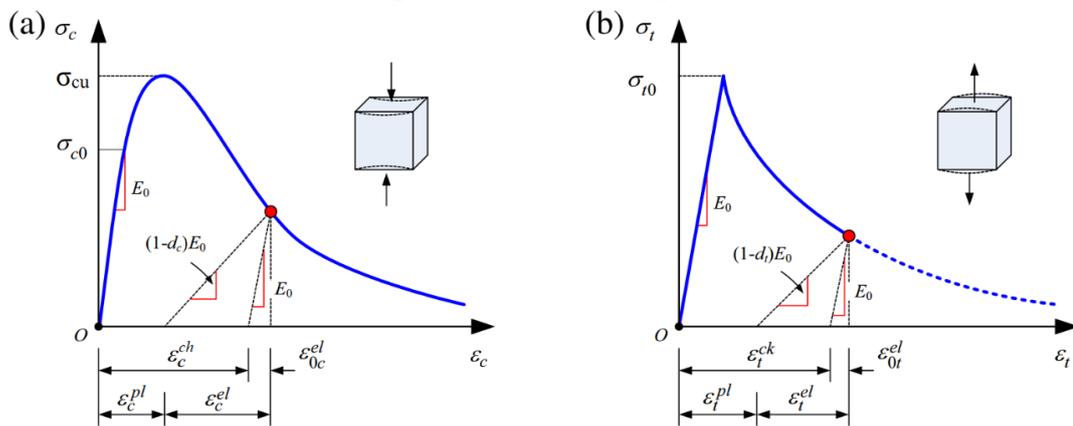
### 3.1.2 Lei de evolução do dano

Segundo Chi et al. (2017), vários resultados de testes evidenciaram que a não linearidade do concreto pode ser atribuída ao dano ou plasticidade, ou derivam de uma combinação de ambos, enquanto a degradação da elasticidade do descarregamento está principalmente

associada à evolução dos danos. Ainda segundo os autores, durante a simulação numérica, é desejável isolar o efeito do dano daquele de plasticidade razoavelmente.

O CDP oferece uma capacidade de modelagem progressiva de dano no material. Como na seção anterior,  $d=0$  corresponde a um material totalmente íntegro e  $d=1$  relaciona-se ao dano completo ou ao início do faturamento. Os fatores de dano  $d_c$  e  $d_t$ , representam a taxa de degradação da rigidez do concreto causada pelo dano no material durante a compressão (esmagamento – *crushing*) e tração (fissuras – *cracking*), respectivamente, sob tensão uniaxial (Figura 3.7). De acordo com Demin e Fukang (2017), o modelo CDP do concreto no programa ABAQUS é considerado adequado para materiais quase frágeis (Concreto).

**Figura 3.7- Tensão x Deformação do CDP do concreto para tensão uniaxial de compressão (a) e de tração (b)**



Fonte: Adaptado Chi et al. (2017)

A resposta do concreto no diagrama tensão x deformação de compressão uniaxial (Figura 3.7 (a)) é linear até o valor de tensão de escoamento ( $\sigma_{c0}$ ). A partir dessa tensão, inicia-se o regime plástico, ocorre, assim, um aumento na tensão até ser atingida a tensão última ( $\sigma_{cu}$ ), por consequência, há uma diminuição no módulo de elasticidade. Como resultado, diminui a tensão e aumenta a deformação. Referente a resposta do concreto na tração (Figura 3.7 (b)), segue uma relação elástico linear até ser alcançado o valor de tensão de falha ( $\sigma_{t0}$ ), no qual a partir desse ponto, inicia-se o surgimento de microfissuras no concreto. Em valores superiores a essa tensão, o gráfico apresenta também uma diminuição do módulo de elasticidade na curva, o que induz a deformação localizada na estrutura de concreto. Consequentemente, diminui a tensão e aumenta a deformação.

De modo geral, a deformação  $\epsilon$  pode ser decomposta de acordo com a teoria elasto-plástica, em deformação elástica  $\epsilon^{el}$  e deformação plástica  $\epsilon^{pl}$  (Equação 3.8).

$$\epsilon_{ij} = \epsilon^{el} + \epsilon^{pl}; \epsilon^{el} = E^{-1} \cdot \sigma \tag{3.8}$$

Em que  $\varepsilon_{ij}$  é o tensor de deformação decomposto na parte elástica ( $\varepsilon^{el}$ ) e na parte plástica ( $\varepsilon^{pl}$ ). Onde  $E$  é um tensor de ordem 4 e  $\sigma$  é um tensor de tensões.

Nos diagramas, pode-se notar que há uma mudança de valor no módulo de elasticidade no regime plástico, este valor é denominado de módulo de elasticidade danificado (ou efetivo), como na equação 3.2.

Ao levar em conta as equações 3.8 e 3.2, tem-se a equação 3.9, que apresenta a função do estado de tensões em função da elasticidade inicial e dos tensores de deformação.

$$\sigma = (1 - d)E_0(\varepsilon - \varepsilon^{pl}); \bar{\sigma} = E_0(\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.9)$$

De acordo com a Figura 3.7, a equação 3.9 pode ser simplificada de acordo com o dano na compressão ( $d_c$ ) ou na tração ( $d_t$ ), conforme a seguir:

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon - \varepsilon^{pl}); \bar{\sigma}_t = E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (3.10)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon - \varepsilon^{pl}); \bar{\sigma}_c = E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (3.11)$$

Em que  $\bar{\sigma}_t$  e  $\bar{\sigma}_c$  são valores de tensão efetiva de tração e compressão, respectivamente.

As relações constitutivas apresentadas se referem ao estado uniaxial de tensões, no entanto, sabe-se que, na prática, um elemento dificilmente está sob estas condições. A resposta de materiais como o concreto é muito mais complexa em outros estados. Para condições de estado multiaxial, as equações anteriores serão reformuladas e dada a seguir:

$$\sigma = (1 - d)D_0^{el}: (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.12)$$

Em que  $D_0^{el}$  é a matriz de elasticidade inicial (sem danos).

O modelo numérico usado neste trabalho, que representa os danos a tração e a compressão para o concreto, estão destacados na seção 3.1.7 deste capítulo.

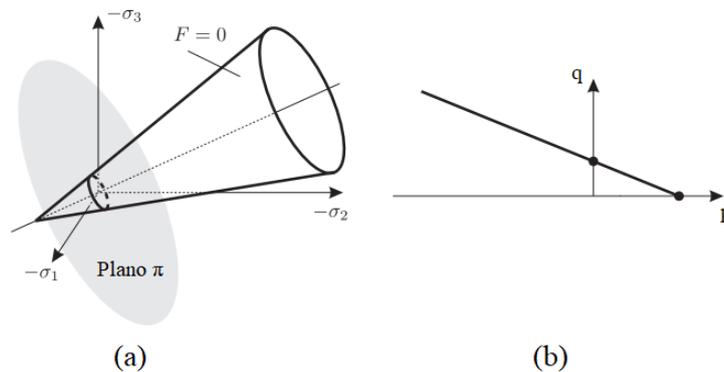
### 3.1.3 Critério de plastificação (*Yield criterion*)

O modelo CDP faz o uso da função de escoamento de Lubliner et. al. (1989), com as modificações propostas por Lee e Fenves (1998). Segundo Chi et al. (2017), essa superfície de escoamento define o estado crítico de tensão, além do qual a deformação plástica se inicia.

O critério de Drucker-Prager (1952) é uma simples modificação do critério de *Von Mises*, ao qual o componente de tensão hidrostática também é incluído para introduzir sensibilidade à pressão (KOSSA, 2011).

Em casos gerais tridimensionais, em que o estado de tensão é descrito por seis componentes de tensões independentes, este critério pode ser imaginado como uma superfície de escoamento no espaço de tensões. Essa superfície divide todo o espaço de tensão em domínios elásticos e plásticos. Portanto, o critério de escoamento pode ser representado como uma superfície no espaço de tensões de Haigh–Westergaard (APÊNDICE A) dado na Figura 3.8 (KOSSA, 2011).

**Figura 3.8 – Superfície de escoamento de Drucker-Prager (a) e plano meridiano (b)**



Fonte: Adaptado de Kossa (2011)

Neste modelo, para que seja capaz de representar o comportamento de um material como descrito anteriormente, a coesão deve ser definida na função da tensão de escoamento. Lubliner et al. (1989), considera como característica essencial para o modelo que a mesma função  $F(\bar{\sigma})$ , homogênea no primeiro grau nos componentes de tensão, leve em consideração também a coesão do material. Os critérios de escoamento, que mais são usados para os materiais, são os de Mohr-Coulomb (1900) e Drucker-Prager (1952) e podem ser escritos da seguinte forma:

$$F(\bar{\sigma}) = C \tag{3.13}$$

Em que  $C$  é a coesão do material.

Em termos de tensões efetivas, a equação anterior se torna:

$$F(\bar{\sigma}) = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta_1(\varepsilon^{pl})\langle\bar{\sigma}_{máx}\rangle - \gamma_\alpha\langle\bar{\sigma}_{máx}\rangle) - \bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{pl}) = 0 \tag{3.14}$$

Essa função faz uso de dois invariantes do tensor de tensão, são eles a tensão hidrostática efetiva  $\bar{p}$ , dada por:

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} tr(\bar{\sigma}) \tag{3.15}$$

e a tensão desviatória  $\bar{q}$ :

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2}(S_{ij}S_{ij})} \tag{3.16}$$

Em que  $S_{ij}$  é tensor de tensão desviador (APÊNDICE A) e  $\bar{\sigma}$  é o tensor de tensão efetiva.

As constantes  $\alpha$ ,  $\beta_1$  e  $\gamma_a$  são adimensionais,  $\bar{\sigma}_{m\acute{a}x}$  é o valor algébrico máximo das tensões efetivas principais e  $\langle . \rangle$  é o operador de Macauley definido como  $\langle x \rangle = (|x| + x)/2$ . Percebe-se que para  $F(\bar{\sigma}) = 0$  existe no material um início de deformação plástica, enquanto que para deformações elásticas tem-se  $F(\bar{\sigma}) < 0$ .

A constante  $\alpha$  (Equação 3.17) pode ser obtida a partir das tensões de escoamento na compressão no caso uniaxial ( $f_c$ ) e equi-biaxial ( $f_{bc}$ ).

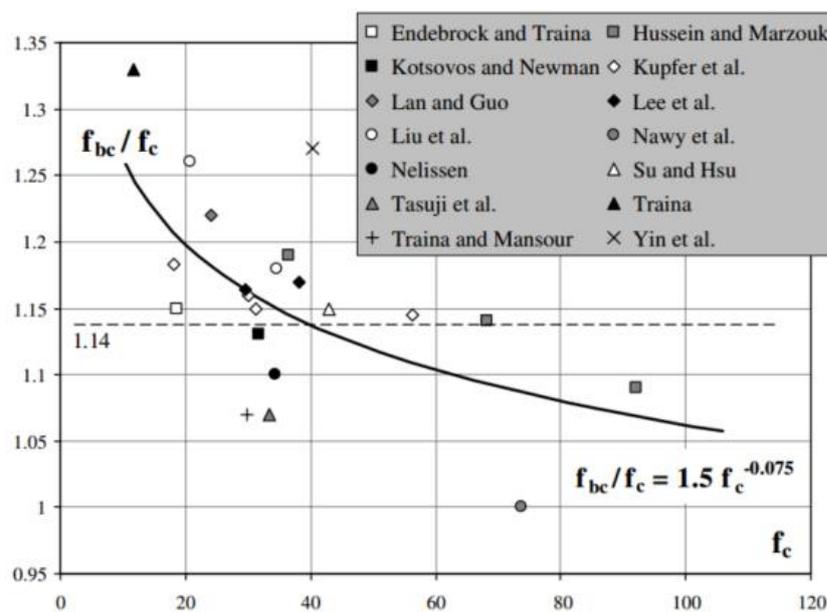
$$\alpha = \frac{(f_{bc}/f_c) - 1}{2(f_{bc}/f_c) - 1}; 0 \leq \alpha \leq 0,5 \tag{3.17}$$

Por meio de estudos experimentais, Papanikolaou e Kappos (2007) mostraram a relação entre  $f_{bc}/f_c$  e a resistência a compressão do concreto (Equação 3.18).

$$f_{bc}/f_c = 1,5f_c^{-0,075} \tag{3.18}$$

A Figura 3.9 mostra que valores laboratoriais da relação  $f_{bc}/f_c$  variam, geralmente, entre 1,05 e 1,20, portanto,  $\alpha$  normalmente varia entre 0,045 a 0,14.

**Figura 3.9 – Relação entre  $f_{bc}/f_c$  e resistência a compressão do concreto**



Fonte: Adaptado de Papanikolaou e Kappos (2007)

Ao obter o valor de  $\alpha$ , a constante  $\beta_1$  (Equação 3.19) pode ser determinada conhecendo-se a tensão de escoamento na tração no caso uniaxial ( $f_t$ ). Segundo Lubliner et al. (1989),  $f_t$  geralmente é a mesma que a tensão última de tração.

$$\beta_1 = (1 - \alpha) \frac{f_{ck}(\varepsilon_c^{pl})}{f_t(\varepsilon_t^{pl})} - (1 + \alpha) \quad (3.19)$$

O parâmetro  $\gamma_a$  aparece apenas em ensaio triaxial de compressão, ou seja, com  $\bar{\sigma}_{m\acute{a}x} < 0$ . No espaço de Haigh–Westergaard (APÊNDICE A), TM e CM representam meridiano de tração e de compressão, respectivamente. Assim, de acordo com Lubliner et al. (1989), tem-se para TM e CM:

$$\begin{aligned} (2\gamma_a + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma_a + 3\alpha)I_1 &= (1 - \alpha)f_c \text{ (TM)} \\ (\gamma_a + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma_a + 3\alpha)I_1 &= (1 - \alpha)f_c \text{ (CM)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Em que  $f_c$  é a tensão crítica em compressão uniaxial, ou tensão de escoamento (para superfície de escoamento) ou tensão última (para superfície de falha).

Da Equação 3.20 pode-se obter a razão entre o segundo invariante do tensor desviador no meridiano de tração pelo de compressão:

$$K_c = \frac{(\sqrt{J_2})_{TM}}{(\sqrt{J_2})_{CM}} \text{ para um dado } I_1 \quad (3.21)$$

e ao substituir as equações 3.20 na equação 3.21, encontra-se

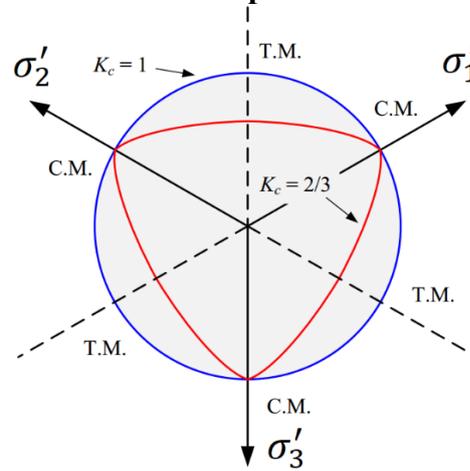
$$K_c = \frac{\gamma_a + 3}{2\gamma_a + 3} \quad (3.22)$$

O parâmetro  $K_c$  define fisicamente a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador. Seu valor varia entre  $0,5 < K_c \leq 1$ . Para o modelo CDP, um valor de  $K_c = 2/3$  é recomendado para concreto, sua forma gráfica no plano desviador corresponde à combinação de três elipses tangentes (Figura 3.10). Com o valor de  $K_c = 1$ , a superfície de falha se torna um círculo (Distância do eixo hidrostático a CM e TM são iguais), conforme o critério de Drucker Prager (1952).

Como mencionado acima, a Figura 3.10 ilustra os traços desviatórios das superfícies de escoamento correspondente a diferentes valores de  $K_c$  apresentado em manuais do ABAQUS e

em literaturas (CHI et al., 2017; EARIJ et al., 2017; TYSMANS et al., 2015; ZHENG et al., 2012). Os planos  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_2$  e  $\sigma'_3$  representam as tensões principais desviatórias.

**Figura 3.10 - Plano desviador da superfície de falha para valores de  $K_c$**



Fonte: Adaptado de Chi et al. (2017)

Com a equação 3.20 pode-se encontrar também as inclinações dos meridianos de tração e compressão para um eixo hidrostático negativo ( $-p$ ).

$$\tan\phi_{TM} = \frac{\sqrt{2}(\gamma_a + 3\alpha)}{2\gamma_a + 3} \quad (3.23)$$

$$\tan\phi_{CM} = \frac{\sqrt{2}(\gamma_a + 3\alpha)}{\gamma_a + 3} \quad (3.24)$$

Zhang, Zhang e Chen (2010) tabularam (Tabela 3.1) os ângulos de inclinação dos meridianos de tração e compressão para valores típicos de  $K_c$  escolhido de diversos pesquisadores, o programa ABAQUS e os limites da equação 3.22. Percebe-se que para diferentes escolhas de  $K_c$  resultam em diferentes ângulos de inclinação dos meridianos.

**Tabela 3.1 - Ângulo de inclinação dos meridianos para diferentes  $K_c$**

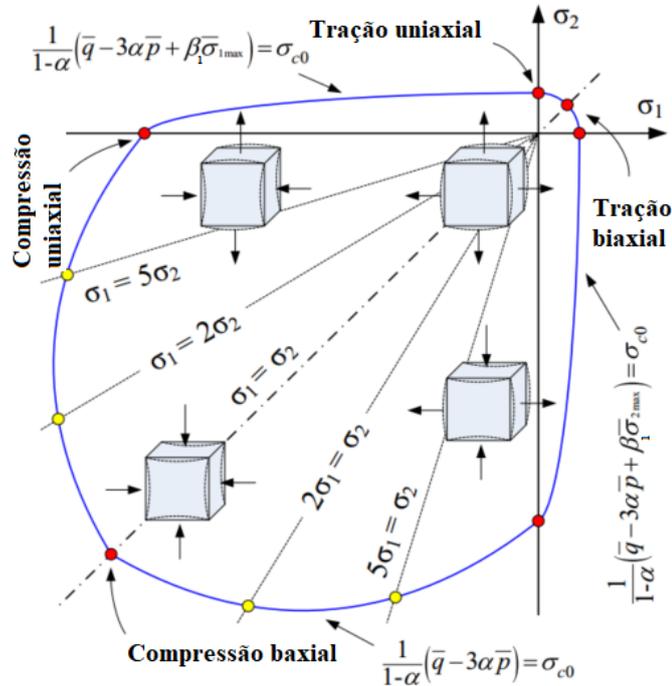
Fontes de $K_c$	$K_c$	$\gamma$	$\phi_{TM}(^\circ)$	$\phi_{CM}(^\circ)$
Limite superior (Luccioni et.al (1996))	1	0	9,7	9,7
Max. resultado de testes (Mills e Zimmerman (1970))	0,8	1	21,1	25,7
Valor em Ref. (ABAQUS)	2/3	3	27,9	38,4
Min. resultado de testes (Schichert e Winkler (1977))	0,64	3,86	29,1	41,0
Limite Inferior	(0,5)	( $+\infty$ )	(35,3)	(54,7)

Nota:  $\alpha = 0,1212$  é considerado valor típico para o concreto; Valores em parênteses denotam limites.

Fonte: Adaptado de Zhang, Zhang e Chen (2010)

Como citado anteriormente, para o estado plano de tensões, o valor de  $\gamma_\alpha$  é considerado zero. Esse estado pode ser representado pela Figura 3.11 a seguir:

**Figura 3.11 - Função de escoamento plástico em estado plano de tensões**



Fonte: Adaptado de Chi et al. (2017)

### 3.1.4 Leis de encruamento e amolecimento (*Hardening/Softening law*)

Segundo Chi et al. (2017), a regra de encruamento/amolecimento define a forma e a localização da superfície de carga, bem como a resposta do material após escoamento plástico inicial. A lei de encruamento descreve o comportamento pré-pico como o término da região elástica e a lei de amolecimento define o comportamento pós-pico durante o escoamento plástico.

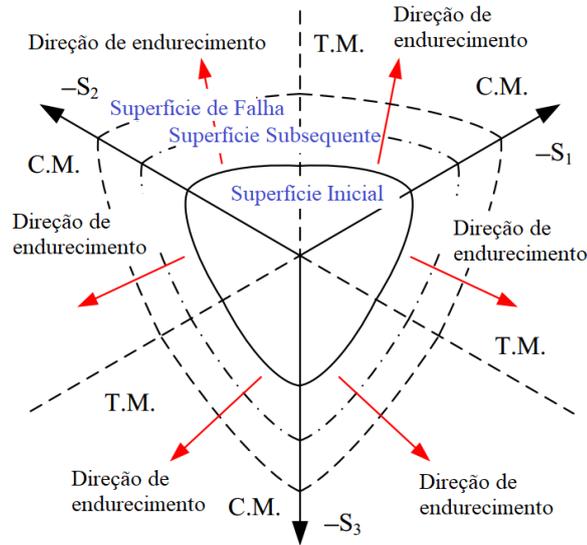
De acordo com Chi et al. (2017), no programa ABAQUS assume-se um encruamento isotrópico, como apresentado na Figura 3.12. A evolução é conduzida pela deformação plástica equivalente, como na equação 3.14. Para uma compressão e tensão uniaxial (Figura 3.7), a relação entre a tensão de escoamento e a deformação inelástica é expressa como:

$$\varepsilon_c^{ch} = \varepsilon_c - \varepsilon_{c0}^{el}; \varepsilon_{c0}^{el} = \frac{\sigma_c}{E_0} \tag{3.25}$$

$$\varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t0}^{el}; \varepsilon_{t0}^{el} = \frac{\sigma_t}{E_0} \tag{3.26}$$

Em que  $\varepsilon_c^{ch}$  e  $\varepsilon_t^{ck}$  são as deformações de esmagamento (*crushing*) a compressão e fissuramento (*cracking*) a tração, respectivamente.

**Figura 3.12 – Encruamento isotrópico no plano desviatório**



Fonte: Adaptado de Chi et al. (2017)

No entanto, nota-se que os dados de descarregamento fornecidos ao CDP estão em função dos danos no material (Figura 3.7). Assim, Earij et al. (2017) e Chi et al. (2017), demonstram as equações que definem os valores de deformação plásticas, disponíveis no *software* ABAQUS e exibidas a seguir.

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c \cdot \sigma_c}{(1 - d_c) \cdot E_0} \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t \cdot \sigma_t}{(1 - d_t) \cdot E_0} \quad (3.28)$$

Em que  $\varepsilon_c^{in}$  e  $\varepsilon_t^{in}$  é deformação inelástica de compressão e tração, respectivamente. Com isso, pode-se obter os valores do dano no concreto e, conseqüentemente, as deformações plásticas de acordo com cada tensão no regime plástico.

Referente a simulações numéricas, o *software* ABAQUS emitirá uma mensagem de erro caso os valores calculados de deformação forem negativos ou decrescentes com o aumento da deformação inelástica, o que apresenta incoerência nas curvas de dano. Chi et al. (2017) afirma que na ausência de dados sobre o dano, pode-se adotar  $\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in}$  e  $\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck}$ .

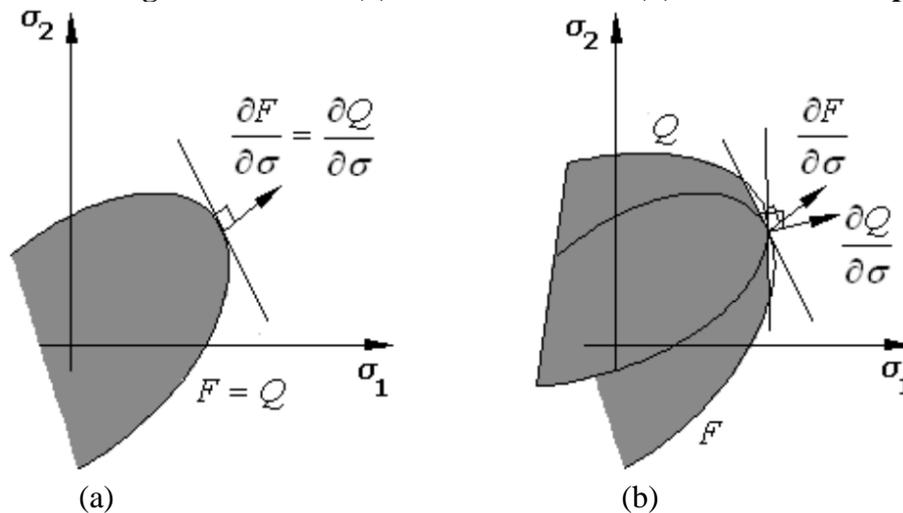
O modelo numérico usado neste trabalho, ao qual estima o encruamento do concreto a tração e a compressão, estão destacados na seção 3.1.7 deste capítulo.

### 3.1.5 Regra de escoamento ou Regra de fluxo (*Flow rule*)

De acordo com Lubliner et al. (1989), para materiais granulares, como o concreto, devido as mudanças de deformações plásticas, esse material pode exibir mudanças significativas de volume. Para isso, o modelo CDP assume uma função para o potencial plástico com regra não associativa.

Segundo Jorge e Dinis (2005) e Sarturi (2014), a regra de escoamento é chamada de não associativa se o potencial plástico se diferencia da função de escoamento, ou seja,  $Q \neq F$ . Essa regra é, normalmente, utilizada para materiais granulares como o concreto. Contrariamente, é chamada de associativa, caso  $Q = F$  e, geralmente, é utilizada para materiais dúcteis, como o aço. A Figura 3.13 apresentam ambas as regras.

**Figura 3.13 - Regra associativa (a) e não associativa (b) do escoamento plástico.**



Fonte: Adaptado de Jorge e Dinis (2005)

A função adotada para o potencial plástico  $Q$  para esse modelo é baseado na função hiperbólica de Drucker-Prager (1952), dada genericamente pela equação 3.29:

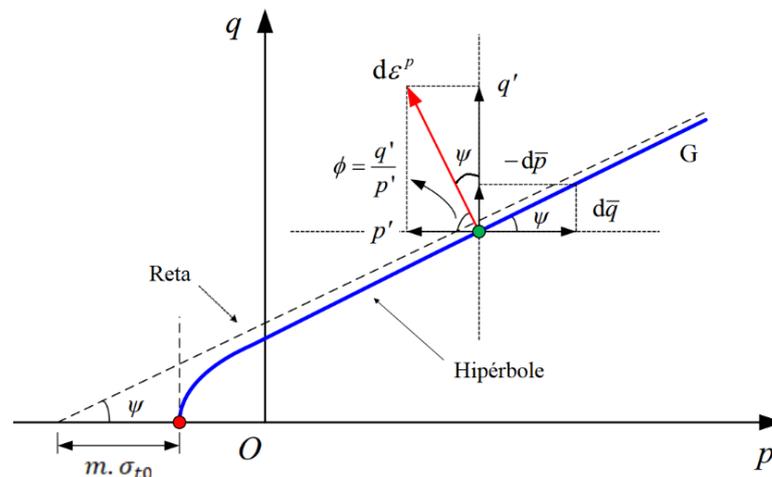
$$Q = \sqrt{(mf_t \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (3.29)$$

Em que  $\psi$  é o ângulo de dilatação medido no plano  $p - q$ ,  $f_t$  é a tensão de tração de falha uniaxial e  $m$  é um parâmetro identificado como a excentricidade. Esses três parâmetros indicam a função hiperbólica do escoamento potencial de Drucker-Prager (1952) (TYSMANS et al., 2015).

O ângulo de dilatação  $\psi$  está apresentado no plano meridional  $p - q$  (Figura 3.14), juntamente com a função linear de Drucker-Prager (1952) (linha pontilhada) e a função hiperbólica (linha contínua). Segundo Kmiecik e Kaminski (2011) e Tysmans et al. (2015),

descreve o ângulo de inclinação da superfície potencial plástica em direção ao eixo hidrostático medido no plano meridional. Ou, ainda, de acordo com *Abaqus Theory Guide* (2014), esse parâmetro corresponde ao ângulo de inclinação entre a direção do incremento de deformação plástica ( $d\varepsilon^p$ ) e a vertical ( $q'$ ). Fisicamente,  $\psi$  é interpretado como o ângulo de atrito interno do concreto, geralmente com valores entre  $35^\circ \leq \psi \leq 40^\circ$  (KMIECIK; KAMINSKI, 2011).

**Figura 3.14 - Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager: Superfície potencial plástica no plano meridional**



Fonte: Adaptado de Chi et al. (2017)

O parâmetro  $m$  define a taxa com que a função hiperbólica se aproxima da função linear à medida que a tensão hidrostática cresce. Pode também ser definido como o comprimento do segmento (medido ao longo do eixo hidrostático  $p$ ) entre o vértice da hipérbole e a interseção da assíntota com o eixo hidrostático (Figura 3.14).

Seu valor deve estar compreendido entre  $0 \leq m \leq 1$  e na sua ausência pode ser adotado como  $m = 0,1$  (DEMIN; FUKANG, 2017; ALFARAH et al., 2017; CHI et al., 2017). O uso de  $m = 0,2$  e  $m = 0,3$  mostrou que este parâmetro não tem influência na resposta carga x deslocamento do concreto (EARIJ et al., 2017). Quando  $m = 0$ , a superfície do plano meridional se torna uma linha reta, logo, implica no critério de Drucker Prager (1952).

De acordo com *Abaqus Theory Guide* (2014), à medida que ocorre um aumento da excentricidade, a curvatura da função potencial aumenta, o que implica em um aumento significativo referente ao ângulo de dilatação à proporção que a pressão confinante diminui. Não é recomendado usar valores de excentricidade menores que 0,1, uma vez que pode levar a problemas de convergência.

### 3.1.6 Parâmetro de viscosidade $\mu$

Como visto anteriormente, o concreto apresenta comportamento de amolecimento e degradação da rigidez devido a evolução do dano. Devido a isso, o *software* ABAQUS, usado neste trabalho, possui recursos que minimizam problemas de convergência nos resultados. O *software* adota um parâmetro nomeado de viscosidade ( $\mu$ ), com a finalidade de regularizar as equações constitutivas desse tipo de problema.

A viscosidade ( $\mu$ ) é uma ferramenta matemática para diminuir a sensibilidade da malha em modelos constitutivos que sofrem o comportamento de amolecimento (Figura 3.7). Esse parâmetro distribui o dano em uma área maior, ou seja, o dano não é localizado. Portanto, quanto menor o parâmetro de viscosidade, maior é a área de incidência de danos. Por consequência disso, modelos representam o material com menor fragilidade (KRAHL, 2018). Michał e Andrzej (2015) enfatizam que o uso do parâmetro de viscosidade  $\mu$  diferente de 0 ou maiores que 0,0001 pode levar a resultados duvidosos e a escolha deste valor deve ser feito com muito cuidado.

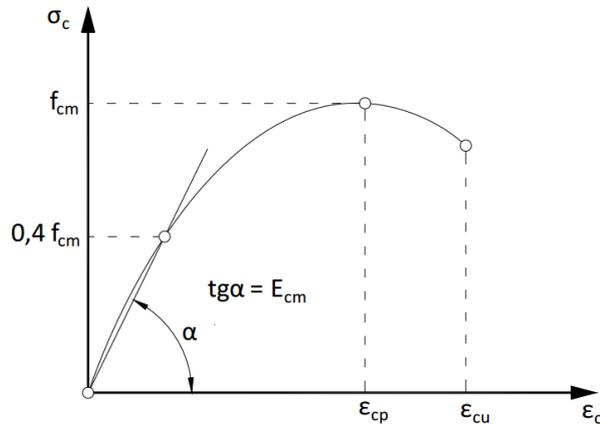
Para escolher um valor mínimo adequado ao problema, há a necessidade de realizar ajustes a esse valor de modo a descobrir sua influência aos resultados e análises. Li, Hao e BI (2017), Demin e Fukang (2017), Krahl (2018) e Krahl, Carrazedo e El Debs (2018) adotam um valor padrão de 0,0001 para esse parâmetro no *software* ABAQUS. Tysmans et al. (2015) adota m valor de 0,001. Hany, Hantouche e Harajli (2016) utilizaram um valor de  $10^{-7}$  e Chi et al. (2017) consideraram 0,0005. Portanto, fica evidente que seu valor varia de acordo com o problema proposto.

### 3.1.7 Curvas numéricas de tração e compressão para o concreto

Curvas tensão x deformação referente ao concreto são uma relação física necessária para análises não lineares de concreto armado. A rigidez de um elemento estrutural, distribuição de tensões finais, resistência, ductilidade final e redistribuição de forças da estrutura também fazem parte dessas análises, sendo fundamentais para a precisão das modelagens não lineares do concreto (GUO, 2014).

Algumas equações se tornam preponderantes quando se trata destas análises, as necessárias para essa simulação são o módulo de elasticidade, resistência a tração e compressão do concreto e deformações. De acordo com o EUROCODE 2 (2004), a relação tensão x deformação para o concreto segue a forma como na Figura 3.15 e suas respectivas relações são apresentadas na Tabela 3.2, além de algumas equações de outras normas.

**Figura 3.15 – Relação esquemática da tensão x deformação segundo EUROCODE 2 (2004)**



Fonte: Adaptado de EUROCODE 2 (2004)

**Tabela 3.2 – Algumas relações analíticas das propriedades do concreto**

<i>Propriedades</i>	<i>Equações</i>
<i>Módulo de elasticidade (GPa)</i>	$E_c = 22 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \text{ (} f_{cm} \text{ em MPa) (EUROCODE, 2004)}$ $E_c = 5,6 \sqrt{f_{ck}} \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa) (NBR 6118, 2014)}$ $E_c = 4,7 \sqrt{f_{ck}} \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa) (ACI 318, 2014)}$
<i>Resistência média do concreto a compressão (MPa)</i>	$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)}$
<i>Resistência média do concreto a tração (MPa)</i>	$f_{ctm} \begin{cases} f_{ck} \leq C50; 0,30 f_{ck}^{2/3} \\ f_{ck} > C50; 2,12 \ln \left( 1 + \frac{f_{cm}}{10} \right) \end{cases} \text{ (EUROCODE, 2004)}$ $f_{ctm} \begin{cases} f_{ck} \leq C50; 0,30 f_{ck}^{2/3} \\ f_{ck} > C50; 2,12 \ln (1 + 0,11 f_{ck}) \end{cases} \text{ (NBR 6118, 2014)}$ $f_t = 0,33 \sqrt{f_{ck}} \text{ (GENIKOMSOU; POLAK, 2015)}$
<i>Deformação de compressão de pico no concreto (‰)</i>	$\epsilon_{cp} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8\text{‰} \text{ (EUROCODE, 2004)}$
<i>Deformação última a compressão (‰)</i>	$\epsilon_{cu} \begin{cases} f_{ck} \geq C50; 2,8 + 27 \left[ \frac{98 - f_{cm}}{100} \right]^4 \\ f_{ck} \leq C50; 3,5\text{‰} \end{cases} \text{ (EUROCODE, 2004)}$
<i>Deformação de tração de pico no concreto (‰)</i>	$\epsilon_{tp} = f_{ctm} / E_c$

Fonte: O autor (2020)

Pesquisadores também se basearam em estudos experimentais com a mesma finalidade e foram capazes de simular com precisão as curvas experimentais. São alguns deles Hognestad (1955), Carreira e Chu (1986), Hordijk (1992), Guo (2014), Genikomsou e Polak (2015), entre

outros. Neste trabalho, são apresentados os modelos numéricas de Carreira e Chu (1986) na compressão e Hordjik (1992) na tração.

• **Compressão – Carreira e Chu (1986)**

Por meio de testes experimentais, Carreira e Chu (1986) estabeleceram equações que representam a relação tensão x deformação no concreto sujeito a esforços de compressão. As expressões a seguir representam uma forma geral dos valores de tensão de compressão em cada ponto da curva.

$$\sigma_c = f'_c \left( \frac{\beta_a (\varepsilon_c / \varepsilon_{cp})}{\beta_a - 1 + (\varepsilon_c / \varepsilon_{cp})^\beta} \right) \quad (3.30)$$

$$\beta_a = \frac{1}{1 - f'_c / E_c \varepsilon_{cp}} \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_{cp} = (0,71f'_c + 168) / 10^5 \quad (3.32)$$

Em que:  $\beta_a$  : parâmetro do material;

$\varepsilon_{cp}$  : deformação de pico do concreto a compressão (mm/mm);

$E_c$  : módulo de elasticidade do concreto, de acordo com o ACI 318 (2014) (MPa);

$\varepsilon_c$  : deformação do concreto (mm/mm);

$\sigma_c$  : tensão de compressão (MPa).

• **Tração – Hordjik (1992)**

Hordjik (1992) desenvolveu expressões numéricas baseadas em estudos experimentais para representar o comportamento tensão x abertura de fissura do concreto. A equação 3.33 apresenta a forma numérica de se obter essa curva.

$$\sigma_t = f_t \left[ 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (3.33)$$

Em que:  $c_1$  e  $c_2$  : coeficientes de valor 3 e 6,93, respectivamente;

$\sigma_t$  : tensão de tração (MPa);

$w$  : abertura de fissuras ( $\mu\text{m}$ );

$w_c$  : abertura de fissura crítica ( $\mu\text{m}$ );

$f_t$  : resistência a tração do concreto (MPa).

O valor da resistência a tração do concreto ( $f_t$ ) pode ser estimado como  $0,33\sqrt{f'_c}$  (GENIKOMSOU; POLAK, 2015; OBAIDAT; HEYDEN; DAHLBLOM, 2010). A abertura de fissura crítica ( $w_c$ ) é dada como,

$$w_c = \frac{5,14G_F}{f_t} \quad (3.34)$$

Note que para calcular esse parâmetro, primeiro se deve estimar o valor da energia de fratura do concreto  $G_F$ . O CEB-FIP (2010) estabeleceu uma relação para essa energia, estimada pela equação 3.35.

$$G_F = 73f_{cm}^{0,18} \text{ (N/m)}; G_F = 73f_{cm}^{0,18}/1000 \text{ (J/m}^2\text{)} \quad (3.35)$$

- **Dano – Birtel e Mark (2006)**

Como mencionado anteriormente, o dano inicial em um carregamento, tanto a tração quanto a compressão é 0 e para um material totalmente danificado corresponde a 1. Birtel e Mark (2006) estabeleceram expressões para cálculo da evolução do dano a compressão (equação 3.36) e tração (equação 3.37).

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} (1/b_c - 1) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad (3.36)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} (1/b_t - 1) + \sigma_t E_c^{-1}} \quad (3.37)$$

Em que:  $d_c$  e  $d_t$ : dano a compressão e tração, respectivamente;

$\sigma_c$  e  $\sigma_t$ : tensão de compressão e tração, respectivamente (MPa);

$b_c$  e  $b_t$ : constantes de compressão ( $0 < b_c \leq 1$ ) e tração ( $0 < b_t \leq 1$ ), respectivamente.

Para o cálculo da deformação plástica a compressão  $\varepsilon_c^{pl}$ , primeiro deve-se estimar os valores de deformação inelástica  $\varepsilon_c^{in}$  dada por  $\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \sigma_c/E_c$ . Em seguida, será calculado o valor de deformação plástica como  $\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} b_c$ .

Da mesma forma, a tração tem a expressão  $\varepsilon_t^{in} = \varepsilon_t - \sigma_t/E_c$  para deformação inelástica e  $\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{in} b_t$  para deformação plástica. No entanto, como neste trabalho será adotado o diagrama dano x abertura de fissura, as deformações a tração serão dependentes da abertura de fissura do concreto, logo:

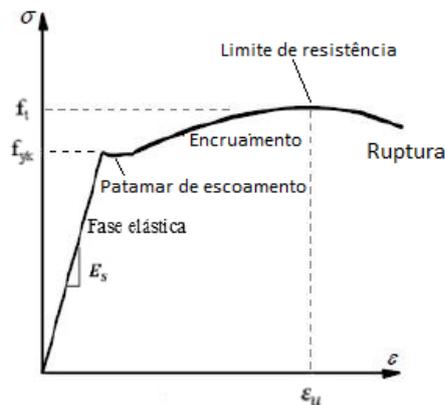
$$\varepsilon_t = \frac{w}{l_t} + \frac{\sigma_t}{E_c} \quad (3.38)$$

Em que  $l_t$  é o tamanho do elemento finito em mm.

### 3.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O AÇO

A Figura 3.16 apresenta o diagrama tensão x deformação do aço. Inicialmente, há um comportamento elástico para uma tensão inferior à tensão de escoamento ( $f_y$ ). Posteriormente, há um patamar de escoamento seguido de um encruamento (elevação da tensão de escoamento na fase de deformação plástica, fenômeno que ocorre no metal com aumento da dureza devido à deformação plástica) e, posteriormente, a ruptura.

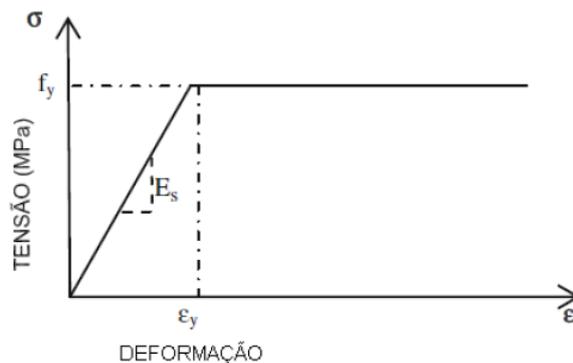
**Figura 3.16-Curva tensão x deformação do aço**



Fonte: Adaptado Cortez (2013)

Em aplicações gerais de Engenharia, normalmente, é adotado um diagrama elasto-plástico perfeito e idêntico na tração e compressão, conforme a Figura 3.17. Geralmente é adotado o critério de *Von Mises* para este modelo.

**Figura 3.17-Curva tensão x deformação elasto-plástico perfeito**



Fonte: Obaidt et al. (2010)

A curva tensão x deformação convencional, apresentada anteriormente, não apresenta uma informação real das características tensão e deformação porque se baseia somente nas características dimensionais originais do corpo de prova ou amostra e que, na verdade, são continuamente alteradas durante o ensaio. Isso implica que os valores de tensão e deformação devem ser calculados como uma tensão “verdadeira” e como deformação logarítmica, respectivamente. Portanto, segundo Veríssimo (2006), ao definir dados de plasticidade no ABAQUS, esses devem ser realizados em **tensões verdadeiras** e **deformações logarítmicas**. Esses materiais para todos estes modelos devem, portanto, ser usados nesses valores. A relação entre as propriedades verdadeiras e nominais podem ser expressas a seguir:

$$\sigma = \sigma_{nom}(1 - \varepsilon_{nom}) \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_{ln}^{pl} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) - \frac{\sigma}{E} \quad (3.40)$$

Em que:  $\sigma$  : tensão verdadeira (MPa);

$\sigma_{nom}$  : tensão nominal (MPa);

$\varepsilon_{nom}$  : deformação nominal (mm/mm);

$\varepsilon_{ln}^{pl}$  : deformação plástica logarítmica (mm/mm);

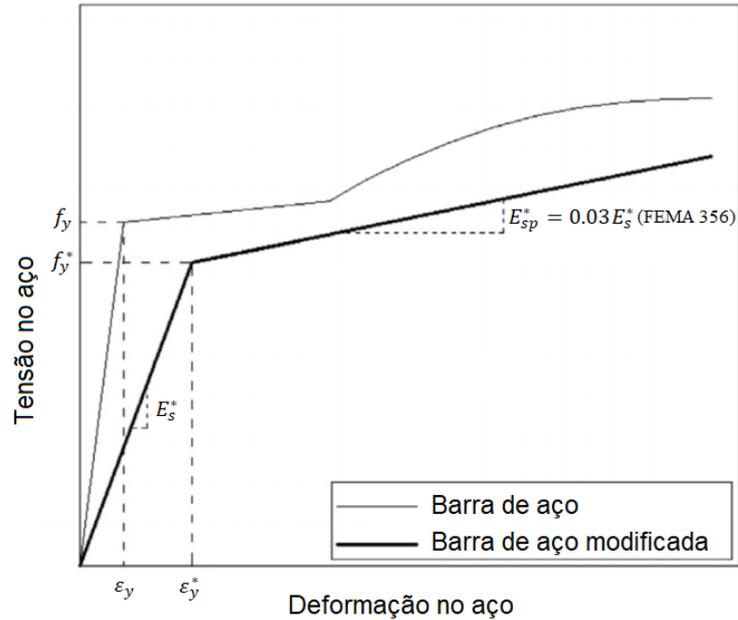
$E$  : módulo de elasticidade do material (MPa).

### 3.2.1 Modelo *Bond-Slip* para o aço

Em uma viga de concreto armado, o deslocamento relativo entre uma barra de aço e o concreto é controlado pelo comportamento da ligação entre esses materiais. Essa relação pode deixar uma viga de concreto armado mais ou menos dúctil (DEHESTANI; MOUSAVI, 2015).

Geralmente, em simulações numéricas, é adotada a ligação perfeita entre o aço e o concreto (barras embutidas ou *embedded bars*), o que deixa uma viga de concreto armado mais rígida. No entanto, os efeitos do escorregamento podem ser considerados usando elementos de interface que conectam os graus de liberdade das barras e a malha do concreto. Outro método é a modificação das propriedades das barras de aço (tensão de escoamento e módulo de elasticidade equivalente), a fim de que modele os efeitos de escorregamento (Figura 3.18) (DÍAZ DE TERÁN; HAACH, 2018). Nesse sentido, foi abordado neste trabalho a segunda suposição devido à simplicidade do método e sua eficácia (DEHESTANI; MOUSAVI, 2015).

**Figura 3.18 – Relação tensão x deformação modificada para barras de aço inseridas em vigas de concreto armado**



Fonte: Adaptado de Dehestani e Mousavi (2015)

Como visto anteriormente, a resposta do aço a tração tem comportamento bilinear com uma tensão de escoamento e uma de falha. Belarbi e Hsu (1994, apud DEHESTANI, MOUSAVI, 2015) descreveram uma relação a partir de dados experimentais ao qual o real limite de elasticidade da barra de aço inserida no concreto pode ser obtido como:

$$f_y^* = f_y \left( 0.93 - \frac{2}{\rho} \left( \frac{f_t}{f_y} \right)^{1.5} \right) \quad (3.41)$$

Em que:  $f_y$  : tensão de escoamento do aço (MPa);

$f_y^*$  : tensão de escoamento reduzida ou equivalente (MPa);

$\rho$  : taxa de aço longitudinal;

$f_t$  : resistência a tração do concreto (MPa).

Em estudos, Kwak e Kim (2006) usaram a relação bilinear de tensão x deformação e modificaram essa lei constitutiva, reduzindo sua rigidez. Dehestani e Mousavi (2015) propuseram um modelo semelhante, no entanto, para o cálculo do módulo de elasticidade equivalente, sugerem também reduzir a tensão de escoamento como anteriormente. A equação a seguir indica o cálculo da nova rigidez:

$$E_s^* = \frac{f_y^*}{\varepsilon_s + \delta_e/l} \quad (3.42)$$

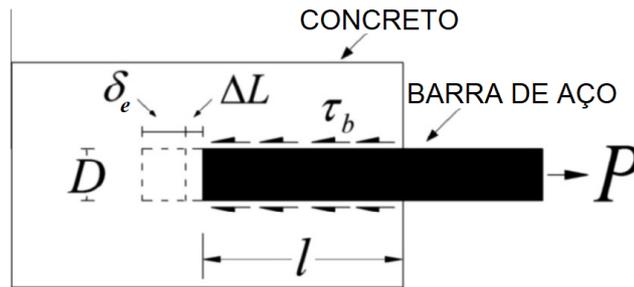
Em que:  $\varepsilon_s$  : deformação correspondente a  $f_y^*$  ( $f_y^*/E_s$ ) (mm/mm);

$\delta_e$  : máximo escorregamento (deslizamento) da barra (mm);

$l$  : comprimento de transmissão entre a barra e o concreto (mm).

A Figura 3.19 apresenta esses parâmetros para uma barra de aço no concreto sendo puxada (teste *pull-out*).

