

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - Mestrado**

**LUDMILA DE SOUZA BONETTI**

**ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE**  
**ARRANCAMENTO DE ANCORAGEM EM MODELO**  
**REDUZIDO**

MARINGÁ

2017

**LUDMILA DE SOUZA BONETTI**

**ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE ARRANCAMENTO  
DE ANCORAGEM EM MODELO REDUZIDO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr. Jeselay H. Cordeiro dos Reis

MARINGÁ

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

B471a Bonetti, Ludmila de Souza  
Análise estática e dinâmica de arancamento de ancoragem em modelo reduzido / Ludmila de Souza Bonetti -- Maringá, 2017.  
153 . : il., color., tabs., grafs., figs.

Orientador: Prof. Dr. Jeselay Hemetéreo Cordeiro dos Reis.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2017.

1. Esforços dinâmicos. 2. Tração. 3. Razão de embutimento. I. Reis, Jeselay Hemetéreo Cordeiro dos, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 21.ed. 624.171

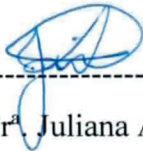
AHS

LUDMILA DE SOUZA BONETTI

ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE ARRANCAMENTO DE  
ANCORAGEM EM MODELO REDUZIDO.

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas, para obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 23 de fevereiro de 2017.



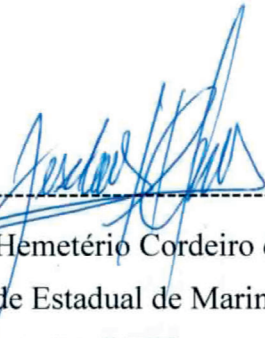
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Juliana Azóia Lukiantchuk  
Universidade Estadual de Maringá

**Membro**



Prof. Dr. Sidnei Helder Cardoso Teixeira  
Universidade EESC USP

**Membro**



Prof. Dr. Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis  
Universidade Estadual de Maringá

**Orientador UEM**



A minha família e ao meu noivo, que muito me amaram e me apoiaram durante essa jornada.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por sempre me acompanhar, me dar forças e me agradecer todos os dias com oportunidades e pessoas maravilhosas que conheci durante a trajetória do mestrado.

À minha família por me amar, apoiar, incentivar e por fazer parte de quem eu sou e de tudo que até hoje eu aprendi.

Ao Professor Jeselay por ter sido uma benção de Deus ao me orientar, pelas lições diárias que ensinou, pela paciência e por sempre me incentivar com suas palavras e histórias.

Ao meu noivo pela imensa calma e carinho ao me acompanhar, me apoiar, e ser um porto seguro em todos os momentos.

À UEM pela oportunidade de estar cursando esse programa e pelo aprendizado obtido durante todo o curso.

À CAPES por ter financiado parte desse trabalho.

Aos técnicos do laboratório de mecânica dos solos da UEM pela disposição em ajudar no que fosse necessário.

À engenheira e técnica do laboratório de pavimentação Lúcia Tiemi pela ajuda e disposição ao me ajudar durante os ensaios.

Ao professor Jesner Ildfonso por disponibilizar o uso dos equipamentos do laboratório de pavimentação.

Ao professor Júlio Pigozzo por disponibilizar o uso de seus sensores e equipamentos de aquisição de dados.

À Paula Polastri por ter sido minha companheira de laboratório e se tornado uma amiga querida, que também me incentivou e me apoiou em vários momentos.

À todos os colegas e amigos de classe que fizeram parte dessa trajetória de diferentes formas

À secretária do programa PCV Marli, por ser ter me ajudado de diversas formas e ter sido sempre gentil.

À todos os professores que tanto me ensinaram durante e após as disciplinas.

“Eu guardei muitas coisas em minhas mãos,  
e perdi todas; mas todas que coloquei nas  
mãos de Deus, essas eu ainda possuo.”