**Figura 3.19 – Parâmetros do modelo *Bond-slip* para uma barra de aço no concreto**



Fonte: Adaptado de Dehestani e Mousavi (2015)

Wu e Zhao (2013) estabeleceram uma expressão para o deslizamento máximo de uma barra de aço, conforme a equação 3.43.

$$\delta_e = \frac{0.7315 + K}{5.176 + 0.3333K} \quad (3.43)$$

Em que o valor de  $K$  pode ser obtido pela expressão  $K = K_{co} + 33K_{st}$ .  $K_{co}$  é um parâmetro que depende do valor do cobrimento de concreto ( $c$ ) (mm) e do diâmetro da barra de aço longitudinal ( $d_b$ ) (mm). Em vigas de concreto com estribos, também é incluído o parâmetro  $K_{st}$ , ao qual depende da área da seção dos estribos ( $A_{st}$ ) (mm<sup>2</sup>), espaçamento dos estribos ( $S_{st}$ ) (mm) e cobrimento do concreto ( $c$ ). Os dois parâmetros podem ser determinados pela equação 3.44.

$$K_{co} = c/d_b; K_{st} = A_{st}/c \cdot S_{st} \quad (3.44)$$

Kwak e Kim (2006) também propuseram uma equação para o comprimento de transmissão, como a seguir:

$$l = K_p \left( \frac{A_c E_c (f_y^*/E_s)}{\Sigma_0} \right) \quad (3.45)$$

Em que:  $A_c$  : área seção transversal da viga em concreto (mm<sup>2</sup>);

$E_c$  : módulo de elasticidade do concreto (MPa);

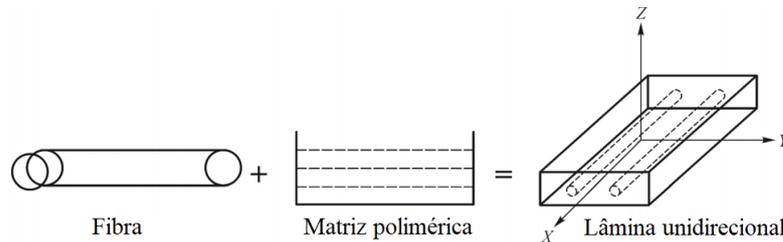
$\Sigma_0$  : perímetro da barra longitudinal (mm);

$K_p$  : constante determinada no ensaio *pull-out* por Mirza e Houde (1979, apud KWAK; KIM, 2006) e varia entre 2,028 e 5,441 (1/MPa).

### 3.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA O PRFC

Segundo Kezmane, Boukais e Hamizi (2016), os compósitos de PRF são anisotrópicos, isto significa que suas propriedades não são as mesmas em todas as direções. A Figura 3.20 apresenta uma lâmina unidirecional com três planos ortogonais de propriedades do material (planos 12 =  $xy$ , 13 =  $xz$  e 23 =  $yz$ ). Os eixos coordenados 1, 2 e 3 se referem as coordenadas principais do material, no qual 1 representa a direção das fibras (eixo  $x$ ) e 2 e 3 ( $y$  e  $z$  respectivamente) perpendiculares a 1. Neste caso, as propriedades do material nas direções 2 e 3 são as mesmas ( $E_{22} = E_{33}$ ,  $\nu_{23} = \nu_{32}$ ), o que é caracterizado no ABAQUS como: transversalmente isotrópico, definido pela função *Engineering Constants*. Caracteriza-se então como um material ortotrópico.

**Figura 3.20 – Esquema ortotrópico do PRF**



Fonte: Adaptado de Kezmane, Boukais e Hamizi (2016)

A resposta de um material compósito é calculada a partir da equação 3.46.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\nu_{21}/E_{22} & -\nu_{31}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_{11} & 1/E_{22} & -\nu_{32}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_{11} & -\nu_{23}/E_{22} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Em que  $\varepsilon$  é a deformação normal,  $\gamma$  é deformação de cisalhamento,  $\nu$  é coeficiente de Poisson,  $E$  é módulo de elasticidade e  $G$  é módulo de elasticidade transversal. De acordo com *Abaqus User's Guide* (2014), sob condições de tensões aplicadas no plano de um elemento *Shell*, somente os valores de  $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{13}$  e  $G_{23}$  são necessários para definir um material ortotrópico (em todos os elementos no ABAQUS, no estado plano de tensões, a

condição  $\sigma_{33} = 0$  deve ser satisfeita). O coeficiente de Poisson  $\nu_{21}$  é implicitamente dado como  $\nu_{21} = \left(\frac{E_{22}}{E_{11}}\right)\nu_{12}$ . Nesse caso, as relações do material podem ser descritas como:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\nu_{12}/E_{11} & 0 \\ -\nu_{12}/E_{11} & 1/E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Nota-se que os módulos de cisalhamento  $G_{13}$  e  $G_{23}$  estão incluídos porque podem ser necessários para modelar a deformação de cisalhamento transversal no elemento *Shell*. Esses dados podem ser encontrados usando a Lei de Mistura definida por Piggott (2002). As equações são apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned} E_{11} &= V_f E_f + E_m (1 - V_f) \\ E_{22} = E_{33} &= \frac{E_m E_f}{E_m V_f + (1 - V_f) E_f} \\ \nu_{12} = \nu_{13} &= \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \\ \nu_{23} &= E_{22} \left[ V_f \frac{\nu_f}{E_f} + (1 - V_f) \frac{\nu_m}{E_m} \right] \\ G_{13} = G_{12} &= \frac{G_m G_{fb}}{G_m V_f + (1 - V_f) G_{fb}} \\ G_{23} &= \frac{E_{22}}{2(1 + \nu_{23})} \\ G_m &= \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}; \quad G_{fb} = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Em que:  $E_{11}$ ,  $E_{22}$  e  $E_{33}$  : módulos de elasticidade nas direções x, y e z, respectivamente (MPa);

$G_{13}$ ,  $G_{12}$  e  $G_{23}$  : módulos de cisalhamento nas direções xz, xy e yz, respectivamente (MPa);

$\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$  e  $\nu_{23}$  : coeficientes de Poisson nas direções xz, xy e yz, respectivamente;

$E_f$ ,  $\nu_f$  e  $G_{fb}$  : módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e módulo de cisalhamento da matriz, respectivamente;

$E_m$ ,  $\nu_m$  e  $G_m$  : módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e módulo de cisalhamento da matriz, respectivamente;

$V_f$  : volume de fibras no compósito.

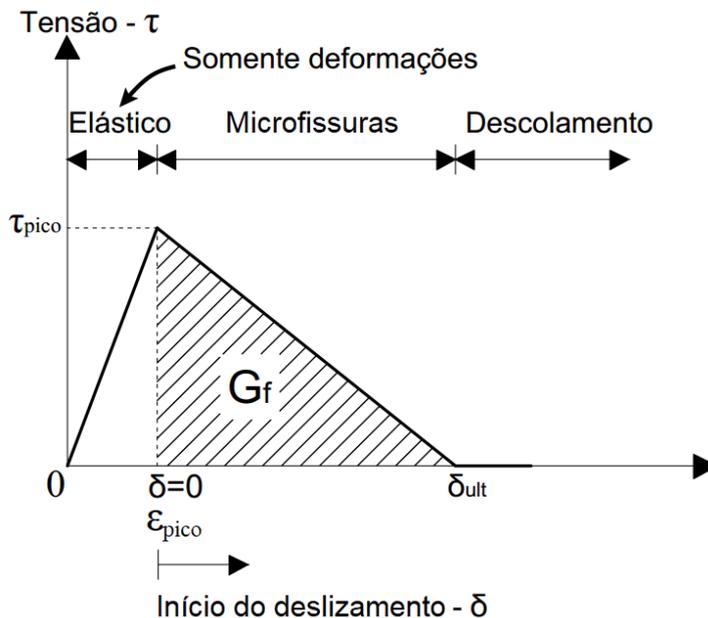
Piggott (2002) informa que o volume de fibras de um compósito reforçado com fibras (PRF), pode variar de 60 - 70 %.

### 3.4 MODELO CONSTITUTIVO PARA O ADESIVO (SUPERFÍCIE COESIVA)

O reforço externo de vigas de concreto armado usando PRF vem se tornando um método bastante eficiente e popular entre os profissionais de engenharia. O desempenho desse sistema depende da interação entre dois corpos (concreto e PRF) ligados por adesivos químicos. Além desse, o sistema solo/viga e concreto/armadura também dependem das propriedades da interface.

Baseado nos princípios da mecânica da fratura, Yuan et al. (2004) desenvolveram um modelo teórico que descreve completamente a descolagem do sistema concreto/PRF. Esse é um modelo bilinear chamado de *bond-slip*. A tensão de cisalhamento da ligação aumenta linearmente com a deformação da interface até que atinge o pico de tensão ( $\tau_{pico}$ ) e, conseqüentemente, o início do deslizamento interfacial. Posteriormente, ocorre um amolecimento interfacial (ou surgimento de microfissuras) que reduz a tensão de cisalhamento linearmente com o deslizamento. Quando essa tensão reduz a zero, tem-se o valor do máximo deslizamento suportado pelo sistema ( $\delta_{ult}$ ) e, a partir desse ponto, não é mais possível transferir tensões entre os substratos, caracterizando, então, o descolamento. Esse modelo é descrito a seguir na Figura 3.21.

**Figura 3.21 – Modelo bilinear *bond – slip* para a interface adesiva**

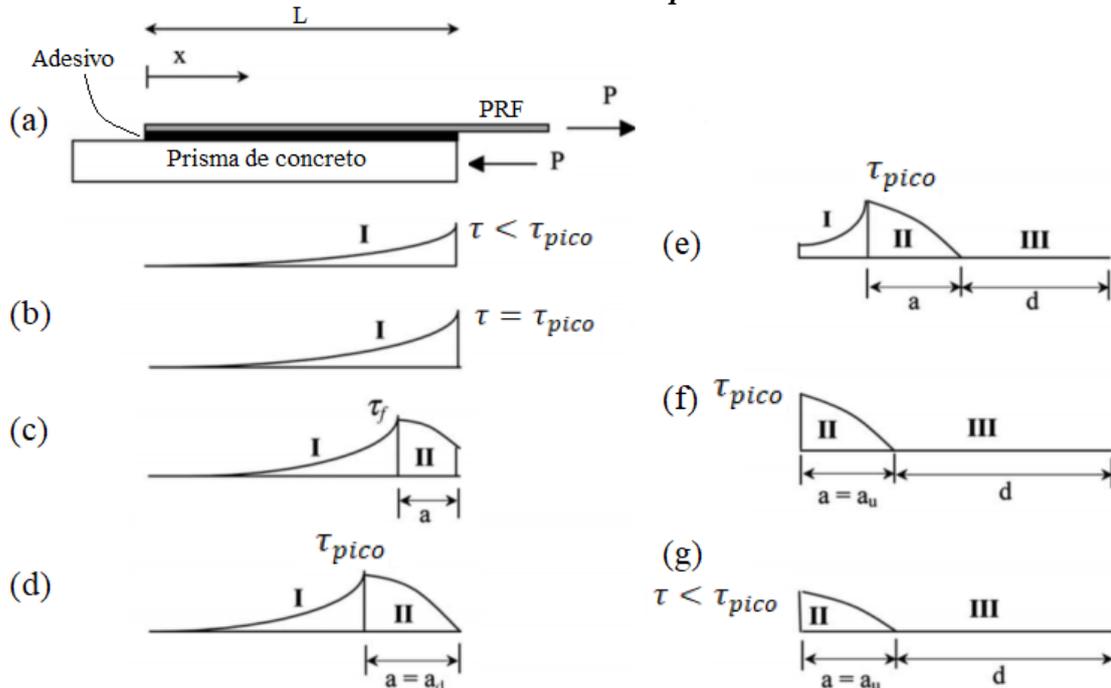


Fonte: Adaptado de Yuan et al. (2004)

$G_f$  é a área da região descendente do modelo e significa a energia de fratura da interface. Com o modelo definido, serão apresentados os estágios de descolamento referente a esse modelo e a distribuição de tensão de cisalhamento interfacial. Para isso, foi considerado um

prisma de concreto e uma amostra de PRF colada ao longo do comprimento, como na Figura 3.22.

**Figura 3.22 – Distribuição das tensões de cisalhamento e propagação da descolagem no modelo *bond-slip***



\* onde  $a$  é comprimento de amolecimento,  $a_u$  e  $a_d$  são comprimentos finais de ligação e na descolagem, respectivamente.  $d$  é comprimento descolado.

Fonte: Adaptado de Yuan et al. (2004)

- *Estágio Elástico* (Figura 3.22(a) e (b)) Figura 2.31: Nesse ponto não há amolecimento interfacial ou descolagem ao longo da interface PRF/concreto, pois todo o comprimento da interface está em um estado de tensão elástica (Estado I). Isto é verdade desde que a tensão de cisalhamento interfacial em  $x = L$  seja menor que  $\tau_{pico}$ . Vale lembrar que, durante a deformação elástica linear, apenas uma parte da interface é significativamente tensionada, sendo em outros lugares muito pequenos;
- *Estágio Elástico/Amolecimento* (Figura 3.22(c) e (d)): Quando a tensão de cisalhamento e o deslizamento atingem valores de pico em  $x = L$ , o surgimento de microfissuras começa na extremidade carregada do PRF (Estado II), enquanto o restante permanece em fase elástica (Estado I). A carga última ( $P_u$ ) é atingida pela primeira vez nesta fase;
- *Estágio Elástico/Amolecimento/Descolamento* (Figura 3.22(e)): Nesse estágio, a descolagem (ou microfissuras) começa a se propagar ao longo da interface. Conforme a descolagem avança, o pico de cisalhamento se move na direção  $x = 0$  (extremidade do PRF). Dependendo da localização, a interface pode estar em estado elástico (Estado I), amolecimento (Estado II) ou estado de descolamento (Estado III);

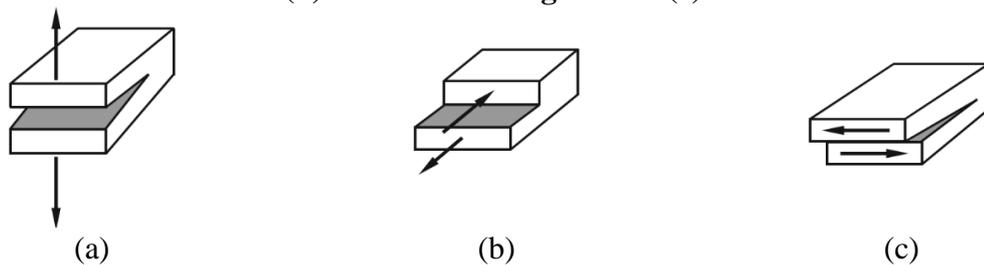
- *Estágio Amolecimento/Descolamento* (Figura 3.22(f) e (g)): A máxima tensão de cisalhamento interfacial em  $x = 0$  diminui com a aplicação de carga.

O APÊNDICE B apresenta equações desenvolvidas com o intuito de representar a evolução desse deslizamento.

### 3.4.1 Modo misto (*mixed mode*)

No item anterior, foi apresentado o modo de falha II caracterizado pelo deslizamento do material em uma superfície. Em situações de vigas reforçadas ao cisalhamento, diferentes modos de falha podem ocorrer além do descrito anteriormente, o que caracteriza o surgimento do modo misto de falha. Esse modo representa a lei constitutiva como uma combinação dos modos individuais (Modos I, II e III - Figura 3.23). Os modos II e III representam o modelo *bond-slip* visto anteriormente e é representado pelos subscritos  $t$  e  $s$ , respectivamente. O modo I, aplicação de carregamento normal à superfície coesiva, é representado pelo subscrito  $n$ . Basicamente, o modo misto se dá pela aplicação de uma deformação inicial, seja ela normal (Modo I) ou deslizante (Modos II ou III), até atingir um valor de tensão normal ( $\sigma_n^{pico}$ ) e cisalhante ( $\tau_{t,s}^{pico}$ ) máxima, onde se inicia o micro fissuramento (amolecimento linear), da mesma forma que apresentado pela Figura 3.21. Os incrementos de deslocamento promovem a perda da rigidez do material até um valor de  $u_n^{ult}$  e  $\delta_{t,s}^{ult}$ , que representa o descolamento completo da interface (CAMANHO; DÁVILA, 2002; SAMWAYS, 2013).

**Figura 3.23 - Modos de descolamento no Modo I: abertura (a), Modo II: deslizamento (b) e Modo III: rasgamento (c).**



Fonte: Coelho (2016)

O comportamento elástico linear para elementos 3D nos modos puros I, II ou III, exceto para  $\varepsilon_n < 0$ , pode ser expresso como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n^{pico} \\ \tau_s^{pico} \\ \tau_t^{pico} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n^{pico} \\ \varepsilon_s^{pico} \\ \varepsilon_t^{pico} \end{Bmatrix} \quad (3.49)$$

Em que  $\varepsilon_n^{pico}$ ,  $\varepsilon_s^{pico}$  e  $\varepsilon_t^{pico}$  são deformações de pico. Até esse ponto, a separação normal (deslocamento  $u_n$ ) e o deslizamento ( $\delta_s$  e  $\delta_t$ ) são iguais a zero.  $K_{nn}$  é a rigidez do adesivo na direção normal ao mesmo fornecida pelo fabricante.  $K_{ss}$  e  $K_{tt}$  podem ser estimados tomando como base a elasticidade normal e o Poisson do material como  $K_{ss} = K_{tt} = K_{nn}/2(1 + \nu)$ .

Segundo Camanho e Dávila (2002), Samways (2013) e Coelho (2016), o início do amolecimento (dano ou deslizamento interfacial) pode ser previsto por um critério de falha quadrático, expresso pela equação 3.50 e Figura 3.24.

$$\left(\frac{\langle \sigma_n \rangle}{\sigma_n^{pico}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_s}{\tau_s^{pico}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t}{\tau_t^{pico}}\right)^2 = 1 \quad (3.50)$$

Existem outros três critérios de falha para o início do dano sob lei de separação de tração na biblioteca do ABAQUS, tais como: tensão nominal máxima, deformação nominal máxima e deformação nominal quadrática.

O aumento de microfissuras na camada coesiva é avaliado pelas energias de fratura da interface ( $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$  e  $G_{IIIC}$ )<sup>4</sup> e as taxas de liberação de energia ( $G_I$ ,  $G_{II}$  e  $G_{III}$ ), as quais podem ser obtidas por testes experimentais MMB (*Mixed Mode Bending*)<sup>5</sup>. Com a finalidade de explicar com precisão a variação da energia dissipada devido a falha/colapso no modo misto, Benzeggagh e Kenane (1996) estabeleceram um critério denominado critério de fratura BK ou *BK fracture criterion* (Figura 3.24). Esse critério pode ser expresso como:

$$G_C = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II}}{G_T}\right)^\eta \quad (3.51)$$

o parâmetro do material  $\eta$  também pode ser obtido em testes experimentais MMB (APÊNDICE C), ao qual permite uma adaptação da curva obtida experimentalmente,  $G_T$  é dado pela soma de  $G_I + G_{II}$ . Caso ocorra o Modo III, tem-se:

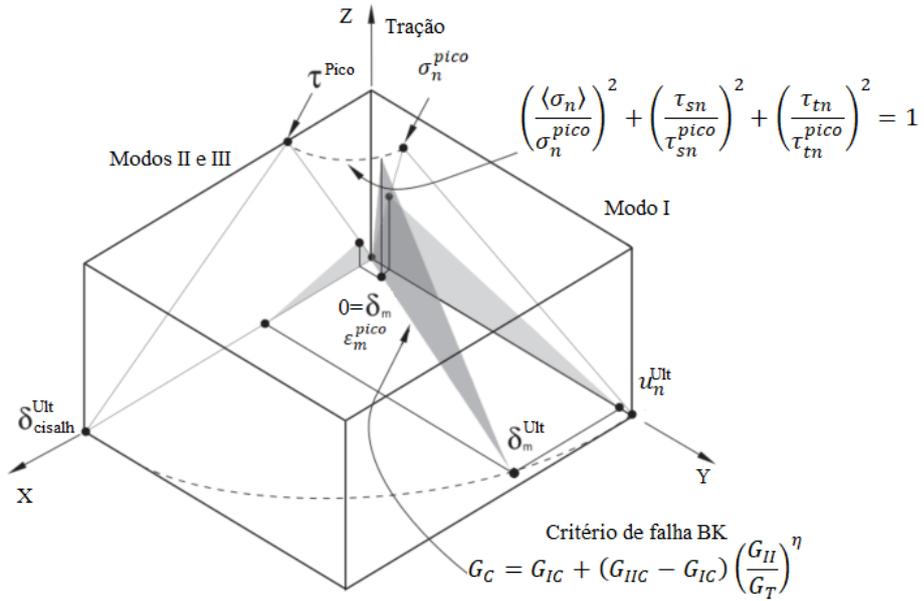
$$G_C = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{cissalh}}{G_T}\right)^\eta \quad (3.52)$$

Em que  $G_{cissalh}$  é dado pela soma de  $G_{II} + G_{III}$  e  $G_T = G_I + G_{cissalh}$ .

<sup>4</sup> Obtidas a partir da norma americana ASTM D5528-01 e da japonesa JSA JIS K 7086 (1993)

<sup>5</sup> Teste capaz de simular os modos de descolamento I, II e III, normatizado pela norma ASTM D6671\_D6671M-19

Figura 3.24 - Resposta de materiais coesivos em modos I, II, III e misto



Fonte: Adaptado de *Abaqus User's Guide* (2014)

De acordo com *Abaqus User's Guide* (2014) e Reinoso, Paggi e Blázquez (2017), devido à falta de dados experimentais que determinam com precisão as resistências a fratura, estas podem ser assumidas como iguais nos modos II e III ( $G_{IIIc} = G_{IIc}$ ).

## CAPÍTULO 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para analisar numericamente as vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono (PRFC), foi utilizado o *software* ABAQUS 6.12 baseado no método dos elementos finitos (MEF). A análise numérica foi efetuada com a hipótese de que o material é homogêneo e isotrópico. Neste capítulo, apresentam-se os ensaios de Yao, Teng e Chen (2005) e Menon (2008), juntamente com as estratégias utilizadas para as respectivas simulações. As unidades que foram adotadas para a modelagem são apresentadas no Quadro 4.1.

**Quadro 4.1 - Unidades adotadas no ABAQUS 6.12**

<i>Dimensão</i>	<i>Unidade</i>
<i>Comprimento</i>	mm (milímetro)
<i>Força</i>	N (Newtons)
<i>Massa</i>	ton (10 <sup>3</sup> kg)
<i>Tempo</i>	s (segundos)
<i>Tensão/Pressão</i>	MPa (N/mm <sup>2</sup> )
<i>Energia</i>	mJ/mm <sup>2</sup> (10 <sup>-3</sup> J/mm <sup>2</sup> ) ou N/mm
<i>Densidade</i>	ton/mm <sup>3</sup>

Fonte: O autor (2020)

### 4.1 MODELO NUMÉRICO

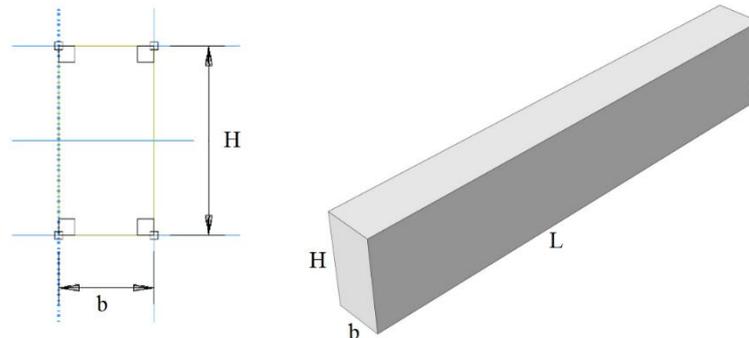
Para a realização de análises numéricas, diversas definições são necessárias, as quais incluem: da geometria; do material; das condições de contorno; da discretização dos elementos e, das superfícies coesivas. Logo, as seções seguintes, apresentam as características de cada etapa da modelagem numérica.

#### 4.1.1 Definição da geometria

A representação geométrica do problema físico analisado é a primeira etapa para o desenvolvimento das análises numéricas em *softwares* de elementos finitos (ABAQUS). Referente a este trabalho, foram avaliadas vigas em concreto armado com seções retangulares. Para a modelagem da viga em concreto, decidiu-se pela utilização de um modelo geométrico tridimensional formado por elementos sólidos. Na biblioteca de elementos disponíveis no ABAQUS, o elemento sólido é definido pelo *software* como *Solid*. A representação da geometria referente a esse elemento se dá pela definição da seção transversal ou longitudinal

seguida da extrusão da geometria (comprimento “L”), transformando-o em um sólido tridimensional, como na Figura 4.1.

**Figura 4.1 - Representação de um elemento sólido extrudado**

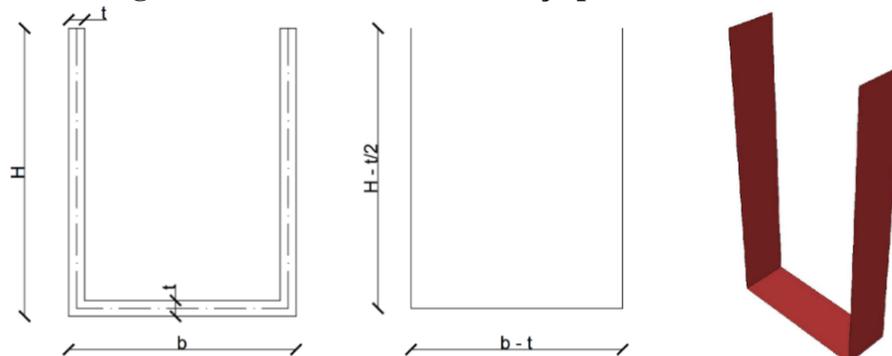


Fonte: O autor (2019)

Por não se tratar apenas de uma viga em concreto simples e sim armada, necessita-se escolher adequadamente os elementos que reproduzam as armaduras longitudinais e transversais. O elemento tridimensional de barra disponível no *software* é definido como *Wire*. A representação geométrica desse elemento ocorre com a definição do perímetro e da forma da barra. Com a atribuição do material referente ao elemento, neste caso, o aço, pode-se determinar a seção transversal da barra.

O reforço externo à viga, com polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC), pode ser modelado como elemento de casca fina. Na biblioteca do *software*, esse elemento pode ser definido como *Shell*. Sua representação geométrica decorre da dimensão média dos laminados que formam o reforço. Conforme mostra a Figura 4.2, a altura pode ser descrita como a diferença entre a altura total do reforço e a metade da espessura, e a base é a diferença do comprimento da base menos a espessura do laminado. O material laminado pode ser representado como elástico linear e sua espessura pode ser atribuída na criação da seção transversal.

**Figura 4.2 - Geometria do reforço por elemento *Shell***



Fonte: O autor (2019)

Para a interação entre o PRFC e o concreto, foram utilizadas propriedades de interface que simulavam o comportamento de separação e interação entre as superfícies, nesse caso, o modelo *bond-slip*. No comportamento da interface considera-se o concreto como superfície principal (*master*) e o PRFC como superfície “escrava” (*slave*).

#### 4.1.2 Definição dos materiais

O concreto foi simulado usando expressões numéricas capazes de prever o comportamento deste material na tração e compressão. Para compressão foi usado o modelo de Carreira e Chu (1986) e para tração as equações de Hordjik (1992), ambos melhor detalhadas na seção 3.1.7. A evolução do dano, a tração e compressão foi estimada como em Birtel e Mark (2006), também disponível na mesma seção. Ainda referente ao concreto, o modelo que implementa o dano no material é denominado de CDP (*Concrete Damaged Plasticity*) (seção 3.1) e foi usado nas simulações. Em resumo, os parâmetros referentes ao CDP podem ser descritos como:

1.  $\psi$  representa o ângulo de dilatação medido no plano meridional  $p$ - $q$  em pressões confinantes elevadas. Valores comumente usados para o concreto variam entre  $35^\circ \leq \psi \leq 40^\circ$ ;
2.  $m$ , correspondendo à excentricidade, sendo um valor pequeno que expressa a taxa de aproximação da hipérbole da sua assíntota no plano  $p$ - $q$ . Seu valor varia entre  $0 \leq m \leq 1$ . O valor mais utilizado para o concreto é de 0,1;
3. O valor de  $\frac{f_{bc}}{f_c}$  é a razão entre as tensões de escoamento no ensaio equibiaxial (Ensaio com cargas aplicadas igualmente em dois eixos) e no ensaio uniaxial, seu valor gira em torno da classe do concreto;
4.  $K_c$  é a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador. Seus valores variam entre  $0,5 \leq K_c \leq 1$  sendo que  $K_c=2/3$  é o mais utilizado para o concreto;
5.  $\mu$ , viscosidade do concreto.

Os valores adotados nas simulações seguiram os padrões usados pelos autores de literaturas atuais, como apresentado na Tabela 4.1.

Referente ao aço usado nas armaduras, o modelo utilizado foi o elasto-plástico perfeito (critério de *Von mises*), disponível na seção 3.2. A interação do concreto com o aço foi considerada como perfeita, ou seja, como uma região (aço) embutida no concreto (*Embedded region*). Para simular os efeitos de escorregamento entre o concreto e o aço e obter resultados

mais realísticos, foi adotado o modelo *bond-slip*, disponível na mesma seção citada anteriormente.

**Tabela 4.1 - Parâmetros do CDP de acordo com a literatura atual**

<i>Autor</i>	$f'_c$ (MPa)	<i>Estrutura</i>	$\psi$ (°)	$m$	$f_{bc}/f_c$	$K_c$	$\mu$
Genikomsou e Polak (2015)	33 - 46	Laje/Pilar	40	0,1	1,16	0,667	$10^{-5}$
Najafgholipour et al. (2017)	41-46	Viga/Pilar	35	0,1	1,16	0,667	$8 \cdot 10^{-3}$
Demin e Fukang (2017)	26,8	Viga	30	0,1	1,16	0,667	$10^{-4}$
Al-Osta et al. (2017)	54	Viga	36	0,1	1,16	0,667	0
Li, Hao e Bi (2017)	48,7 – 57,3	Pilar	30	0,1	1,16	0,667	$10^{-4}$
Behnam, Kuang e Samali (2018)	34,7 - 36,1	Viga/Pilar	40	0,1	1,16	0,667	$10^{-5}$
Gao et al. (2019)	50	Viga	35	0,1	1,16	0,667	-
Jumaa e Yousif (2019c)	43,2 – 73,4	Viga	30	0,1	1,16	0,667	0
Dabiri, Kaviani e Kheyroddin (2020)	18,4 – 19,2	Viga/Pilar	40	0,1	1,16	0,667	$10^{-5}$

Fonte: O autor (2020)

As fibras de carbono são definidas com comportamento elástico linear unidirecional. Suas propriedades ortotrópicas foram definidas por meio da função *Engineering Constants*, disponível no *software* ABAQUS. Os módulos de elasticidade, módulos de cisalhamento e coeficientes de Poisson foram definidos na seção 3.3.

A superfície coesiva da interface concreto/PRFC foi baseada em leis de separação bilinear, como visto anteriormente (seção 3.4). Inicialmente, foi definido o comportamento coesivo da superfície (*Cohesive behavior*) por meio dos valores de rigidez  $K_{nn}$ ,  $K_{ss}$  e  $K_{tt}$  (*Traction-separation behavior*). Na implementação do dano, foi usado o critério quadrático (*Quadratic traction*). A evolução da falha no material (*Damage Evolution*) foi baseada na energia com amolecimento linear. O critério adotado para o modo misto procedeu com o modelo de Benzaggah-Kenane (BK). Outro coeficiente importante considerado é o coeficiente de viscosidade, inserido por meio da função *Damage stabilization*. A importância deste parâmetro gira em torno da convergência do modelo, assim como o parâmetro de viscosidade para o concreto. A opção *surface to surface contact* foi aplicada para modelar a interação entre o PRFC e a superfície de concreto. Fernando, Yu e Teng (2012) consideraram usar a opção *small sliding* (pequenos deslizamentos) para que os nós da superfície escrava (PRFC) interaja adequadamente com a mesma área local em contato com a superfície principal (concreto), mesmo quando as superfícies sofrem grandes rotações.

### 4.1.3 Discretização do modelo

O elemento utilizado para a modelagem do concreto foi o sólido. A discretização das vigas de concreto foi com o elemento C3D8R (interpolação linear). Esse elemento é definido como sólido quadrangular com 8 nós e integração reduzida<sup>6</sup> (“R”). Nesse caso, a integração reduzida foi utilizada por obter resultados com maior velocidade e com boa qualidade. Apesar disso, elementos lineares com integração reduzida tendem a ser muito flexíveis, pois sofrem um problema numérico próprio chamado *hourglassing*<sup>7</sup>. Existem duas formas de resolver o problema: usar a ferramenta *hourglass control* ou usar integração completa. Veríssimo (2006) sugere que pelo menos quatro elementos devem ser usados ao longo da espessura, quando modelando estruturas sujeitas a cargas de flexão com esse tipo de elemento.

Os elementos utilizados para avaliar as armações em aço, tanto as barras longitudinais quanto as transversais, serão do tipo *Truss*. Nesse caso, o elemento é denominado por T3D2 com 2 nós.

Para a discretização referente as lâminas de fibra de carbono, optou-se por elementos de casca, ou seja, tipo *Shell*. O elemento a ser adotado foi o S4R, quadrangular com 4 nós de integração reduzida.

## 4.2 TESTE *PULL – OUT*

Com a finalidade de se obter um modelo numérico que represente de forma realista o problema em questão, a calibração de modelos se fez necessário. O experimento desenvolvido em laboratórios realizado em concreto comum foi usado para investigar a eficiência dos parâmetros adotados no modelo de interface coesiva. O experimento usado foi de Yao, Teng e Chen (2005).

### 4.2.1 Experimento de Yao, Teng e Chen (2005)

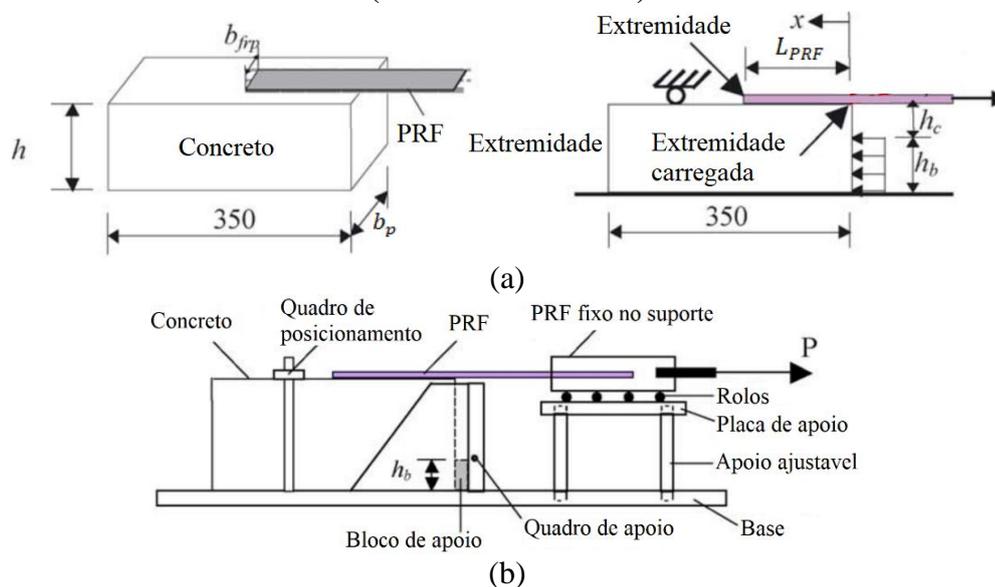
Yao, Teng e Chen (2005) apresentaram um estudo experimental sobre a resistência ao cisalhamento da ligação entre o PRFC e o concreto. A pesquisa consistiu em avaliar um prisma de concreto com uma faixa de PRF colada em uma das faces do paralelepípedo sendo puxada por uma carga P (teste *pull-out*) (Figura 4.3). Os parâmetros avaliados pelos autores foram:

<sup>6</sup> Elementos com integração reduzida usam, em cada direção, menos pontos de integração do que os elementos com integração total.

<sup>7</sup> *Hourglassing* ou efeito ampulheta é assim denominado pois os elementos se deformam assumindo a forma de uma ampulheta (*hourglass* é uma palavra em inglês que significa ampulheta)

comprimento de ligação  $L_{PRF}$ , relação entre largura do PRF e largura do prisma de concreto  $b_{PRF}/b_p$  e altura livre de concreto  $h_c$ .

**Figura 4.3 – Configuração do experimento de Yao, Teng e Chen (2005)**  
(Dimensões em mm)



Fonte: Adaptado de Yao, Teng e Chen (2005)

O tipo de PRF usado foi o polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC), com uma espessura de 0,165 mm, resistência a tração de 4114 MPa, módulo de elasticidade de 256 GPa e deformação última a tração de 1,61 %. A concentração dos compósitos foi adotada como 70% para as fibras e 30% para a matriz (PIGGOTT, 2002) devido à falta de informações do fabricante. A partir desses dados, foi possível obter os parâmetros do PRFC baseado em Piggott (2002) (equação 3.48). A Tabela 4.2 apresenta estes valores.

**Tabela 4.2 - Dados do PRFC para as análises – Testes Yao, Teng e Chen (2005)**

<i>Módulo de elasticidade</i> (GPa)		<i>Módulo de elasticidade transversal</i> (GPa)		<i>Coefficiente de Poisson</i>	
$E_{11}$	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12} = \nu_{13}$	$\nu_{23}$
256,0	16,6	6,2	5,9	0,24	0,42

Fonte: O autor (2020)

Uma carga  $P$  (Figura 4.3 (b)) foi aplicada em um suporte que fixa o PRF até que um modo de falha seja observado, seja ele por descolagem com retirada de camadas de concreto (DB-C), descolagem na interface concreto/adesivo (DB-I) ou falha no prisma de concreto (CPF). Os valores dos parâmetros usados e os resultados obtidos pelos autores se encontram na Tabela 4.3.

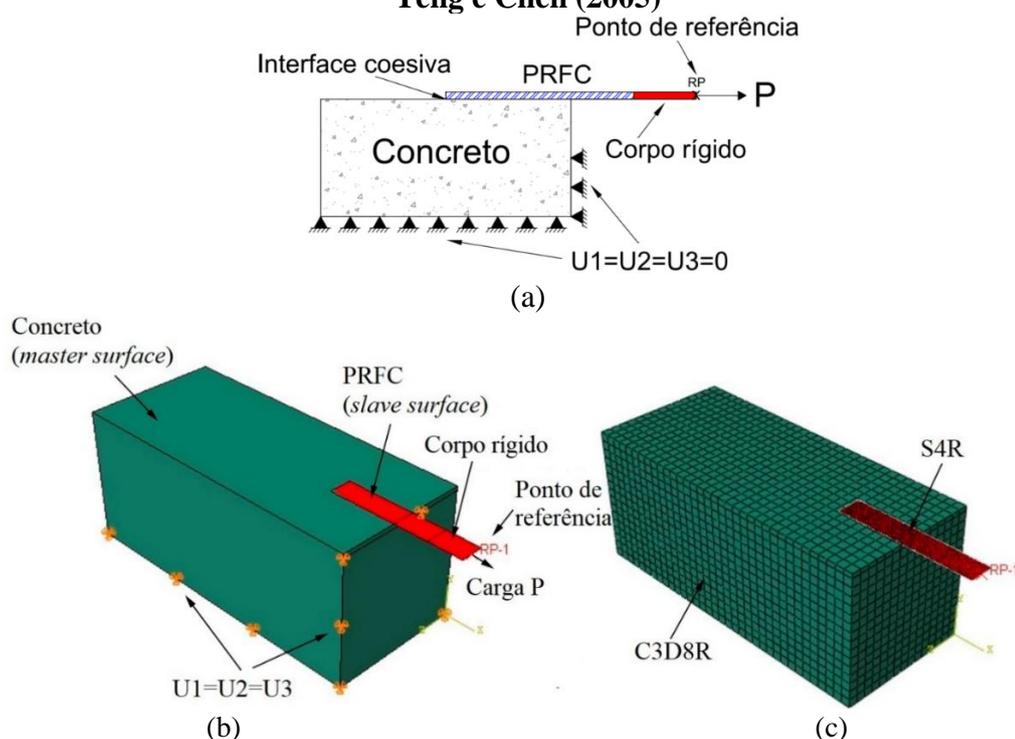
Tabela 4.3 – Detalhes dos testes de Yao, Teng e Chen (2005) e resultados

Testes	$f'_c$ (MPa)	$b_p$ (mm)	$b_{PRF}$ (mm)	$L_{PRF}$ (mm)	$h_c$ (mm)	Carga última do teste (kN)	Modo de falha do teste
I-1	23,0	150	25	75	5	4,75	DB-C
I-9	23,0	150	25	190	5	6,35	DB-C
II-5	23,0	150	25	190	120	7,07	DB-C
III-1	27,1	150	25	100	120	5,94	DB-C
V-11	21,1	100	100	95	30	15,57	CPF
VI-2	21,9	150	25	95	60	5,85	DB-I
VI-3	21,9	150	25	145	60	5,76	DB-I
VI-7	21,9	150	25	240	60	5,91	DB-I

Fonte: Adaptado de Yao, Teng e Chen (2005); O autor (2020)

Para a simulação do sistema, uma malha de 10 mm (8640 elementos) foi adotada para o bloco de concreto e 3 mm para o PRFC (número de elementos variou com o tamanho do material). As Figura 4.4 (a) e (b) apresentam as condições de contorno do teste e a Figura 4.4 (c) a discretização dos elementos. As análises foram feitas aplicando uma força pontual em um ponto de referência (*reference point – RP*) nas extremidades do PRFC, criado a partir de um corpo rígido. O algoritmo usado para resolver este tipo de problema foi o *Arc-length*.

Figura 4.4 – Condições de contorno (a) (b) e discretização dos elementos (c) - Testes Yao, Teng e Chen (2005)

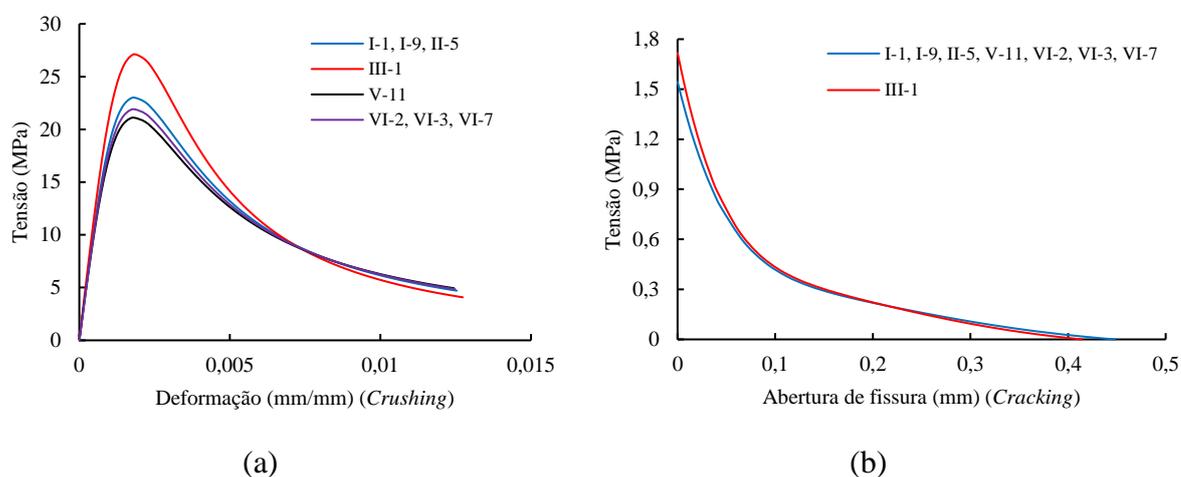


\*U1, U2 e U3 significam restrição em x, y e z, respectivamente.

Fonte: O autor (2020)

A curva tensão x deformação na compressão foi obtida conforme Carreira e Chu (1986), e tensão x abertura de fissura na tração de acordo com Hordjik (1992). A resistência à tração do concreto foi calculada usando a equação de Genikomsou e Polak (2015), expressão disposta na Tabela 3.2. O coeficiente de Poisson adotado foi 0,2. O módulo de elasticidade foi estimado usando a norma americana ACI 318 (2014) e a deformação de pico na compressão de acordo com Carreira e Chu (1986). Esses diagramas estão dispostos nas Figura 4.5 (a) e (b), conforme as resistências a compressão do concreto. Como as resistências à tração calculadas para os testes I-1, I-9, II-5, V-11, VI-2, VI-3 e VI-7 foram muito próximas, as curvas para tais testes foram representadas apenas por dois diagramas (Figura 4.5 (b)).

**Figura 4.5 – Curvas constitutivas para o concreto na compressão (a) e tração (b) - Testes Yao, Teng e Chen (2005)**



Fonte: O autor (2020)

A Tabela 4.4 apresenta os módulos de elasticidade, deformações de pico na compressão e tensões de tração para cada um dos testes.

**Tabela 4.4 – Módulos de elasticidade, deformação de pico e tensão de tração no concreto – Testes Yao, Teng e Chen (2005)**

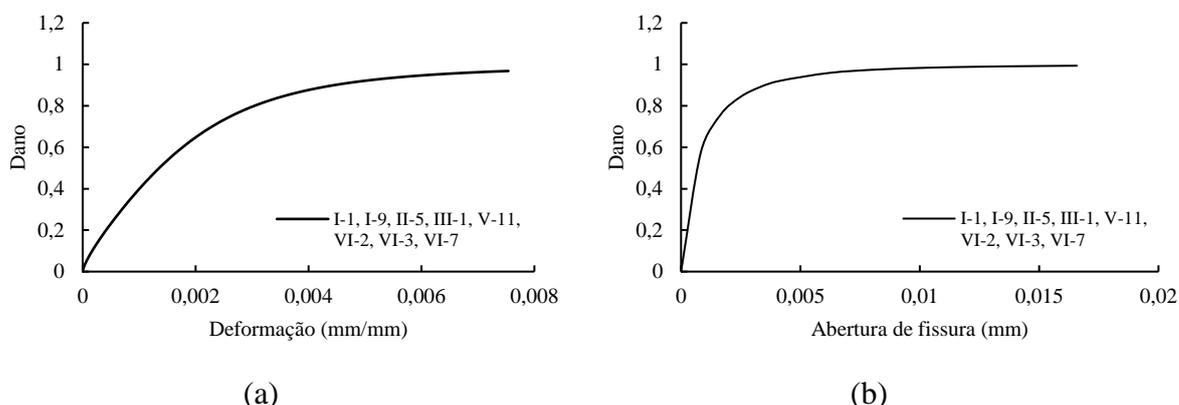
<i>Testes</i>	$f'_c$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\epsilon_{cp}$ (mm/mm)	$f_t$ (MPa)
I-1, I-9, II-5	23,0	22540,0	0,00184	1,58
III-1	27,1	24467,0	0,00187	1,72
V-11	21,1	21589,0	0,00183	1,52
VI-2, VI-3 e VI-7	21,9	21995,0	0,00183	1,54

Fonte: O autor (2020)

Já a evolução do dano foi calculada conforme Birtel e Mark (2006). Os parâmetros  $b_c$  e  $b_t$  foram 0,6 e 0,9, respectivamente. Como os valores de  $f'_c$  são muito próximos, as curvas de

evolução do dano foram praticamente as mesmas, por isso foi representado nas Figura 4.6 (a) e (b) apenas uma curva.

**Figura 4.6 - Curva dano x deformação (a) e dano x abertura de fissura (b) - Testes Yao, Teng e Chen (2005)**



Fonte: O autor (2020)

Como já foi citado, o critério de tensão nominal quadrática (Equação 3.51) foi usado como critério de início de dano. Nos ensaios experimentais, Yao, Teng e Chen (2005) obtiveram os valores das energias de fratura e as tensões de pico para cada teste. Nas simulações, não foi adotado o comportamento no modo misto, pois os testes eram baseados apenas no modo II (Figura 3.23 (b)), ou seja, deslizamento. Todos estes dados são apresentados na Tabela 4.5.

**Tabela 4.5 – Dados para a simulação da superfície coesiva - Testes Yao, Teng e Chen (2005)**

<i>Teste</i>	<i>Rigidez (MPa)</i>		<i>Tensões (MPa)</i>		<i>Energia de Fratura (mJ/mm<sup>2</sup>)</i>
	$K_{nn}$	$K_{ss} = K_{tt}$	$\sigma_n^{pico}$	$\tau_s^{pico} = \tau_t^{pico}$	$G_f$
I-1	3610	1388,5*	39,4	4,13	0,395
I-9	3610	1388,5*	39,4	5,03	0,523
II-5	3610	1388,5*	39,4	7,26	0,580
III-1	3610	1388,5*	39,4	5,20**	0,694**
V-11	3610	1388,5*	39,4	5,10**	0,690**
VI-2, VI-3, VI-7	3610	1388,5*	39,4	6,00**	0,745**

\* Calculado pela equação  $K_{nn}/2(1 + \nu)$ .

\*\*Não fornecido pelos autores. Calculado pelas equações 3.49.