Martin Luther King

## RESUMO

As torres de transmissão de energia elétrica são de fundamental importância para o desenvolvimento do país. A ação do vento é a principal causa de colapso dessas torres. No caso das torres estaiadas a força devido a ação do vento gera esforços de tração nos cabos e nas fundações. Esses esforços são de natureza dinâmica, uma vez que a ação do vento é da mesma natureza. Todavia, as cargas de projeto dessas fundações são calculadas como cargas estáticas equivalentes. Dessa forma, se faz necessário um estudo da capacidade de carga das fundações submetidas aos esforços dinâmicos de tração. Então, nesse trabalho foram realizados ensaios de capacidade de carga de placas circulares sob ação de esforços estáticos e dinâmicos em modelo reduzido. Os resultados dinâmicos foram validados a partir de simulação numérica com a utilização do software PLAXIS 2D. Para tanto, foram utilizadas 3 placas circulares com diâmetros nominais de 25,8 mm, 50,8 mm e 76,2 mm, embutidas em alturas variando de 190 mm a 90 mm, gerando 4 condições diferentes em relação a razão de embutimento  $H/D$ , obtendo os valores de  $H/D$  de 1,77, 3,74 e 6,67. Também foi analisada a influência da sobrecarga e do grau de compactação na resistência dessas ancoragens. A partir das curvas carga x deslocamento obtidas dos ensaios estáticos de tração e as curvas de tempo x deslocamento obtidas dos ensaios dinâmicos de tração, pode-se comparar os deslocamentos obtidos dos dois ensaios para a carga de serviço e verificar a influência da razão de embutimento  $H/D$ . Os resultados indicaram que os deslocamentos estáticos são maiores que os deslocamentos dinâmicos e essa diferença aumenta consideravelmente com o aumento da razão  $H/D$ . Em todos os casos estudados, a tensão de ruptura e os deslocamentos na ruptura aumentaram com o aumento da razão  $H/D$ . O uso de sobrecarga apresentou um ganho parcial na capacidade de carga. O aumento do grau de compactação do solo também levou ao aumento na capacidade de carga. Na simulação numérica, validou-se os ensaios dinâmicos quanto ao comportamento amortecido do sistema e a frequência de excitação.

**Palavras-chave:** esforços dinâmicos. tração. razão de embutimento.

## ABSTRACT

The electric transmission towers are of fundamentally important for the development of the country. Wind action is the main cause for the collapse of these tower. In the case of anchored towers, the force due to wind action generates tensile stresses on cables and foundations. These efforts are dynamic in nature, since the wind action is the same one. However, the design loads of these foundations are calculated as equivalent static charges. This way, it is necessary to study the uplift response of foundations subjected to dynamic tensile stresses. Thus, in this thesis were carried out tests of load capacity of circular plates under the action of static and dynamic efforts in reduced model. The dynamic results were validated from numerical simulation using PLAXIS 2D software. Therefore, 3 circular plates with nominal diameters of 25.8 mm, 50.8 mm and 76.2 mm were used, embedded in heights varying from 190 mm to 90 mm, generating 4 different conditions in relation to the H / D emdebment ratio, obtaining H / D values of 1.77, 3.74 and 6.67. Also, were analyzed the influence on the resistance of these anchorages to the use of overload and the influence of soil compaction degree. The load versus displacement curves were then obtained for the static tensile tests and the displacement versus time curves for the dynamic tensile tests, where it is possible to compare the displacements obtained from the two tests for the service load and to verify the influence of the H / D embedment ratio. It has been found that the static displacements are larger than the dynamic displacements and this difference increases considerably with the increase of the H / D ratio. In all cases studied, the rupture stress and rupture dislocations increased with increasing H / D ratio. The use of overload showed a partial gain in the load capacity. The increase in the degree of soil compaction also led to an increase in the load capacity. In the numerical simulation, the dynamic tests were validated for the damped behavior of the system and the excitation frequency.

**Keywords:** dynamic efforts. tensile. embedment ratio.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1 – Exemplo de torre autoportante .....	21
Figura 2. 2 – Exemplo de torre estaiada .....	21
Figura 2. 3 – Superfície fictícia de ruptura método do tronco de cone .....	24
Figura 2. 4 – Método do cilindro de atrito aplicado a a) sapatas e b) a estacas	26
Figura 2.5 – Superfície de ruptura em circulares: (a) Rasas e (b) Profundas ..	28
Figura 2.6 – Curva típica de tensão-deformação para metais sob tensão uniaxial simples. ....	32
Figura 2.7 – Critério de Tresca sob estado plano de tensões ( $\sigma_2=0$ ). ....	34
Figura 2.8 – Envoltório de resistência intrínseca de Mohr.....	36
Figura 2.9 – Parâmetros de resistência ao cisalhamento $c$ e $\phi$ .....	36
Figura 2.10 – Mecanismos de ruptura: (a) generalizada, (b) localizada, (c) puncionamento e curva carga x deslocamento .....	38
Figura 2.11 – Resultado de teste bidirecional simulado em estaca com ponta flexível e com ponta rígida.....	39
Figura 2.12 – Curva carga-deslocamento de prova de carga a tração em ancoragem rasa .....	39
Figura 2.13 – Curva carga-deslocamento de ancoragem em centrífuga com $H/B = 3$ e $7$ .....	40
Figura 2.14 – Forma da superfície de ruptura para uma fundação rasa (a) fotografia e (b) croqui .....	41
Figura 2.15 – Forma da superfície de ruptura para uma fundação profunda (a) fotografia e (b) croqui .....	41
Figura 2.16 – Características e fontes de cargas dinâmicas típicas: (a) harmônica simples; (b) complexo; (c) impulso; (d) de longa duração. ....	47
Figura 2.17 – Sistema massa-mola-amortecedor com 1 GDL e seu respectivo diagrama de corpo livre .....	48
Figura 2.18 – Resposta de um sistema em vibração livre não amortecida de um grau de liberdade .....	51
Figura 2.19 – Resposta à vibração livre para os tipos de amortecimento viscoso. ....	53
Figura 2. 20 - Elementos de um sistema com 2 GDL.....	56
Figura 2.21 – Formas modais de vibração e a resultante das forças inerciais. ....	59

Figura 2. 22 – 2 sistemas com 1GDL .....	61
Figura 2. 23 – Relação entre o amortecimento e a frequência (para o amortecimento de Rayleigh).....	62
Figura 2.24 – Exemplo de excitação determinística e aleatória .....	63
Figura 2.25 – Velocidade do vento em três alturas diferentes .....	64
Figura 3.1 – Esquema da campanha experimental .....	66
Figura 3.2 – Mapa de localização do município de Mandaguaçu/PR.....	68
Figura 3.3 – Mapa geológico do Paraná .....	68
Figura 3.4 – Vista superior do ponto de coleta do solo no município de Mandaguaçu/PR.....	68
Figura 3.5 – Local e processo de coleta da amostra de solo .....	69
Figura 3.6 – Preparação da amostra de solo .....	70
Figura 3.7 – Ensaio de cisalhamento direto .....	71
Figura 3.8 – Corpo de prova após o ensaio de cisalhamento direto .....	71
Figura 3.9 – Placas metálicas circulares utilizadas como ancoragens: a) D = 28,50 mm, b) D = 50,80 mm e c) D = 76,20 mm .....	72
Figura 3.10 – Corpo de prova.....	73
Figura 3.11 – Planta e elevação dos modelos de corpos de prova .....	73
Figura 3.12 – Croqui do ensaio de arrancamento em escala reduzida .....	74
Figura 3.13 – Ensaio de arrancamento em escala reduzida .....	74
Figura 3.14 – Posição dos sensores LVDT's .....	75
Figura 3.15 – Sistema de aquisição de dados.....	75
Figura 3.16 – Esquema de reação do sistema dinâmico.....	76
Figura 3.17 – Esquema de realização do ensaio de arrancamento dinâmico ..	76
Figura 3.18 – Interface do software <i>Dynapave</i> .....	77
Figura 3.19 – Ensaio de arrancamento dinâmico em modelo reduzido.....	78
Figura 3.20 – Curva de calibração do sistema de reação dinâmico.....	78
Figura 3.21 – Modelogeométrico axissimétrico H/D = 6,77.....	80
Figura 3.22 – Malha de elementos finitos.....	81
Figura 4.1 – Curva de compactação do solo .....	82
Figura 4.2 – Curva granulométrica do solo.....	853
Figura 4.3 – Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb para G.C. de 100%.....	864