Fonte: Adaptado de Yao, Teng e Chen (2005)

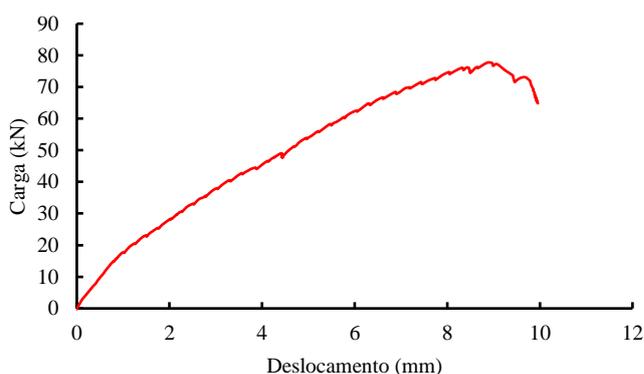
### 4.3 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MODELO A SER ANÁLISADO

Após as análises da interface, foi realizado o desenvolvimento de estudos numéricos em vigas reforçadas ao cisalhamento. A viga analisada foi ensaiada por Menon (2008), e o ensaio de referência rompeu pela fissura no vão de cisalhamento denominada de diagonal crítica de cisalhamento após o desenvolvimento de pequenas fissuras de flexão (Figura 4.7 (a)). De acordo com a Figura 4.7 (b), a partir de 18 kN (deslocamento aproximado de 0,0810cm no meio do vão) começaram a aparecer as primeiras fissuras no concreto, o que caracteriza o início do regime não linear da estrutura. A viga ensaiada experimentalmente atingiu o colapso aos 77,71 kN e o deslocamento máximo encontrado sob a carga aplicada foi de aproximadamente 1,11cm.

**Figura 4.7 - Ruptura da viga referência (a) e gráfico carga x deslocamento (b)**



(a)

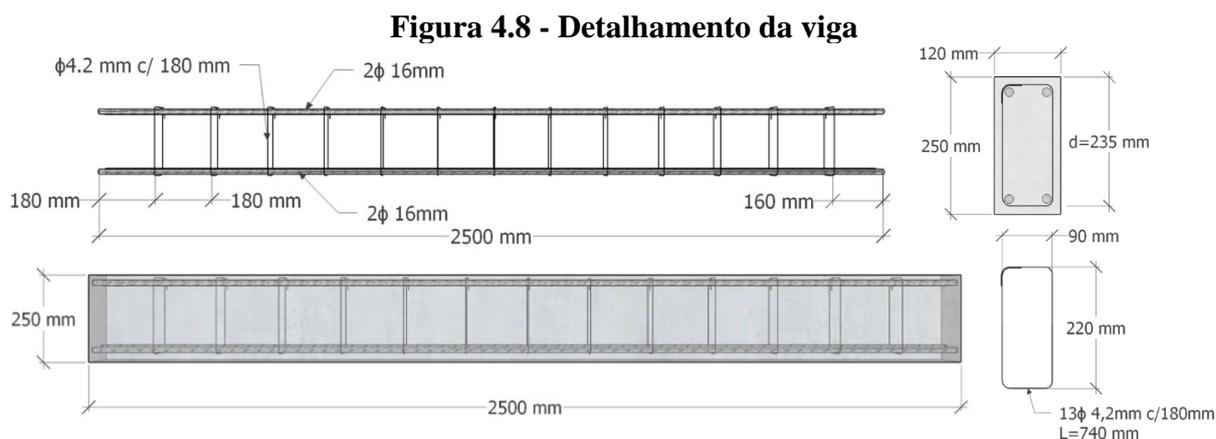


(b)

Fonte: Adaptado de Menon (2008)

#### 4.3.1 Geometria

A viga em questão foi ensaiada em concreto armado e, posteriormente, reforçada com compósitos de fibra de carbono dispostas em “U”. Possui seção transversal de 120 x 250 mm com comprimento total de 2500 mm e distância entre vãos de 2220 mm. As armaduras longitudinais e transversais foram igualmente dimensionadas ao longo de toda a viga. Para as barras longitudinais, tanto de compressão quanto de tração, foram compostas por quatro barras de aço CA-50 de 16mm cada. Os estribos foram compostos de aço CA-60 de 4,2mm espaçados de 180 mm. A Figura 4.8 apresenta o detalhamento da viga.



Fonte: Adaptado de Menon (2008)

### 4.3.2 Materiais

O concreto utilizado no experimento foi dosado em central, com um  $f_{ck}$  especificado de 30 MPa. A resistência do concreto obtida experimentalmente foi de 31,20 MPa aos 28 dias. Foram modelados 30 corpos de prova com 10cm de diâmetro e 20cm de altura, nos quais foram submetidos a um ensaio para a caracterização do concreto.

Os aços utilizados na armação longitudinal e transversal da viga de concreto foram ensaiados a tração para se determinar as tensões de escoamento e ruptura. As amostras e os respectivos resultados estão apresentados na Tabela 4.6.

O material que constituiu o sistema de PRFC é o Sika ®CarboShear L e possuía as características conforme a Tabela 4.7. O adesivo usado para a interface do reforço foi o Sikadur – 330, com suas características também na Tabela 4.7.

**Tabela 4.6 - Características dos aços das armaduras**

<i>Aço</i>	<i>Amostra</i>	<i>Diâmetro (mm)</i>	<i>Tensão de escoamento (MPa)</i>	<i>Tensão de ruptura (MPa)</i>
CA-60	1	4,2	-	790,96
CA-60	2	4,2	-	805,61
CA-50	1	16,0	591,74	730,97
CA-50	2	16,0	606,66	740,95

Fonte: Menon (2008)

**Tabela 4.7 - Características do PRFC segundo o fabricante (Sika®)**

<i>Tipo</i>	<i>Materiais</i>	<i>Resistência à tração (MPa)</i>	<i>Módulo de Elasticidade (GPa)</i>	<i>Deformação unit. Ruptura (%)</i>	<i>Espessura (mm)</i>
Sika ®CarboShear L 4/20/50	laminado	2250	120	1,7	1,4
Sikadur-330	Adesivo	30	4,5	0,9	-

Fonte: Adaptado de Menon (2008)

Para o material de reforço, as características a serem inseridas no *software* foram calculadas conforme a lei da mistura (equação 3.48). A concentração dos compósitos foi adotada como 70% para as fibras e 30% para a matriz (PIGGOTT, 2002), devido à falta de informações do fabricante. A Tabela 4.8 apresenta tais valores.

**Tabela 4.8 - Dados do PRFC para as análises de Menon (2008)**

<i>Módulo de elasticidade (GPa)</i>		<i>Módulo de elasticidade transversal (GPa)</i>		<i>Coefficiente de Poisson</i>	
$E_{11}$	$E_{22} = E_{33}$	$G_{12} = G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12} = \nu_{13}$	$\nu_{23}$
120,0	15,8	5,9	5,6	0,24	0,41

Fonte: O autor (2020)

Baseado nos dados referentes ao adesivo Sikadur-330, foi possível estabelecer os parâmetros da interface coesiva. O critério de fratura para o modo misto a ser usado é o de Benzaggah-Kenane (BK). Fernando (2010) obteve valores de tensões e energias por meio de testes a tração (*butt-joints*) e cisalhamento (*single-lap*). Esses valores são apresentados na Tabela 4.9 e foram usados nas simulações.

**Tabela 4.9 – Dados para a simulação da superfície coesiva – Testes Menon (2008)**

<i>Adesivo</i>	<i>Rigidez (MPa)</i>		<i>Tensões (MPa)</i>		<i>Energia de Fratura (mJ/mm<sup>2</sup>)</i>	
	$K_{nn}$	$K_{ss} = K_{tt}$	$\sigma_n^{pico}$	$\tau_s^{pico} = \tau_t^{pico}$	$G_{IC}$	$G_{IIC} = G_{IIIC}$
Sikadur-330	4500*	1730,8**	31,3	28,2	0,106	7,056

\* Fornecido pelo fabricante Sika ®

\*\* Calculado pela equação  $K_{nn}/2(1 + \nu)$ .

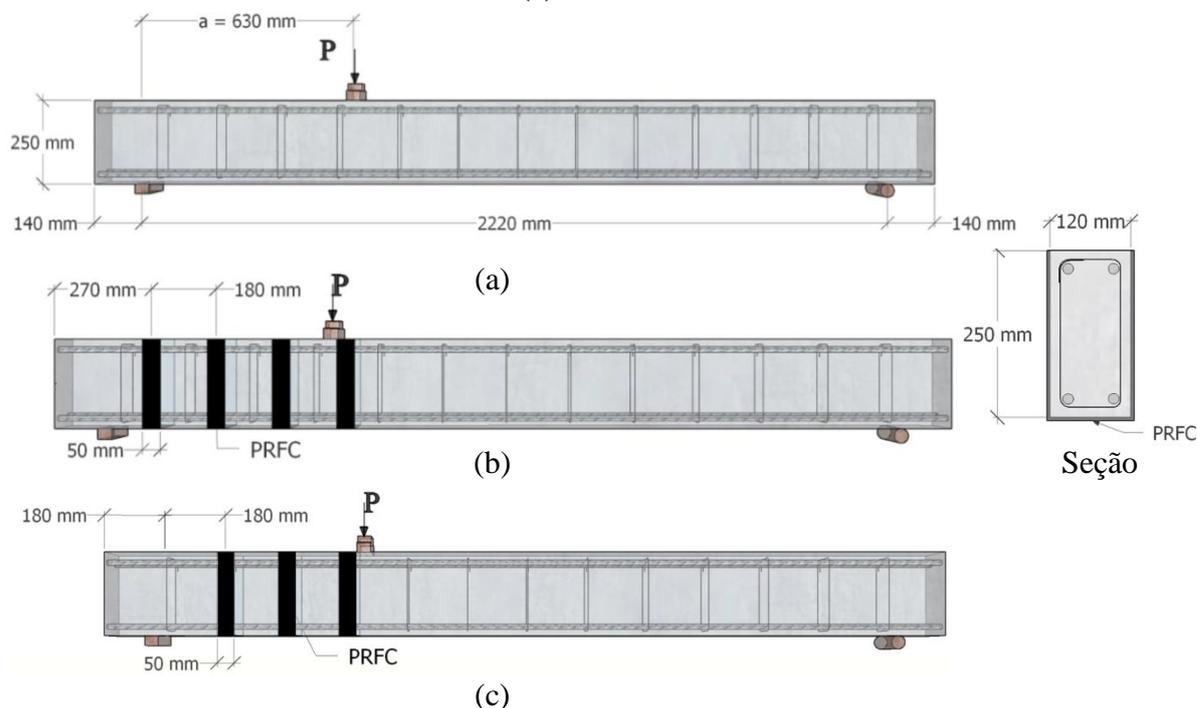
Fonte: Adaptado de Fernando (2010)

### 4.3.3 Condições de contorno

As vigas foram dispostas sobre apoios de segundo e primeiro gênero e posteriormente aplicada uma carga  $P$  por meio de um macaco hidráulico, como pode ser observado na Figura 4.9 (a). O valor do vão de cisalhamento  $a/d$  foi de 2,68.

As lâminas de fibra de carbono foram dispostas em “U” espaçadas de 180 mm. A Figura 4.9 (b) apresenta um dos testes realizados pelo autor. A princípio, o material compósito foi colado a 130 mm do apoio de segundo gênero, estando assim, externamente entre os estribos internos. Outra análise é exposta na Figura 4.9 (c). Esta foi realizada com os laminados dispostos externamente sobre os estribos internos, a 180 mm do apoio de segundo gênero.

**Figura 4.9 - Condições de contorno (a) e posicionamento das fibras de carbono entre (b) e sobre (c) estribos internos.**

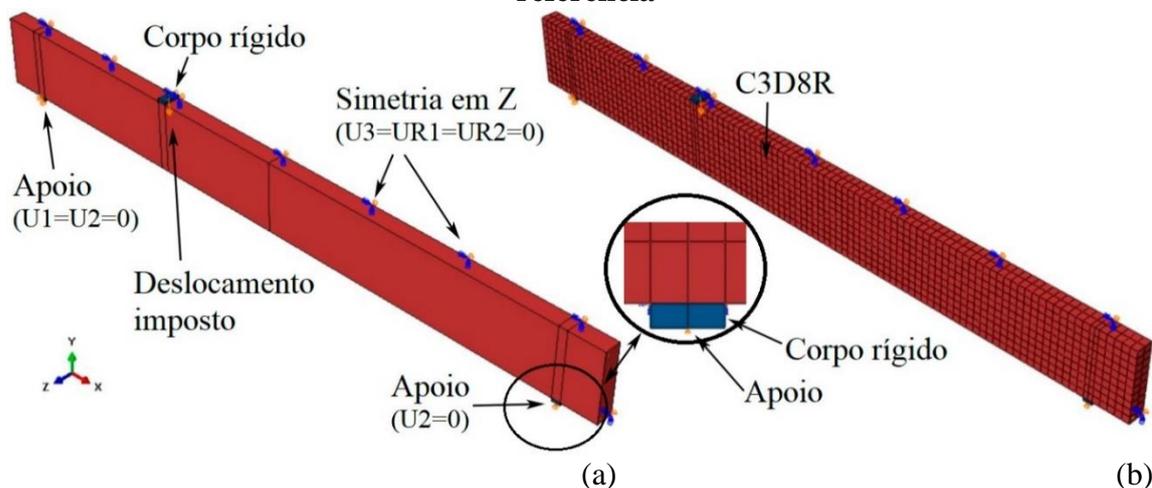


Fonte: Adaptado de Menon (2008)

#### 4.3.4 Análises

Primeiramente, foi calibrada a viga referência e adotada a estratégia de simulação de Newton - Raphson. A carga foi em forma de deslocamento aplicado sobre um elemento rígido, assim como os apoios. Por apresentar simetria em um plano, a modelagem procedeu com a aplicação desta característica na viga. Assim como no item 4.1.3, o elemento usado para o concreto na simulação foi o C3D8R. Essas características são melhor representadas pela Figura 4.10.

**Figura 4.10 – Condições de contorno (a) e discretização dos elementos (b) da viga referência**



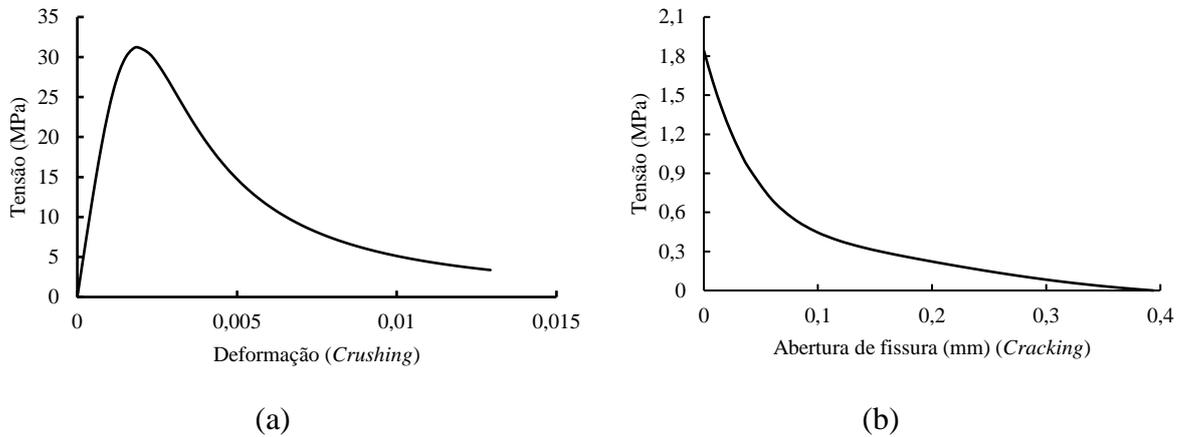
Fonte: O autor (2020)

A calibração tomou como base a variação da malha de elementos finitos em 50 mm (562 elementos), 40 mm (804 elementos), 30 mm (1404 elementos) e 25 mm (2072 elementos). Os parâmetros ângulo de dilatação e viscosidade também foram testados, com base na Tabela 4.1.

As curvas constitutivas do concreto na compressão e tração foram obtidas conforme Carreira e Chu (1986) e Hordjik (1992), respectivamente. A resistência a tração do concreto foi calculada usando a equação de Genikomsou e Polak (2015) disposta na Tabela 3.2. Esses diagramas estão dispostos nas Figura 4.11 (a) e (b) e os parâmetros calculados na Tabela 4.10. O módulo de elasticidade foi estimado usando a norma americana ACI 318 (2014) e a deformação de pico na compressão de acordo com Carreira e Chu (1986). O coeficiente de Poisson para todos os testes foi de 0,2 para o concreto e 0,3 para o aço.

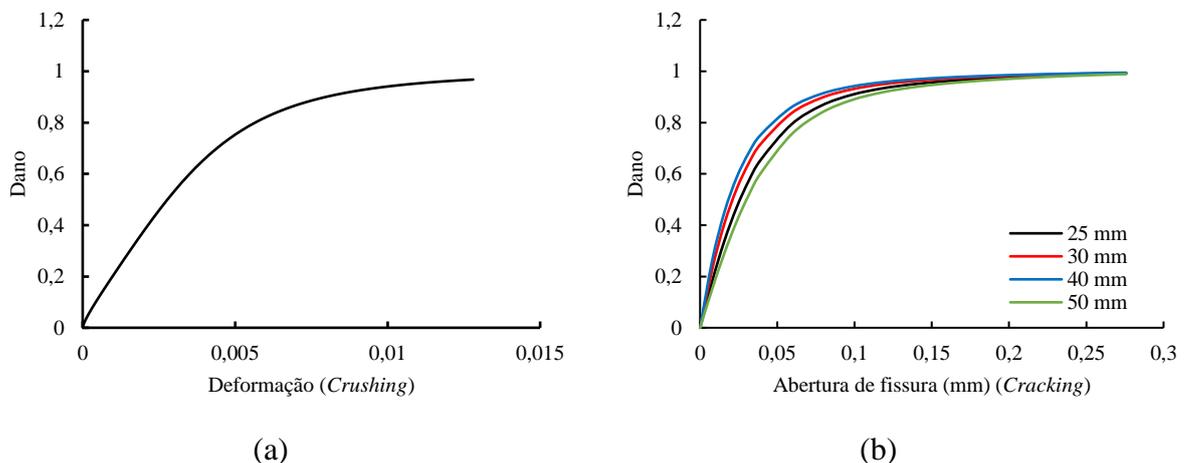
Já a evolução do dano foi calculada conforme Birtel e Mark (2006). Os parâmetros  $b_c$  e  $b_t$  foram 0,6 e 0,9, respectivamente. As Figuras 4.11 e 4.12 representam as curvas constitutivas do concreto e a evolução do dano para a viga referência, respectivamente.

**Figura 4.11 – Curvas constitutivas para o concreto na compressão (a) e tração (b) - Testes Menon (2008)**



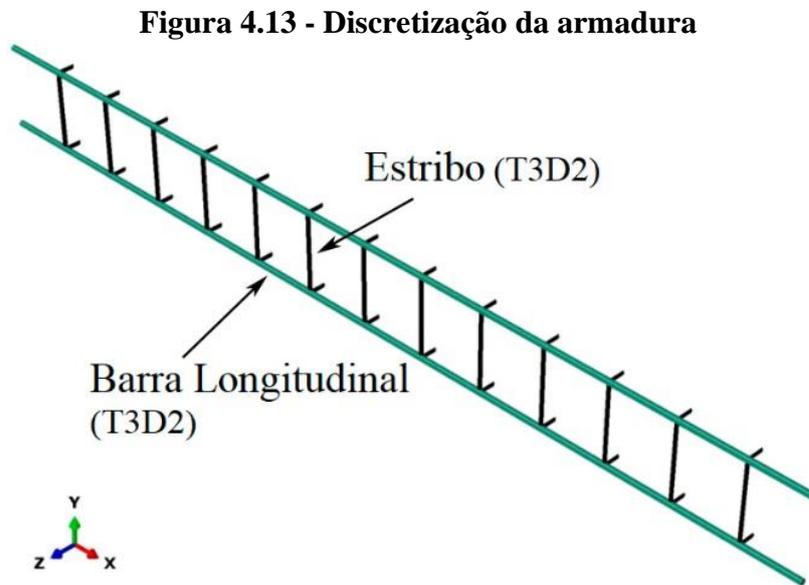
Fonte: O autor (2020)

**Figura 4.12 – Evolução do dano na compressão (a) e tração (b) – Testes Menon (2008)**



Fonte: O autor (2020)

O aço foi discretizado conforme retratado no item 4.1.3. A malha adotada para as barras longitudinais foi de 10 mm (250 elementos) e 3 mm (103 elementos) para os estribos. A Figura 4.13 apresenta essa característica.



Com a calibração da viga de referência, essa foi reforçada ao cisalhamento e utilizada para alguns estudos paramétricos importantes. Um total de 14 simulações (15 com a viga referência) foram testadas com variação dos parâmetros: vão de cisalhamento, resistência a compressão do concreto, bitola dos estribos e posição do reforço.

As vigas foram nomeadas de acordo com a sua característica de análise e seguiu como:

- Numeração das vigas:  $V0 - V14$ , sendo  $V0$  a viga referência;
- Vão de cisalhamento  $a/d$ : O - Original, B - Baixo, A - Alto;
- Resistência média a compressão do concreto ( $f_{cm}$ ): (MPa) = 15, 31.2 e 45;
- Bitolas dos estribos:  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ;
- Posição do PRFC: SE - Sobre estribos e EE - Entre estribos.

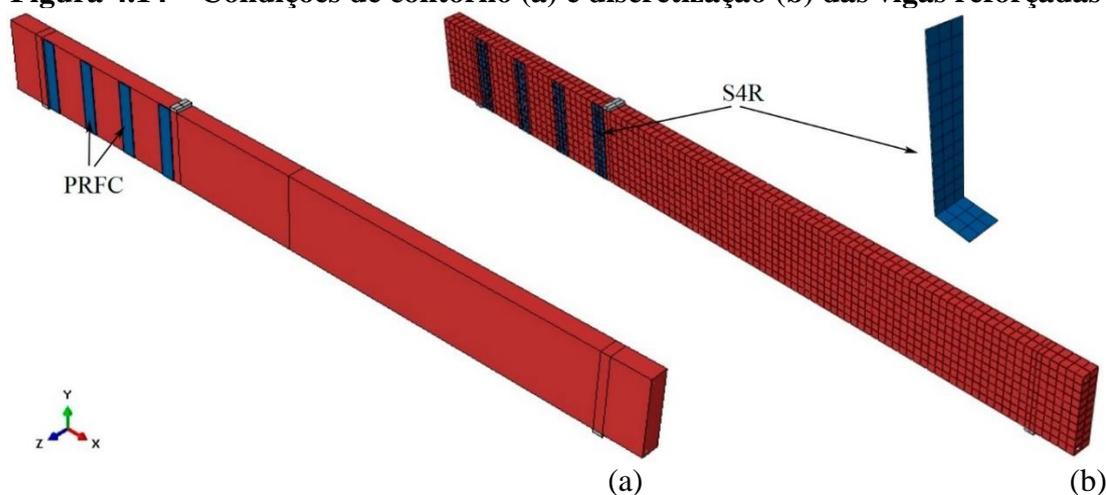
A Tabela 4.10 lista as vigas a serem simuladas e seus valores usados nas análises paramétricas. A malha do compósito de fibra de carbono foi de 20 mm (48 elementos) como na Figura 4.14 (b), juntamente com as condições de contorno do sistema.

Tabela 4.10 – Nomes das vigas e valores usados nas análises paramétricas

Parâmetro variado	Simulações	$f_{cm}$ (MPa)	$f_t$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$a$ (mm)	$d$ (mm)	$\frac{a}{d}$	$\phi$ Estribos (mm)	Posição PRFC
-	V0 - O(31,2) E <sub>1</sub>	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	4,20	-
-	V1 - O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	4,20	Entre
-	V2 - O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	4,20	Sobre
$f_{ck}$	V3 - O(15)E <sub>1</sub> /SE	15,00	1,28	18,20	630	235	2,68	4,20	Sobre
	V4 - O(45)E <sub>1</sub> /SE	45,00	2,21	31,53	630	235	2,68	4,20	Sobre
	V5 - O(15)E <sub>1</sub> /EE	15,00	1,28	18,20	630	235	2,68	4,20	Entre
	V6 - O(45)E <sub>1</sub> /EE	45,00	2,21	31,53	630	235	2,68	4,20	Entre
$a/d$	V7 - B(31,2)E <sub>1</sub> /SE	31,20	1,84	26,25	400	235	1,70	4,20	Sobre
	V8 - A(31,2)E <sub>1</sub> /SE	31,20	1,84	26,25	823	235	3,50	4,20	Sobre
	V9 - B(31,2)E <sub>1</sub> /EE	31,20	1,84	26,25	400	235	1,70	4,20	Entre
	V10 - A(31,2)E <sub>1</sub> /EE	31,20	1,84	26,25	823	235	3,50	4,20	Entre
$\phi$ Estribos	V11 - O(31,2)E <sub>2</sub> /SE	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	9,50	Sobre
	V12 - O(31,2)E <sub>3</sub> /SE	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	3,40	Sobre
	V13 - O(31,2)E <sub>2</sub> /EE	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	9,50	Entre
	V14 - O(31,2)E <sub>3</sub> /EE	31,20	1,84	26,25	630	235	2,68	3,40	Entre

Fonte: O autor (2020)

Figura 4.14 – Condições de contorno (a) e discretização (b) das vigas reforçadas



Fonte: O autor (2020)

As propriedades da interface foram apresentadas na Tabela 4.9 e usadas para as simulações. Ao considerar os efeitos de escorregamento nas barras longitudinais, seu módulo de elasticidade irá mudar para um equivalente. Aplicando as equações do modelo *bond-slip* (item 3.2.1), obteve-se a Tabela 4.11.

**Tabela 4.11 – Variação das características do aço longitudinal conforme o  $f_{cm}$**

$f_{cm}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$E_s^*$ (GPa)	$f_y$ (MPa)	$f_y^*$ (MPa)	$l_t$ (mm)
15,00		139,99		552,85	241,47
31,20	210,00	146,73	599,20	549,63	281,70
45,00		150,29		547,21	307,03

Fonte: O autor (2020)

Como na Tabela 4.10, a bitola dos estribos foi variada de 3,4 mm, 4,2 mm e 9,5 mm. As características do estribo de 4,2 mm foram apresentadas anteriormente por Menon (2008) e usado nos testes experimentais. Os demais foram adotados conforme ensaios experimentais de Macedo (2018) e expostos na Tabela 4.12.

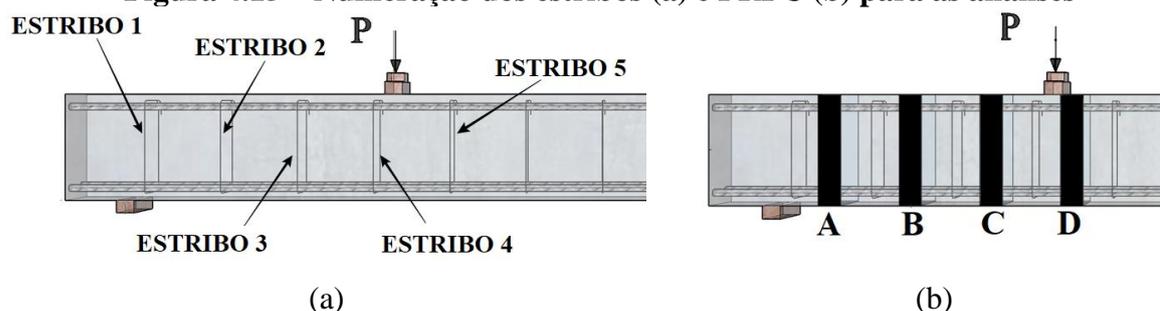
**Tabela 4.12 – Características dos aços para análise paramétrica**

Diâmetro (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	Tipo do aço	Tensão de escoamento (MPa)	Tensão de ruptura (MPa)	Taxa de armadura (cm <sup>2</sup> /m)
3,4	9,08		520,36	801,27	0,50
4,2	13,85	CA 60	-	798,29	0,77
9,5	70,88		793,56	856,91	3,94

Fonte: Macedo (2018)

Os resultados foram avaliados de forma gráfica, por curvas carga x deslocamento comparadas a experimentais e com variação de parâmetros. Também foi estudado o comportamento do dano na interface adesiva e os panoramas de fissuração no concreto. Esses resultados foram, então, comparados com as tensões nos estribos e, assim, avaliado o comportamento da estrutura. As armaduras transversais e os materiais de reforço analisados foram numeradas conforme a Figura 4.15.

**Figura 4.15 – Numeração dos estribos (a) e PRFC (b) para as análises**



Fonte: O autor (2020)

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS E ANÁLISE PARAMÉTRICA

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises numéricas para cada experimento descrito no capítulo anterior, bem como as comparações entre os mesmos. O computador usado para as análises possui 8GB de memória (RAM), um processador Core (TM) i5-7300HQ CPU de 2,50 GHz com 4 núcleos e placa de vídeo GeForce GTX 1050.

### 5.1 ANÁLISE DA INTERFACE ADESIVA COM TESTE *PULL - OUT*

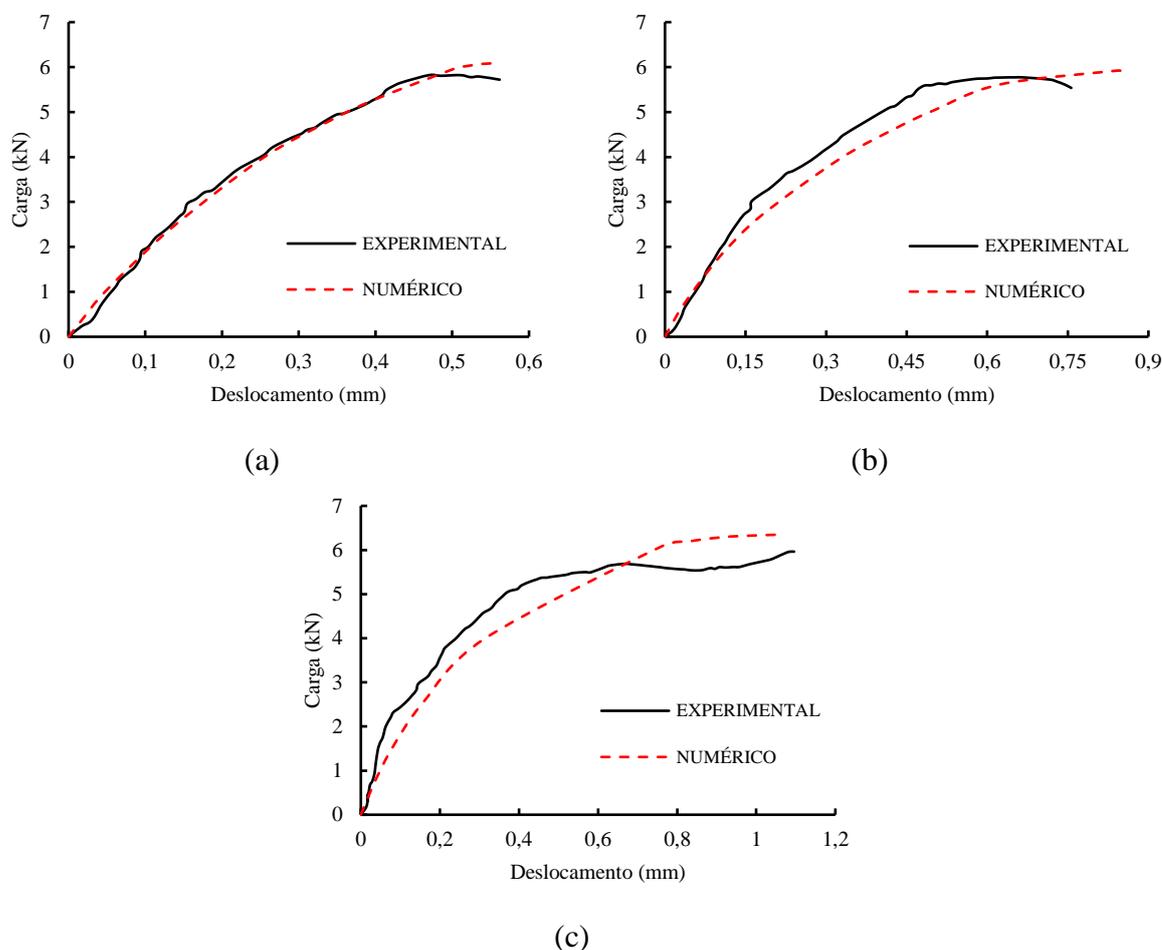
Os resultados das simulações numéricas foram analisados e comparados com os experimentais em termos da carga de falha experimental pela numérica, curvas carga x deslocamento e resultados gráficos gerados pelo *software*. A Tabela 5.1 apresenta uma comparação entre as cargas de falha experimental com a numérica. Nota-se uma boa concordância dos resultados.

**Tabela 5.1 – Comparação dos testes experimentais com as simulações**

<i>Testes</i>	<i>Carga de falha experimental</i> $P_{exp}$ (kN)	<i>Carga de falha numérica</i> $P_{num}$ (kN)	<i>Processamento</i> (h)	$\frac{P_{exp}}{P_{num}}$
I-1	4,75	5,25	00:10	0,91
I-9	6,52	7,00	00:07	0,93
II-5	7,07	6,80	00:12	1,04
III-1	5,94	4,87	00:06	1,22
V-11	15,57	18,90	00:10	0,82
VI-2	5,85	6,09	00:12	0,96
VI-3	5,76	5,90	00:07	0,98
VI-7	5,91	6,36	00:13	0,93
<b>Média aproximada</b>			<b>00:10</b>	<b>0,97</b>

Fonte: O autor (2020)

A Figura 5.1 mostra as curvas carga x deslocamento dos testes VI-2, VI-3 e VI-7. O deslocamento foi medido a partir do ponto de aplicação de carga, ou seja, o ponto de referência criado para a simulação. A evolução do carregamento foi obtida a partir do *history output*, ao gerar uma curva adimensional de fator de proporcionalidade de carga (LPF) pelo *Arc-length*.

**Figura 5.1 – Curvas carga x deslocamento dos testes VI-2 (a), VI-3 (b) e VI-7 (c)**

Fonte: O autor (2020)

Daud, Cunningham e Wang (2017), por meio de simulações numéricas e observações experimentais, afirmam que, ao aumentar o comprimento aderido, a carga final e a tensão de descolagem aumentam. Além disso, Barbieri et al. (2016) alegam que a largura do PRFC também tem grande contribuição na resistência adesiva, como é o caso do teste V-11. Esses fatos foram detalhados a seguir.

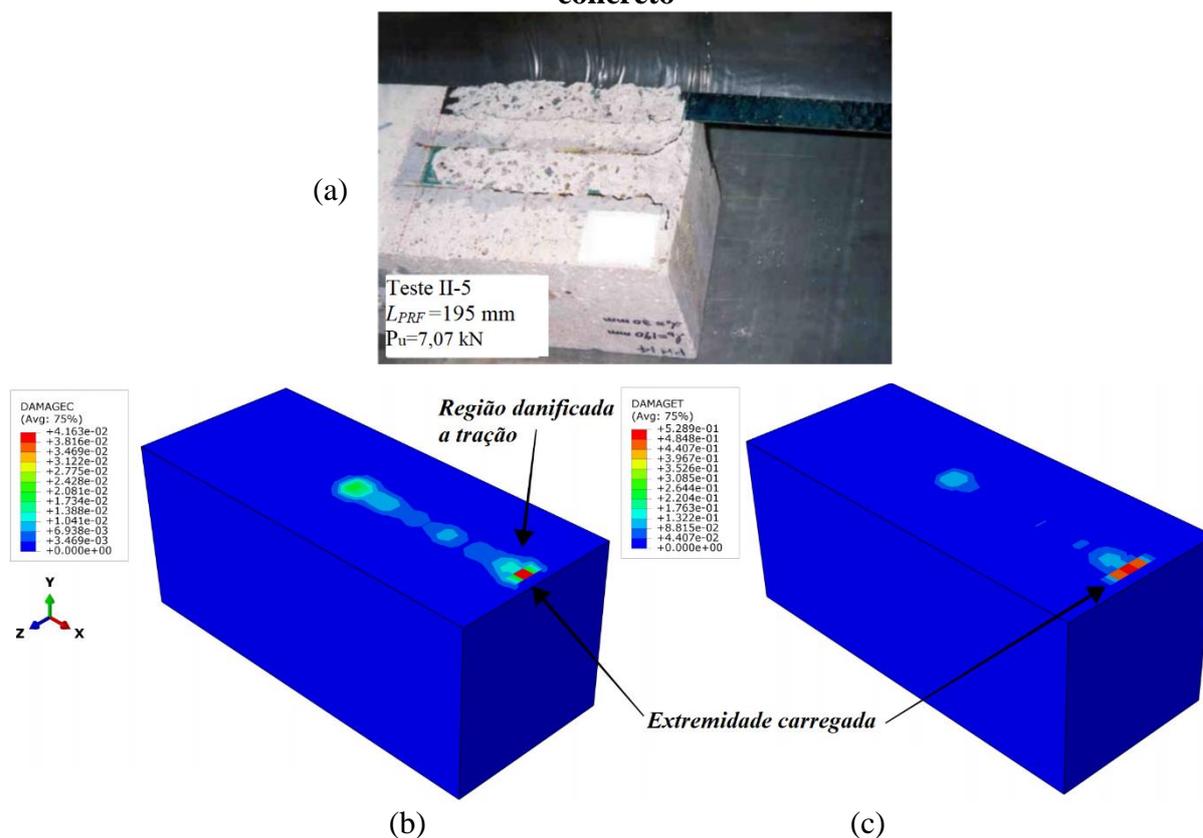
### 5.1.1 Modos de falha

#### 5.1.1.1 Descolagem com retirada da camada de concreto (DB-C)

Nos testes experimentais I-1, I-9, II-5 e III-1 foi observada a descolagem com retirada da camada de concreto. Como esses testes tiveram o mesmo modo de falha, foi escolhido para representar a simulação o experimento II-5 por apresentar o melhor resultado. Os resultados das simulações mostraram que, na região colada, o concreto não atingiu valores consideráveis de dano a tração, ou seja, cerca de 0,53. Já o dano a compressão foi bem menor, na faixa de

0,04 nesta mesma região. Nesse caso, pode-se supor que não houve a falha do concreto, e sim, a retirada da massa superficial do prisma, como ocorreu na análise experimental. Esse fato foi observado, principalmente, na extremidade de aplicação da carga, onde existiram maiores danos à tração no concreto. A Figura 5.2 apresenta a comparação dos resultados desse teste referente ao dano nesse material.

**Figura 5.2 – Falha experimental do teste II-5 (a) e dano a tração (b) e compressão (c) do concreto**

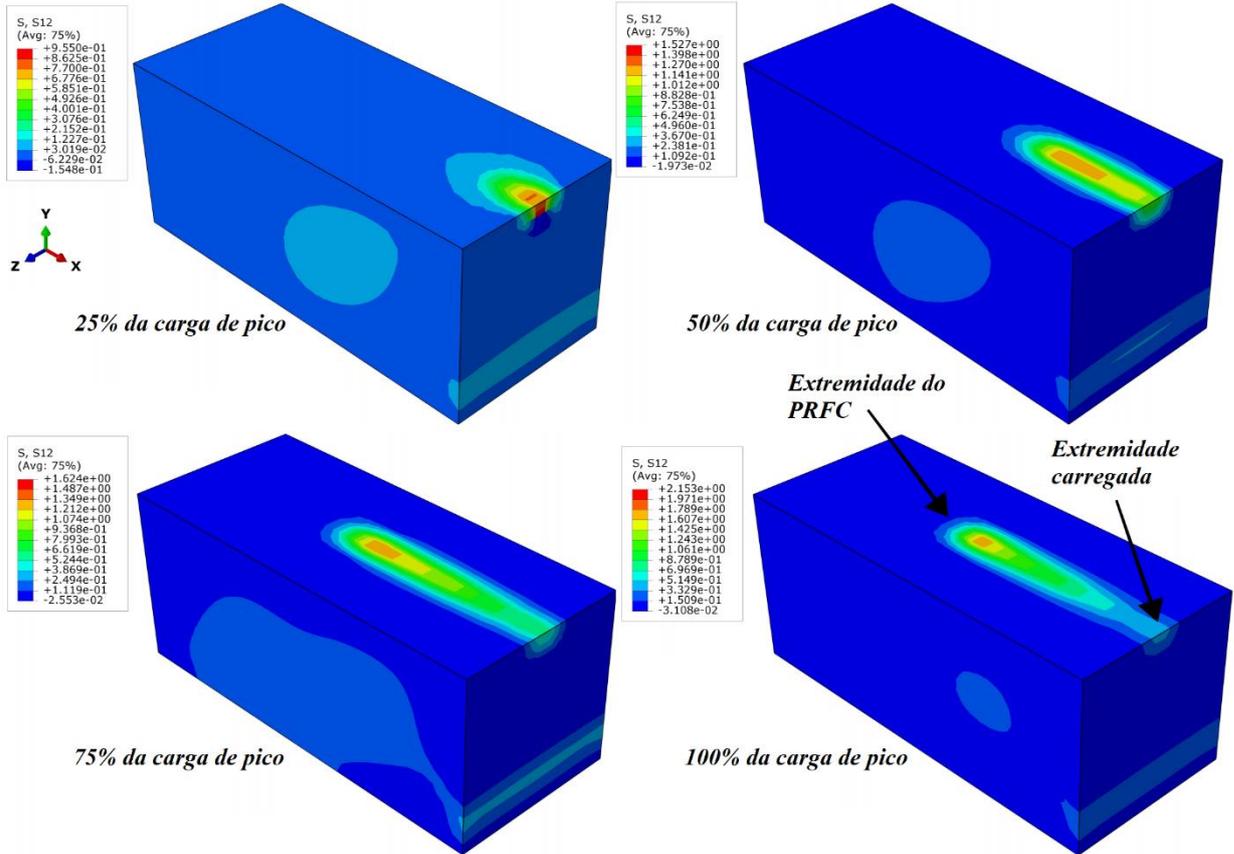


Fonte: Yao, Teng e Chen (2005); O autor (2020)

Durante o processo de carregamento, as tensões de cisalhamento paralelas à direção de aplicação da carga são definidas por  $S_{12}$ . Na região colada, apresentam uma evolução de tensões de cisalhamento até atingir valores próximos da tensão máxima de ligação, como mostrado no item 3.4, e também observado por Barbieri et al. (2016). A Figura 5.3 ilustra essa evolução.

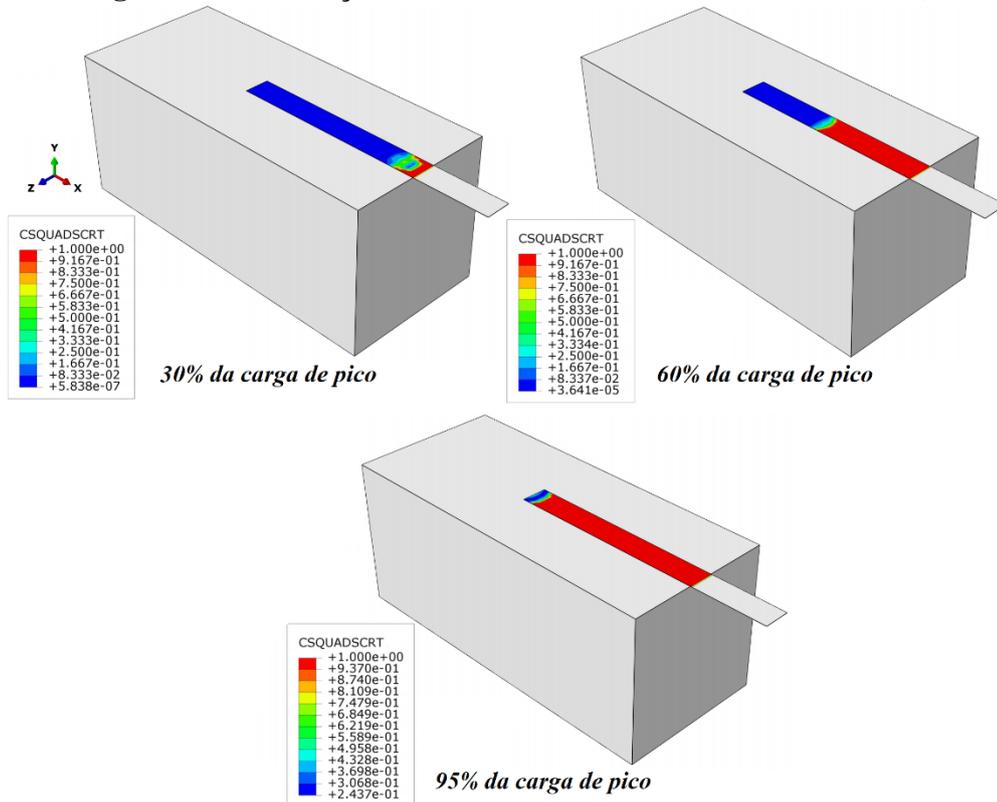
A descolagem (coloração vermelha na Figura 5.4) tem início pela extremidade carregada do PRFC. Com o aumento das tensões de cisalhamento, o dano tende a aumentar na direção longitudinal do compósito, como na Figura 5.3. Ao comparar as duas situações, nota-se que, na região descolada, a transferência de tensões  $S_{12}$  diminui à medida que o dano avança. A evolução do dano na interface adesiva pode ser observada pela Figura 5.4.

Figura 5.3 – Evolução das tensões  $S_{12}$  ( $\tau_{xy}$ ) no concreto (Teste I-1)



Fonte: O autor (2020)

Figura 5.4 – Evolução do dano na interface adesiva (Teste I-1)



Fonte: O autor (2020)

### 5.1.1.2 Falha no prisma de concreto (CPF)

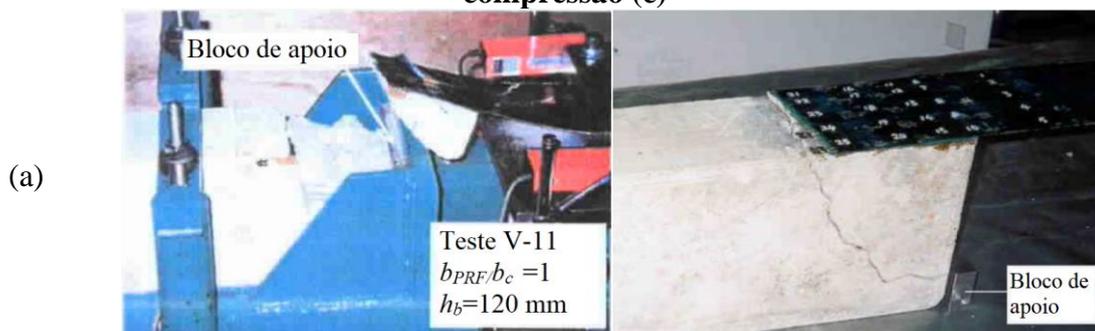
Assim como ocorreu no ensaio experimental, a simulação do teste V-11 rompeu no prisma de concreto antes que pudesse ser observada a falha na interface adesiva. A Figura 5.5 apresenta a comparação da evolução do dano a tração e compressão. Nessa, o dano a tração foi mais evidente desde o início do carregamento com 0,77 em 25% da carga de pico e 0,93 com 100% do processo. Praticamente não houve dano a compressão, sendo atingido apenas 0,20 de dano.

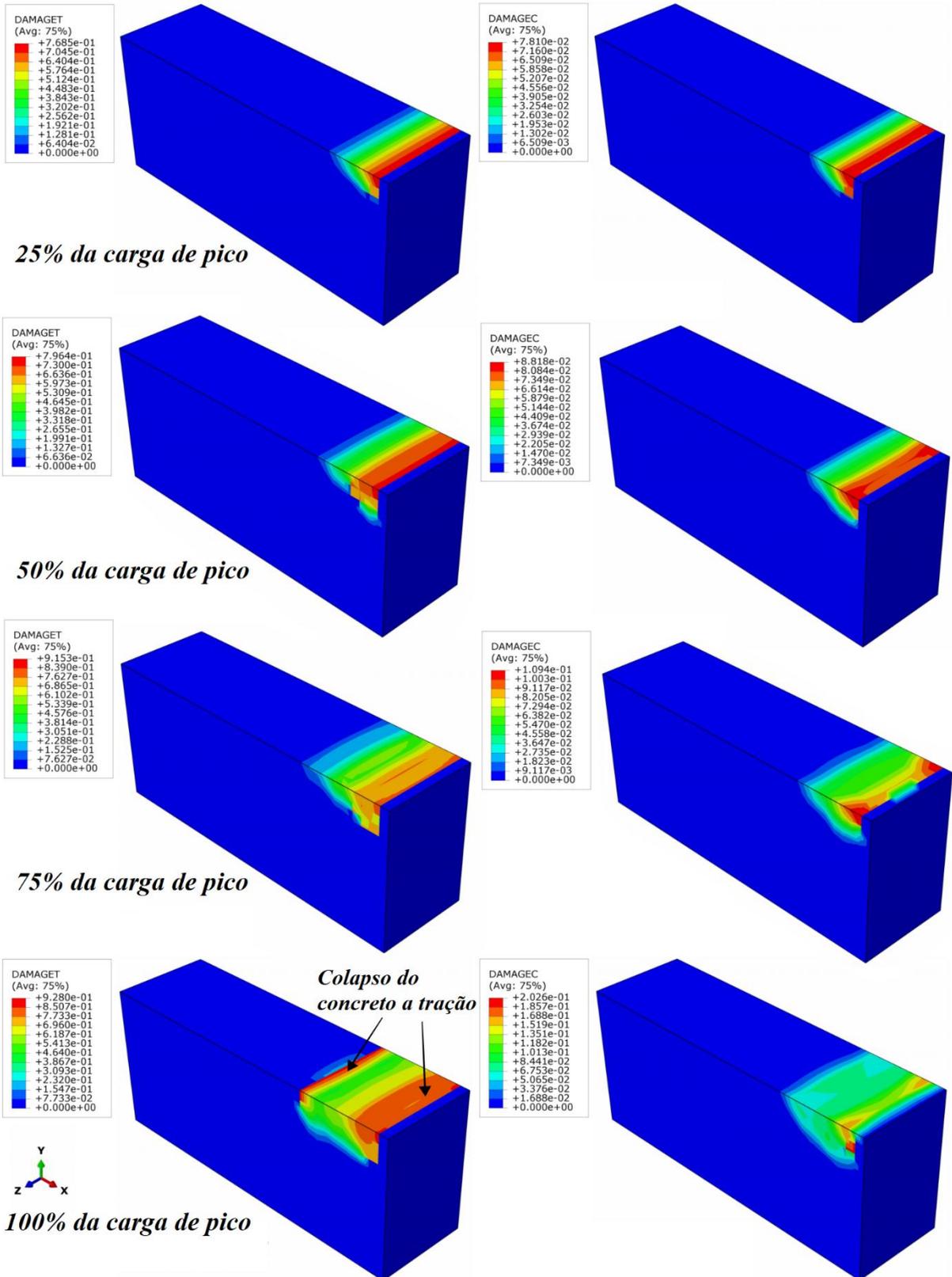
Ocorreram grandes concentrações de tensão de tração no concreto desde a extremidade do PRFC até a extremidade carregada. A formação de um plano de fratura entre a extremidade do compósito e a parte superior do bloco de apoio pode ser observada na Figura 5.6 (a) com 100 % da carga de pico. Segundo resultados experimentais, a falha tem início com fissuras no prisma de concreto próximas a extremidade do PRFC. Ao aparecer as primeiras fissuras, essas se propagaram quase que imediatamente em direção a borda superior do bloco de apoio.

A Figura 5.6 (b) apresenta a evolução das tensões  $S_{12}$  no prisma de concreto. Ao contrário dos resultados do item 5.1.1.1, o resultado da simulação do ensaio V-11 não obteve uma propagação das tensões de cisalhamento tão evidente. Esse fato pode ser comprovado comparando a evolução do dano na interface (Figura 5.7) com o desenvolvimento do dano a tração no concreto (Figura 5.5 (b)). Desde o início do carregamento, o concreto sofreu grandes danos de tração e com pouco mais de 50% do carregamento, o prisma atingiu um dano pouco maior de 0,8. Se comparado com a evolução da descolagem na Figura 5.7, só foi observada essa falha depois de ter sido aplicado o carregamento máximo ao sistema.

Mesmo com o concreto danificado e provavelmente em colapso, o *software* continua a incrementar carregamento ao PRFC, pois o compósito ainda se encontra aderido a face do prisma. A característica do desenvolvimento da descolagem é semelhante ao teste I-1.

**Figura 5.5 - Falha experimental do teste V-11 (a) e evolução do dano na tração (b) e compressão (c)**



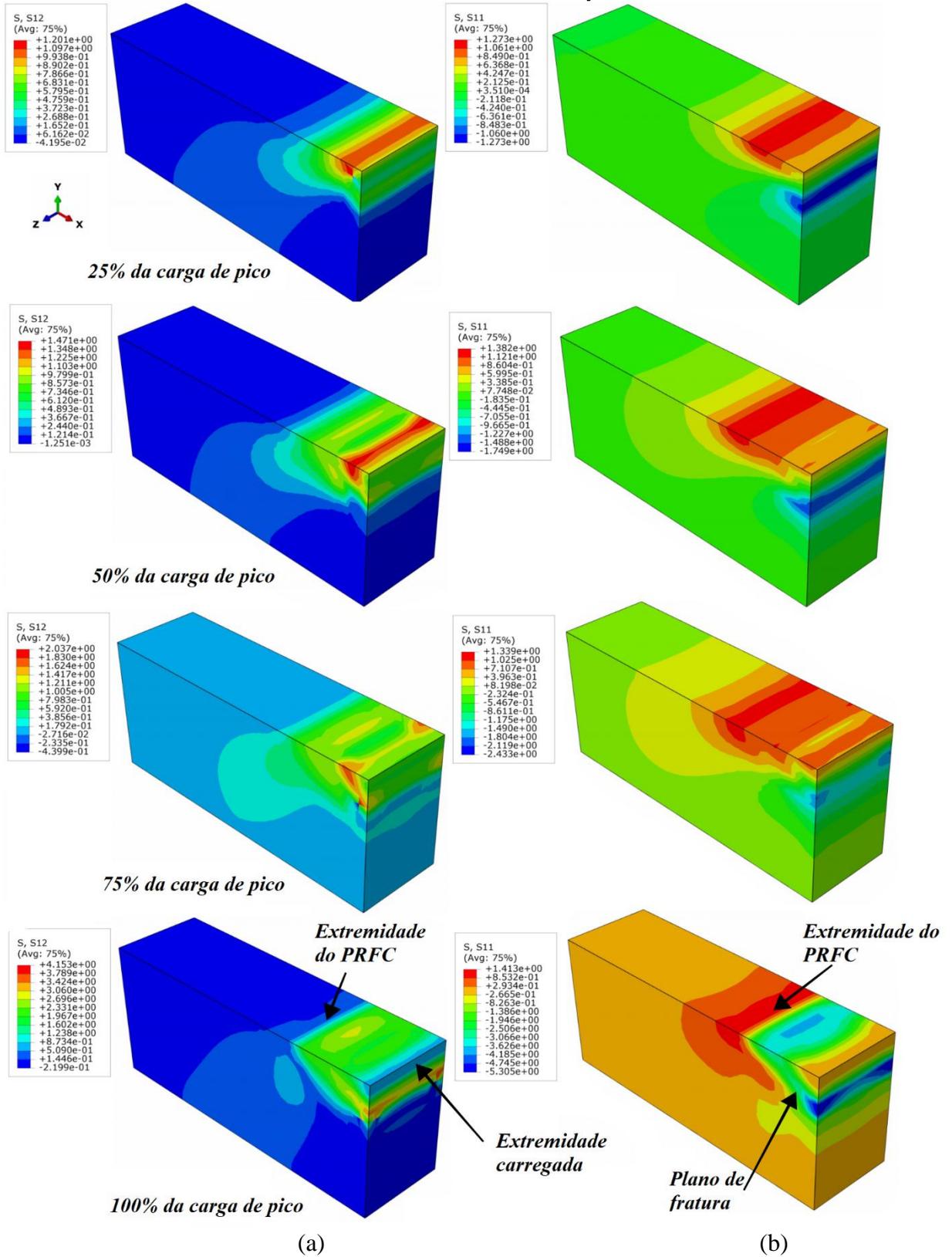


(b)

(c)

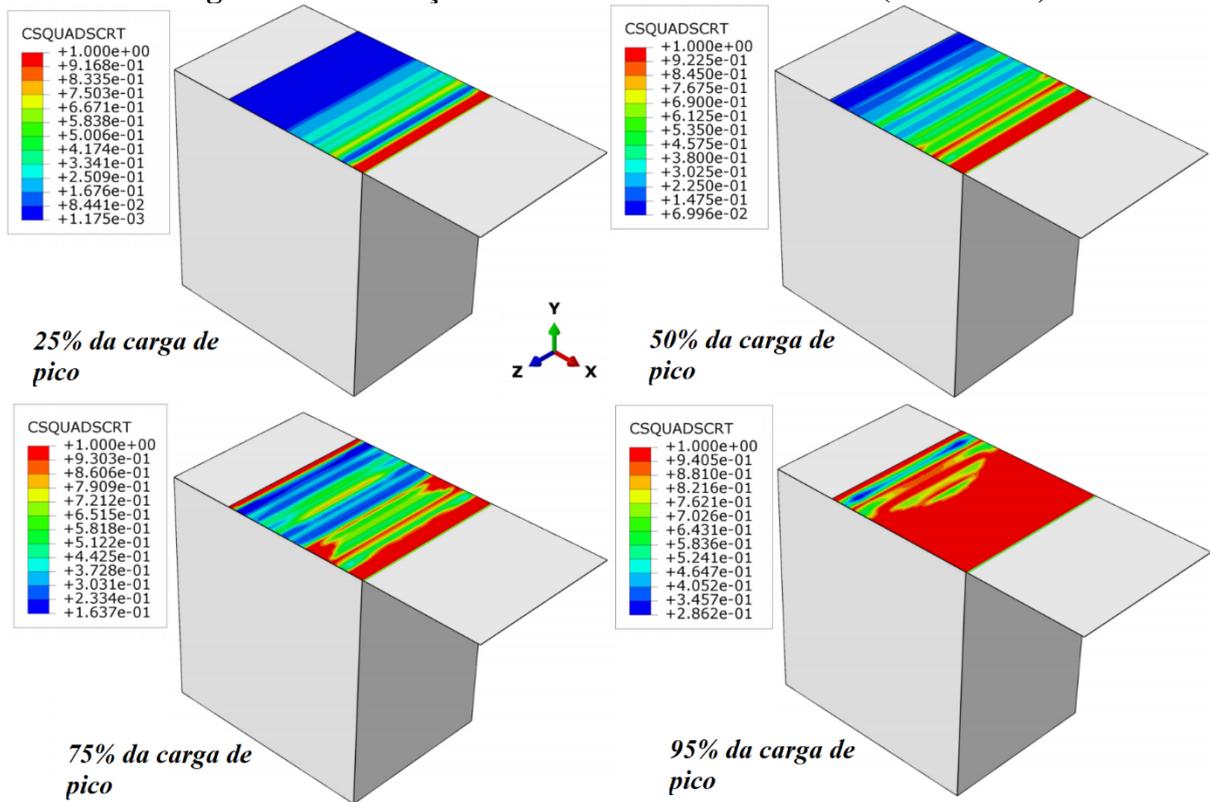
Fonte: Yao, Teng e Chen (2005); O autor (2020)

Figura 5.6 - Evolução das tensões  $S_{11}$  ( $\tau_{xx}$ ) (a) e  $S_{12}$  ( $\tau_{xy}$ ) (b) no concreto (Teste V-11).



Fonte: O autor (2020)

Figura 5.7 - Evolução do dano na interface adesiva (Teste V-11)

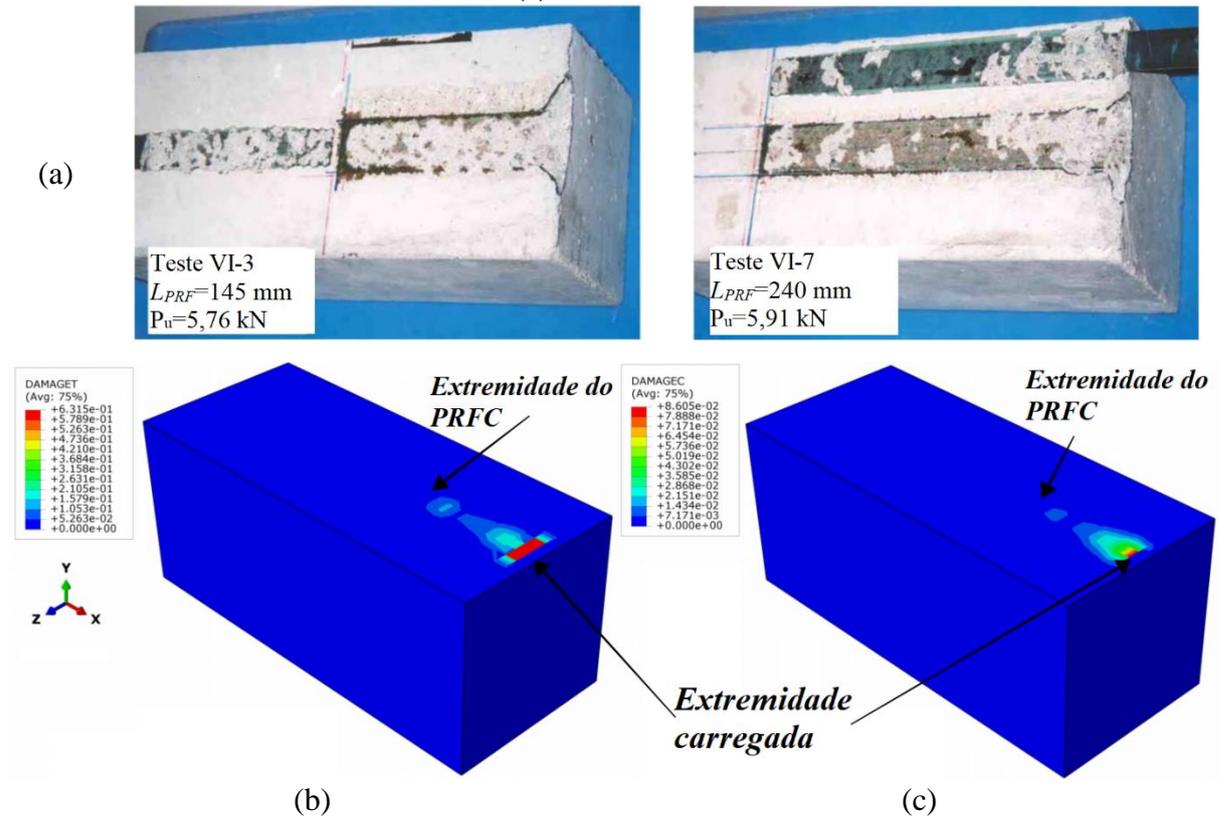


Fonte: O autor (2020)

### 5.1.1.3 Descolagem na interface concreto/adesivo (DB-I)

Os testes VI-2, VI-3 e VI-7 sofreram o colapso da interface concreto/adesivo. Os três obtiveram o mesmo modo de falha, logo optou por apresentar os resultados apenas de uma simulação. Os resultados escolhidos foram do teste VI-2, por apresentar um comportamento muito semelhante ao experimental da curva carga x deslocamento. Nos testes com resultados DB-I houveram pequenos valores de dano a tração, cerca de 0,63. A compressão obteve um valor ainda mais baixo de dano, cerca de 0,08. Assim, o comportamento do prisma de concreto foi muito semelhante aos testes I-1, I-9, II-5 e III-1, não sendo possível observar grandes diferenças. Confrontando com o experimental, também foi observado um arrancamento da extremidade de aplicação da carga, onde existiu maiores danos a tração no concreto. A Figura 5.8 apresenta a comparação dos resultados do teste VI-2 referente ao dano no material. Como os autores não disponibilizaram a foto do experimento, essa verificação procedeu com as fotos dos testes VI-3 e VI-7.

Figura 5.8 - Falha experimental do teste VI-3 e VI-7 (a) e dano a tração (b) e compressão (c) do concreto



Fonte: Yao, Teng e Chen (2005); O autor (2020)

Com relação aos demais resultados, dano no adesivo e evolução das tensões de cisalhamento  $S_{12}$  ( $\tau_{xy}$ ), o comportamento permaneceu quase idêntico aos testes com descolagem e retirada da camada de concreto (DB-C).

## 5.2 SIMULAÇÕES DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO REFORÇADAS AO CISCALHAMENTO

### 5.2.1 Viga referência V0 - O (31,2) E1

Baseado na tabela Tabela 4.1, foram realizadas diversas simulações variando os parâmetros do CDP, no intuito de obter um modelo realista das vigas experimentais. Os parâmetros foram: malha, ângulo de dilatação e viscosidade do concreto. A Tabela 5.2 apresenta os valores variados de cada parâmetro, juntamente com os resultados e o tempo de processamento de cada simulação. Todos os deslocamentos foram aferidos no meio do vão.

Tabela 5.2 – Resultados da calibração da viga V0 - O (31,2) E1

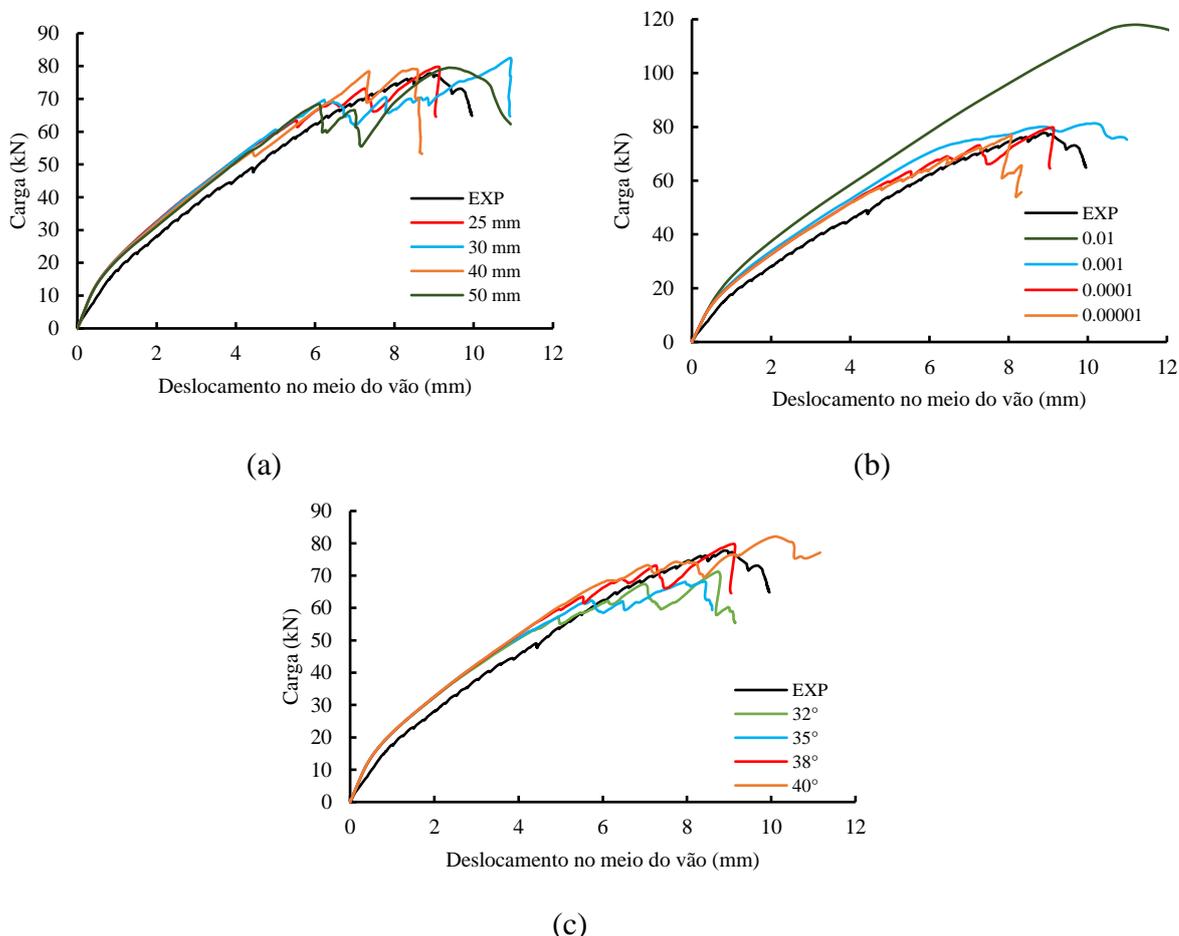
<i>Parâmetro variado</i>	<i>Valores</i>	<i>P<sub>num</sub> (kN)</i>	<i>Parâmetros constantes</i>	<i>Respectivo deslocamento (mm)</i>	<i><math>\frac{P_{exp}}{P_{num}}</math></i>	<i>Processamento (h)</i>
Malha (mm)	50	79,51	$\mu = 10^{-4}$ $\psi = 38^\circ$ $f_{bc}/f_c = 1,16$ $m = 0,1$ $K_c = 0,667$	9,42	0,98	00:05
	40	79,17		8,60	0,98	00:09
	30	82,48		10,94	0,94	00:19
	<b>25</b>	<b>79,55</b>		<b>9,12</b>	<b>0,98</b>	<b>00:22</b>
Viscosidade ( $\mu$ )	$10^{-5}$	76,96	Malha = 25mm $\psi = 38^\circ$ $f_{bc}/f_c = 1,16$ $m = 0,1$ $K_c = 0,667$	8,08	1,00	00:46
	<b><math>10^{-4}</math></b>	<b>79,55</b>		<b>9,12</b>	<b>0,98</b>	<b>00:22</b>
	$10^{-3}$	81,32		11,33	0,96	00:09
	$10^{-2}$	118,00		11,02	0,66	00:03
Ângulo de dilatação ( $\psi$ )	$32^\circ$	67,38	Malha = 25mm $\mu = 10^{-4}$ $f_{bc}/f_c = 1,16$ $m = 0,1$ $K_c = 0,667$	7,00	1,15	00:36
	$35^\circ$	68,00		8,32	1,14	00:31
	<b><math>38^\circ</math></b>	<b>79,55</b>		<b>9,12</b>	<b>0,98</b>	<b>00:22</b>
	$40^\circ$	82,12		10,11	0,95	00:16

Fonte: O autor (2020)

A viga experimental atingiu uma carga máxima de 77,7 kN com um deslocamento aproximado de 9,10 mm. Todos os modelos que variaram a malha do elemento finito apresentaram resultados semelhantes aos experimentais, tanto em picos de cargas quanto em comportamento da curva carga x deslocamento (GENIKOMSOU; POLAK, 2015; NAJAFGHOLIPOUR et al., 2017). De acordo com Genikomsou e Polak (2015), a dependência leve no tamanho da malha está disponível na maioria dos modelos de plasticidade que consideram fenômeno de amolecimento e deformações nas equações constitutivas. Dentre as formas de diminuir a dependência de malha destacam-se: introdução da evolução da abertura de fissura na parte de amolecimento do modelo constitutivo e a regularização do parâmetro de viscosidade. Najafgholipour et al. (2017) afirma que, de fato, o tamanho da malha não afeta consideravelmente a resposta geral do modelo numérico. Em relação às curvas experimentais, a malha de 25 mm foi à que mais correspondeu a realidade, assim como seu deslocamento ter sido praticamente o mesmo do experimental (Figura 5.9 (a)). Como já era de se esperar, à medida que a malha ficava menos densa, o tempo de processamento diminuía.

Como já mencionado, o parâmetro de viscosidade é uma ferramenta matemática que diminui a sensibilidade da malha para modelos constitutivos que sofrem um comportamento de amolecimento, como é o caso do concreto. Quanto maior esse parâmetro, maior é a área de influência do dano. A Figura 5.9 (b) apresenta a comparação dos resultados com a variação de  $\mu$ . Consta-se que quanto maior a viscosidade, menor o tempo de simulação, no entanto, o modelo tende a superestimar a capacidade, ao qual, segundo Dabiri, Kaviani e Kheyroddin (2020), pode levar a um modelo numérico não confiável. Os melhores resultados giraram em torno de 0,0001, sendo este o valor usado nas próximas simulações.

**Figura 5.9 – Simulações da viga  $V0 - O (31,2) E_I$  referente a malha (a), viscosidade (b) e ângulo de dilatação (c)**



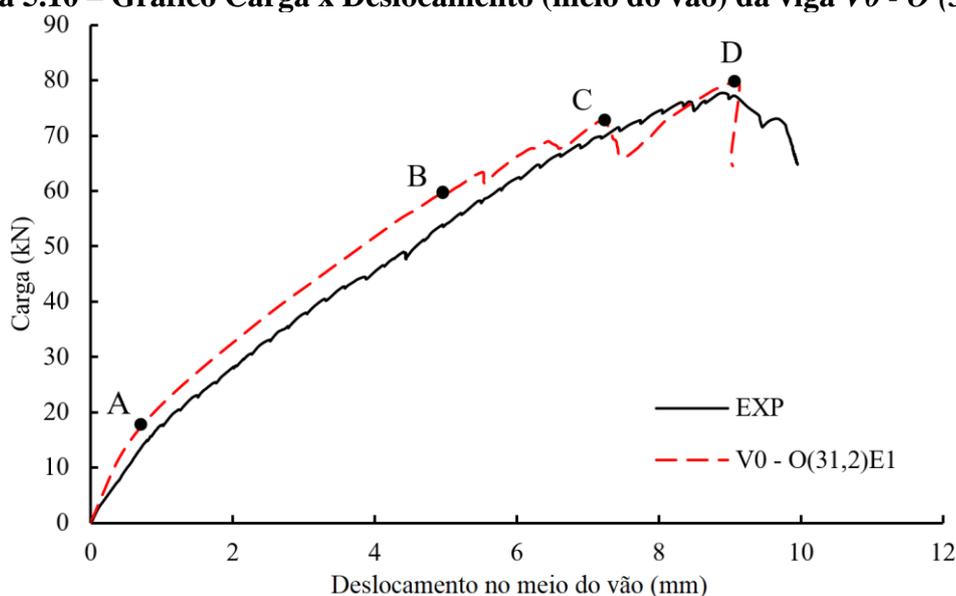
Fonte: O autor (2020)

Apresentado no capítulo 3, o ângulo de dilatação está relacionado a função potencial plástica e descreve o ângulo de inclinação da superfície potencial plástica. Por esse motivo, está ligado a plasticidade e posteriormente ruptura do material. A Figura 5.9 (c), apresenta a evolução da curva carga x deslocamento com a variação do ângulo de dilatação. Malm (2006) observou que pequenos valores deste parâmetro (em torno de  $10^\circ$ ) deixa a resposta do concreto

mais frágil, enquanto ângulos maiores (acima de  $40^\circ$ ) produz respostas mais dúcteis e maiores cargas de pico. Essa observação também foi constatada neste trabalho, como na Figura 5.9 (c). Valores observados mostram que, para este estudo, o valor do ângulo de dilatação que melhor representa o comportamento do experimento é de  $38^\circ$ .

Portanto, com os resultados obtidos, foi possível construir um gráfico carga x deslocamento numérico realista. A Figura 5.10 apresenta essa curva, juntamente com o resumo da calibração na Tabela 5.3 e alguns pontos importantes para as análises de tensão e fissuras no concreto. Com a adoção do modelo *bond-slip* para o aço, a rigidez global da estrutura simulada se aproximou da experimental e foi possível obter bons resultados, o que também foi observado por Jumaa e Yousif (2019c). No entanto, é muito difícil alcançar o comportamento exato da estrutura. Segundo Jumaa e Yousif (2019c), as microfissuras produzidas por retração do concreto também diminuem a rigidez das vigas experimentais, e em modelagens numéricas, os materiais são considerados homogêneos, não sendo considerado esse fator.

**Figura 5.10 – Gráfico Carga x Deslocamento (meio do vão) da viga V0 - O (31,2) E<sub>I</sub>**



Fonte: O autor (2020)

**Tabela 5.3 – Resumo da calibração da viga V0 - O (31,2) E<sub>I</sub>**

Viga	Carga de pico $P_{num}$ (kN)	Desloc. de pico (mm)	$\frac{P_{exp}}{P_{num}}$	Malha (mm)	Processamento (h)	$f_{bc}/f_c$
						1,16
						$m$
						0,1
						$K_c$
						0,667
						$\mu$
						0,0001
V0 - O (31,2) E <sub>I</sub>	79,55	9,12	0,98	25	00:22	$\psi$
						38°

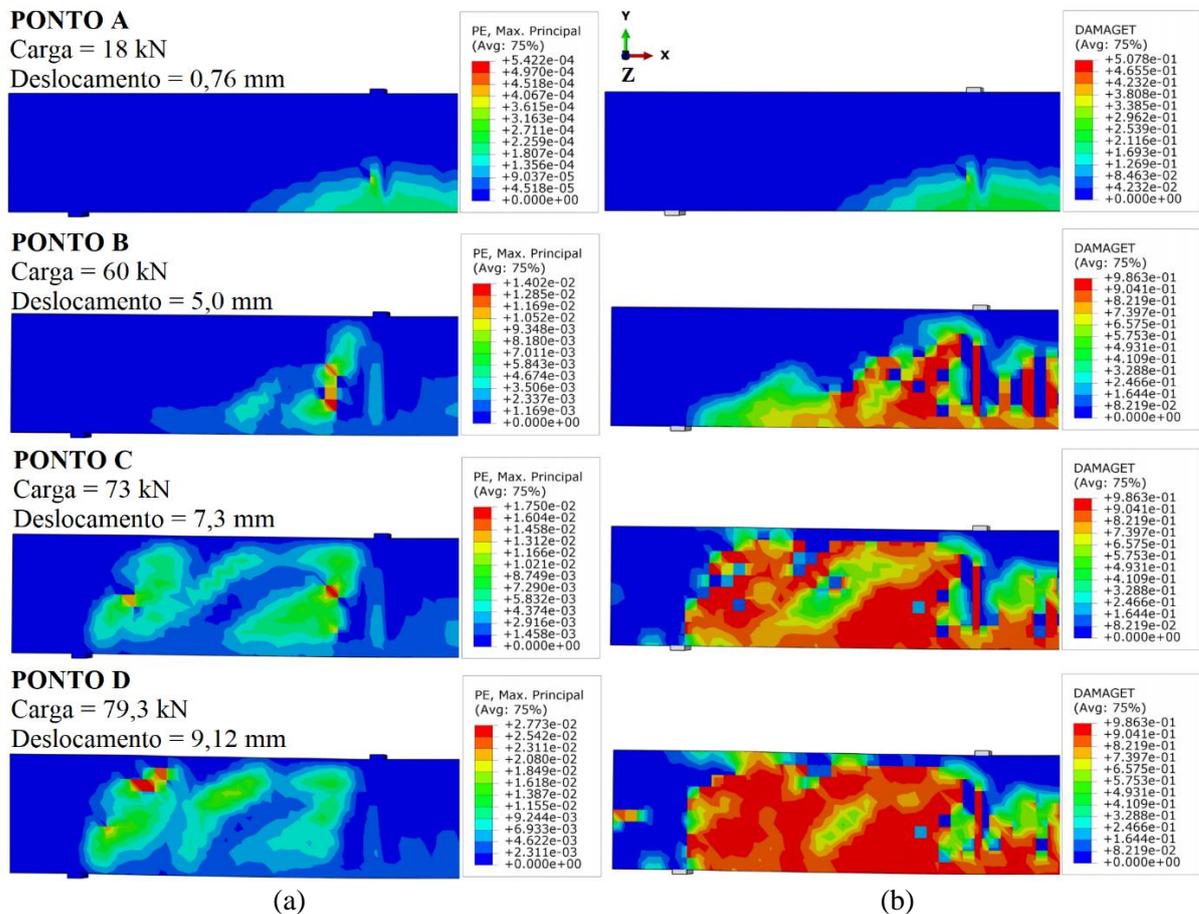
Fonte: O autor (2020)

A Figura 5.11 (a) apresenta o desenvolvimento das fissuras e a Figura 5.11 (b), a evolução do dano à tração no concreto. Observando ambas as figuras, nota-se que, desde o início do

carregamento até o ponto A da Figura 5.10, não houve qualquer dano substancial ao concreto, lembrando que o dano varia de 0 a 1, assim como a inexistência de fissuras consideráveis. Esse estágio é caracterizado como o início do comportamento não linear da estrutura, bem como o experimental.

A partir do ponto A até o ponto B, começam a surgir as primeiras fissuras de flexão no concreto e, conseqüentemente, sua mudança de rigidez devido a evolução do dano. Em destaque, tem-se a evolução das fissuras de flexão no ramo esquerdo da viga. No ponto C, começa a formação da fissura principal de cisalhamento. Nessa etapa, o estudo experimental atingiu o escoamento dos estribos no vão de cisalhamento. No referente estudo, como o aço CA60 não possui um encruamento evidente, não foi informado seu respectivo valor na simulação numérica. Ao analisar os resultados do estudo numérico, entre os estágios C e D, a tensão nos estribos variou de 568MPa até 798MPa, respectivamente (Figura 5.13). Como 798MPa é o valor de ruptura para o estribo, supõe-se, então, que o mesmo atingiu o escoamento durante esta etapa. Por fim, o ponto D é caracterizado pelo colapso do sistema, com a formação da fissura crítica de cisalhamento e outras de flexão.

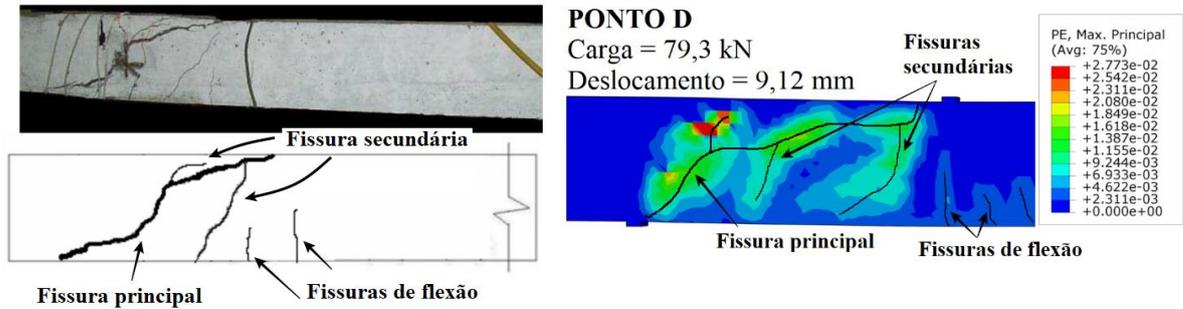
**Figura 5.11 – Evolução das fissuras (a) e dano a tração (b) na viga V0 - O (31,2) E<sub>1</sub>**



Fonte: O autor (2020)

A Figura 5.12 apresenta uma comparação do panorama de fissuração da viga  $V0 - O(31,2)E_I$  e pode ser observada a formação da fissura principal de cisalhamento na diagonal crítica, assim como as fissuras de flexão no concreto.

**Figura 5.12 – Comparação do panorama de fissuração da viga experimental (a) com a numérica  $V0 - O(31,2)E_I$  (b)**

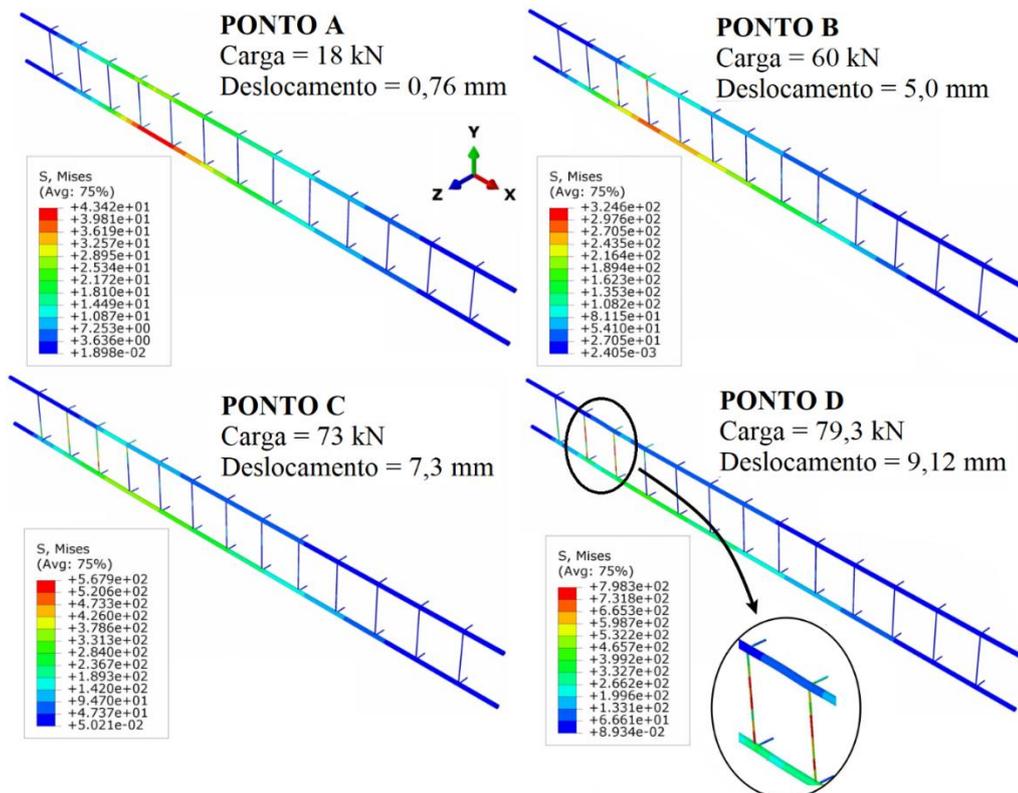


(a) (b)

Fonte: Adaptado de Menon (2008); O autor (2020)

Foi comparada a evolução das tensões de *Von Mises* nas armaduras em aço disposta na Figura 5.13. O aço da armadura longitudinal não entrou em escoamento, obteve uma tensão máxima de 406,2 MPa. Referente aos estribos em destaque no ponto D, foram os mais solicitados, principalmente a partir do ponto C, quando inicia o surgimento da fissura crítica de cisalhamento.

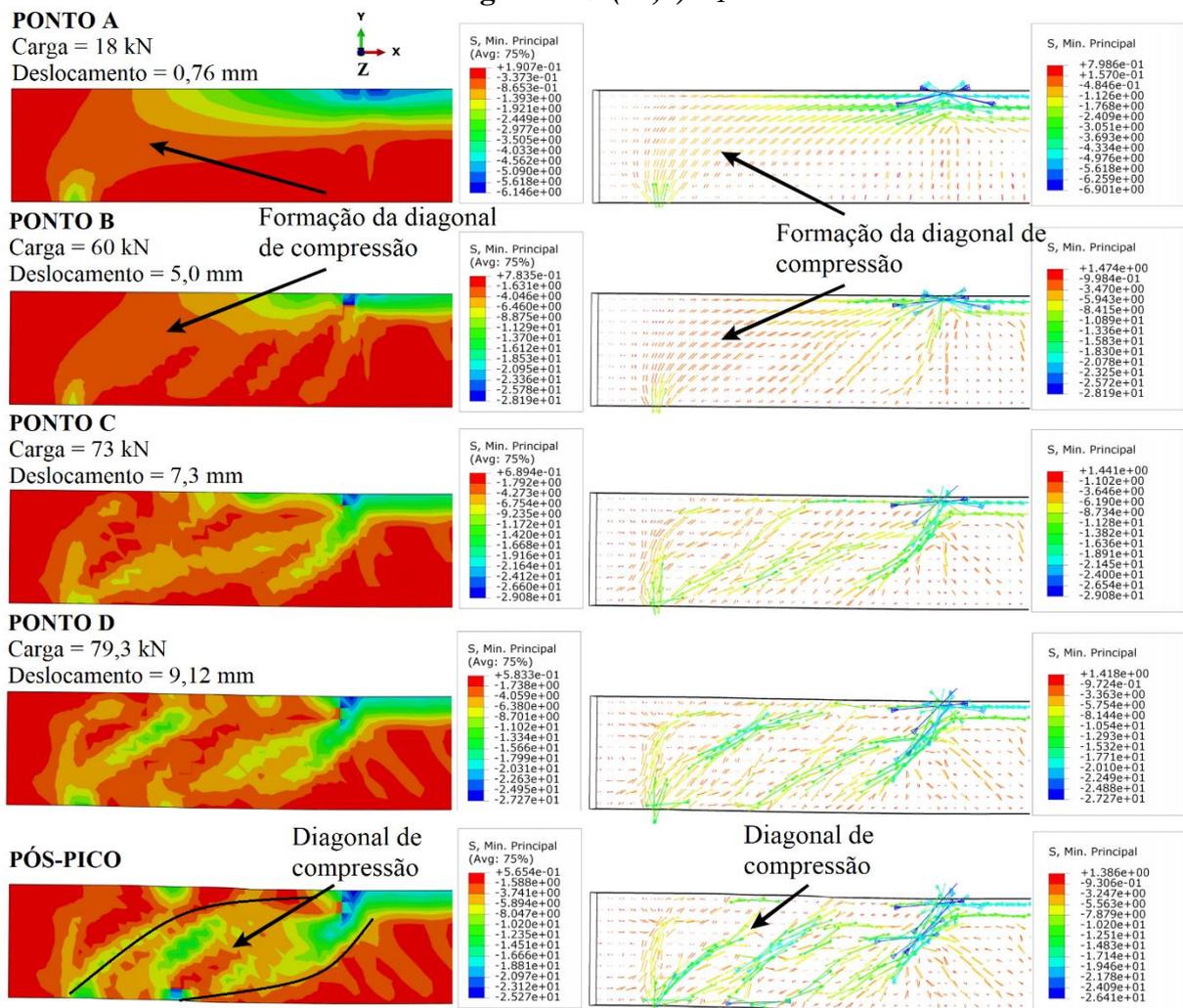
**Figura 5.13 – Tensões de *Von Mises* na armadura em aço**



Fonte: O autor (2020)

A Figura 5.14 ilustra o desenvolvimento das tensões de compressão. Até o ponto A, a viga se comporta como elástica linear, sendo a parte superior sujeita a compressão e a inferior a tração. Nesse ponto, tem-se o início da formação da diagonal de compressão. Jumaa e Yousif (2019a) comentam que essa ação se inicia de tensões a flexão verticais que se propagam em um ângulo inclinado em direção ao ponto de carga. Com o processo de carregamento, as tensões de compressão no vão de cisalhamento se formam por completo, como nos pontos C, D e Pós - pico.

**Figura 5.14 – Desenvolvimento das tensões principais de compressão ( $S_{Min,Principal}$ ) na viga  $V0 - O(31,2)E_1$**



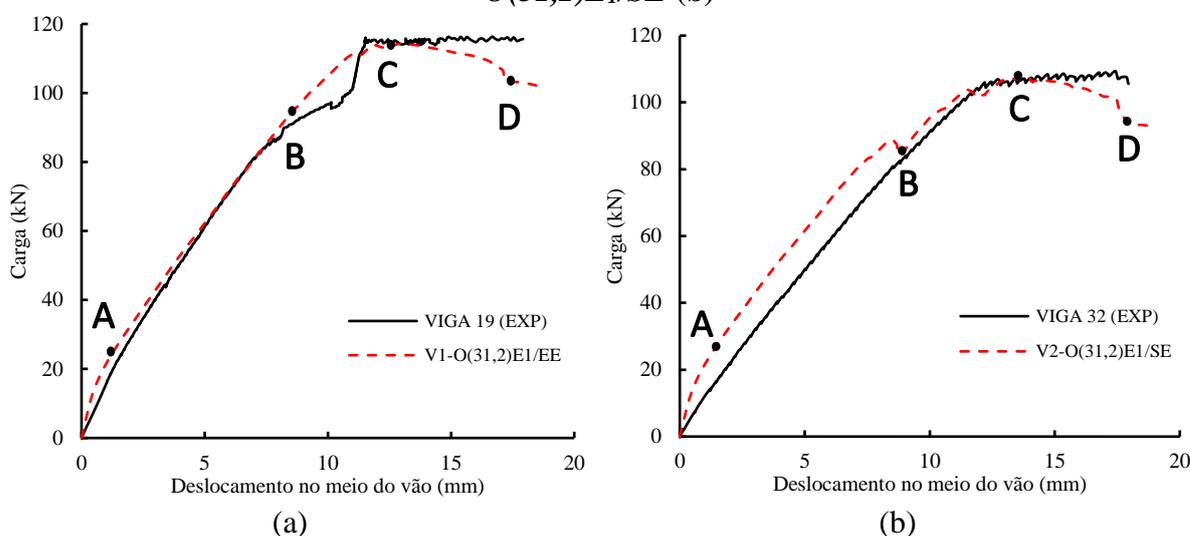
Fonte: O autor (2020)

### 5.2.2 Análises das vigas reforçadas $V1 - O(31,2)E_1/EE$ e $V2 - O(31,2)E_1/SE$

Com a viga referência  $V0 - O(31,2)E_1$  calibrada, a mesma foi reforçada e, então, simulada novamente. Os testes  $V1 - O(31,2)E_1/EE$  e  $V2 - O(31,2)E_1/SE$  foram comparados com os resultados experimentais. A Figura 5.15 apresenta a comparação gráfica dos resultados de

ambas as vigas. As curvas mostram boa concordância entre os resultados numérico e experimental, que indicam que os modelos adotados no ABAQUS podem simular situações de reforço estrutural. Nota-se que, assim como no experimental, o teste numérico com reforço posicionado sobre estribos internos obteve uma menor capacidade resistente em comparação com o PRFC posicionado entre a armadura transversal. Karzad et al. (2019) também notaram a interação entre esses dois elementos e a diferença de capacidade de carga ao posicionar o reforço próximo aos estribos. Assim como dito anteriormente, também foram destacados pontos importantes da evolução do carregamento na Figura 5.15.

**Figura 5.15 – Gráficos carga x deslocamento das vigas V1 -  $O(31,2)E_1/EE$  (a) e V2 -  $O(31,2)E_1/SE$  (b)**



Fonte: O autor (2020)

A Tabela 5.4 retrata uma comparação da tenacidade<sup>8</sup> de cada simulação, obtida pela área abaixo das curvas carga x deslocamento. Foi observado que houve diferença dessa propriedade entre os testes. Enquanto o colapso do teste  $V0 - O(31,2)E_1$  teve uma características frágil devido ao surgimento da fissura crítica de cisalhamento, os resultados numéricos da estrutura reforçada foram dúcteis, resultados semelhantes aos encontrados na literatura (ESLAMI et al., 2020; YU et al., 2019). Houve um aumento de 1084,34 J (236%) na tenacidade quando o reforço foi posicionado entre os estribos internos e 1015,25 J (221%) quando sobre. Esse aumento ocorre devido a existência do reforço, que aumenta a capacidade de deslocamento da viga, mudando a falha frágil ao cisalhamento para dúctil a flexão.

<sup>8</sup> Segundo Beer et al. (2011), a tenacidade é a área total sob o diagrama tensão x deformação e representa a energia por unidade de volume necessária para fazer o material entrar em ruptura. Portanto, a tenacidade do material está relacionada com a sua ductilidade, bem como a seu limite de resistência, e que a capacidade de uma estrutura em resistir a uma força depende da tenacidade do material utilizado.