Figura 4.4 – Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb para G.C. de 85%.....	84
Figura 4.5 – Curva carga x deslocamento – Condição A.....	85
Figura 4.6 – Ruptura na superfície – condição A.....	86
Figura 4.7 – Carga x deslocamento – Condição A.....	86
Figura 4.8 – Curvas com linha de tendência da condição A: G.C. de 100%.....	87
Figura 4.9 – Curva carga x deslocamento – Condição B.....	88
Figura 4.10 – Ruptura na superfície – Condição B: 100% sem sobrecarga.....	89
Figura 4.11 – Superfície de Ruptura – Condição B: 100% sem sobrecarga.....	89
Figura 4.12 – Ângulo de inclinação $\alpha$ – Condição B: 100% sem sobrecarga.....	89
Figura 4.13 – Carga-deslocamento – Condição B.....	90
Figura 4.14 – Curva carga-deslocamento – Condição C.....	91
Figura 4.15 – Deslocamento da superfície do solo após a ruptura .....	92
Figura 4.16 – Carga-deslocamento – Condição C.....	92
Figura 4.17 – Carga-deslocamento – Condição D .....	93
Figura 4.18 – Curvas carga-deslocamento – Condição D.....	94
Figura 5.1 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 85%.....	101
Figura 5.2 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 85% com sobrecarga.....	102
Figura 5.3 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% sem sobrecarga.....	103
Figura 5.4 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% sem sobrecarga.....	104
Figura 5.5 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% com sobrecarga.....	105
Figura 5.6 – Resposta dinâmica– combinação A: G.C. 100% com sobrecarga.....	106
Figura 5.7 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% com sobrecarga.....	107
Figura 5.8 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% sem sobrecarga.....	108
Figura 5.9 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% sem sobrecarga.....	109
Figura 5.10 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% com sobrecarga.....	110
Figura 5.11 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% com sobrecarga .....	111
Figura 5.12 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% com sobrecarga.....	112
Figura 5.13 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% sem sobrecarga.....	113
Figura 5.14 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% sem sobrecarga.....	114
Figura 5.15 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% sem sobrecarga.....	115
Figura 5.16 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% com sobrecarga.....	116
Figura 5.17 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% com sobrecarga.....	117
Figura 5.18 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% com sobrecarga.....	118
Figura 5.19 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 85% com sobrecarga.....	119



Figura 5. 20 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 100% com sobrecarga.....	120
Figura 5. 21 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 100% com sobrecarga.....	121
Figura 5. 22 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 100% com sobrecarga.....	122
Figura 5. 23 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% sem sobrecarga.....	123
Figura 5. 24 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% com sobrecarga.....	124
Figura 5. 25 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% com sobrecarga.....	125
Figura 5. 26 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% com sobrecarga.....	126
Figura 5. 27 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% sem sobrecarga.....	127
Figura 5. 28 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% sem sobrecarga.....	128
Figura 5. 29 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% sem sobrecarga.....	129
Figura 5. 30 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% com sobrecarga.....	130
Figura 5. 31 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% com sobrecarga.....	131

Figura 6.1 – Curvas tempo x deslocamento para $H/D = 1,77$ e parametros do amortecimento de Rayleigh $a_0 = 0,05$ e $a_1 = 0,005$ .....	134
Figura 6. 2 - Curvas tempo x deslocamento para $H/D = 1,77$ e parametros do amortecimento de Rayleigh $a_0 = 0,005$ e $a_1 = 0,05$ .....	135
Figura 6. 3 - Curvas tempo x deslocamento para $H/D = 3,74$ e parametros de amortecimento de Rayleigh $a_0 = 0,05$ e $a_1 = 0,005$ . .....	136
Figura 6. 4 - Curvas tempo x deslocamento para $H/D = 3,74$ e parametros de amortecimento de Rayleigh $a_0 = 0,005$ e $a_1 = 0,05$ .....	137
Figura 6. 5 - Curvas tempo x deslocamento para $H/D = 6,67$ e parametros de amortecimento de Rayleigh $a_0 = 0,05$ e $a_1 = 0,005$ .....	138
Figura 6. 6 - Curvas tempo x deslocamento para $H/D = 6,67$ e parametros de amortecimento de Rayleigh $a_0 = 0,005$ e $a_1 = 0,05$ .....	139
Figura 6. 7 – Deslocamento medido x deslocamento calculado para $H/D = 1,77$ .....	141
Figura 6. 8 – Deslocamento medido x deslocamento calculado para $H/D = 3,74$ ....	142
Figura 6. 9 – Deslocamento medido x deslocamento calculado para $H/D = 6,67$ .....	143