**Tabela 5.4 – Tenacidade para as vigas V0, V1 e V2**

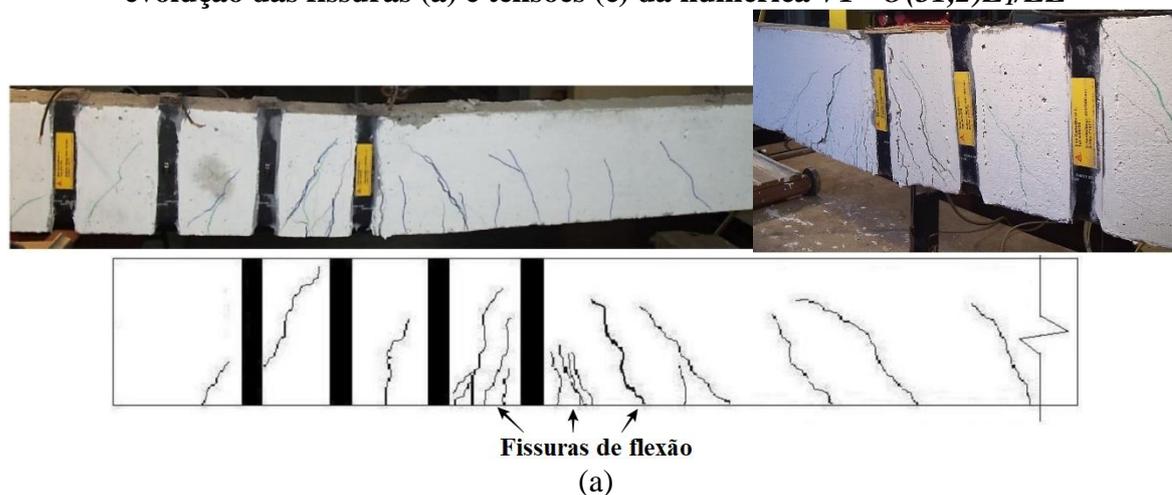
Viga	Equação aproximada da curva ( $N \cdot mm$ )	R <sup>2</sup>	Tenacidade ( $N \cdot m = J$ )
V0 - O(31,2) E <sub>1</sub>	$y = -3,2129x^6 + 99,441x^5 - 1177,3x^4 + 6656,4x^3 - 18961x^2 + 35485x - 102,4$	0,980	459,32
V1 - O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,051x^6 + 3,3614x^5 - 83,291x^4 + 946,44x^3 - 5269,7x^2 + 23140x + 2047,1$	0,999	1543,66
V2 - O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	$y = 0,0105x^6 - 0,3774x^5 + 0,3321x^4 + 118,98x^3 - 1912,1x^2 + 18947x + 1494,1$	0,995	1474,57

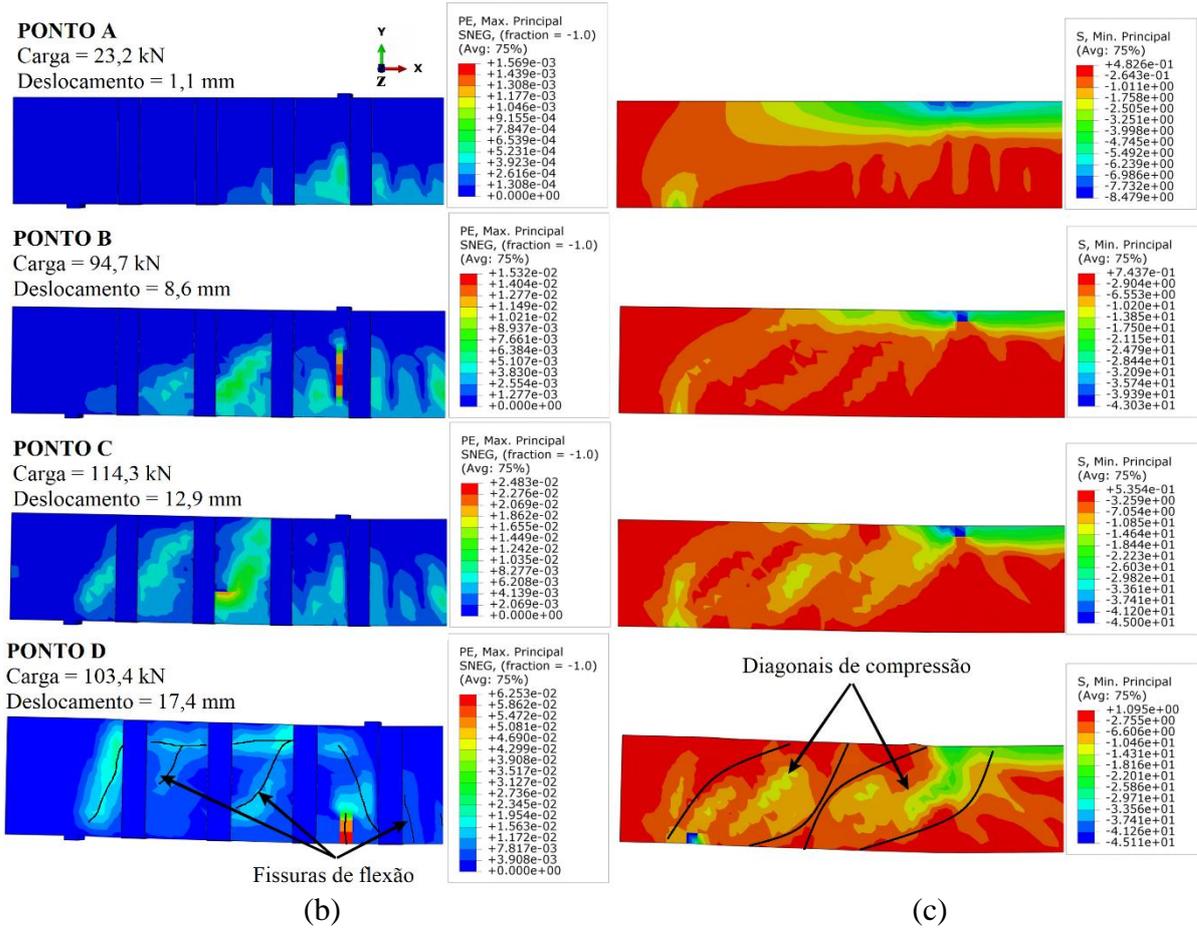
Fonte: O autor (2020)

Outra observação importante é a comparação entre as vigas V1 e V2, ou seja, reforçada entre e sobre estribos internos, respectivamente. Apesar de ambas terem uma ruptura mais dúctil que a viga V0, a V1 obteve uma capacidade de carga pouco maior que a V2, cerca de 5,83% maior. Na viga sobre estribos internos, a rigidez pós-fissuração do sistema diminui mais rapidamente do que entre estribos. Portanto, existem maiores deformações no concreto e, conseqüentemente, maiores danos e fissuras.

Assim como no programa experimental, a viga com reforço sobre estribos internos também sofreu descolamento prematuro. Esse é o principal fator pelo qual o resultado do teste em questão obteve menor capacidade de carga. Além disso, apesar da semelhança de tenacidade, a viga V1 apresentou maiores concentrações de fissuras a flexão do que a V2. O teste sobre estribos internos, além do descolamento do PRFC, obteve como característica principal o esmagamento do concreto próximo a aplicação de carga. Mesmo não muito evidente e sem a forma de diagonal crítica de cisalhamento, também foi possível observar uma fissura principal a cortante na viga V2. As comparações das vigas V1 - O(31,2)E<sub>1</sub>/EE e V2 - O(31,2)E<sub>1</sub>/SE com o resultados experimentais se encontram na Figura 5.16 e Figura 5.17, respectivamente, juntamente com os pontos importantes da evolução do carregamento.

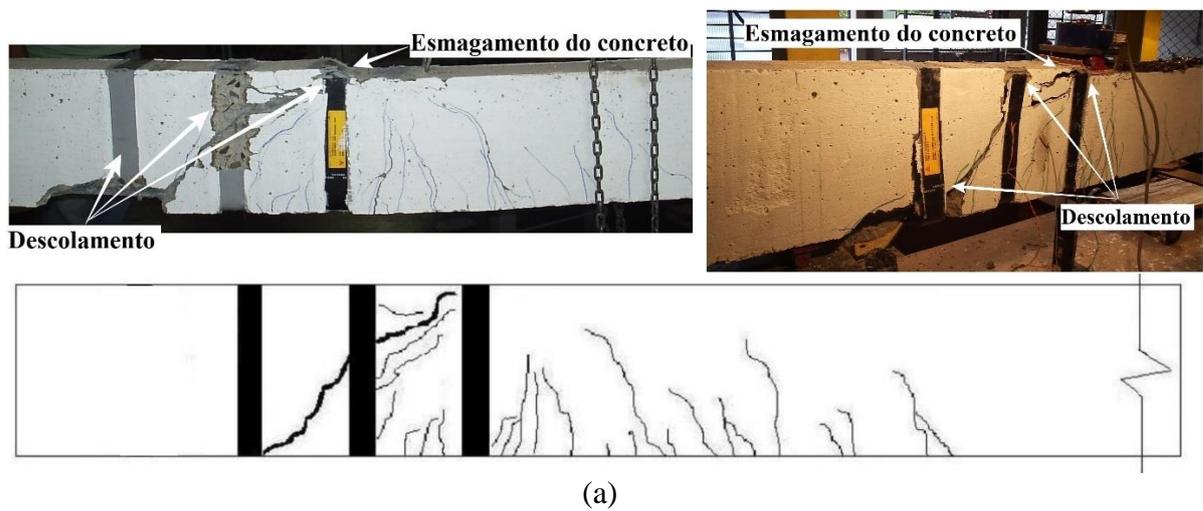
**Figura 5.16 - Comparação do panorama de fissuração da viga experimental 19 (a) com a evolução das fissuras (a) e tensões (c) da numérica V1 - O(31,2)E<sub>1</sub>/EE**

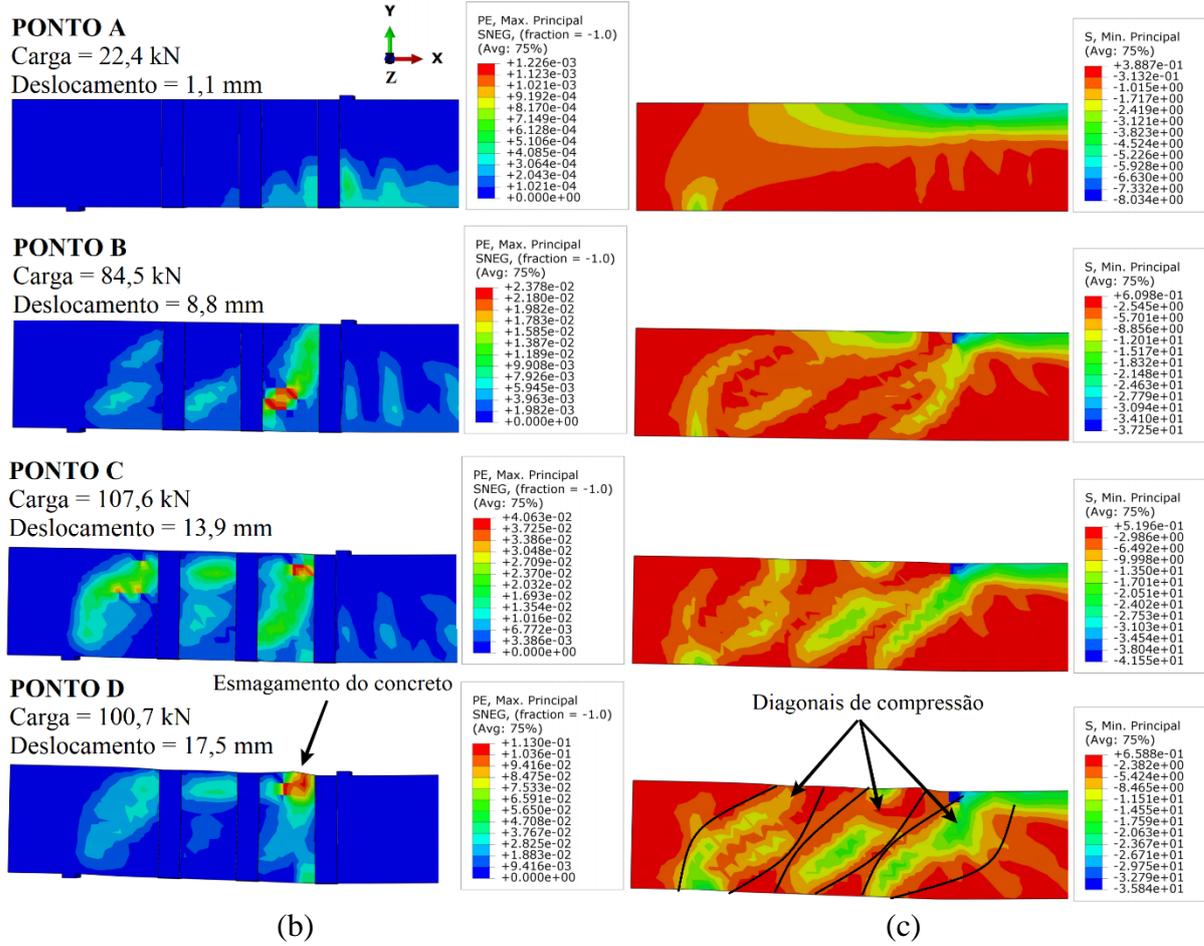




Fonte: Adaptado de Menon (2008); O autor (2020)

Figura 5.17 - Comparação do panorama de fissuração da viga experimental 32 (a) com a evolução das fissuras (a) e tensões (c) da numérica V2 -  $O(31,2)E_1/SE$

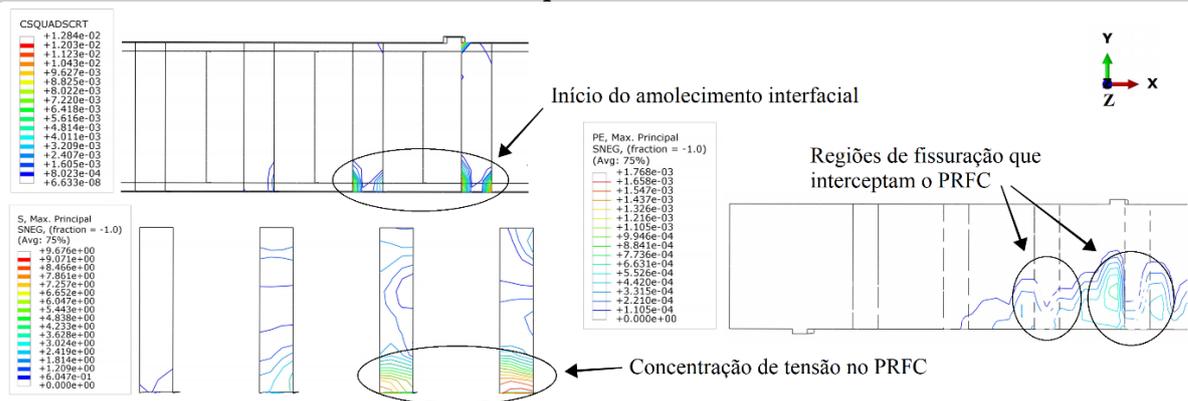




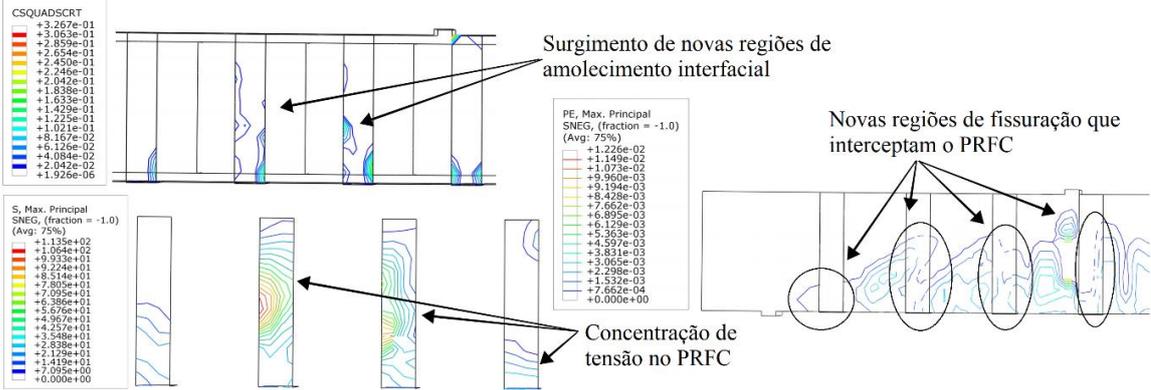
Fonte: Adaptado de Menon (2008); O autor (2020)

Como mencionado anteriormente, o teste VI -  $O(31,2)E_1/EE$  se diferencia do V2 -  $O(31,2)E_1/SE$  por não apresentar um descolamento evidente do PRFC. Pellegrino e Modena (2008) afirmam que a fissuração do concreto causa concentração de tensões no PRF e pode proceder em descolamentos locais. A evolução do dano na interface, tensões e fissuras no concreto de ambas as vigas podem ser observadas pelas Figura 5.18 e Figura 5.19.

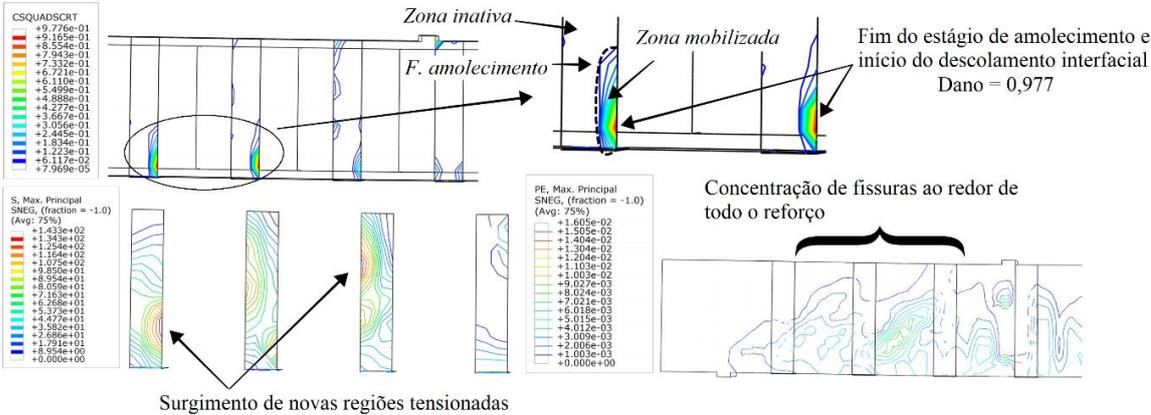
**Figura 5.18 – Evolução do dano no adesivo, tensões no PRFC e fissuras no concreto para a viga VI -  $O(31,2)E_1/EE$  5% de processamento**



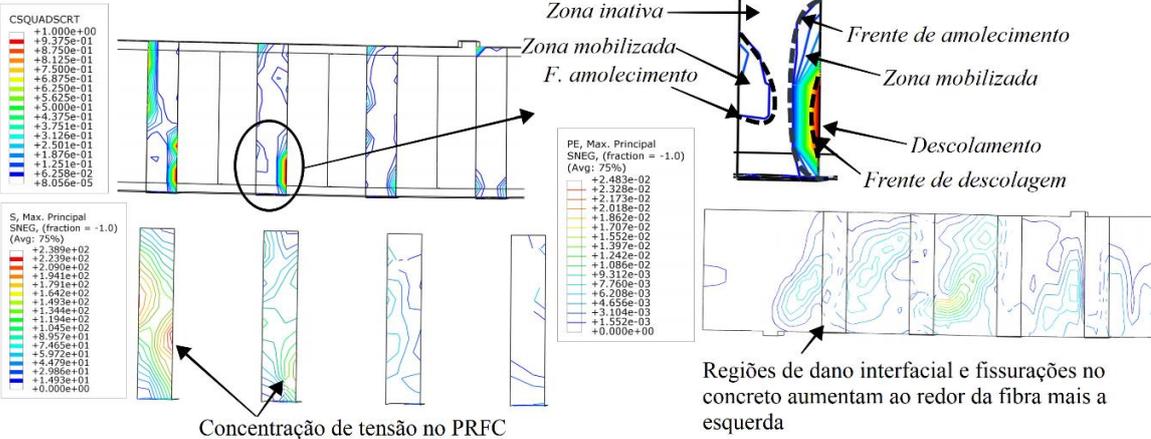
**25% de processamento**



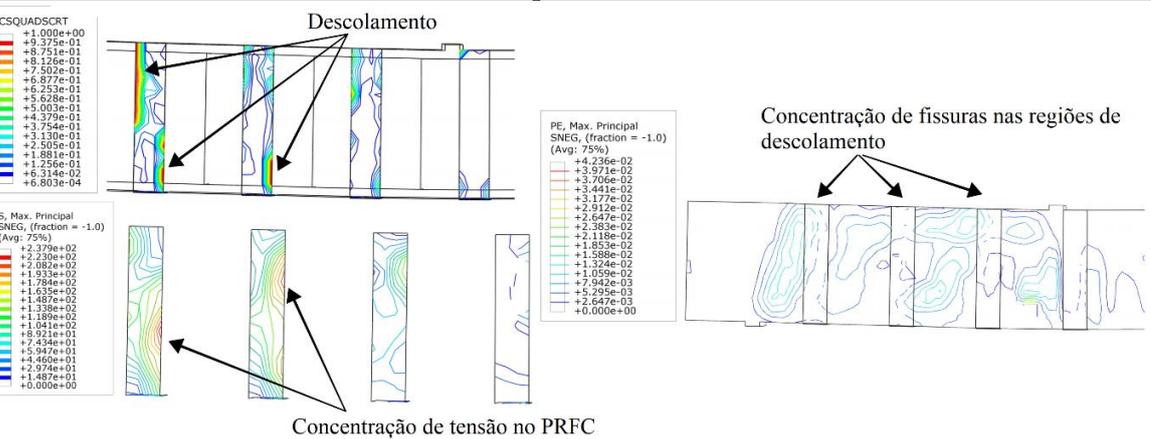
**40% de processamento**

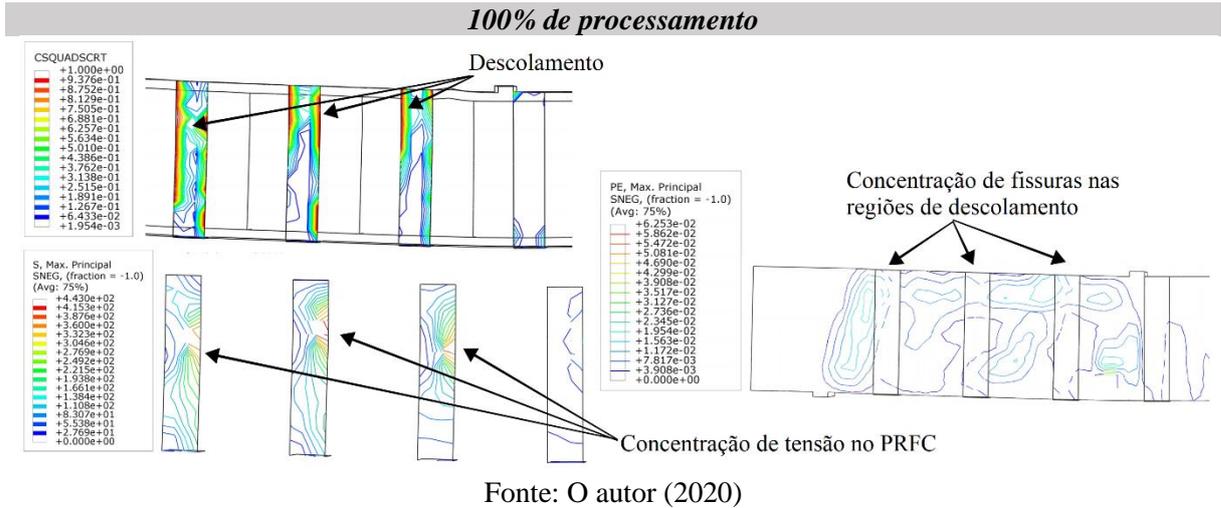


**55% de processamento**

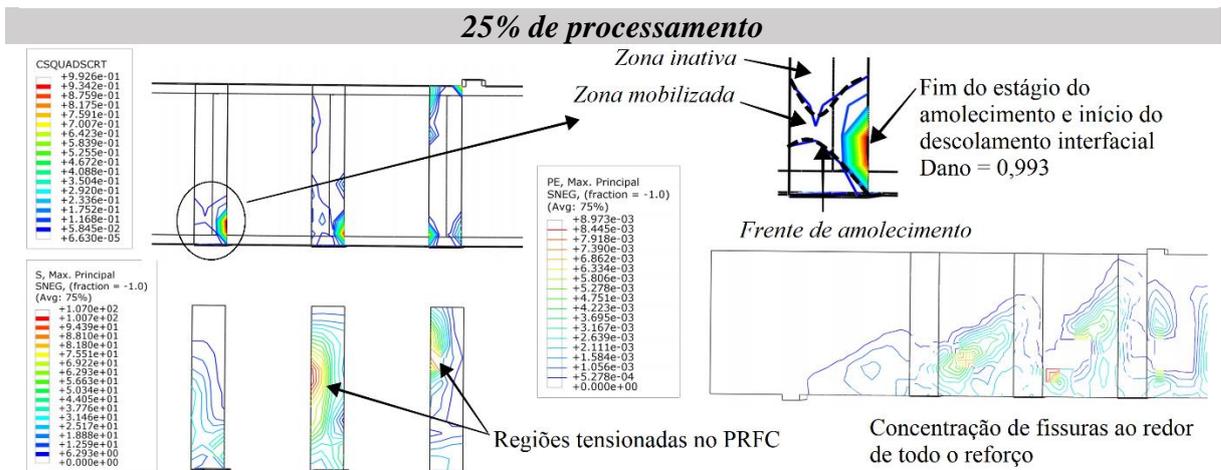
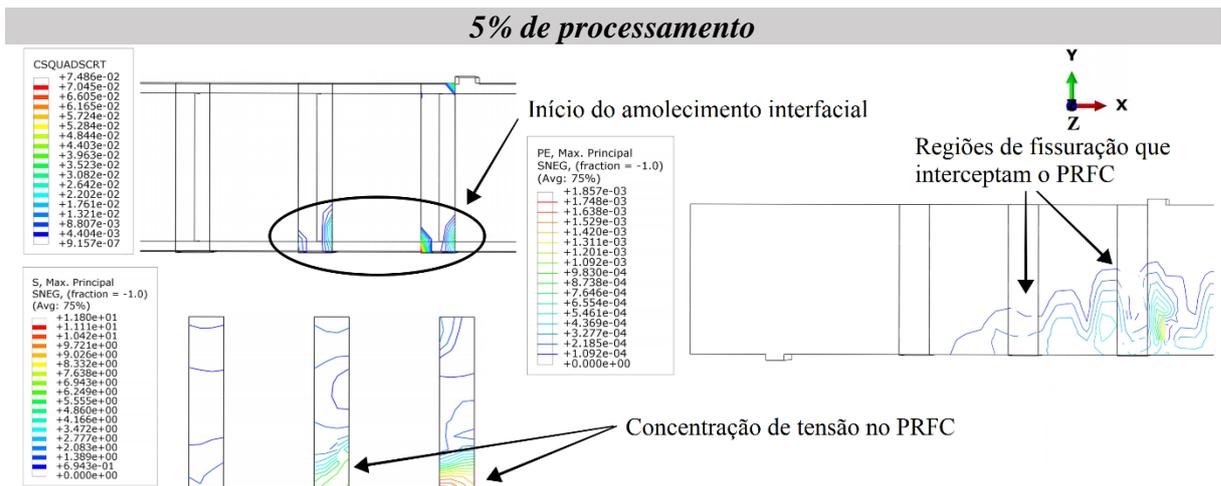


**70% de processamento**

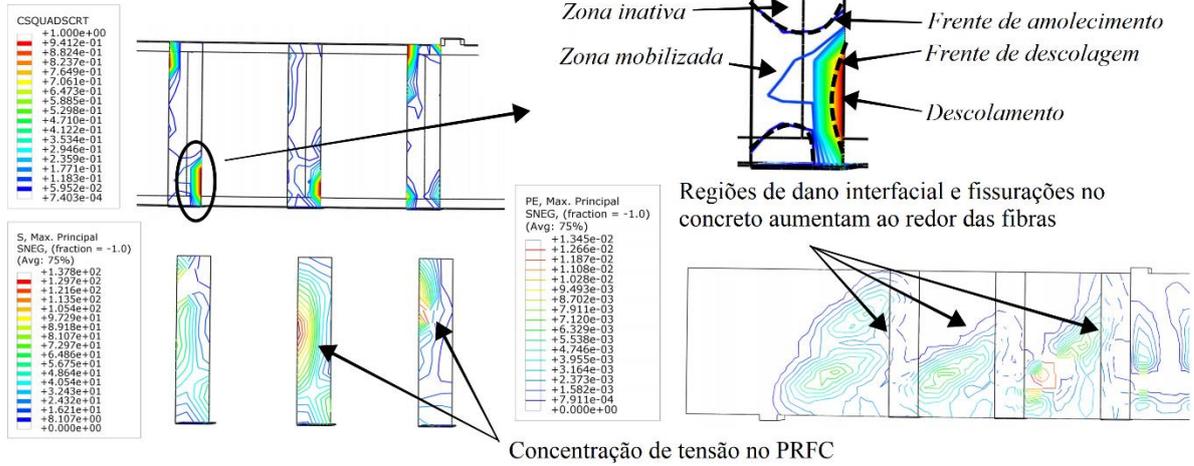




**Figura 5.19 - Evolução do dano no adesivo, tensões no PRFC e fissuras no concreto para a viga V2 -  $O(31,2)E_1/SE$**

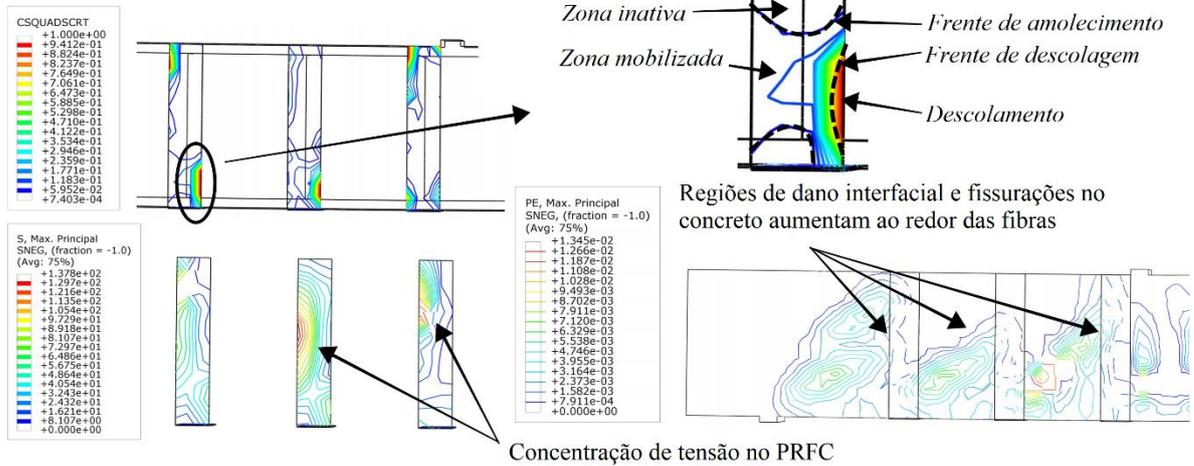


**35% de processamento**



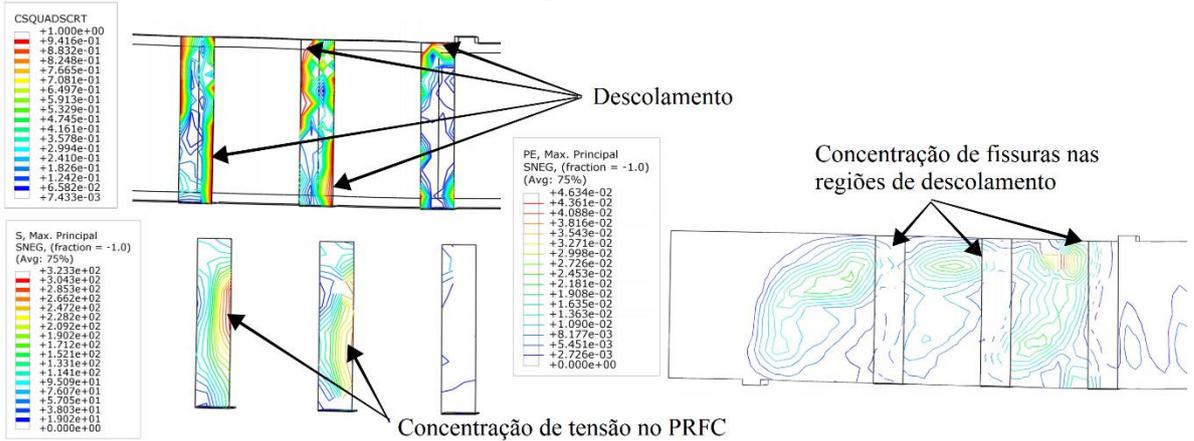
Concentração de tensão no PRFC

**50% de processamento**

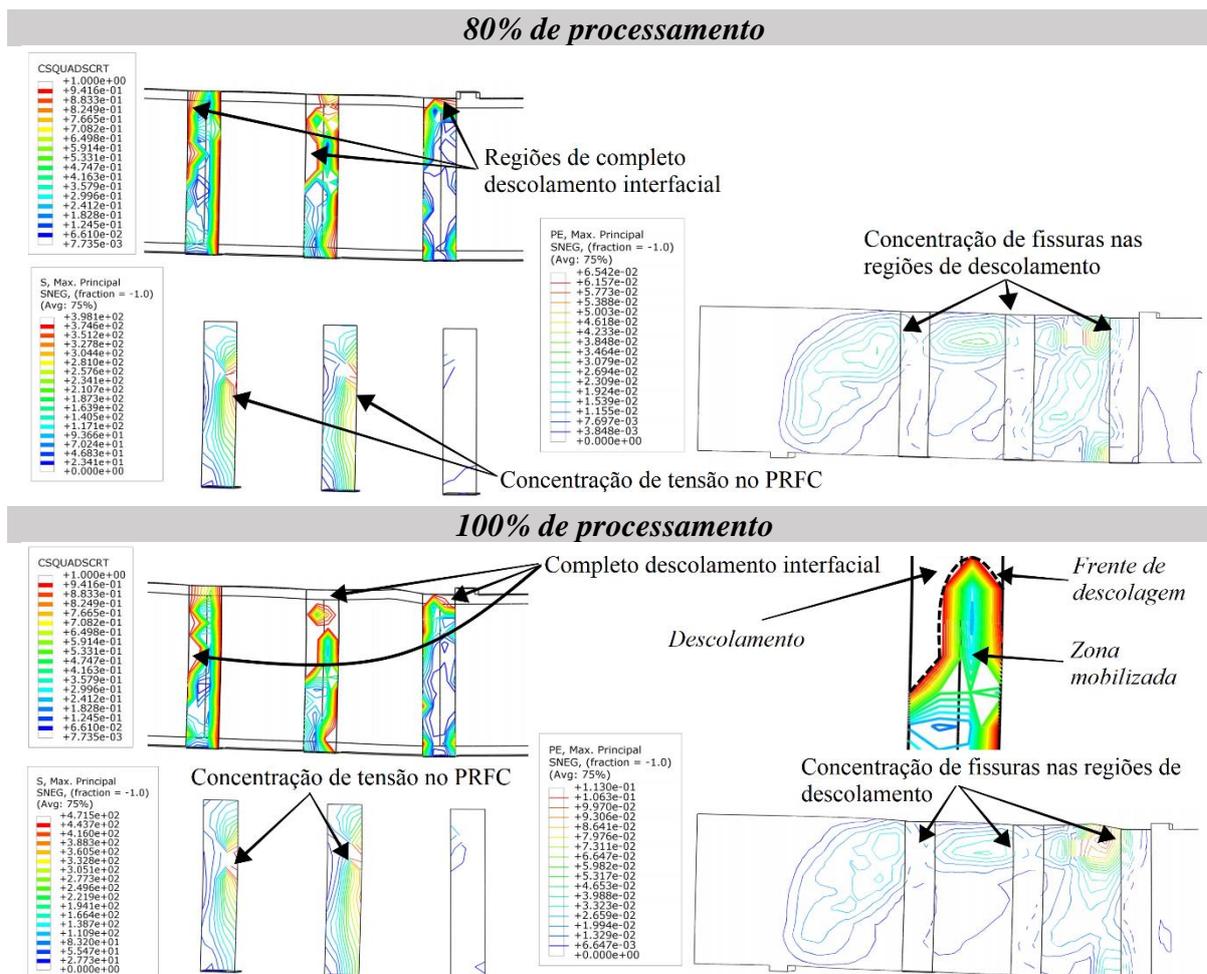


Concentração de tensão no PRFC

**70% de processamento**



Concentração de tensão no PRFC



Fonte: O autor (2020)

Como observado por Pellegrino e Modena (2008), a evolução do descolamento se deu pela fissuração no concreto, ao qual causou concentração de tensão no PRFC no decorrer do processamento. Com 40% de processamento para a viga VI e 25% para a viga V2, inicia-se o descolamento interfacial do reforço, a partir de regiões de amolecimento na interface (Zona mobilizada). Nas etapas seguintes, surge a frente de descolagem e, conseqüentemente, o descolamento. Em conformidade com Chen, Teng e Chen (2012), as fibras mais à esquerda em ambas as situações foram as que sofreram maiores descolamentos. Porém, o início do descolamento em 25% do processamento e maiores regiões de falha interfacial, mostraram que a viga V2 exigiu mais do reforço que a VI, o que comprova a menor tenacidade da primeira. Ao comparar a viga reforçada sobre estribos internos com a experimental, os pontos de descolamento foram os mesmos, dando destaque para os dois compósitos à esquerda.

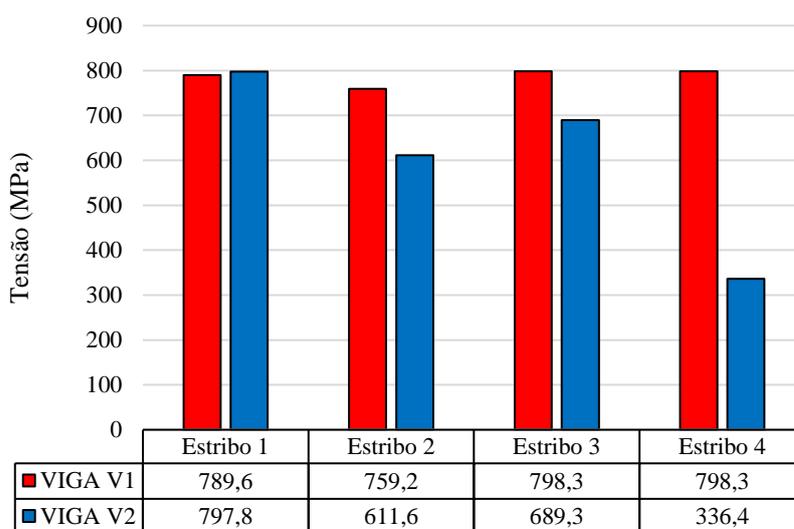
Ao comparar a forma de descolagem das vigas com o padrão observado anteriormente (de uma extremidade a outra do PRFC, vista nos resultados do item 5.1.1), as lâminas sofrem dano primeiramente nas laterais. Isso pode ter ocorrido devido a diferença de testes, uma vez

que o prisma foi testado unicamente para avaliar o descolamento em uma direção (X) e a viga tende a suportar tensões em várias direções (X, Y e Z), fato considerado por Hanoon et al. (2017) em seus estudos. Além disso, de acordo Pellegrino e Modena (2002), a distribuição não uniforme das fissuras diagonais também foi um fator primordial para o formato do descolamento.

As Figura 5.20 e Figura 5.21 apresentam uma comparação das tensões nos estribos das vigas V1 e V2. Quase todas as armaduras transversais da viga V1 atingiram a tensão máxima de 798,3 MPa ou ficou muito próxima deste valor, enquanto apenas o estribo 1 da V2 atingiu um valor próximo. Segundo Pellegrino e Modena (2008), a abertura de fissura de cisalhamento tem valor máximo no início da fissura crítica (próximo ao apoio) e um valor baixo ao final da fissura (próximo a zona comprimida), onde os estribos não alcançam a tensão de escoamento, fato evidente nos estribos da viga V2. Com o reforço posicionado entre os estribos internos, o concreto e a própria armadura transversal devem absorver as tensões, por isso os esforços nos estribos foram maiores.

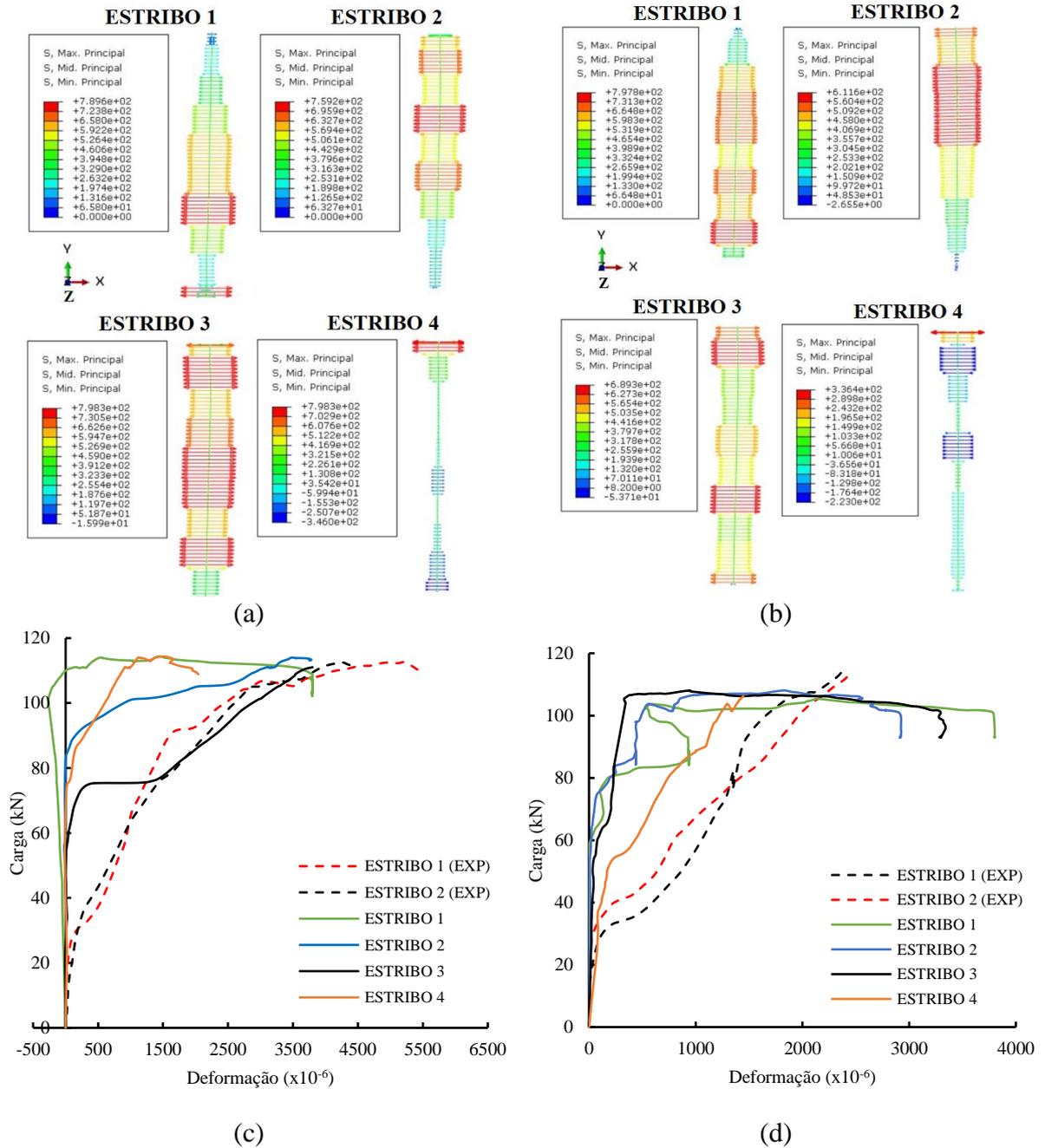
Na fase inicial de carregamento, nenhuma contribuição considerável foi observada nos estribos 1, 2 e 3 de ambas as vigas (Figura 5.21(c) e Figura 5.21(d)). O estribo 4 apresentou maiores deformações iniciais na viga V2. A partir do momento em que se inicia a fissura crítica de cisalhamento, os estribos começam a ser solicitados, a viga V2 teve um início em aproximadamente 100 kN.

**Figura 5.20 – Gráfico de comparação entre as tensões nos estribos das vigas V1 e V2**



Fonte: O autor (2020)

Figura 5.21 – Tensões nos estribos das vigas VI (a) e V2 (b) e curvas carga x deformação nas vigas V1 (c) e V2(d)



Fonte: O autor (2020)

### 5.2.3 Análises paramétricas das vigas reforçadas

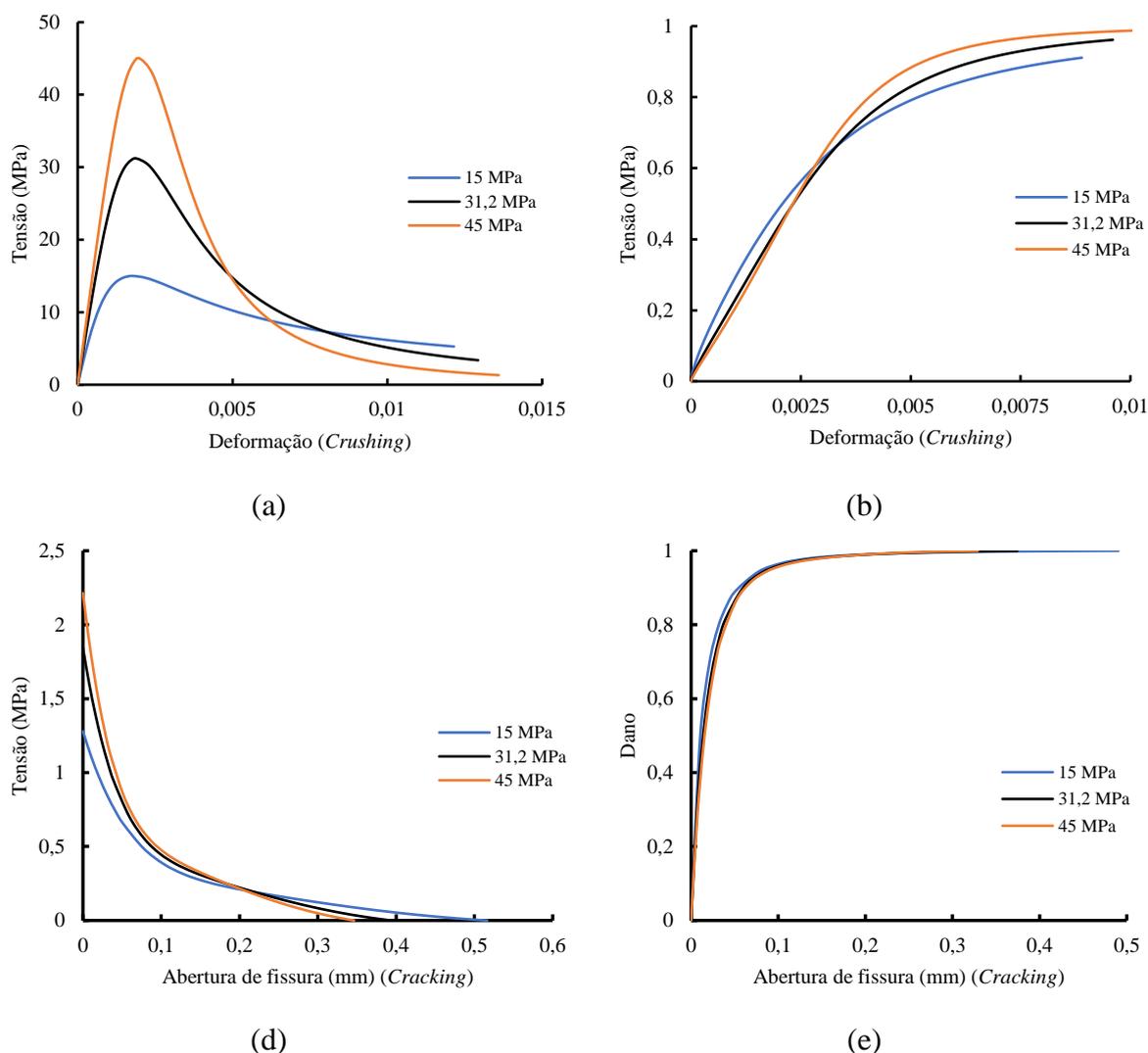
Com base nas vigas VI e V2, foi variada a resistência média do concreto ( $f_{cm}$ ), o vão de cisalhamento  $a/d$ , as propriedades dos estribos e o cobrimento destas vigas.

#### 5.2.3.1 Variação da resistência média do concreto

Neste item foram testadas as resistências médias a compressão do concreto de 15MPa (entre e sobre estribos internos) e 45MPa (entre e sobre estribos internos) para as vigas VI e

V2. Todas as demais propriedades como: condições de contorno (apoios e aplicação de carga), demais propriedades dos materiais (aço, PRFC e adesivo), cobrimento e modelos numéricos foram as mesmas que no item 5.2.2. A Figura 5.22 apresenta as curvas constitutivas do modelo de acordo com a resistência a compressão do concreto.

**Figura 5.22 – Curvas de compressão (a), dano a compressão (b), tração (c) e dano a tração (d) com variação do  $f_{cm}$**

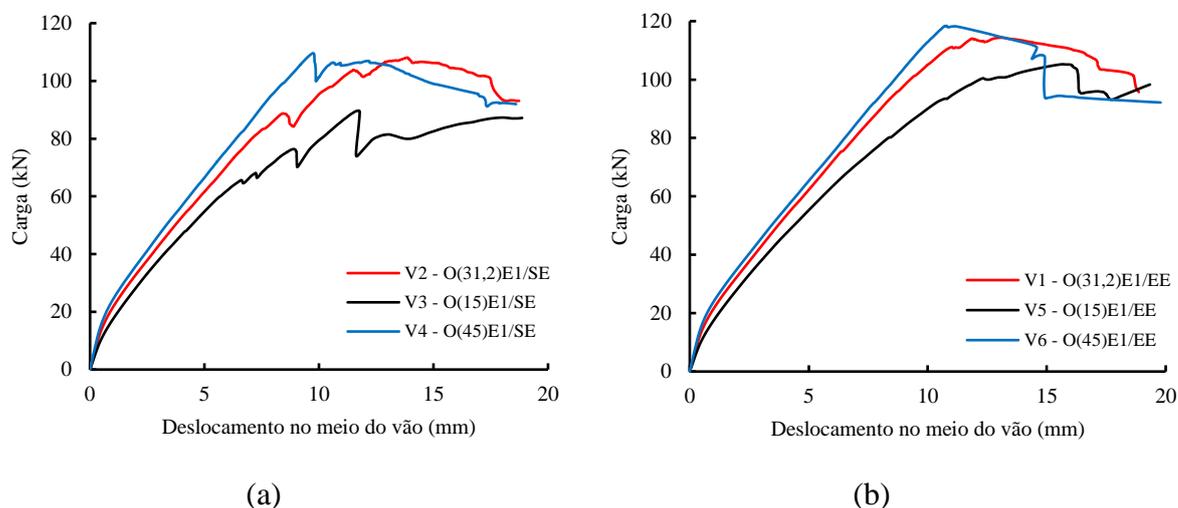


Fonte: O autor (2020)

Primeiramente, é apresentada uma comparação gráfica das vigas  $V3 - O(15)E_1/SE$  e  $V4 - O(45)E_1/SE$  com a viga  $V2 - O(31,2)E_1/SE$  pela Figura 5.23 (a). Como era esperado, houve mudanças na rigidez da viga com a variação do  $f_{cm}$ , pois quanto maior esse fator, maior era a rigidez inicial da estrutura. A Figura 5.23 (b) apresenta uma comparação no diagrama carga x deslocamento das vigas  $V5 - O(15)E_1/EE$  e  $V6 - O(45)E_1/EE$ , ambas reforçadas com PRFC entre estribos internos. Assim como anteriormente, a rigidez da viga aumentou com o aumento

do  $f_{cm}$ . No entanto, as vigas reforçadas com PRFC posicionado sobre estribos internos teve um comportamento mais frágil que as demais.

**Figura 5.23 – Gráficos carga x deslocamento com variação do  $f_{cm}$  para reforço sobre estribos (a) e entre estribos (b)**



Fonte: O autor (2020)

A Tabela 5.5 mostra um resumo da Figura 5.23, assim como a Figura 5.24. Pode ser observado que mesmo com o aumento do  $f_{cm}$  do concreto, o ganho de resistência global da estrutura não foi proporcional, como avaliado por Hanoon et al. (2017). Com 15MPa o decréscimo de carga foi de 17% para a viga V3 e 7,9% para a V5, e com 45MPa a carga de pico foi praticamente a mesma de 31,2MPa para as vigas V4 e V6. Já a deslocabilidade foi inversamente proporcional ao  $f_{cm}$  em relação as vigas V1, V5 e V6, tem-se, então, um comportamento com maior tenacidade ao aumentar a resistência a compressão do concreto (Tabela 5.6). As vigas V2, V3 e V4 não seguiram exatamente o mesmo padrão e seus comportamentos foram mais frágeis.

**Tabela 5.5 – Comparação de resistência entre as vigas V3-O(15)E<sub>1</sub>/SE, V4-O(45)E<sub>1</sub>/SE, V5 – O(15)E<sub>1</sub>/EE e V6 – O(45)E<sub>1</sub>/EE**

<i>Reforço com PRFC sobre estribos</i>				
<i>Viga</i>	<i>Carga de pico P<sub>pico</sub> (kN)</i>	<i>Desloc. de pico (mm)</i>	<i>Diferença para a viga V2</i>	<i>Situação</i>
V2-O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	108,08	13,86	-	-
V3-O(15)E <sub>1</sub> /SE	89,70	11,72	17,0 %	Decréscimo
V4-O(45)E <sub>1</sub> /SE	109,61	9,75	1,4 %	Acréscimo
<i>Reforço com PRFC entre estribos</i>				
<i>Viga</i>	<i>Carga de pico P<sub>pico</sub> (kN)</i>	<i>Desloc. de pico (mm)</i>	<i>Diferença para a viga V1</i>	<i>Situação</i>
V1-O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	114,36	12,04	-	-
V5-O(15)E <sub>1</sub> /EE	105,26	15,70	7,9 %	Decréscimo
V6-O(45)E <sub>1</sub> /EE	114,28	9,82	0,0 %	Decréscimo

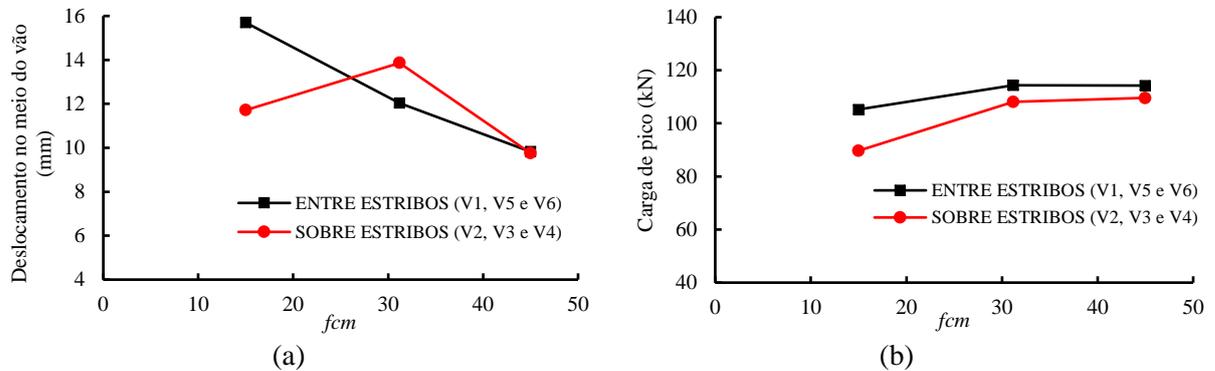
Fonte: O autor (2020)

**Tabela 5.6 – Tenacidade para as vigas V3, V4, V5 e V6**

Viga	Equação aproximada da curva ( $N \cdot mm$ )	R <sup>2</sup>	Tenacidade ( $N \cdot m = J$ )
V1 - O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,051x^6 + 3,3614x^5 - 83,291x^4 + 946,44x^3 - 5269,7x^2 + 23140x + 2047,1$	0,999	1543,66
V2 - O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	$y = 0,0105x^6 - 0,3774x^5 + 0,3321x^4 + 118,98x^3 - 1912,1x^2 + 18947x + 1494,1$	0,995	1474,57
V3 - O(15)E <sub>1</sub> /SE	$y = -0,0343x^6 + 2,1188x^5 - 49,378x^4 + 553,95x^3 - 3553,5x^2 + 19593x + 518,220$	0,981	1238,88
V4 - O(45)E <sub>1</sub> /SE	$y = -0,0946x^6 + 5,6526x^5 - 125,8x^4 + 1282,6x^3 - 6533,1x^2 + 26186x + 1587,5$	0,995	1514,75
V5 - O(15)E <sub>1</sub> /EE	$y = 0,0556x^6 - 2,7745x^5 + 48,956x^4 - 360,84x^3 + 582,06x^2 + 12130x + 3265,6$	0,995	1447,66
V6 - O(45)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,0687x^6 + 5,1165x^5 - 136,69x^4 + 1615,2x^3 - 8845,4x^2 + 30536x + 761,21$	0,990	1653,49

Fonte: O autor (2020)

**Figura 5.24 - Relação deslocamento no meio do vão x  $f_{cm}$ (a) e carga de pico x  $f_{cm}$ (b)**

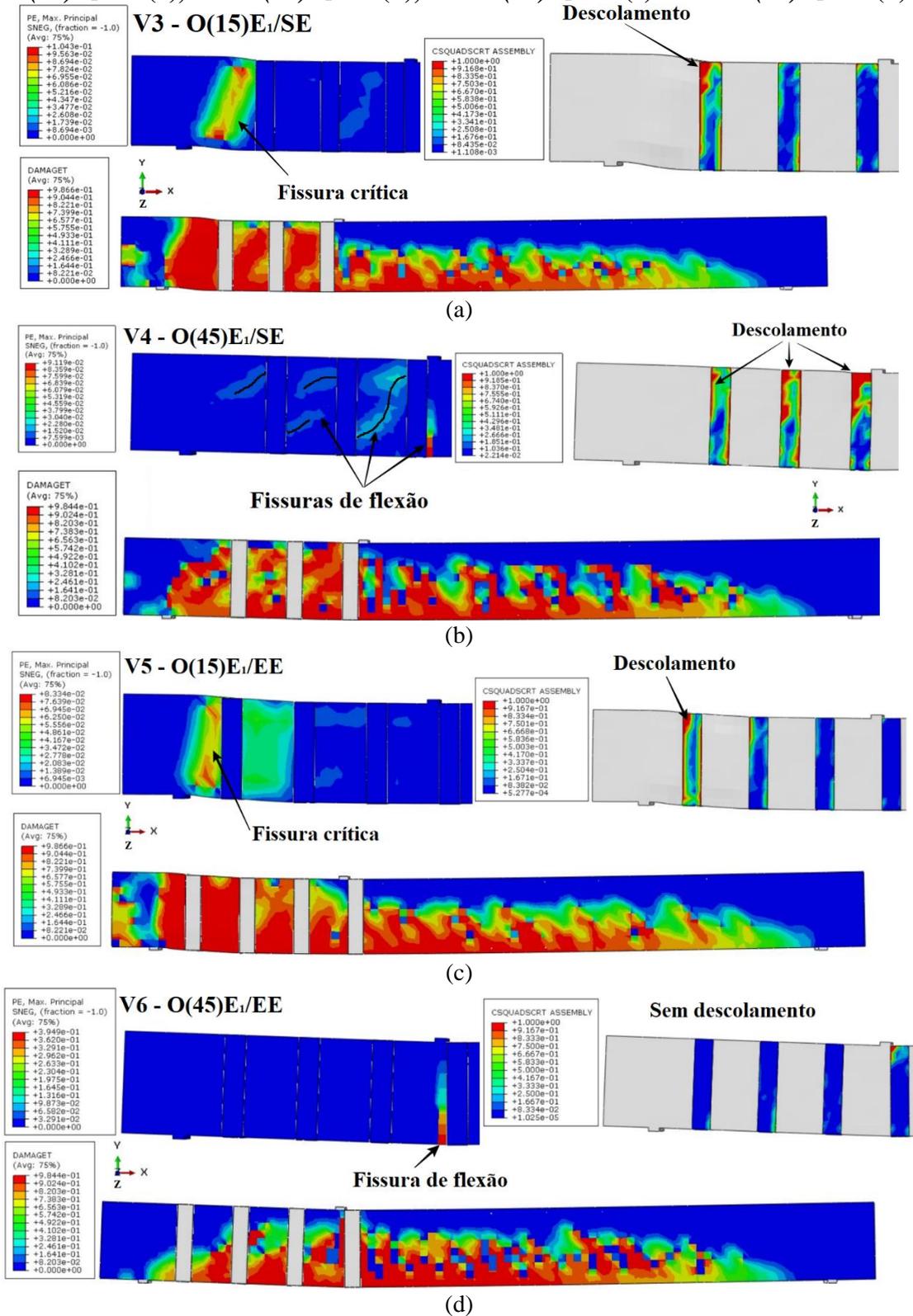


Fonte: O autor (2020)

Na Figura 5.25 é apresentada uma comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo entre os diferentes valores de  $f_{cm}$  do concreto em diferentes posições do reforço. A viga V5 demonstrou um comportamento frágil após atingir o pico de carregamento, assim como a viga V3, formando uma fissura crítica de cisalhamento próximo ao apoio. Esse modo de ruptura também pode ser observado no gráfico da Figura 5.23. Ao observar o descolamento do PRFC, apenas o compósito próximo a trinca crítica obteve grandes regiões de dano, os demais permaneceram aderidos ao substrato de concreto. Assim, nesses testes, o descolamento ocorreu devido a essa fissura crítica, como em pesquisas atuais (YU et al., 2019; ZHENG et al., 2020).

Os testes V4 e V6 (Figura 5.25 (b) e (d), respectivamente) mostraram modos de falha mais dúcteis, ou seja, maior tenacidade (Tabela 5.6), do que o observado pelos testes V3 e V5, com fissuras de flexão mais evidentes. Após atingir esse pico de carregamento na viga V4, a capacidade do reforço em absorver tensões diminuiu, o que possibilitou uma queda na capacidade de carga e tenacidade. Em contrapartida, após atingir a carga máxima, a viga V6 ainda manteve uma boa tenacidade e conseqüentemente não teve dano algum no adesivo, sendo a fratura principal decorrida de esforços de flexão.

Figura 5.25 - Comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo das vigas V3 -  $O(15)E_1/SE$  (a), V4 -  $O(45)E_1/SE$  (b), V5 -  $O(15)E_1/EE$  (c) e V6 -  $O(45)E_1/EE$  (d)



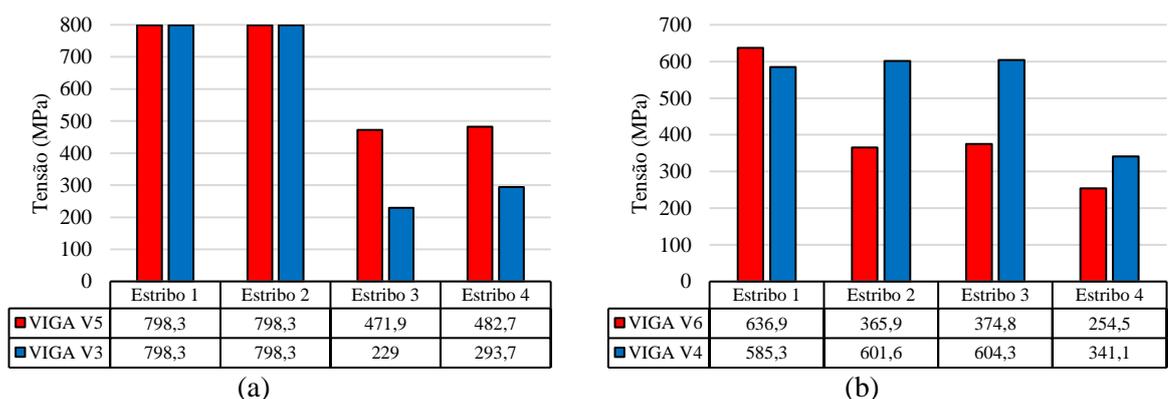
Fonte: O autor (2020)

As Figura 5.26 e Figura 5.27 apresentam uma comparação das tensões nos estribos das vigas reforçadas com variação do  $f_{cm}$  e posição do reforço. Os estribos 1 e 2 das vigas V3 e V5

foram os mais solicitados. Pelo alto valor do  $f_{cm}$ , o concreto teve um comportamento final mais frágil. Nesse caso, ocorre o menor desenvolvimento do estado de micro fissuração interna no concreto o que reduz a possibilidade de uma redistribuição de tensão no material (BACCIN, 1998). Houveram descolamentos em regiões próximas ao apoio em vigas com baixo  $f_{cm}$  devido à alta concentração de tensões de cisalhamento nessas regiões. Outra observação nessas vigas foi o efeito pino nas barras longitudinais. Este mecanismo ocorreu devido ao aumento da fissuração que cortou as barras, gerado pelo deslocamento vertical relativo entre as superfícies de fissura. O efeito pino fez com que aumentasse significativamente os esforços de cisalhamento na estrutura, além da ductilidade no pós-pico (Figura 5.23). Pelo baixo valor do  $f_{cm}$ , esse efeito teve mais destaque, uma vez que é governado pela área efetiva do concreto em tração perto das barras e por sua resistência a tração efetiva (CAVAGNIS; FERNÁNDEZ RUIZ; MUTTONI, 2018; FERNÁNDEZ RUIZ; MIRZAEI; MUTTONI, 2013; LIBERATI et al., 2016). Nos demais estribos (estribo 3 e 4) das mesmas vigas, não foram constatadas maiores solicitações, cerca de 293,7 – 229 MPa para a viga V3 e 471,9 – 482,7 MPa para a V5. Apesar de não haver maiores danos na interface adesiva em ambas as vigas, nota-se que a diferença de tenacidade é evidente.

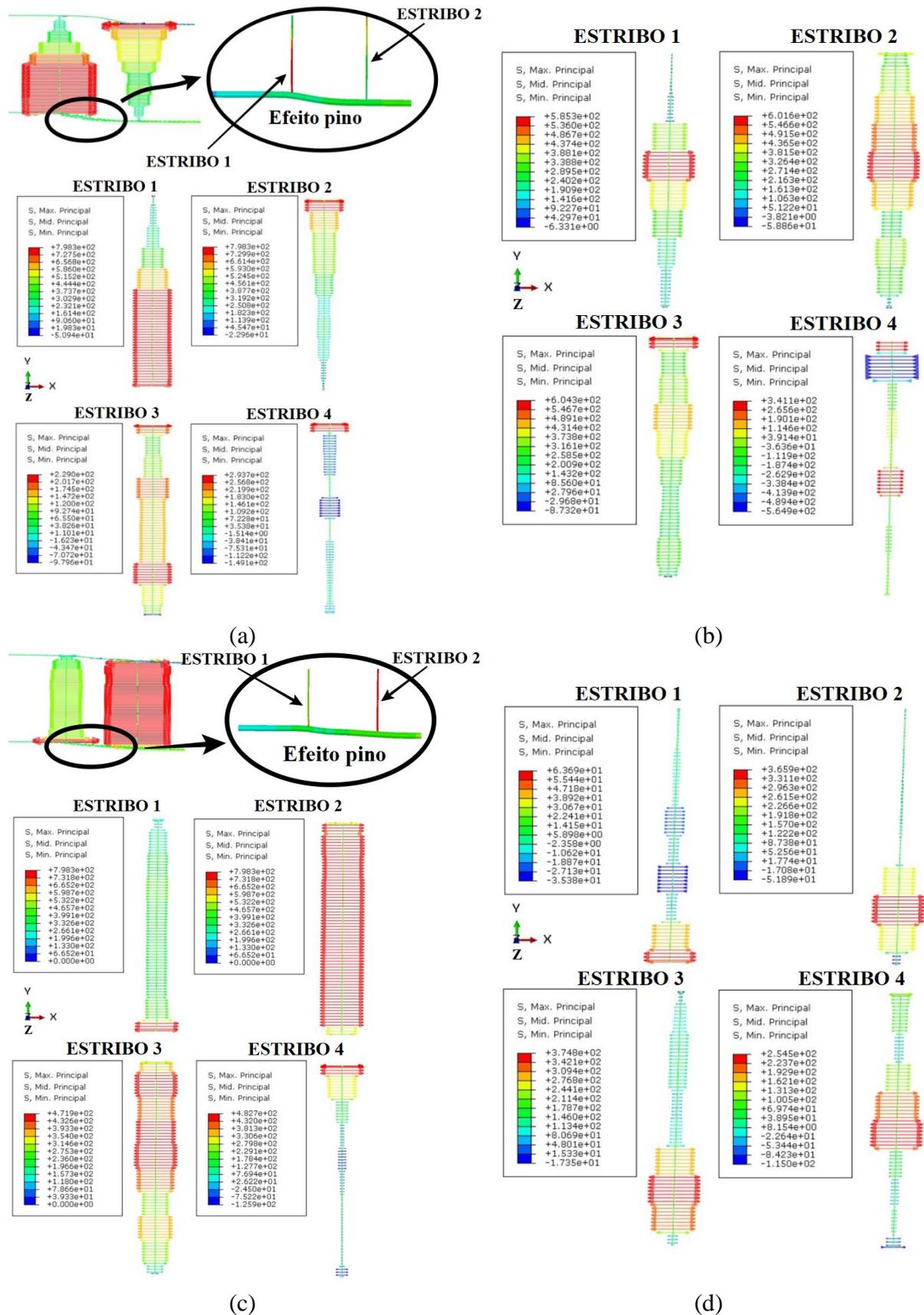
As tensões nas armaduras transversais das vigas V4 e V6 foram bem menores que em V3 e V5, pois com maiores valores de  $f_{cm}$ , menos os estribos são solicitados, uma vez que o concreto conseguirá absorver maiores esforços cortantes. De início, foi constatado que a armadura transversal com maior tensão foi a mais próxima do apoio em ambas as vigas. À medida que se aproximava do ponto de aplicação de carga, as solicitações nessas barras diminuam. Ao comparar cada estribo, percebe-se que as tensões dos mesmos na viga V4 foram maiores que a V6, com exceção do estribo 1, que teve quase o mesmo valor em ambas as vigas. Logo, essa situação foi contrária das vigas mais frágeis V3 e V5.

**Figura 5.26 - Gráfico comparativo de tensões nos estribos das vigas V3, V5 (a) e V4, V6 (b)**



Fonte: O autor (2020)

Figura 5.27 – Tensões no aço das vigas V3 -  $O(15)E_1/SE$  (a), V4 -  $O(45)E_1/SE$  (b), V5 -  $O(15)E_1/EE$  (c) e V6 -  $O(45)E_1/EE$  (d)



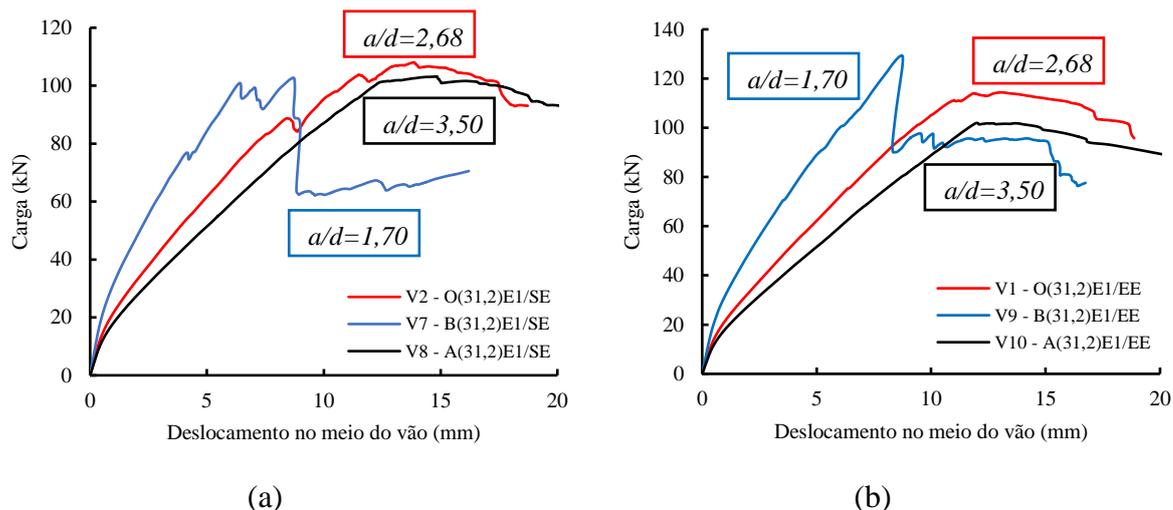
Fonte: O autor (2020)

### 5.2.3.2 Variação do vão de cisalhamento $a/d$

Neste item foram variados os pontos de aplicação da carga (distância  $a$ ) em 400mm (baixo valor – B) e 823mm (alto valor – A). O valor da altura útil  $d$  foi mantida constante. Todas as demais propriedades como: propriedades dos materiais (aço, concreto, adesivo e PRFC), demais condições de contorno (apoios), cobrimento e modelos numéricos foram as mesmas que no item 5.2.2

A Figura 5.28 apresenta curvas carga x deslocamento das vigas com variação do vão de cisalhamento. A mudança no ponto de aplicação de carga gerou grandes mudanças na rigidez da estrutura. À medida que a aplicação de carga se aproximava do apoio, o deslocamento da estrutura era menor e a rigidez da viga aumentava, no entanto, sua ruptura teve comportamento mais frágil. Com o aumento de  $a/d$ , a viga teve maior tenacidade e sua rigidez diminuiu.

**Figura 5.28 - Gráficos carga x deslocamento com variação de  $a/d$  para reforço sobre estribos (a) e entre estribos (b)**



Fonte: O autor (2020)

As Tabela 5.7 e Tabela 5.8 e a Figura 5.29 mostram um resumo da Figura 5.28. A série de vigas reforçadas sobre estribos internos tiveram um comportamento diferente das reforçadas entre estribos internos. A viga V9 obteve a maior carga de pico dentre as vigas reforçadas entre estribos, porém, mas com uma de característica frágil. Para as vigas V7, V2 e V8, com  $a/d$  valendo 1,70, 2,68 ou 3,50, respectivamente, os valores das cargas de pico foram muito próximos e quase constantes.

Com o aumento do vão de cisalhamento, os deslocamentos e a curvatura das vigas aumentavam rapidamente, evidenciado experimentalmente por Cavagnis, Fernández Ruiz e Muttoni (2018) e Yu et al. (2019). As vigas com o reforço em PRFC posicionado sobre estribos internos possuíam maiores deslocamentos que as com o compósito entre os estribos internos.

**Tabela 5.7 - Comparação de resistência entre as vigas V7-B(31,2)E<sub>1</sub>/SE, V8-A(31,2)E<sub>1</sub>/SE, V9-B(31,2)E<sub>1</sub>/EE e V10-A(31,2)E<sub>1</sub>/EE**

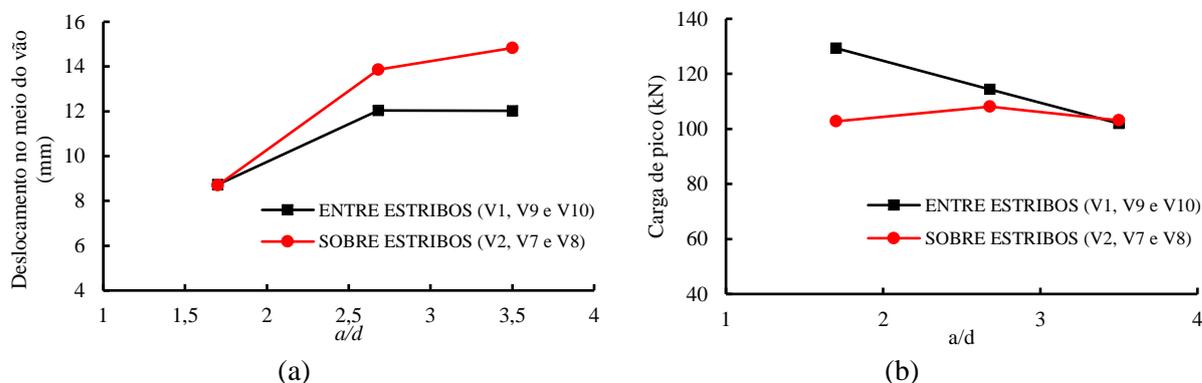
<i>Reforço com PRFC sobre estribos</i>				
Viga	Carga de pico $P_{pico}$ (kN)	Desloc. de pico (mm)	Diferença para a viga V2	Situação
V2-O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	108,08	13,86	-	-
V7-B(31,2)E <sub>1</sub> /SE	102,74	8,70	4,9 %	Decréscimo
V8-A(31,2)E <sub>1</sub> /SE	103,15	14,83	4,5 %	Decréscimo
<i>Reforço com PRFC entre estribos</i>				
Viga	Carga de pico $P_{pico}$ (kN)	Desloc. de pico (mm)	Diferença para a viga V1	Situação
V1-O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	114,36	12,04	-	-
V9-B(31,2)E <sub>1</sub> /EE	129,33	8,73	13,1 %	Acréscimo
V10-A(31,2)E <sub>1</sub> /EE	101,95	12,02	10,8 %	Decréscimo

Fonte: O autor (2020)

**Tabela 5.8 – Tenacidade para as vigas V7, V8, V9 e V10**

Viga	Equação aproximada da curva (N. mm)	R <sup>2</sup>	Tenacidade (N. m = J)
V1 - O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,051x^6 + 3,3614x^5 - 83,291x^4 + 946,44x^3 - 5269,7x^2 + 23140x + 2047,1$	0,999	1543,66
V2 - O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	$y = 0,0105x^6 - 0,3774x^5 + 0,3321x^4 + 118,98x^3 - 1912,1x^2 + 18947x + 1494,1$	0,995	1474,57
V7 - B(31,2)E <sub>1</sub> /SE	$y = -0,1082x^6 + 0,9585x^5 + 83,507x^4 - 1721x^3 + 9538,2x^2 - 234,5x + 15184$	0,830	1096,06
V8 - A(31,2)E <sub>1</sub> /SE	$y = -0,0276x^6 + 2,0267x^5 - 56,348x^4 + 725,2x^3 - 4569,3x^2 + 20748x + 555,88$	0,999	1505,89
V9 - B(31,2)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,2077x^6 + 8,4098x^5 - 114,64x^4 + 603,84x^3 - 2348,7x^2 + 24127x + 3114,4$	0,915	1388,40
V10 - A(31,2)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,0238x^6 + 1,9977x^5 - 59,678x^4 + 787,85x^3 - 4894,4x^2 + 21177x + 511,03$	0,999	1506,39

Fonte: O autor (2020)

**Figura 5.29 - Relação deslocamento no meio do vão x  $a/d$  (a) e carga de pico x  $a/d$  (b)**

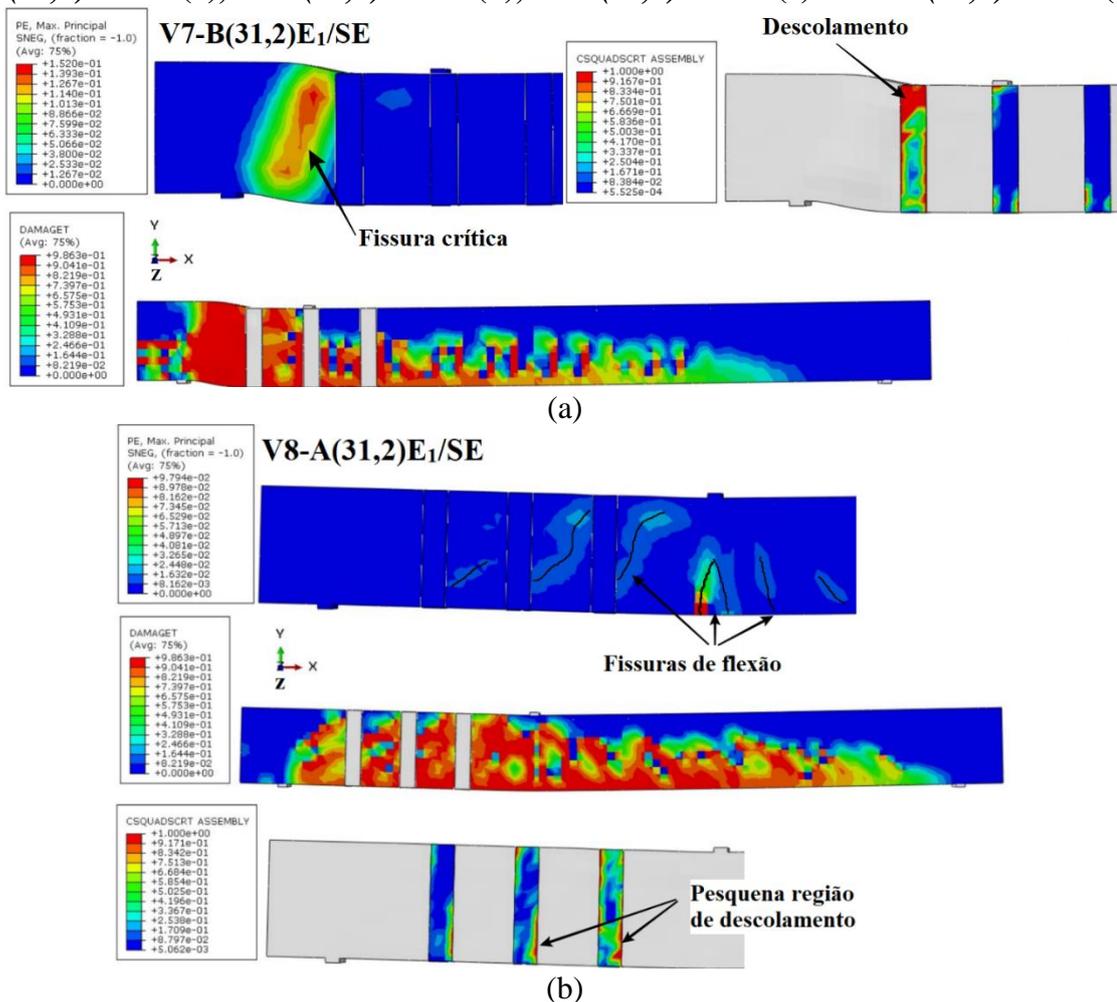
Fonte: O autor (2020)

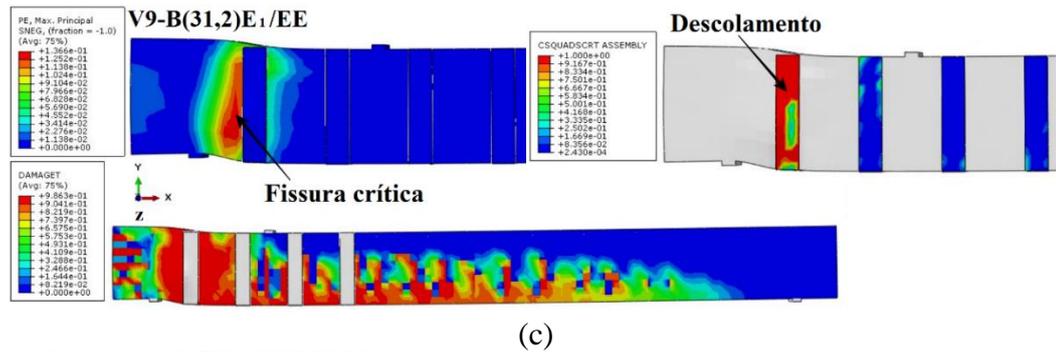
A Figura 5.30 apresenta as regiões fissuradas e o dano no adesivo referente as variações de  $a/d$  em diferentes posições do reforço. As vigas com os menores valores de  $a/d$ , ou seja,

as vigas V7 e V9, tiveram o mesmo comportamento, o surgimento de uma fissura crítica de cisalhamento próximo ao apoio. Além disso, as regiões de dano no adesivo foram nos compósitos A e B de ambas as vigas (PRFC mais próximo ao apoio). Essas situações também foram observadas anteriormente nas vigas V3 e V5. Na viga V7, entre o apoio e a aplicação de carga, tem apenas um compósito sendo efetivamente solicitado. Com a sua completa descolagem, a viga perde tenacidade logo em seguida. A situação da viga V9 é semelhante, no entanto, possui um laminado de PRFC a mais no vão de cisalhamento e, por esse motivo, é capaz de absorver maiores cargas que a V7.

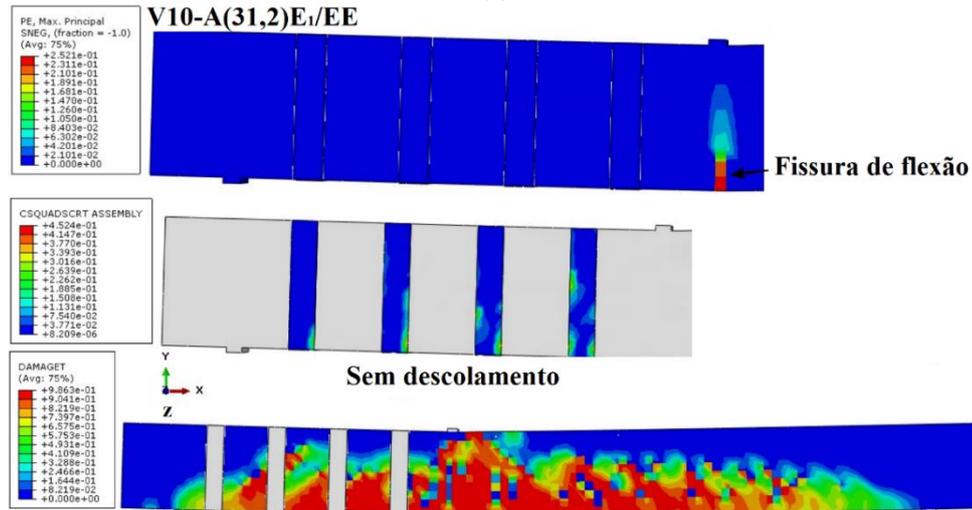
Assim como nos testes V4 e V6, as vigas V8 e V10 mostraram comportamentos mais dúcteis do que o observado pelos testes V7 e V9, com a cinemática das fissuras sendo a flexão. A concentração de fissuras de flexão ocorreu porque a resistência ao cisalhamento era bem maior que à flexão, sendo um fator importante o número maior de lâminas no vão de cisalhamento. Com isso, apenas pequenas regiões de dano na interface foram observadas na viga reforçada com o PRFC posicionado entre e sobre os estribos (Figura 5.30 (b) e (d)).

**Figura 5.30 - Comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo das vigas V7-B(31,2)E1/SE (a), V8-A(31,2)E1/SE (b), V9-B(31,2)E1/EE (c) e V10-A(31,2)E1/EE (d)**





(c)



(d)

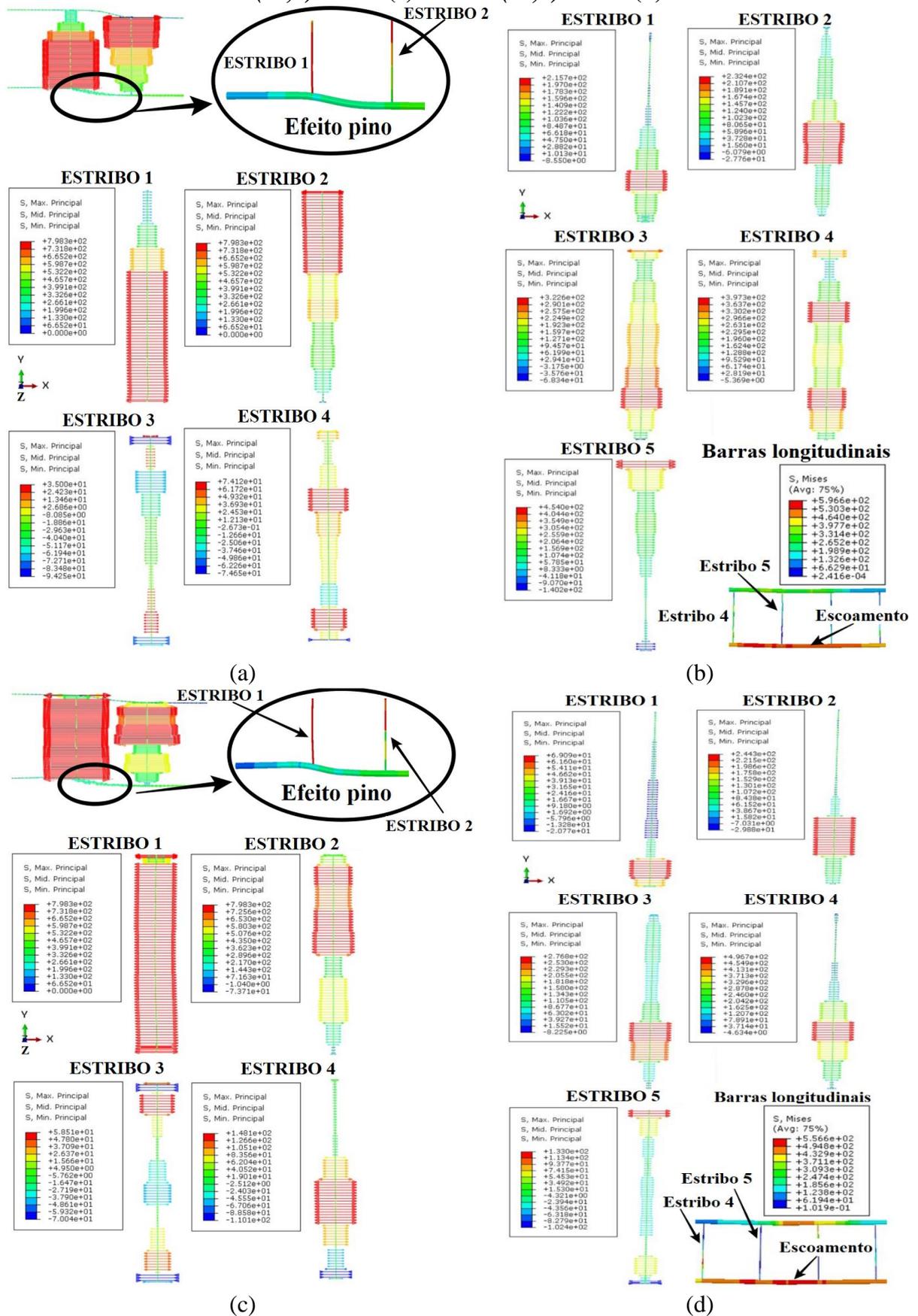
Fonte: O autor (2020)

As tensões nos estribos das vigas em questão podem ser observadas na Figura 5.31. A situação dos estribos com baixo valor de  $a/d$  foi semelhante as com baixo valor do  $f_{cm}$  do concreto. O estribo 1 das vigas V7 e V9 foram os mais solicitados e também foi constatado o efeito pino em ambas as armaduras longitudinais.

Ao analisar as tensões das armaduras transversais nos testes V8 e V10, nota-se que foi de 496,7 MPa para o mais solicitado, nesse caso foi o estribo 4 da viga V10. Pelo alto valor de  $a/d$ , a viga foi mais solicitada a flexão do que ao cisalhamento e o reforço contribuiu mais efetivamente no aumento da capacidade de carga, como concluído por Yu et al. (2019). Por isso, os estribos não atingiram grandes patamares de tensões, diferente do observado nas barras longitudinais, que atingiram o escoamento (Figura 5.31 (b) e (d)).

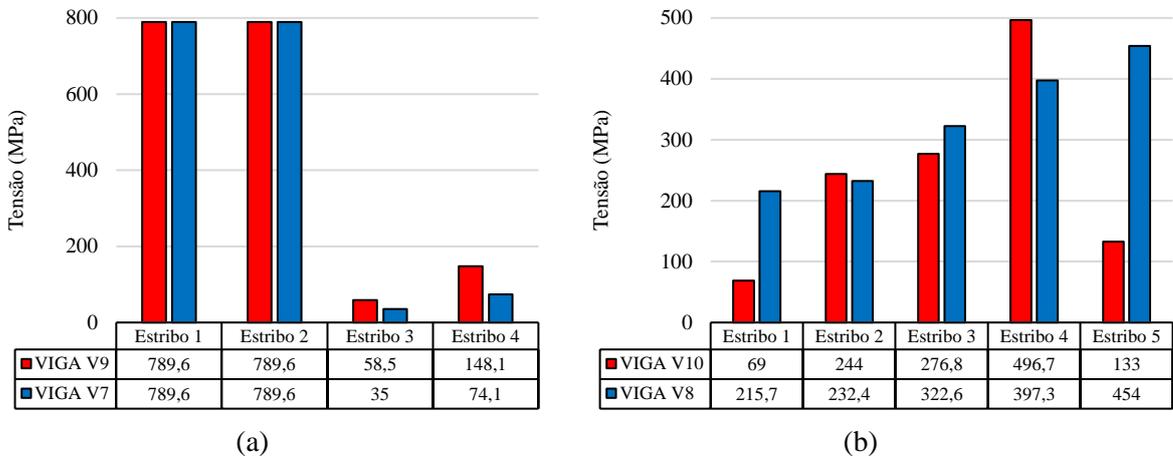
Outra observação importante foi a comparação entre o comportamento das vigas com reforço sobre e entre estribos. Quando a estrutura teve um desempenho com maior tenacidade, as tensões nos estribos das vigas com reforço sobre eles (viga V8) foram maiores que as reforçadas entre estribos (viga V10), com exceção do estribo 4 e do 2 (praticamente o mesmo valor que a viga V10). Esse comportamento também foi observado anteriormente e pode ser melhor descrito na Figura 5.32.

Figura 5.31 - Tensões no aço das vigas V7-B(31,2)E1/SE (a), V8-A(31,2)E1/SE (b), V9-B(31,2)E1/EE (c) e V10-A(31,2)E1/EE (d)



Fonte: O autor (2020)

**Figura 5.32 - Gráfico comparativo de tensões nos estribos das vigas V7, V9 (a) e V8, V10 (b)**

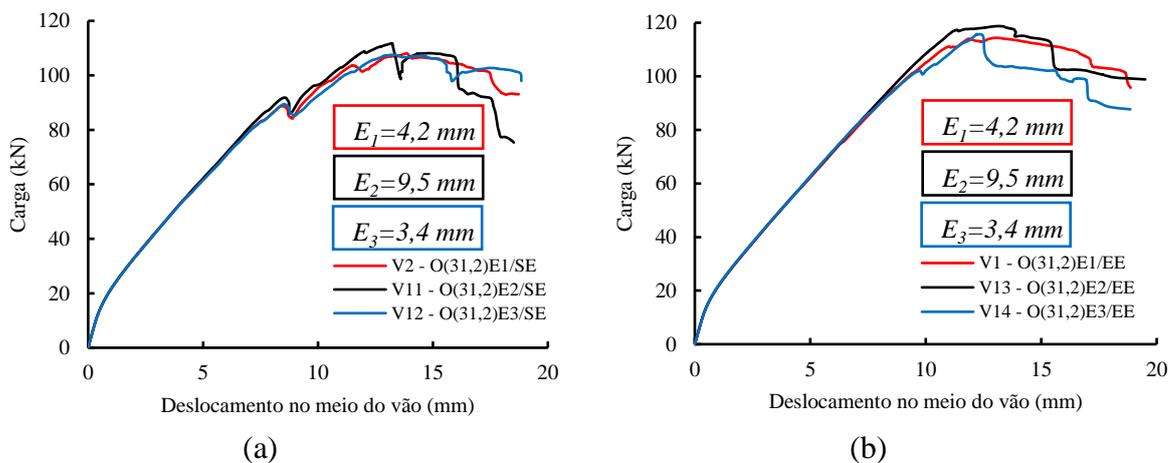


Fonte: O autor (2020)

### 5.2.3.3 Variação da bitola dos estribos

Este item tem por finalidade comparar os comportamentos das vigas reforçadas ao cisalhamento com variação das bitolas dos estribos em 4,20 mm ( $E_1$ ), 9,50 mm ( $E_2$ ) e 3,40 mm ( $E_3$ ). Todas as demais propriedades como: condições de contorno, modelos numéricos, cobrimento e demais propriedades dos materiais (barras longitudinais, concreto, adesivo e PRFC) foram as mesmas que no item 5.2.2. Os resultados gráficos da variação da bitola dos estribos são apresentados na Figura 5.33. Essas mudanças não afetaram a rigidez inicial da estrutura, ao qual permaneceu a mesma para as vigas reforçadas entre estribos e sobre estribos.

**Figura 5.33 - Gráficos carga x deslocamento com variação das propriedades dos estribos para reforço sobre estribos (a) e entre estribos (b)**



Fonte: O autor (2020)

A Tabela 5.9 e Tabela 5.10 e a Figura 5.34 mostram que o comportamento das vigas foram muito semelhante, tanto em deslocamento e pico, quanto em tenacidade. Além disso, como era esperado, com o aumento da bitola, a carga de pico também aumentou. A proporção

do aumento da resistência foi de 3,4 % para a viga VII comparada com a V2 e 3,8 % para a V13 comparada com a VI. Ao diminuir o diâmetro do estribo, a carga máxima suportada pela estrutura foi praticamente a mesma em comparação as vigas VI e V2.

**Tabela 5.9 - Comparação de resistência entre as vigas VII-O(31,2)E<sub>2</sub>/SE, V12-O(31,2)E<sub>3</sub>/SE, V13-O(31,2)E<sub>2</sub>/EE e V14-O(31,2)E<sub>3</sub>/EE**

<i>Reforço com PRFC sobre estribos</i>				
Viga	Carga de pico <i>P<sub>pico</sub></i> (kN)	Desloc. de pico (mm)	Diferença para a viga V2	Situação
V2-O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	108,08	13,86	-	-
VII-O(31,2)E <sub>2</sub> /SE	111,76	13,23	3,4 %	Acréscimo
V12-O(31,2)E <sub>3</sub> /SE	107,55	13,33	0,5 %	Decréscimo
<i>Reforço com PRFC entre estribos</i>				
Viga	Carga de pico <i>P<sub>pico</sub></i> (kN)	Desloc. de pico (mm)	Diferença para a viga VI	Situação
VI-O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	114,36	13,07	-	-
V13-O(31,2)E <sub>2</sub> /EE	118,73	13,18	3,8 %	Acréscimo
V14-O(31,2)E <sub>3</sub> /EE	115,00	12,23	0,6 %	Acréscimo

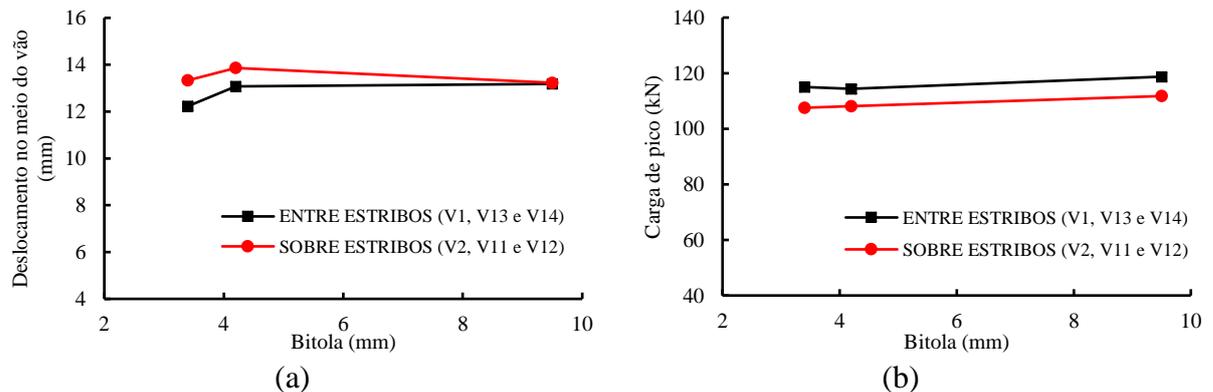
Fonte: O autor (2020)

**Tabela 5.10 – Tenacidade para as vigas V11, V12 V13 e V14**

Viga	Equação aproximada da curva (N. mm)	R <sup>2</sup>	Tenacidade (N. m = J)
V1 - O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	$y = -0,051x^6 + 3,3614x^5 - 83,291x^4 + 946,44x^3 - 5269,7x^2 + 23140x + 2047,1$	0,999	1543,66
V2 - O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	$y = 0,0105x^6 - 0,3774x^5 + 0,3321x^4 + 118,98x^3 - 1912,1x^2 + 18947x + 1494,1$	0,995	1474,57
V11 - O(31,2)E <sub>2</sub> /SE	$y = -0,0502x^6 + 2,8111x^5 - 62,783x^4 + 689,18x^3 - 4175x^2 + 22205x + 1171,2$	0,972	1446,88
V12 - O(31,2)E <sub>3</sub> /SE	$y = 0,0351x^6 - 1,5422x^5 + 20,425x^4 - 29,281x^3 - 1517,9x^2 + 18820x + 1677,5$	0,992	1492,90
V13 - O(31,2)E <sub>2</sub> /EE	$y = -0,0292x^6 + 2,5502x^5 - 75,553x^4 + 960,68x^3 - 5675,3x^2 + 24371x + 1369,9$	0,997	1651,19
V14 - O(31,2)E <sub>3</sub> /EE	$y = -0,105x^6 + 6,4786x^5 - 150,58x^4 + 1613,7x^3 - 8327,1x^2 + 28667x + 124,85$	0,989	1520,93

Fonte: O autor (2020)

**Figura 5.34 - Relação deslocamento no meio do vão x bitola dos estribos (a) e carga de pico x bitola dos estribos (b)**

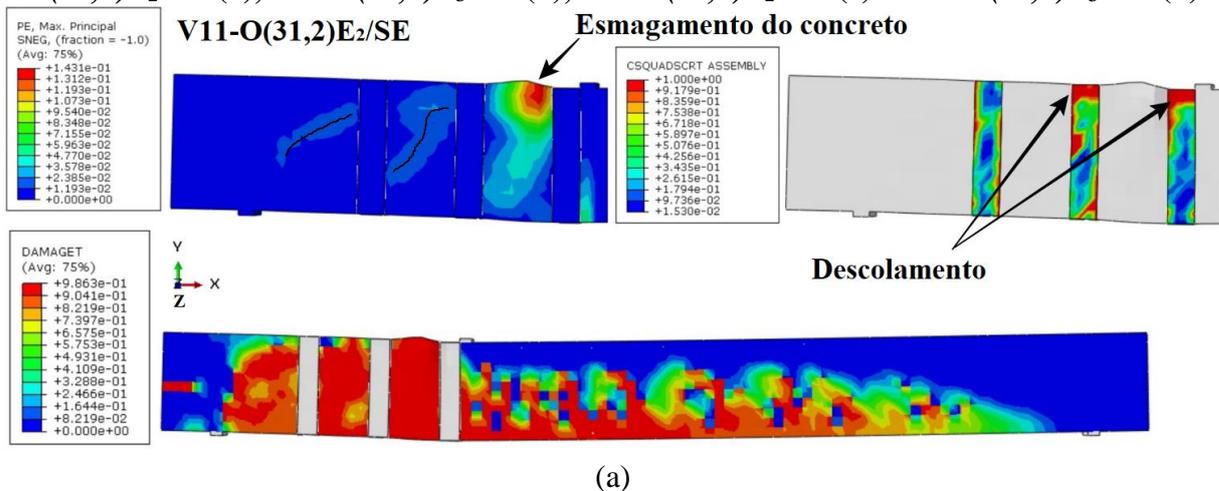


Fonte: O autor (2020)

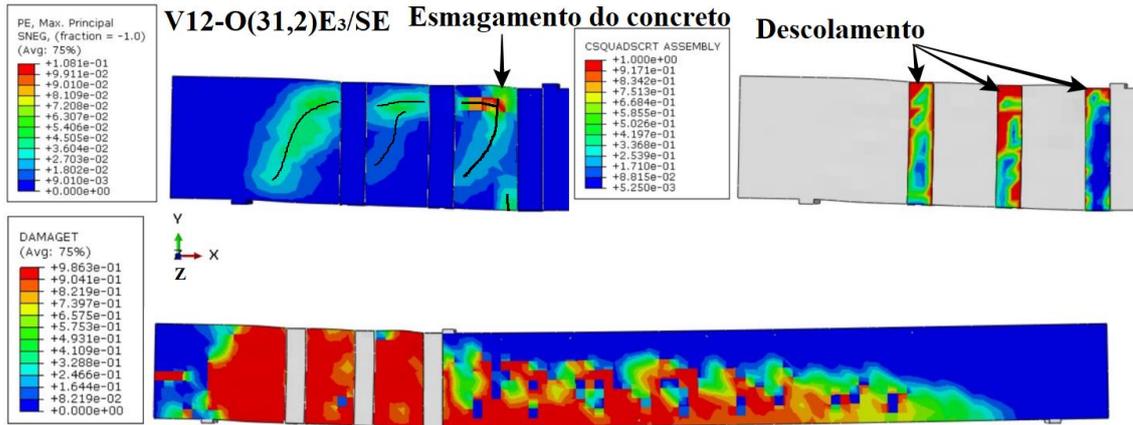
A Figura 5.35 apresenta o dano no concreto, fissuras e o dano na interface entre o concreto e o PRFC. As vigas *V11*, *V12* e *V14* sofreram esmagamento a compressão do concreto. Os testes *V12* e *V14* tiveram a forma das trincas semelhante aos da viga *V2*, talvez por apresentar um estribo com bitola de 3,40 mm, mais próximo de 4,2 mm do que 9,50 mm. A viga *V13* teve fissuras com comportamento a flexão, destacando uma fissura principal vertical próxima a aplicação de carga. Já a *V11*, apesar de ter uma cinemática de trinca parecida com a *V12* e *V14*, seu comportamento foi mais semelhante à de uma viga fissurada a flexão.

Quase todas as vigas apresentaram características de descolamento, principalmente as com reforço posicionado sobre estribos internos. Assim, mesmo com o aumento da bitola dos estribos, não foi possível evitar a falha da interface adesiva. A viga *V14* apresentou pequenas regiões de falha no adesivo. Nesse caso, o descolamento pode ter ocorrido pelo baixo valor das propriedades do estribo que foram usadas na simulação, o que coube ao PRFC absorver boa parte das tensões de cisalhamento que ali surgiram. Esse mesmo fato também pode ser observado nas vigas com reforço posicionado sobre estribos. Na viga *V11* (estribo de 9,50 mm), o dano nos dois reforços de PRFC mais à esquerda foram menores que os da *V12* (estribo de 3,40 mm). O dano no adesivo próxima a aplicação de carga da *V11* (na zona de momento máximo e cisalhamento zero) só foi maior que a *V12*, devido ao concreto ter sofrido, nesse ponto, maiores tensões de compressão e, consequentemente, um maior esmagamento do concreto, também observado por Zheng et al. (2020). Somente a viga *V13* não apresentou qualquer dano significativo na interface.

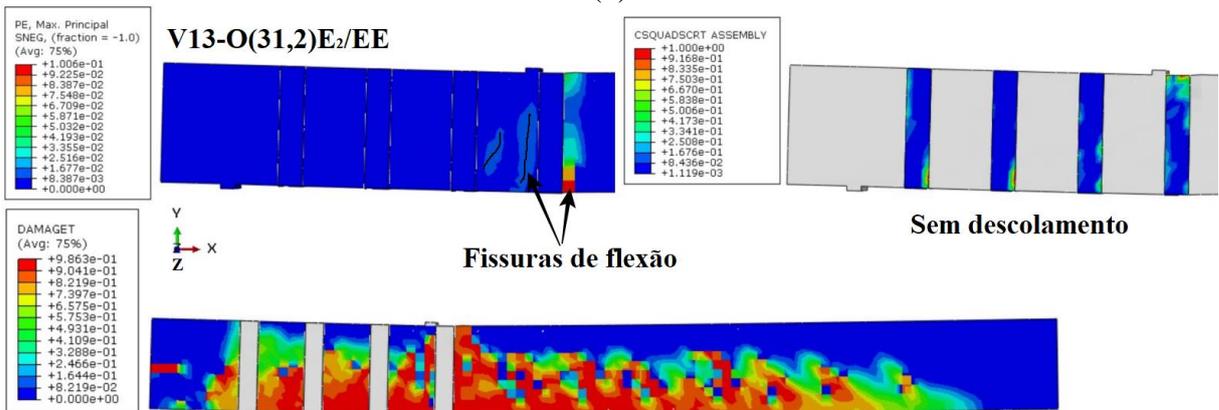
**Figura 5.35 - Comparação do panorama de fissuração e dano no adesivo das vigas *V11-O(31,2)E<sub>2</sub>/SE* (a), *V12-O(31,2)E<sub>3</sub>/SE* (b), *V13-O(31,2)E<sub>2</sub>/EE* (c) e *V14-O(31,2)E<sub>3</sub>/EE* (d)**



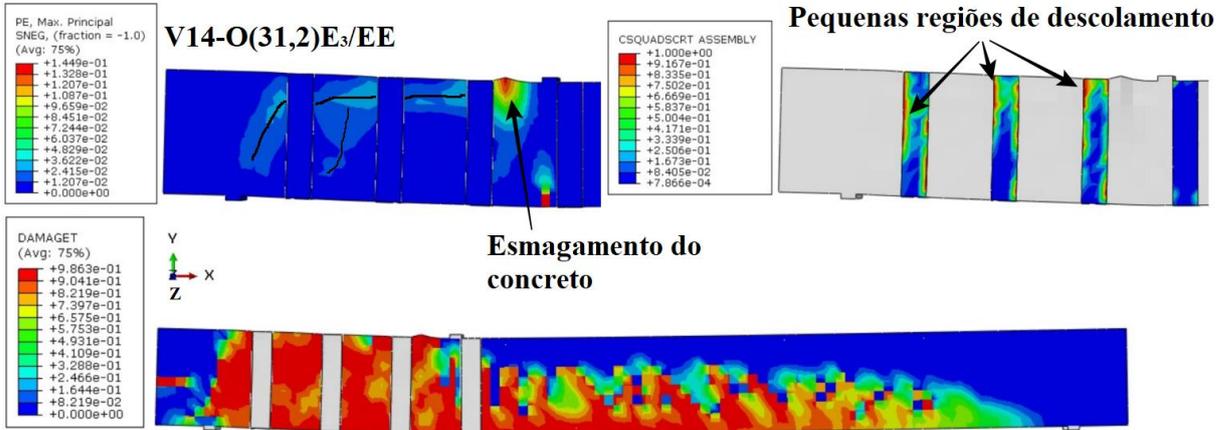
(a)



(b)



(c)



(d)

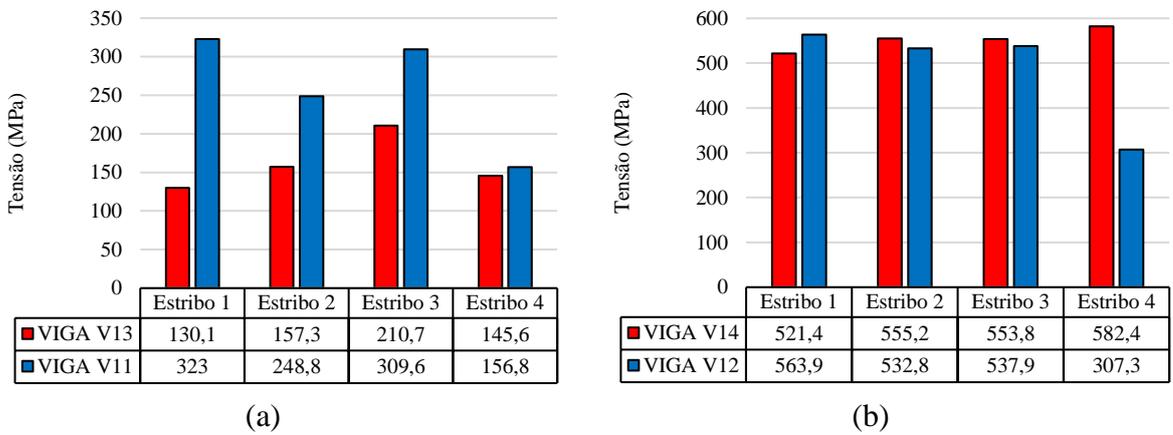
Fonte: O autor (2020)

O comportamento dos estribos frente a variação da bitola e posicionamento do PRFC pode ser contado nas Figuras 5.36 e 5.37. A variação da bitola dos estribos exibiu um comportamento diferente das simulações anteriores. Como já observado, não houve mudança da rigidez da estrutura e a ductilidade foi praticamente a mesma para quase todas as situações, com exceção da viga *V13*, que possui um comportamento a flexão. Conforme esperado, com o aumento da bitola dos estribos, suas solicitações diminuíram. A barra transversal mais

solicitada foi a 1 para as vigas *V11* e *V12* (reforço sobre estribos), 3 para a *V13* e 4 para a *V14*. Nessas simulações, não foi observado o efeito pino nas armaduras longitudinais.

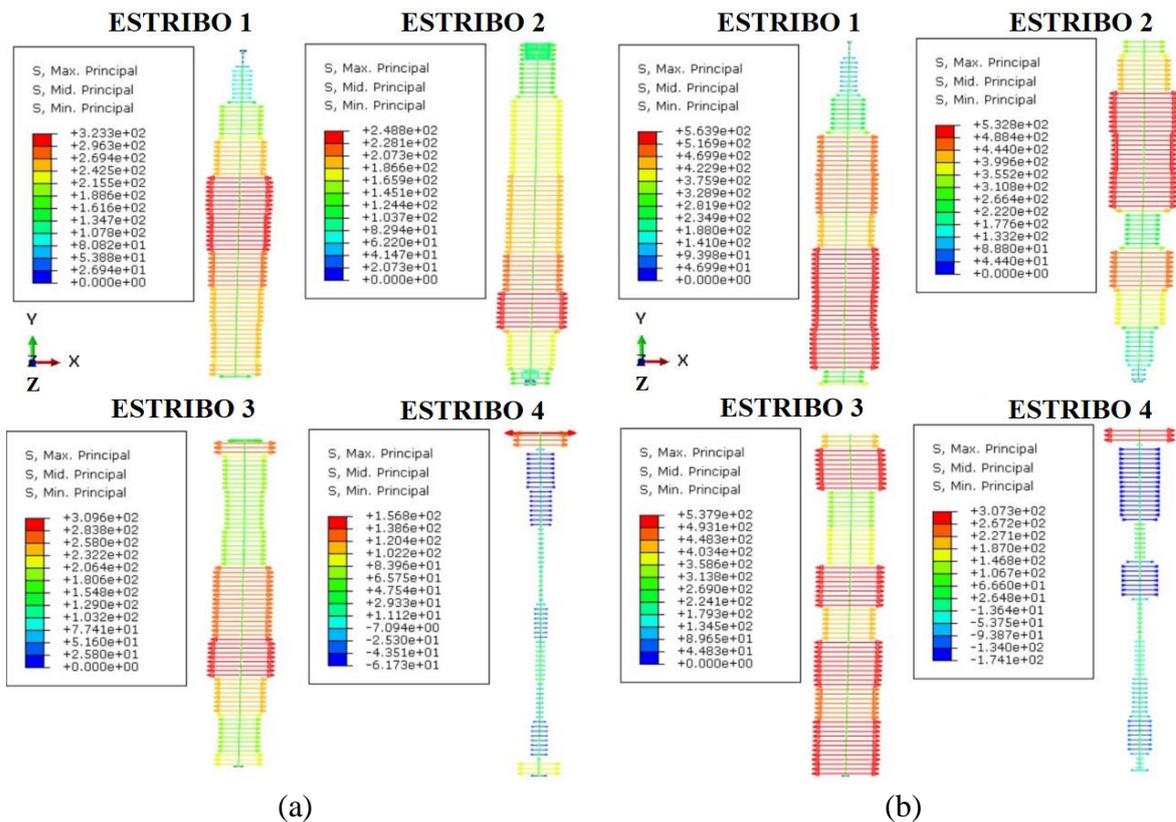
Uma outra observação é a diferença da escala de tensões. Com as propriedades de um estribo de 9,50 mm, as tensões dos mesmos na viga *V11* é muito maior que a *V13*, sendo essa diferença menor apenas no estribo 4. Já nas vigas *V12* e *V14*, essa variação é bem menor, com o estribo 4 possuindo a maior diferença de sollicitação.

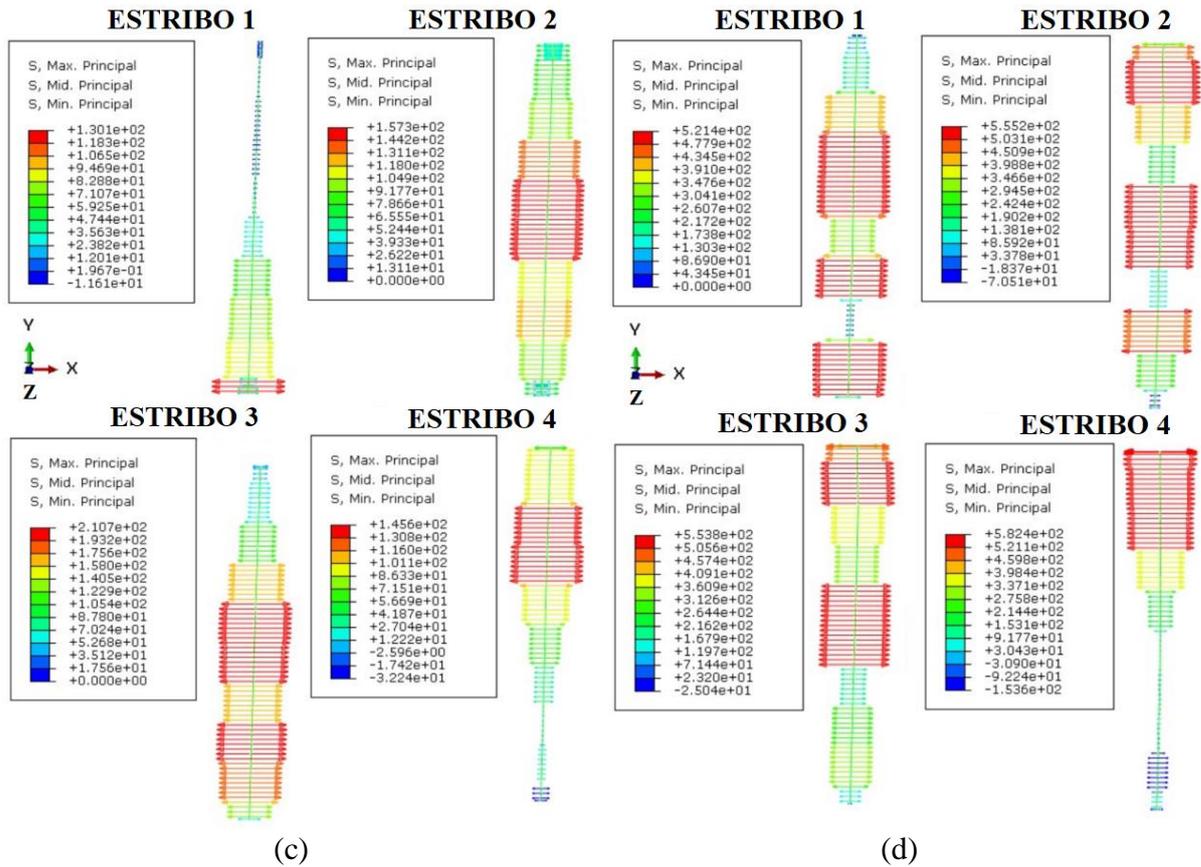
**Figura 5.36 - Gráfico comparativo de tensões nos estribos das vigas *V11*, *V13* (a) e *V12*, *V14* (b)**



Fonte: O autor (2020)

**Figura 5.37 - Tensões no aço das vigas *V11-O(31,2)E<sub>2</sub>/SE* (a), *V12-O(31,2)E<sub>3</sub>/SE* (b), *V13-O(31,2)E<sub>2</sub>/EE* (c) e *V14-O(31,2)E<sub>3</sub>/EE* (d)**



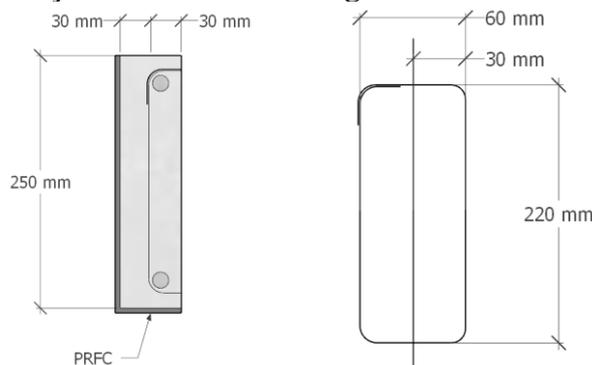


Fonte: O autor (2020)

### 5.2.3.4 Aumento do cobrimento

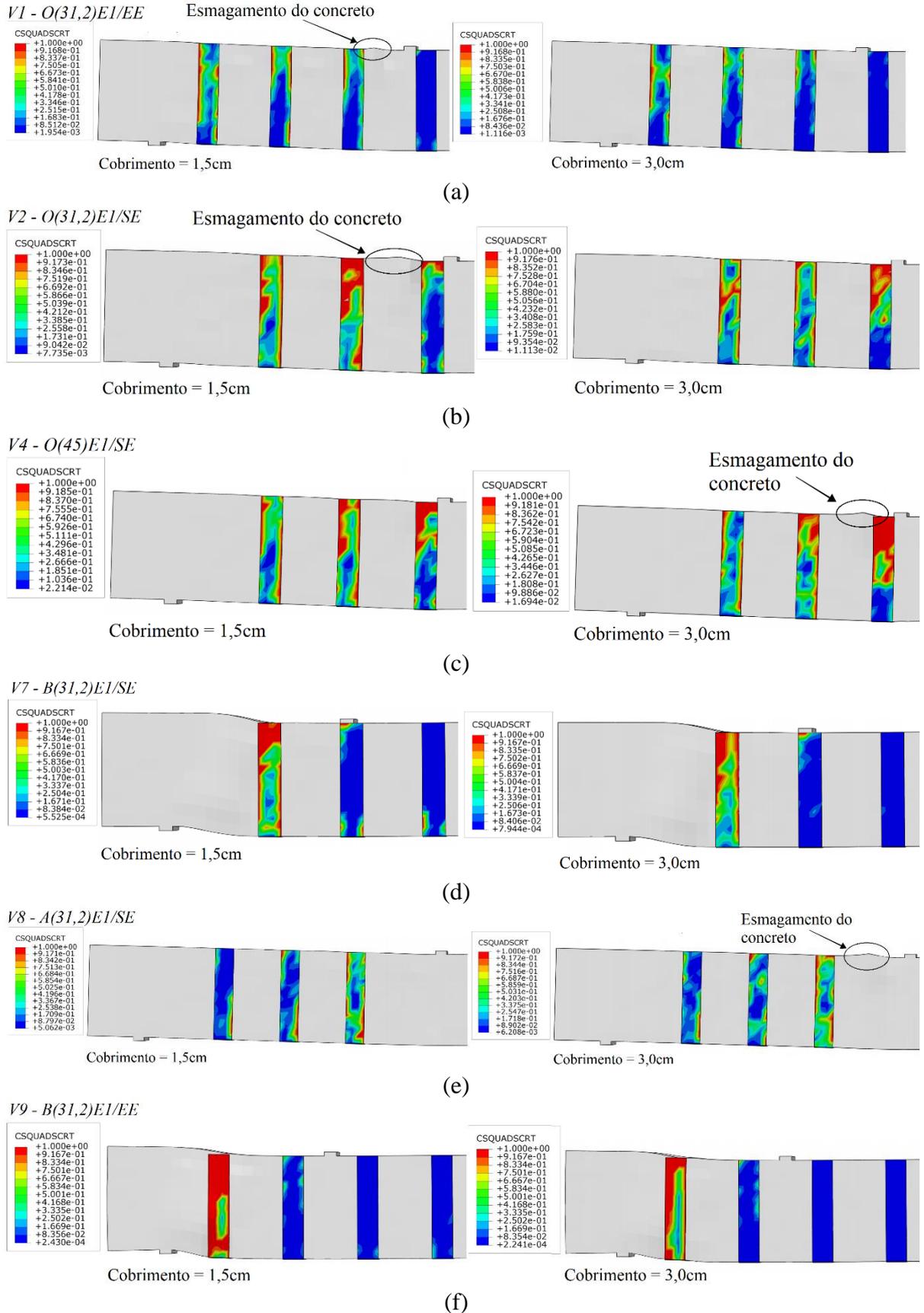
A espessura do cobrimento pode influenciar no descolamento ou arrancamento do substrato de concreto com o PRFC (CHEN; CHEN; TENG, 2012). Este item tem por finalidade, aumentar o cobrimento das vigas que apresentarem a perda de adesão do reforço. As vigas simuladas novamente foram: *VI*, *V2*, *V4*, *V7*, *V8*, *V9*, *VII*, *VI2* e *VI4*. O cobrimento experimental foi de 1,5cm e o adotado para as novas simulações foi de 3cm. Para a simulação das vigas com cobrimento maior, foi reduzida a largura dos estribos de 90 mm para 60 mm, como apresentado na Figura 5.38.

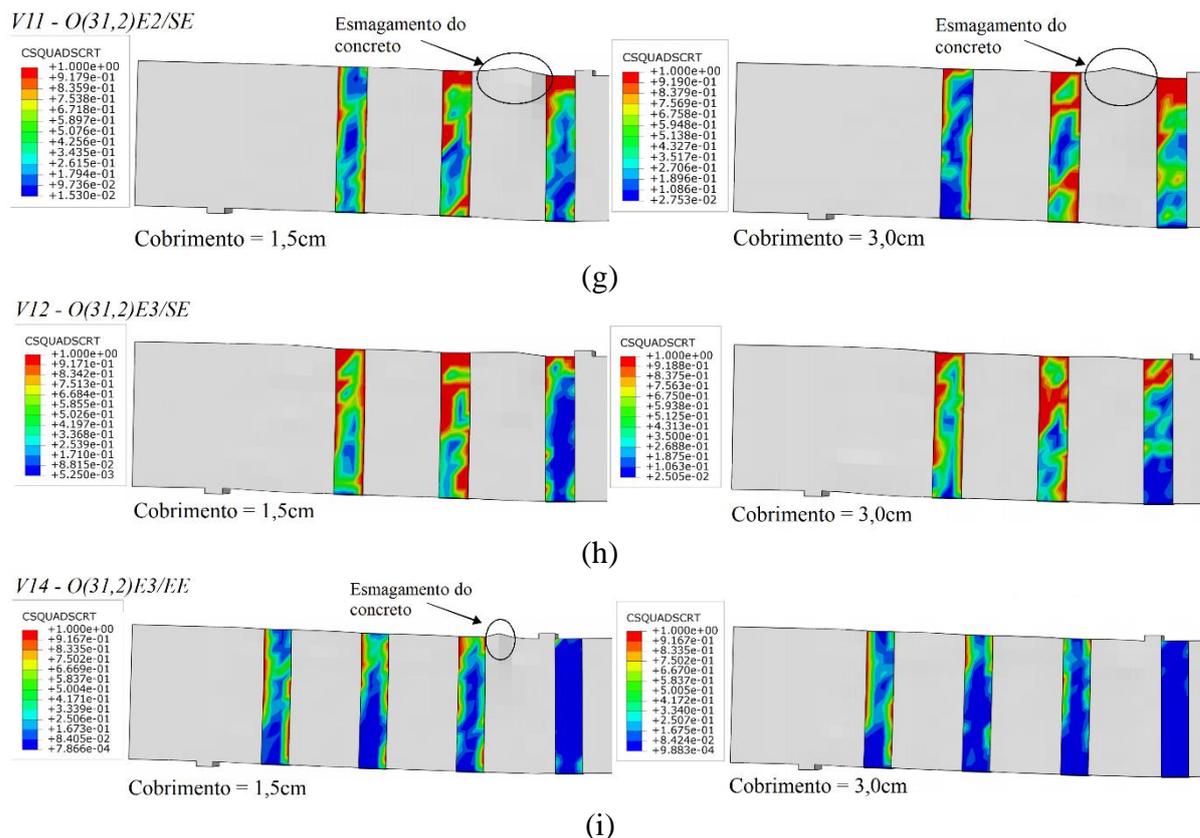
**Figura 5.38 – Seção transversal das vigas com aumento de cobrimento**



Fonte: O autor (2020)

**Figura 5.39 - Danos na interface adesiva com variação do cobrimento para V1 (a), V2 (b), V4 (c), V7 (d), V8 (e), V9 (f), VII (g), V12 (h) e V14 (i)**





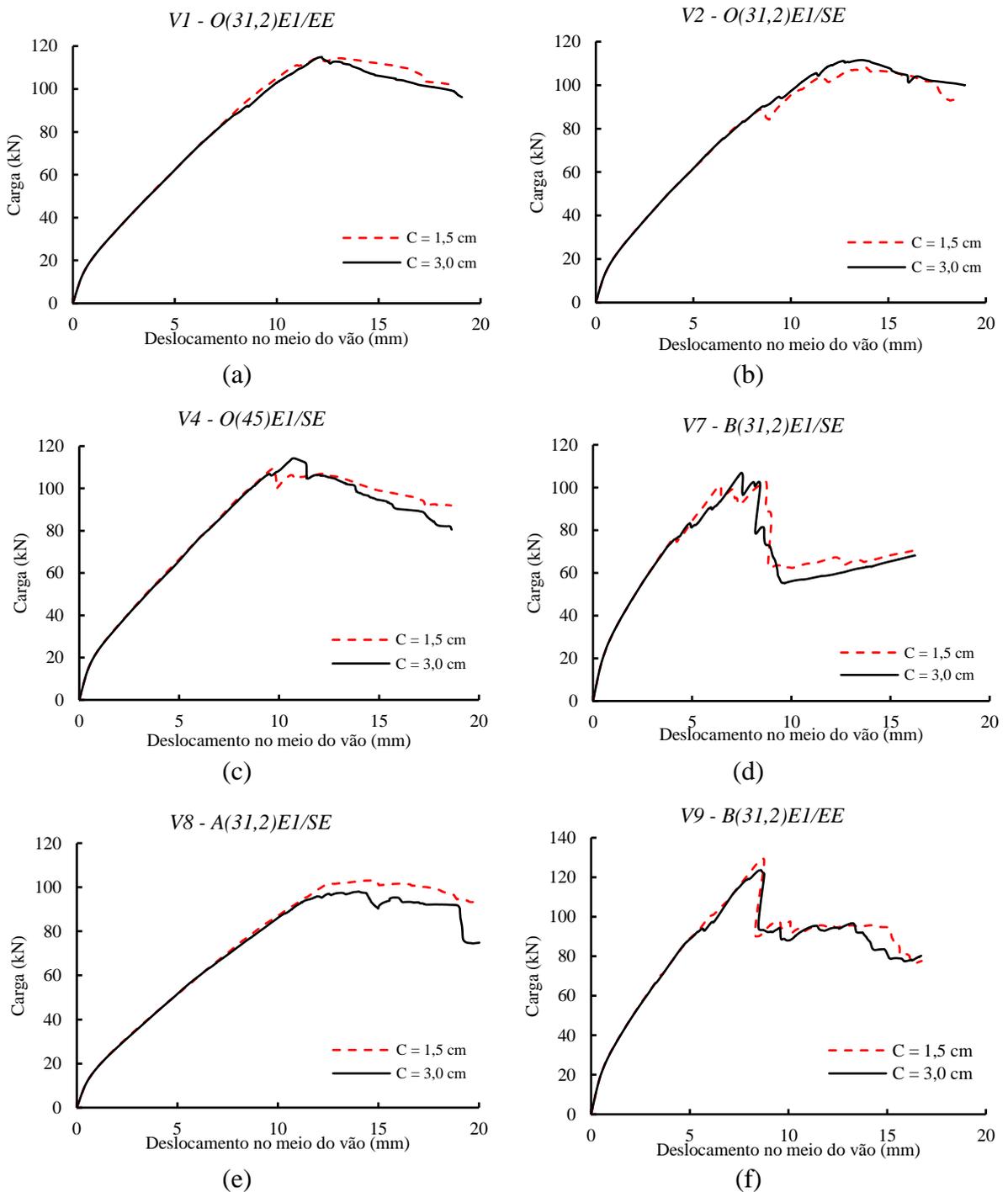
Fonte: O autor (2020)

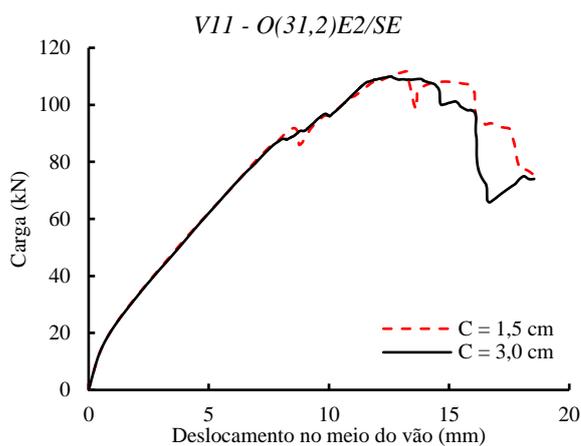
Dos resultados apresentados na Figura 5.39, as vigas que mais mostraram padrões diferentes de descolamento com o aumento do cobrimento foram: *V2* e *V4*, ambas com o reforço posicionado sobre estribos internos. O reforço C (ver Figura 4.15 (b)), do teste *V2*, apresentou uma grande queda de regiões de descolamento ao aumentar o cobrimento da viga. No entanto, a lâmina D teve maiores danos na interface com 3,0 cm de cobrimento, enquanto B se mantém com quase as mesmas regiões de descolamento. Nessa viga, pode ser observado o esmagamento do concreto com cobrimento de 1,5 cm, enquanto que para 3,0 cm, não ocorreu tal ação. A viga *V4* sofreu grandes mudanças no padrão de descolamento, em destaque, tem-se o reforço D, ao qual foi mais solicitado quando o cobrimento aumentou. Nesse caso, o esmagamento do concreto ocorreu no teste com cobrimento de 3,0 cm. Em comparação, nota-se que um aumento dessa propriedade fez com que aumentasse o descolamento na região próxima a aplicação de carga, o que também pode ser observado nas vigas *V11* e *V12*, ainda que em menor escala. Além desses, vale considerar apenas o teste *V9*, que também obteve uma pequena mudança no dano na interface adesiva ao aumentar o cobrimento, os demais praticamente não apresentaram mudanças nas configurações de descolamento.

A Figura 5.40 apresenta uma comparação das curvas carga x deslocamento das vigas com cobrimento de 1,5 cm e com 3,0 cm. Os resultados mostram que praticamente todas as

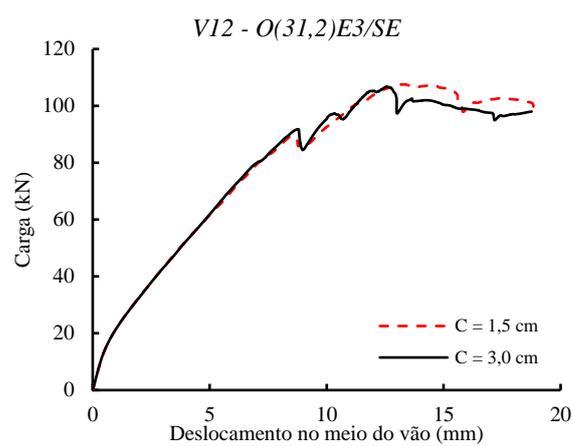
curvas tiveram uma capacidade de carga semelhante, além das tenacidades serem praticamente as mesmas. O único teste que vale ser ressaltado é o V8, pois houve uma pequena queda na capacidade de carga da viga. Com cobrimento de 3,0 cm, o teste teve um pico de 98 kN, enquanto que a original (cobrimento de 1,5 cm) teve um pico de 103 kN. No entanto, não foi observado qualquer grande mudança no padrão de dano desse teste na interface adesiva, com a mudança dessa propriedade.

**Figura 5.40 – Capacidade de carga com mudança de cobrimento para V1 (a), V2 (b), V4 (c), V7 (d), V8 (e), V9 (f), V11 (g), V12 (h) e V14 (i)**

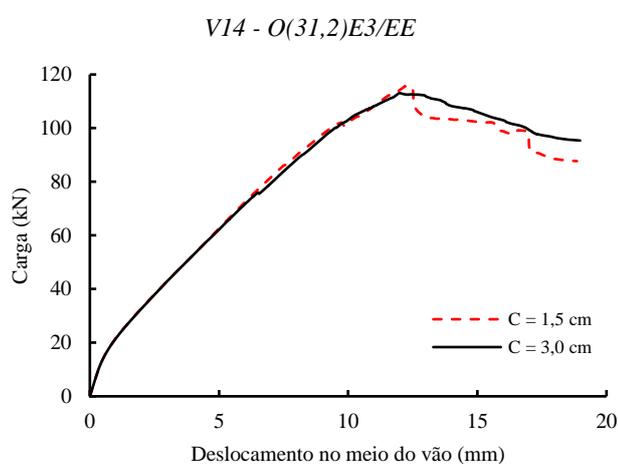




(g)



(h)



(i)

Fonte: O autor (2020)

### 5.2.3.5 Resumo das análises paramétricas

O Quadro 5.1 apresenta um resumo do comportamento da interface, destacando se não houve descolamento (ND), pequenas regiões de descolamento (PRD), grandes regiões de descolamento (GRD) ou descolamento completo (DC). Além disso, os prováveis modos de ruptura também foram informados, sendo eles: cisalhamento/frágil (CF) e flexão/dúctil (FD).

Com esse quadro foi possível notar que das 14 lâminas de PRFC com variação de  $f_{cm}$ , 7 (50%) apresentaram grandes regiões de descolamento ou descolamento completo do material de reforço, dos quais 5 estão posicionados sobre estribos internos.

Referente a variação do vão de cisalhamento ( $a/d$ ), apenas dois compósitos mostraram grandes regiões de dano, ambos próximo ao apoio e com  $a/d$  igual a 1,70. Não houveram grandes diferenças entre os laminados posicionados sobre e entre estribos, referente ao descolamento. Também pode ser observado que os estribos possuíam solicitações semelhantes.

Com a variação das propriedades dos estribos, 4 (28,6%) compósitos exibiram comportamento de descolamento (GDP ou DC), todos localizados sobre os estribos internos. Assim sendo, o aumento da bitola dos estribos apenas mudou o modo de falha e deu maior resistência ao cisalhamento, mas não evitou o descolamento do PRFC.

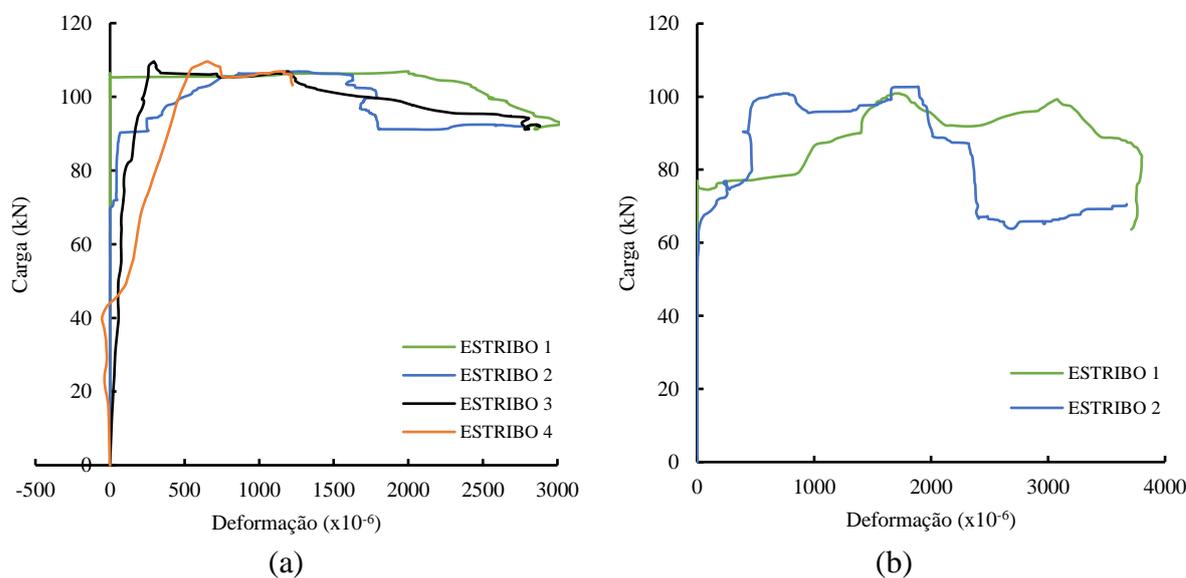
**Quadro 5.1 – Resumo das análises paramétricas**

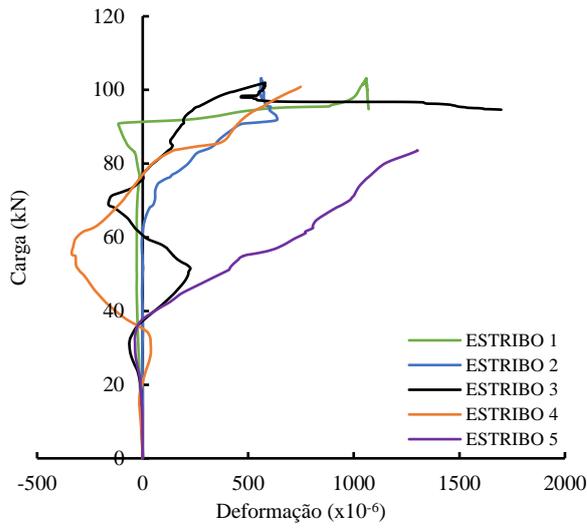
Parâmetro variado	Simulações	Estribo mais solicitados	Tensão no estribo mais solicitado	Provável modo de ruptura	Lâminas de PRFC que apresentaram descolamento			
					A	B	C	D
-	V1 - O(31,2)E <sub>1</sub> /EE	1 e 3	798,3	FD	PRD	PRD	PRD	ND
-	V2 - O(31,2)E <sub>1</sub> /SE	1	797,8	CF	-	GRD	DC	GRD
$f_{cm}$	V3 - O(15)E <sub>1</sub> /SE	1 e 2	798,3	CF	-	GRD	PRD	ND
	V4 - O(45)E <sub>1</sub> /SE	3	604,3	FD	-	PRD	GRD	DC
	V5 - O(15)E <sub>1</sub> /EE	1 e 2	798,3	CF	GRD	PRD	ND	ND
	V6 - O(45)E <sub>1</sub> /EE	1	636,9	FD	ND	ND	ND	ND
	V7 - B(31,2)E <sub>1</sub> /SE	1 e 2	789,6	CF	-	DC	ND	ND
$a/d$	V8 - A(31,2)E <sub>1</sub> /SE	5	454,0	FD	-	PRD	PRD	PRD
	V9 - B(31,2)E <sub>1</sub> /EE	1 e 2	789,6	CF	DC	ND	ND	ND
	V10 - A(31,2)E <sub>1</sub> /EE	4	496,7	FD	ND	ND	ND	ND
	V11 - O(31,2)E <sub>2</sub> /SE	1	323,0	FD	-	PRD	GRD	GRD
$\phi$ Estribos	V12 - O(31,2)E <sub>3</sub> /SE	1	563,9	CF	-	GRD	DC	PRD
	V13 - O(31,2)E <sub>2</sub> /EE	3	210,7	F e C	ND	ND	ND	ND
	V14 - O(31,2)E <sub>3</sub> /EE	4	582,4	FD	PRD	PRD	PRD	ND

Fonte: O autor (2020)

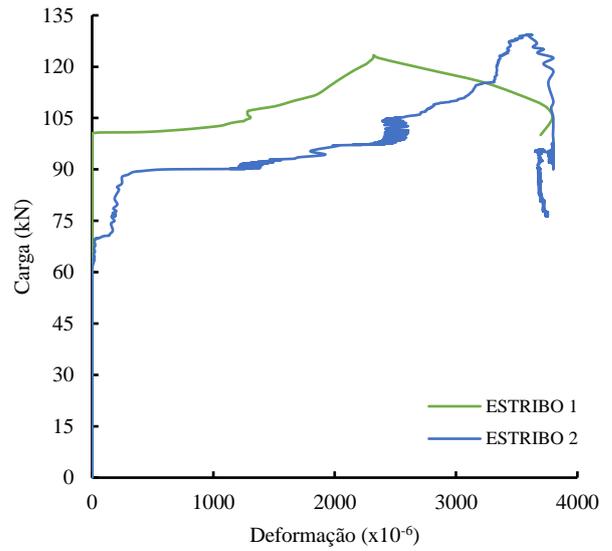
Em termos de deformações nos estribos, foram analisadas as curvas carga x deformação das armaduras transversais nas vigas V4, V7, V8, V9, V11, V12 e V14. Os resultados foram ilustrados na Figura 5.41.

**Figura 5.41 – Curvas carga x deformação da armadura transversal para as vigas V4 (a), V7 (b), V8 (c), V9 (d), V11 (e), V12 (f) e V14 (g)**

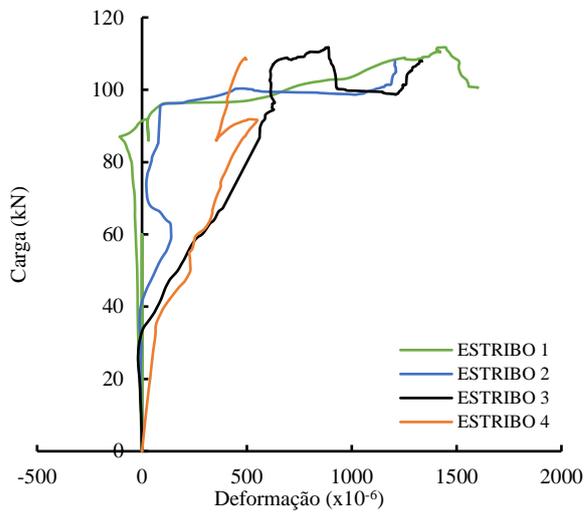




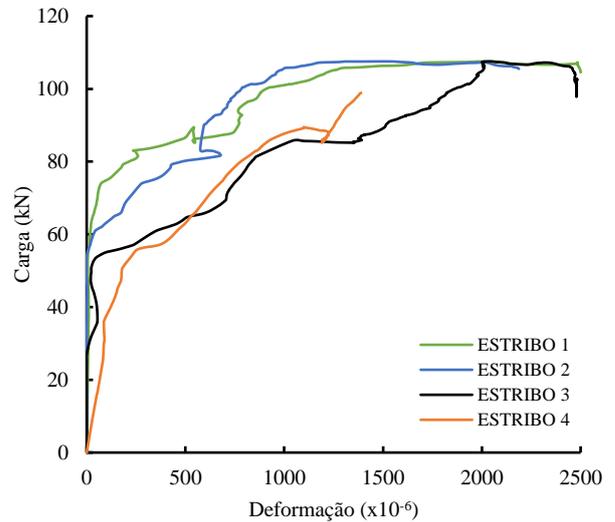
(c)



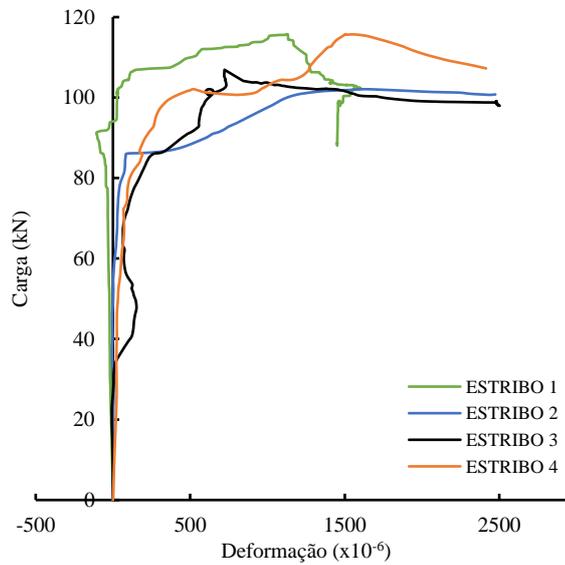
(d)



(e)



(f)



(g)

Fonte: O autor (2020)

Inicialmente, os estribos 1, 2 e 3 de todas as vigas não sofreram nenhuma solicitação considerável. O estribo 4 apresentou maiores deformações iniciais nas vigas *V11* e *V12*, além da *V2* na Figura 5.21 (d), as demais tiveram comportamento inicial semelhante ao restante da armadura transversal. A partir do momento em que se inicia a fissura crítica de cisalhamento, os estribos começam a ser solicitados, a viga *V12* desde 60 kN, aproximadamente, e a *V4* e *V14* com início em 100 kN. A partir desse ponto, com o aumento de carregamento na estrutura, as deformações na armadura também aumentaram até o aço atingir o escoamento ou a ruptura. Alguns estribos não apresentaram esse comportamento evidente, como é o caso da viga *V8*. Nesta, pelo desempenho ser praticamente a flexão, o aço da armadura transversal quase não atingiu o escoamento. Em contrapartida, os estribos as vigas *V7* e *V9* foram os mais solicitados, obtendo as maiores deformações. A deformação das demais vigas apresentam um grande patamar de ductilidade, com exceção do estribo 4 das vigas *V11* e *V12*, pois foram pouco solicitados.

## CAPÍTULO 6. CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

O presente estudo é uma contribuição à verificação do comportamento da interface adesiva, representação do cisalhamento em concreto armado e a interação com as lâminas de reforço em vigas de concreto armado reforçadas externamente (EB) ao cisalhamento com PRFC. O trabalho se desenvolveu por meio de simulações numéricas usando o *software* ABAQUS, baseadas em estudos experimentais. Foram utilizados diversos modelos computacionais tanto para calibração, quanto para análises paramétricas, são eles: CDP para o concreto, modelo elasto-plástico perfeito e *bond-slip* para o aço, modelo constitutivo ortotrópico para o PRFC e *bond-slip* com interface coesiva para o adesivo.

No levantamento do estado da arte, as pesquisas sobre cisalhamento mostraram que ainda se tem grande dúvida sobre o comportamento de estruturas de concreto sujeitas a esforços cortantes. Baseado em técnicas existentes, os autores tentam desenvolvê-las de tal forma que possam definir um padrão das ações a cortante em vigas de concreto. A teoria mais estudada atualmente é a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC).

Percebeu-se que os estudos atuais sobre reforço tratam, principalmente, do comportamento à flexão, sendo poucos relativos ao cisalhamento. Apesar de melhorar a tenacidade, em alguns estudos, a viga se rompia ao cisalhamento devido ao descolamento prematuro do reforço.

Com base na literatura, foi possível notar que os estudos numéricos e os experimentais caminham em conjunto na resolução de problemas em engenharia. Em estudos mais refinados, o pesquisador opta pelas análises numéricas por ser rápida e de baixo custo. No entanto, muitas dessas pesquisas necessitam de resultados experimentais para a validação de modelos. Logo, toda análise computacional pode proceder de uma experimental. Logicamente, a quantidade de estudo em cada situação depende da natureza do problema.

As simulações dos testes de *pull - out* no item 5.1 foram realizadas com o intuito de verificar o comportamento da interface adesiva frente ao modelo utilizado. Os resultados foram muito satisfatórios e apresentaram grande semelhança ao experimental. Assim como a evolução das tensões no modelo *bond - slip* para o adesivo (Figura 3.22), foi possível notar esse fato nos resultados das simulações, por meio das tensões de cisalhamento  $S_{12}$ . A evolução do dano foi da extremidade carregada do PRFC até a extremidade livre, o que resultou em um desempenho semelhante em todas as simulações. À medida que o dano avança, as tensões de cisalhamento  $S_{12}$  diminuía, o que comprova, novamente, o modelo exemplificado no item 3.4. Pode ser

observado nos resultados numéricos que a resistência ao descolamento está relacionada ao comprimento de adesão no substrato (nesse caso, o concreto) e a largura do compósito. Além disso, quanto maior a largura do PRFC, maior o dano gerado no substrato.

No caso da simulação de vigas retangulares em concreto armado, o teste  $V0 - O(31,2)E_I$  foi calibrado baseando-se na viga experimental feita por Menon (2008). A dependência dos parâmetros do CDP para bons resultados foi evidente, com destaque para a viscosidade e o ângulo de dilatação. O aumento da viscosidade fez com que as simulações ocorressem mais rapidamente, em contrapartida, o concreto tinha características irreais e com seu aumento, a capacidade de carga da estrutura aumentava. A viga também ficava mais rígida. O ângulo de dilatação seguiu um comportamento semelhante à medida que essa propriedade aumentava, a viga possuía maiores capacidades de carga, mas com tempo de simulação menor. Nesse último caso, não afetava a rigidez da estrutura. Referente a variação da malha no modelo, os resultados mostraram uma leve dependência no tamanho dessa propriedade, o que não afetou consideravelmente a resposta geral do modelo numérico.

Outro ponto a ser destacado é a rigidez das vigas na adoção do modelo *bond-slip* para as barras longitudinais. Com a consideração de perfeita adesão entre o aço e o concreto, a rigidez da estrutura aumenta, ou seja, seus deslocamentos globais diminuem. Sabendo disso, ao diminuir o módulo de elasticidade da armadura longitudinal (considerando o escorregamento das barras), houve a diminuição da rigidez no componente Concreto/Armação, deixando os resultados mais próximos do experimental.

Com o reforço das vigas, houveram mudanças no comportamento da estrutura, como o aumento da tenacidade. Os resultados das simulações foram coerentes com os experimentais, mostraram uma eficiência dos modelos numéricos adotados, mesmo sendo uma simulação complexa. As simulações permitiram entender melhor o comportamento de estruturas reforçadas, principalmente a situação de descolamento do PRFC.

A viga com o reforço posicionado sobre estribos internos apresentou maiores danos na interface do que a com o compósito posicionado entre estribos internos. Por consequência, a tenacidade da viga  $V2$  foi menor que a  $V1$ , uma vez que o PRFC não foi capaz de absorver tensões como o esperado. A evolução do dano na interface foi diferente dos testes *pull - out*, pois nesses o PRFC foi submetido a apenas um carregamento horizontal, o que não ocorre em vigas sujeitas a vários esforços como o cisalhamento e a flexão. Além disso, o cisalhamento não apresenta um comportamento padrão, o que dificulta a previsão do sistema de descolamento.

Baseado nos resultados obtidos das análises paramétricas, os fatores que mais influenciaram a contribuição dos compósitos de PRFC na resistência ao cisalhamento foram: posição do reforço em sobre e entre estribos, vão de cisalhamento e classe de resistência do concreto. Nessas análises, algumas vigas tiveram baixa tenacidade ocasionada pelo descolamento dos laminados no vão de cisalhamento ou por fissuras críticas. Podem ser destacadas as vigas com  $f_{cm}$  de 15MPa (vigas V3 e V5), vão de cisalhamento de 1,70 (vigas V7 e V9) e quase todas as vigas com o reforço posicionado sobre os estribos internos (vigas V2, V4, V11 e V12), exceto pela V8. As demais vigas apresentam maior tenacidade, pois apresentaram concentração de fissuras de flexão.

A variação da bitola dos estribos praticamente não gerou mudanças no comportamento da estrutura. A única diferença observada foi a própria solicitação dos estribos. Com uma bitola de 9,50 mm, a armadura transversal foi mais solicitada com o PRFC posicionado sobre os estribos internos. Já com diâmetros menores, as solicitações foram basicamente a mesma nos dois casos (compósito entre e sobre estribos).

Com os resultados acima expostos, nota-se que a posição do reforço de PRF tem efeito significativo na resistência global da estrutura, especificamente quando posicionado sobre os estribos internos. Pellegrino e Modena (2002) e Pellegrino e Modena (2008), em testes experimentais, afirmam que há uma redução na eficiência do reforço quando o espaçamento dos estribos diminui (PRFC muito próximo do estribo ou sobre ele) em vigas reforçadas ao cisalhamento. De fato, pelos testes com reforço posicionado sobre a armadura transversal, a contribuição do PRFC diminui com a aproximação do mesmo dos estribos internos, neste caso, com o reforço posicionado entre e sobre a armadura transversal. Esses resultados estão de acordo com o que foi relatado por Ebead e Saeed (2017), Wakjira e Ebead (2018) e Karzad et al. (2019). Segundo Pellegrino e Modena (2002), a zona de ligação efetiva pode variar de acordo com a aproximação do PRF em relação aos estribos. Embora uma fenda diagonal principal esteja presente no mecanismo de falha ao cisalhamento de uma viga sem estribos, uma área de fissura diagonal é evidente nessa mesma viga com estribos. Consequentemente, quando há uma maior concentração de armadura transversal, se desenvolve uma faixa com várias fissuras diagonais entre a zona de ligação do PRFC e o concreto.

Os estribos de aço internos e o reforço de PRFC externos resistem ao cisalhamento vertical por meio do mesmo mecanismo, ou seja, forças axiais provenientes da abertura de fissuras de cisalhamento e flexão (MOHAMED ALI; OEHLERS; SERACINO, 2006). Assim, o PRFC funciona como estribos externos e, portanto, pode-se considerar as vigas reforçadas entre estribos com maior concentração de armadura transversal no vão de cisalhamento que as

reforçadas sobre estribos. Essa suposição é válida quando comparamos os dois padrões de fissuração. Enquanto as vigas com PRFC entre estribos tiveram uma concentração de fissuras de flexão no banzo inferior (V6, V10, V13) ou uma área maior de fissuras (V1, V5, V14), a com lâminas posicionadas sobre estribos concentrou em sua grande maioria, uma diagonal crítica de cisalhamento no banzo superior da viga ou esmagamento do concreto (V2, V3, V11, V12). Além disso, as deformações plásticas também foram maiores nas últimas. Essa diferença demonstra a ineficiência do reforço posicionado sobre os estribos internos, pois mesmo com uma área de fissuração menor, tiveram descolamentos completos devido a grandes deformações plásticas no concreto provenientes da fissura crítica de cisalhamento.

O aumento do cobrimento de 1,5cm para 3,0cm não provocou grandes mudanças na estrutura, tanto em regiões de descolamento, quanto em diagramas carga x deslocamento. A única alteração constatada foi nas configurações de regiões de dano em algumas vigas reforçadas sobre estribos, em destaque, tem-se a V2 e V4. Logo, o aumento do cobrimento não afeta significativamente o reforço estrutural.

Portanto, os resultados mostraram algumas evidências do quão complexo é o mecanismo de falha ao cisalhamento, ainda mais levando em consideração a descolagem do compósito e suas interações. Assim, exibiu a necessidade de uma maior investigação de modelos teóricos que avaliem o sistema de descolamento do reforço, levando em consideração a influência dos estribos internos.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o desenvolvimento desta pesquisa, novas possibilidades de estudo na área de perda de adesão em estruturas reforçadas ao cisalhamento podem ser abertas. A abordagem pode ser:

- Realizar um estudo paramétrico do modelo de interface coesiva com variação de suas propriedades no ABAQUS;
- Analisar a eficiência do reforço em outros sistemas estruturais que podem sofrer situações de perda de adesão, como: lajes, reforço em articulações e reforço em pilares por cargas sísmicas;
- Avaliar os sistemas de ancoragem (na parte superior do elemento, na parte inferior da viga e uso de cantoneiras ou chapas metálicas) com base em regiões propícias a descolamento do reforço;
- Estudar os modos de falha de vigas reforçadas ao cisalhamento com variação do ângulo do reforço, diferentes tipos de compósitos (variação das propriedades), variar

propriedades dos adesivos, espaçamento do PRFC, largura da lâmina e resistência das armaduras (aços de alta resistência);

- Desenvolver um método de análise que avalie o comportamento de uma viga que tenha sofrido grandes danos ao cisalhamento e, posteriormente, reforçá-la;
- Avaliar o sistema de descolamento em estruturas sujeitas a cargas cíclicas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABDUL-SALAM, B. **Behaviour of shear critical FRP reinforced concrete one-way slabs.** n. June. 2014. 221 p. Thesis (Doctorate in Civil Engineering), Sherbrooke University, Sherbrooke, Canadá.

ACI COMMITTEE 318. **ACI 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete and ACI 318R-14: Commentary.** American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2014, 443 p.

ACI COMMITTEE 440. **ACI 440.2R-08: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures.** American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2008, 80 p.

AL-OSTA, M. A. et al. Flexural behavior of reinforced concrete beams strengthened with ultra-high performance fiber reinforced concrete. **Construction and Building Materials**, v. 134, p. 279–296, 2017.

AL MAHMOUD, F. et al. Shear behavior of reinforced concrete beams made from recycled coarse and fine aggregates. **Structures**, v. 25, n. March, p. 660–669, 2020.

ALHADID, M. M. A. et al. Critical overview of blast resistance of different concrete types. **Magazine of Concrete Research**, v. 66, n. 2, p. 72–81, 2014.

ARAÚJO, C. M. **Reforço de Vigas de Concreto à Flexão e ao Cisalhamento com Tecidos de Fibra de Carbono.** 2002. 153 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR. 6118.** Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014

BACCIN, A. G. C. **Fundamentos do concreto de alto desempenho e sua aplicação no projeto de pilares.** 1998. 173 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Carlos, São Carlos.

BAGGIO, D.; SOUDKI, K.; NOËL, M. Strengthening of shear critical RC beams with various FRP systems. **Construction and Building Materials**, v. 66, p. 634–644, 2014.

BAHRAQ, A. A. et al. Experimental and Numerical Investigation of Shear Behavior of RC Beams Strengthened by Ultra-High Performance Concrete. In: **International Journal of Concrete Structures and Materials**, v. 13, n. 1, 2019.

BARBIERI, G. et al. Size and shape effect in the pull-out of FRP reinforcement from concrete. **Composite Structures**, v. 143, p. 395–417, 2016.

BEBER, A. J. **Comportamento Estrutural de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Compósitos de Fibra de Carbono.** 2003. 317 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

- BEER, F. P. et al. **Mecânica dos materiais**. Nova York: AMGH Editora LTDA, 5 ed. 2011, 800 p.
- BEHNAM, H.; KUANG, J. S.; SAMALI, B. Parametric finite element analysis of RC wide beam-column connections. **Computers and Structures**, v. 205, p. 28–44, 2018.
- BELARBI A. et al. **Design of FRP Systems for Strengthening Concrete Girders in Shear**. Washington, DC: The National Academies Press, 2011, 129 p. ISBN 978-0-309-15531-1.
- BELARBI, A.; ACUN, B. FRP systems in shear strengthening of reinforced concrete structures. **Procedia Engineering**, v. 57, p. 2–8, 2013.
- BENCARDINO, F.; CONDELLO, A. SRG/SRP-concrete bond-slip laws for externally strengthened RC beams. **Composite Structures**, v. 132, p. 804–815, 2015.
- BENZEGGAGH, M. L.; KENANE, M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. **Composites Science and Technology**, v. 56, p. 439–449, 1996.
- BESSON, J. et al. **Non-linear mechanics of materials**. v. 167. Waterloo: Springer, 2010, 450 p.
- BHARDWAJ, A. et al. To study the effect of drilling process parameters on glass fiber reinforced composite. **Materials Today: Proceedings**, 2020.
- BIRTEL, V.; MARK, P. Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. **Abaqus User's Conference**, p. 95–108, 2006.
- BSISU, K. A. D.; HUSSEIN, H. H.; SARGAND, S. M. The Use of Hashin Damage Criteria, CFRP–Concrete Interface and Concrete Damage Plasticity Models in 3D Finite Element Modeling of Retrofitted Reinforced Concrete Beams with CFRP Sheets. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 42, n. 3, p. 1171–1184, 2017.
- CAMANHO, P. P.; DÁVILA, C. G. Mixed-Mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials. **Nasa/Tm-2002-211737**, June 2002, p. 42, 2002.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression. **ACI Structural Journal**, n. 82-72, p. 797–804, 1986.
- CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results. **Engineering Structures**, v. 103, p. 157–173, 2015.
- CAVAGNIS, F.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 49–64, 2018.
- CHELLAPANDIAN, M.; PRAKASH, S. S.; SHARMA, A. Axial compression–bending interaction behavior of severely damaged RC columns rapid repaired and strengthened using hybrid FRP composites. **Construction and Building Materials**, v. 195, p. 390–404, 2019.

- CHEN, G. M. et al. Interaction between Steel Stirrups and Shear-Strengthening FRP Strips in RC Beams. **Journal of Composites for Construction**, v. 14, n. 5, p. 498–509, 2010.
- CHEN, W. F.; HAN, D. J. **Plasticity for Structural Engineers**. Nova York: J. Ross Publishing, 2007, 606 p.
- CHEN, G. M.; TENG, J. G.; CHEN, J. F. Process of debonding in RC beams shear-strengthened with FRP U-strips or side strips. In: **International Journal of Solids and Structures**, v. 49, n. 10, p. 1266–1282, 2012.
- CHEN, G. M.; TENG, J. G.; CHEN, J. F. Shear strength model for FRP-strengthened RC beams with adverse FRP-steel interaction. **Journal of Composites for Construction**, v. 17, n. 1, p. 50–66, 2013.
- CHI, Y. et al. Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, v. 148, p. 23–35, 2017.
- COLALILLO, M. A.; SHEIKH, S. A. Behavior of shear-critical reinforced concrete beams strengthened with fiber-reinforced polymer-Experimentation. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 6, p. 1373–1384, 2014a.
- COLALILLO, M. A.; SHEIKH, S. A. Behavior of shear-critical reinforced concrete beams strengthened with fiber-reinforced polymer-Experimentation. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 6, p. 1373–1384, 2014b.
- DABIRI, H.; KAVIANI, A.; KHEYRODDIN, A. Influence of reinforcement on the performance of non-seismically detailed RC beam-column joints. **Journal of Building Engineering**, v. 31, 2020.
- DAUD, R. A.; CUNNINGHAM, L. S.; WANG, Y. C. New model for post-fatigue behaviour of CFRP to concrete bond interface in single shear. **Composite Structures**, v. 163, p. 63–76, 2017.
- DEHESTANI, M.; MOUSAVI, S. S. Modified steel bar model incorporating bond-slip effects for embedded element method. **Construction and Building Materials**, v. 81, p. 284–290, 2015.
- DEMIN, W.; FUKANG, H. Investigation for plastic damage constitutive models of the concrete material. **Procedia Engineering**, v. 210, p. 71–78, 2017.
- DÍAZ DE TERÁN, J. R.; HAACH, V. G. Equivalent stress-strain law for embedded reinforcements considering bond-slip effects. **Engineering Structures**, v. 165, p. 247–253, 2018.
- EARIJ, A. et al. Nonlinear three-dimensional finite-element modelling of reinforced-concrete beams: Computational challenges and experimental validation. **Engineering Failure Analysis**, v. 82, p. 92–115, 2017.
- EBEAD, U.; SAEED, H. FRP/stirrups interaction of shear-strengthened beams. **Materials and Structures**, v. 50, n. 103, p. 1 – 16, 2017.

ELGHAZY, M. et al. Experimental results and modelling of corrosion-damaged concrete beams strengthened with externally-bonded composites. **Engineering Structures**, v. 172, p. 172–186, 2018.

ELSANADEDY, H. M. et al. Experimental and numerical study on FRP-upgraded RC beams with large rectangular web openings in shear zones. **Construction and Building Materials**, v. 194, p. 322–343, 2019.

ESLAMI, A. et al. Effect of FRP stitching anchors on ductile performance of shear-deficient RC beams retrofitted using FRP U-wraps. **Structures**, v. 23, p. 407–414, 2020.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION. **EUROCODE 2: Design of Concrete Structures - Part 1 - 1: General rules and rules for buildings**, Brussels, 160 p.

FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MIRZAEI, Y.; MUTTONI, A. Post-punching behavior of flat slabs. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 5, p. 801–811, 2013.

FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A.; SAGASETA, J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. **Engineering Structures**, v. 99, p. 360–372, 2015.

FERNANDO, D.; YU, T.; TENG, J. G. Finite element analysis of debonding failures in CFRP-strengthened rectangular steel tubes subjected to an end bearing load. In: **International Conference on FRP Composites in Civil Engineering. Proceedings... CICE 2012**, p. 1–8, Wollongong: 2012.

FERNANDO, N. D. **Bond behaviour and debonding failures in CFRP-strengthened steel members**. 2010. 343 p. Thesis (Doctorate in Civil Engineering) - The Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, Hong Kong.

FERREIRA, D. et al. Analysis of FRP Shear Strengthening Solutions for Reinforced Concrete Beams Considering Debonding Failure. **Journal of Composites for Construction**, v. 20, n. 5, p. 1-16, 2016.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solitações tangenciais**. São Paulo: PINI, 2008, 332 p. ISBN 978-85-7266-208-6

GAO, L. et al. Experimental and numerical study on the interfacial bonding characteristics of FRP-to-concrete joints with mechanical fastening. **Construction and Building Materials**, v. 199, p. 456–470, 2019.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, v. 98, p. 38–48, 2015.

GIRÃO COELHO, A. M. Finite Element Guidelines for Simulation of Delamination Dominated Failures in Composite Materials Validated by Case Studies. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 23, n. 2, p. 363–388, 2016.

GUO, Z. **Principles of reinforced concrete**. Waltham: Elsevier, 1. ed, 2014, 590 p.

- HANIF, M. U. et al. A new approach to estimate damage in concrete beams using non-linearity. **Construction and Building Materials**, v. 124, p. 1081–1089, 2016.
- HANOON, A. N. et al. Strut-and-tie model for externally bonded CFRP-strengthened reinforced concrete deep beams based on particle swarm optimization algorithm: CFRP debonding and rupture. **Construction and Building Materials**, v. 147, p. 428–447, 2017.
- HANY, N. F.; HANTOUCHE, E. G.; HARAJLI, M. H. Finite element modeling of FRP-confined concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, v. 125, p. 1–14, 2016.
- HORDIJK, D. A. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; Experiments, modeling and analyses. **TNO Building and Construction Research**, v. 37, n. 1, 79 p. 1992.
- JEEHO, L.; L., F. G. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.
- JORGE, R. M. N.; DINIS, L. M. J. S. **Teoria da Plasticidade**. p. 66, 2005.
- JUMAA, G. B.; YOUSIF, A. R. Size effect on the shear failure of high-strength concrete beams reinforced with basalt FRP bars and stirrups. **Construction and Building Materials**, v. 209, p. 77–94, 2019a.
- JUMAA, G. B.; YOUSIF, A. R. Size Effect in Shear Failure of High Strength Concrete Beams without Stirrup reinforced with Basalt FRP Bars. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 23, n. 4, p. 1636–1650, 2019b.
- JUMAA, G. B.; YOUSIF, A. R. Numerical modeling of size effect in shear strength of FRP-reinforced concrete beams. **Structures**, v. 20, p. 237–254, 2019c.
- KACHANOV, L. M. **Introduction to continuum damage mechanics**. Brookline: Kluwer Academic Publishers, 1986, 132 p.
- KARZAD, A. S. et al. Repair and strengthening of shear-deficient reinforced concrete beams using Carbon Fiber Reinforced Polymer. **Composite Structures**, v. 223, p. 1–10, 2019.
- KEZMANE, A.; BOUKAIS, S.; HAMIZI, M. Numerical simulation of squat reinforced concrete wall strengthened by FRP composite material. **Frontiers of Structural and Civil Engineering**, v. 10, n. 4, p. 445–455, 2016.
- KIM, N. et al. Relationships between interfacial shear stresses and moment capacities of RC beams strengthened with various types of FRP sheets. **Construction and Building Materials**, v. 93, p. 1170–1179, 2015.
- KIM, Y.; GHANNOUM, W. M.; JIRSA, J. O. Shear behavior of full-scale reinforced concrete T-beams strengthened with CFRP strips and anchors. **Construction and Building Materials**, v. 94, p. 1–9, 2015.

KMIECIK, P.; KAMINSKI, M. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, v. XI, n. 3, 2011.

KOSSA, A. **Exact stress integration schemes for elastoplasticity**. 2011. 142 p. PhD dissertation, Budapest University of Technology and Economics - Department of Applied Mechanics, Budapest, Hungria.

KRAHL, P. A. **Lateral stability of ultra-high performance fiber-reinforced concrete beams with emphasis in transitory phases**. 2018. 202 p. Thesis (Doctorate in Civil Engineering), University of São Paulo, São Paulo.

KRAHL, P. A.; CARRAZEDO, R.; EL DEBS, M. K. Mechanical damage evolution in UHPFRC: Experimental and numerical investigation. **Engineering Structures**, v. 170, p. 63–77, 2018.

KRASSOWSKA, J.; KOSIOR-KAZBERUK, M.; BERKOWSKI, P. Shear behavior of two-span fiber reinforced concrete beams. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, v. 19, n. 4, p. 1442–1457, 2019.

KRZYWOŃ, R. Behavior of EBR FRP Strengthened Beams Exposed to Elevated Temperature. **Procedia Engineering**, v. 193, p. 297–304, 2017.

KWAK, H. G.; KIM, J. K. Implementation of bond-slip effect in analyses of RC frames under cyclic loads using layered section method. **Engineering Structures**, v. 28, n. 12, p. 1715–1727, 2006.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-Damage Model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.

LEMAITRE, J. **A course on damage mechanics**. Paris: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2 ed. 1996, 243 p.

LI, C.; HAO, H.; BI, K. Numerical study on the seismic performance of precast segmental concrete columns under cyclic loading. **Engineering Structures**, v. 148, p. 373–386, 2017.

LI, W.; LEUNG, C. K. Y. Shear span-depth ratio effect on behavior of RC beam shear strengthened with full-wrapping FRP strip. **Journal of Composites for Construction**, v. 20, n. 3, p. 1–14, 2016.

LI, W.; LEUNG, C. K. Y. Effect of shear span-depth ratio on mechanical performance of RC beams strengthened in shear with U-wrapping FRP strips. **Composite Structures**, v. 177, p. 141–157, 2017.

LI, Y.; LIU, X.; WU, M. Mechanical properties of FRP-strengthened concrete at elevated temperature. **Construction and Building Materials**, v. 134, p. 424–432, 2017.

LIBERATI, E. A. P. et al. Failure analysis of reinforced concrete structures subjected to chloride penetration and reinforcements corrosion. **Handbook of Materials Failure Analysis With Case Studies from the Chemicals, Concrete, and Power Industries**, p. 93–121, 2016.

LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. In: **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

MA, G.; LI, H.; WANG, J. Experimental study of the seismic behavior of an earthquake-damaged reinforced concrete frame structure retrofitted with basalt fiber-reinforced polymer. **Journal of Composites for Construction**, v. 17, n. 6, p. 1–10, 2013.

MACEDO, B. N. T. **Determinação do coeficiente de conformação superficial de barras de aço para uso em concreto armado**. 2018. 129 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MACHADO, A. P.; MACHADO, B. A. **Reforço de estruturas de concreto armado com sistemas compostos FRP: Teoria e Prática**. São Paulo: PINI, 2015, 517 p. ISBN 978-85-7266-460-8

MALM, R. **Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses**. Stockholm: Trita-Bkn. 2006, 136 p. n. 88. ISSN 1103-4270.

MANUAL ABAQUS 6.12: ANALYSIS USER'S GUIDE. Dassaut Systèmes Simulia Corp., v.1, v.2, v.3, v.4, v.5, Providence, RI, USA, 2012.

MANUAL ABAQUS 6.12: THEORY. Dassaut Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2012.

MENON, V. A. **Estudo experimental de sistemas de reforço ao cisalhamento em vigas de concreto armado utilizando-se polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC)**. 2008. 327 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

MICHAŁ, S.; ANDRZEJ, W. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. **Advances in Structural Engineering and Mechanics**, p. 11, 2015.

MODEL CODE 2010. **CEB - FIB: Bulletin 55**. Federal Institute of Technology Lausanne - EPFL, Lausanne, Switzerland, v. 1, 318 p. 2010.

MOHAMED ALI, M. S.; OEHLERS, D. J.; SERACINO, R. Vertical shear interaction model between external FRP transverse plates and internal steel stirrups. **Engineering Structures**, v. 28, n. 3, p. 381–389, 2006.

MORADI, E.; NADERPOUR, H.; KHEYRODDIN, A. An experimental approach for shear strengthening of RC beams using a proposed technique by embedded through-section FRP sheets. **Composite Structures**, v. 238, 2020.

MOSTOFINEJAD, D.; TABATABAEI KASHANI, A.; HOSSEINI, A. Design model for shear capacity of RC beams strengthened with two-side CFRP wraps based on effective FRP strain concept. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, v. 20, n. 2, p. 161–179, 2016.

MUGAHED AMRAN, Y. H. et al. Properties and applications of FRP in strengthening RC structures: A review. **Structures**, v. 16, p. 208–238, 2018.

MUTTONI, A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M. From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions: The Critical Shear Crack Theory for shear design. **Structural Concrete**, v. 20, n. 4, p. 1464–1480, 2019.

MUTTONI, A.; RUIZ, M. F. Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. **ACI Structural Journal**. n. 105, p. 163–172, 2009.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. **IABSE Colloquium**, v. 62, p. 703–708, 1991.

NAJAFGHOLIPOUR, M. A. et al. Finite element analysis of reinforced concrete beam-column connections with governing joint shear failure mode. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 14, n. 7, p. 1200–1225, 2017.

OBAIDAT, Y. T. **Structural retrofitting of reinforced concrete beams using carbon fibre reinforced polymer**. 2011. 88 p. Dissertation - Department of Constructuin Sciences (Structural Mechanics), Lund University, Lund, Sweden.

OBAIDAT, Y. T.; HEYDEN, S.; DAHLBLOM, O. The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modelling retrofitted RC beams with FEM. **Composite Structures**, v. 92, n. 6, p. 1391–1398, 2010.

OBRIEN, E.; DIXON, A.; SHEILS, E. **Reinforced and Prestressed Concrete Design to EC2: The complete process**. Nova York: Spon Press, 2012, 535 p.

OLLER, E.; PUJOL, M.; MARÍ, A. Contribution of externally bonded FRP shear reinforcement to the shear strength of RC beams. **Composites Part B**, v. 164, p. 235–248, 2018.

PAPANIKOLAOU, V. K.; KAPPOS, A. J. Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression. **International Journal of Solids and Structures**, v. 44, n. 21, p. 7021–7048, 2007.

PEDROSO, F. L. Concreto: as origens e a evolução do material construtivo mais usado pelo homem. **Revista Concreto e Construções**. São Paulo: IBRACON, n. 53, p. 14–19, 2009.

PELLEGRINO, C.; MODENA, C. Fiber Reinforced Polymer Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams with Transverse Steel Reinforcement. **Journal of Composites for Construction**, v. 6, n. 2, p. 104–111, 2002.

PELLEGRINO, C.; MODENA, C. An experimentally based an a lytical model for the shear capacity of frp-strengthened reinforced concrete beams. **Mechanics of Composite Materials**. v. 44, n. 3, p. 231–245, 2008.

PIGGOT, M. **Load Bearing Fibre Composites**. Toronto: Kluwer Academic Publishers, 2 ed. 2002, 475 p.

PROENÇA, S. P. B. **Aula n.4: Elementos de mecânica do dano em meios contínuos**. São Carlos, 2001.

REINOSO, J.; PAGGI, M.; BLÀZQUES, A. A nonlinear finite thickness cohesive interface element for modeling delamination in fibre-reinforced composite laminates. **Composites Part B**, v. 109, p. 116–128, 2017.

REIS, L. S. N. **Sobre a recuperação e reforço de estruturas de concreto armado**. 2001. 114 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ROUSAKIS, T. Encyclopedia of Earthquake Engineering. **Encyclopedia of Earthquake Engineering**, p. 1–15, 2014.

SAMWAYS, M. C. **Análise numérica de juntas adesivadas pelo método dos elementos finitos considerando o início e a evolução do dano**. 2013. 163 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba.

SARTURI, F. D. M. **Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono**. 2014. 234 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SCHMOEKEL, G. **ALMACO: Faturamento no setor de compósitos caiu 4% em 2016**. São Paulo, 23 maio, 2017. Disponível em: < <http://almaco.org.br/category/compositos/>>. Acesso em: 19 fev. 2020.

SHARAKY, I. A. et al. Effect of axial stiffness of NSM FRP reinforcement and concrete cover confinement on flexural behaviour of strengthened RC beams: Experimental and numerical study. **Engineering Structures**, v. 173, p. 987–1001, 2018.

SIDDIKA, A. et al. Performances, challenges and opportunities in strengthening reinforced concrete structures by using FRPs – A state-of-the-art review. **Engineering Failure Analysis**, v. 111, 2020.

SOUZA, R. A. **Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento De Elementos com descontinuidades**. 2004. 442 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

TRIANAFILLOU, T. C. Strengthening of structures with advanced FRPs. **Progress in Structural Engineering and Materials**, v. 1, n. 2, p. 126–134, 1998.

TRUONG, G. T.; LEE, H. H.; CHOI, K. K. Flexural behavior of RC beams strengthened with NSM GFRP strips after exposed to high temperatures. **Engineering Structures**, v. 173, p. 203–215, 2018.

TYSMANS, T. et al. Finite element modelling of the biaxial behaviour of high-performance fibre-reinforced cement composites (HPFRCC) using Concrete Damaged Plasticity. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 100, p. 47–53, 2015.

VERISSIMO, G. S. **ABAQUS: Conceitos Básicos**. 219 p. 2006.

WAKJIRA, T. G.; EBEAD, U. FRCM/internal transverse shear reinforcement interaction in shear strengthened RC beams. **Composite Structures**, v. 201, n. June, p. 326–339, 2018.

WU, Y. F.; ZHAO, X. M. Unified bond stress-slip model for reinforced concrete. **Journal of Structural Engineering (United States)**, v. 139, n. 11, p. 1951–1962, 2013.

YANG, Y.; WALRAVEN, J.; DEN UIJL, J. Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement Based on Critical Shear Displacement. **Journal of Structural Engineering (United States)**, v. 143, n. 1, p. 1–13, 2017.

YAO, J.; TENG, J. G.; CHEN, J. F. Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints. **Composites Part B: Engineering**, v. 36, n. 2, p. 99–113, 2005.

YU, F. et al. Experimental study on high pre-cracked RC beams shear-strengthened with CFRP strips. **Composite Structures**, v. 225, 2019.

YUAN, H. et al. Full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints. **Engineering Structures**, v. 26, n. 5, p. 553–565, 2004.

ZHANG, J.; ZHANG, Z.; CHEN, C. Yield criterion in plastic-damage models for concrete. **Acta Mechanica Sinica**, v. 23, n. 3, p. 220–230, 2010.

ZHENG, F. et al. A plastic damage model for concrete structure cracks with two damage variables. **Science China Technological Sciences**, v. 55, n. 11, p. 2971–2980, 2012.

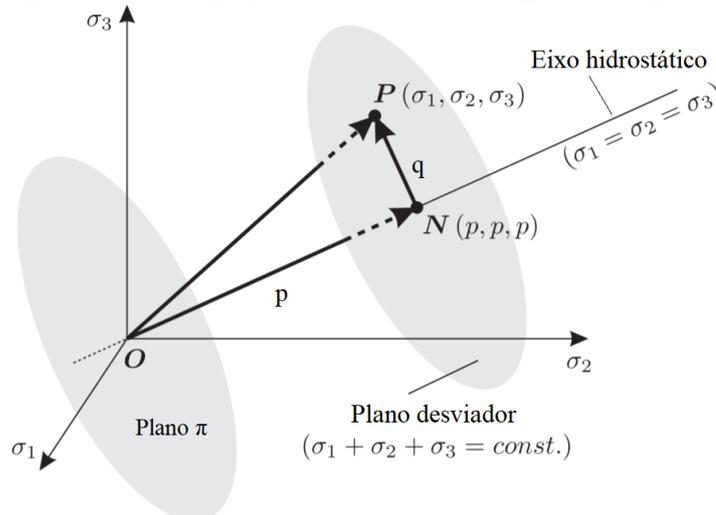
ZHENG, Y. Z. et al. Experimental investigation and numerical analysis of RC beams shear strengthened with FRP/ECC composite layer. **Composite Structures**, v. 246, 2020.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – ESPAÇO DE TENSÕES DE HAIGH-WSTERGAARD

De acordo com Chen e Han (2007), o tensor de tensão  $\sigma_{ij}$  tem seis componentes independentes, logo, esses podem ser considerados como coordenadas posicionais em um espaço de seis dimensões. No entanto, devido à dificuldade de representação, uma boa alternativa é levar em conta as tensões principais  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  como coordenadas. Cada ponto destas coordenadas representa um estado de tensão nesse espaço tridimensional. Esse espaço de tensão é chamado de espaço de tensão de Haigh-Westergaard (Figura A. 1).

**Figura A. 1 - Espaço de tensões de Haigh-Wstergaard**



Fonte: Adaptado de Kossa (2011)

A reta “ON” passa pela origem e faz o mesmo ângulo com cada um dos eixos coordenados. Para cada ponto dessa linha, o estado de tensão é nomeado estado hidrostático ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) ou esférico (CHEN E HAN, 2007; KOSSA, 2011). Qualquer plano perpendicular à linha “ON” é chamada de plano desviador e é representado matematicamente por:

$$\sigma_{ii} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sqrt{3}p; p = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.1})$$

Em que  $I_1$  é o primeiro invariante do tensor de tensões e  $p$  é a distância da origem do espaço de tensões até o plano desviador medida ao longo do eixo hidrostático. O plano desviador particular que contém a origem “O” é chamado de plano- $\pi$  e pode ser representado matematicamente por:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0 \quad (\text{A.2})$$

O comprimento  $q$  do vetor “NP” é dado por (CHEN E HAN, 2007; KOSSA, 2011; CHI et al., 2014):

$$q = \sqrt{2J_2}; \quad q = \sqrt{3}\tau_{oct} \quad (\text{A.3})$$

Em que  $J_2$  é o segundo invariante do tensor de tensão desviador dado pela Equação A.4 e  $\tau_{oct}$  é a tensão cisalhante octaédrica dado pela Equação A.5.

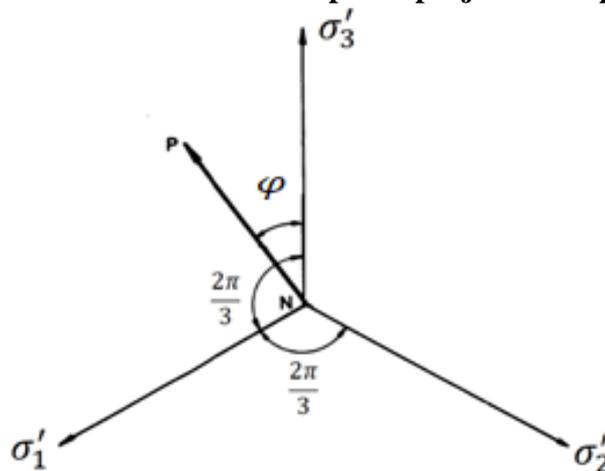
$$J_2 = \frac{S_{ij}S_{ij}}{2} = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{zx}^2 \quad (\text{A.4})$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} \quad (\text{A.5})$$

Em que  $S_{ij}$  é tensor de tensão desviador.

O terceiro invariante entra por meio do ângulo polar  $\varphi$  (ou ângulo de Lode) no plano desviador. Esse invariante é obtido ao considerar as projeções do vetor “NP” e os eixos coordenados  $\sigma_i$  em um plano desviador como na Figura A. 2. Os eixos  $\sigma'_1, \sigma'_2$  e  $\sigma'_3$  são projeções dos eixos  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$  no plano desviador (CHEN E HAN, 2007).

**Figura A. 2 - Estado de tensão de um ponto projetado no plano desviador**



Fonte: Adaptado de Chen e Han (2007)

Portanto, de acordo com Chen e Han (2007) e Kossa (2011), tem-se:

$$\cos 3\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (\text{A.6})$$

Em que  $J_3$  é o terceiro invariante da tensão desviatória, dado por:

$$J_3 = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{3} = |S_{ij}| \quad (\text{A.7})$$

Assim, o estado de tensões formado por  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$  também pode ser expresso pelas coordenadas  $p, q$  e  $\varphi$  de Haigh-Wstergaard.

As relações entre  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  e  $p, q, \varphi$  podem ser expressas como (CHEN E HAN, 2007; KOSSA, 2011):

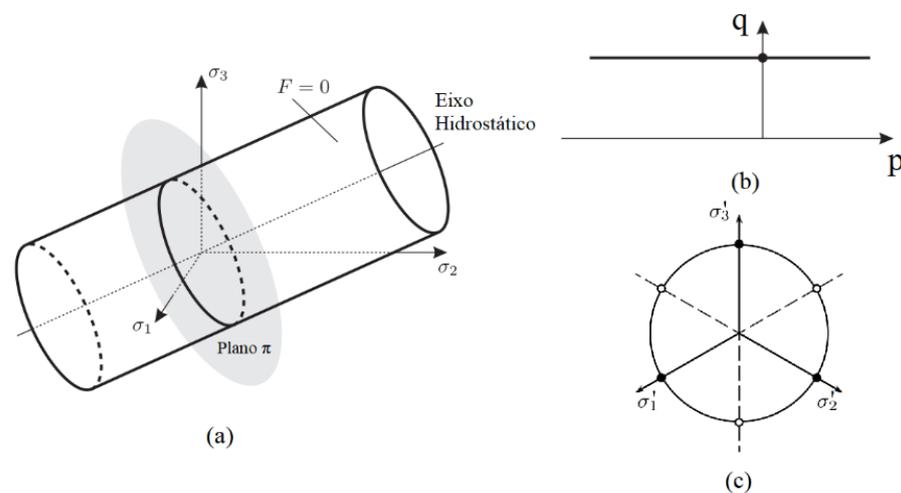
$$\sigma_1 = \frac{p}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} q \cos \varphi \quad (\text{A.8})$$

$$\sigma_2 = \frac{p}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} q \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} q \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (\text{A.10})$$

Como na Figura A. 1, o espaço de Haigh-Wstergaard pode ser observado pelo eixo hidrostático conforme Figura A. 3, ao qual apresenta a superfície de escoamento plástico de *Von Mises* e seu respectivo plano meridiano.

**Figura A. 3 - Superfície de *Von Mises* (a) plano meridional da superfície de *Von Mises* (b) e plano desviador (c)**



Fonte: Adaptado de Kossa (2011)

Nesse exemplo, caso as tensões principais representem um ponto interno à superfície de falha, o comportamento do material é elástico. Se as mesmas tensões se localizarem sobre a



Nesse sentido, os meridianos de compressão e tração são identificados como CM e TM, respectivamente. Existem dois casos extremos para a ordem comum das tensões principais, são elas:

$$\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3 \quad (\text{A.11})$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \quad (\text{A.12})$$

representando CM e TM, respectivamente.

## APÊNDICE B – EQUAÇÕES PARA O MODELO BILINEAR DA INTERFACE ADESIVA

Com a adoção dos conceitos: modelo bilinear e o comportamento das tensões na interface, as expressões a seguir foram desenvolvidas no intuito de representar o comportamento de deslizamento na interface adesiva, também disponíveis em trabalhos de Chen et al. (2010) e Colalillo e Sheikh (2014).

$$\begin{aligned} \tau_{pico} &= 1,5\beta_w f_t \\ \beta_w &= \sqrt{\frac{2,25 - w_f/S_f}{1,25 + w_f/S_f}} \\ \delta_{ult} &= \frac{2G_f}{\tau_{pico}} \\ \varepsilon_{pico} &= 0,0195\beta_w f_t \\ G_f &= 0,308\beta_w^2 \sqrt{f_t} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Em que:  $\beta_w$  : coeficiente da relação espaçamento-largura;

$w_f$  : largura do compósito (mm);

$S_f$  : espaçamento do reforço em PRF entre lâminas (mm). Para testes *pull-out*, o espaçamento é igual à largura do compósito;

$f_t$  : resistência a tração do concreto (MPa);

$G_f$  : energia de fratura da interface (N/mm ou mJ/mm<sup>2</sup>);

$\varepsilon_{pico}$ : deformação de pico que identifica o início do escorregamento.

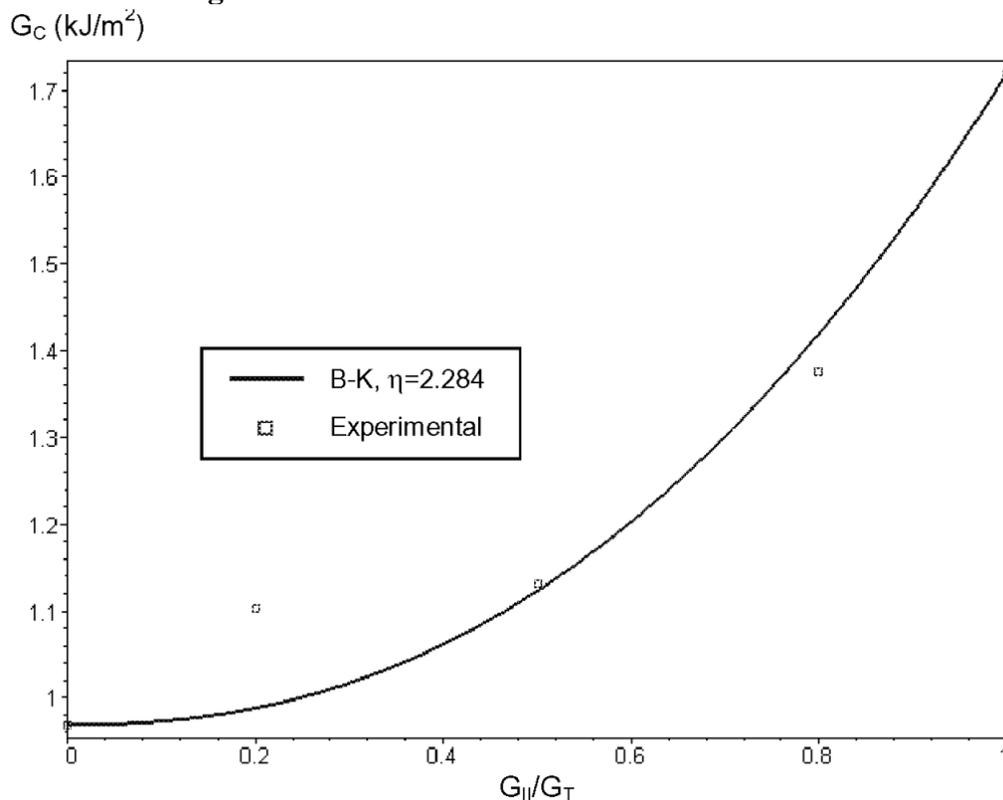
## APÊNDICE C – DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO PARÂMETRO $\eta$ PARA O CRITÉRIO BK

Segundo Camanho e Dávila (2002), o parâmetro  $\eta$  pode ser obtido por um conjunto de testes experimentais com o auxílio do polinômio:

$$p\left(\frac{G_{II}}{G_T}\right) = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC})\left(\frac{G_{II}}{G_T}\right)^\eta \quad (\text{C.1})$$

Os autores sugerem um ajuste da equação C.1 pelo método do *Least-Square Fitting*, ou pelo Menor Quadrado. O valor de  $\eta$  é obtido pela solução da equação resultante deste método. Pelos valores experimentais obtidos por Camanho e Dávila (2002),  $\eta$  é igual a 2,284. A Figura C. 1 demonstra a curva obtida ao se aplicar o critério BK em todo o intervalo do modo misto, variando-se de 0 a 1. Na mesma imagem, pode-se perceber que a maior diferença obtida nos valores experimentais, comparando-se com a curva gerada, é referente à  $G_{II}/G_T = 0,2$ .

**Figura C. 1 – Previsão dos valores do critério BK**



Fonte: Adaptado de Camanho e Dávila (2002)