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1 – Gráfico 4.1 – Tensão máxima: ensaio de arrancamento estático.....	95
Gráfico 4.2 – Deslocamentos na ruptura obtidos dos ensaios estáticos pela relação H/D .....	96
Gráfico 4.3 – Tensões de ruptura obtidas dos ensaios estáticos pela relação H/D <sup>92</sup> .....	97
Gráfico 5.1 – Deslocamento estático x dinâmico para as relações H/D .....	131

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1– Condições obtidas pelas relações H/D .....	73
Tabela 3.2 – Parâmetros do solo utilizado na modelagem.....	79
Tabela 3.3 - Propriedades do amortecimento de Rayleigh utilizadas.....	80
Tabela 4.1 – Índices físicos do solo .....	82
Tabela 4.2 – Classificação granulométrica.....	83
Tabela 4.3 – Carga última experimental e método teórico do tronco de cone....	98
Tabela 4.4 – Parcela de resistência lateral ao longo da superfície de ruptura...98	
Tabela 4.5 – Carga última experimental e pelo método de Meyerhof e Adams..99	

## SUMÁRIO

1	<b>Introdução</b>	16
1.1	Justificativa	17
1.2	Objetivos	19
1.2.1	Objetivo geral	19
1.2.2	Objetivos específicos	19
2	<b>Fundamentação teórica</b>	20
2.1	Ancoragens	23
2.1.1	Capacidade de carga e superfície de ruptura	23
2.1.2	Ações e solicitações	29
2.2	Desempenho de ancoragens	30
2.2.1	Modelos constitutivos	30
2.2.2	Curva carga-deslocamento	37
2.2.3	Modelos numéricos	42
2.3	Dinâmica das estruturas	46
2.3.1	Vibração livre amortecida	52
2.3.2	Resposta à solicitação harmônica	53
2.3.3	Sistemas discretos com dois graus de liberdade	55
2.3.4	Vibração livre de um sistema não amortecido	57
2.3.5	Vibração forçada	59
2.3.6	Resposta a vibração forçada não amortecida	60
2.3.7	Vibração forçada com amortecimento	61
3	<b>Materiais e métodos</b>	66
3.1	Solo	67
3.2	Ensaio laboratoriais	69
3.2.1	Ensaio de cisalhamento direto	70
3.2.2	Ensaio de arrancamento em escala reduzida	71
3.3	Simulação numérica	78
4	<b>Resultados e discussões</b>	81
4.1	Ensaio de caracterização do solo	81
4.2	Ensaio de arrancamento estático em escala reduzida	83
5	<b>Ensaio de arrancamento dinâmico em escala reduzida</b>	97
6	<b>Simulação numérica</b>	129
7	<b>Conclusões</b>	141
	REFERÊNCIAS	154

## 1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento da ciência e da tecnologia, houve o aumento na demanda de energia elétrica, e o sistema elétrico de potência (SEP) se tornou um instrumento fundamental no desenvolvimento do país. O SEP é responsável pelo funcionamento, controle, geração, transmissão e distribuição de energia até o consumidor final.

A linha de transmissão (LT) de energia elétrica tem como função transportar a energia elétrica a partir das unidades geradoras até seus centros de distribuição. As LTs são compostas basicamente por torres, fundações, cabos condutores, cadeias de isoladores e cabos para-raios.

As torres de LT possuem uma característica que se destaca das outras construções. Seus principais carregamentos são devido ao peso próprio de sua estrutura e aos esforços gerados pela força do vento. O que as diferencia das outras construções são os esforços de tração gerados nas fundações devido a ação do vento que atua em sua estrutura. Além disso, é importante destacar que a força do vento possui natureza dinâmica. Dessa forma, os esforços dinâmicos gerados pela força do vento, são transmitidos às fundações, às quais devem ser projetadas para resistir a esses esforços.

Todavia, a carga do vento nas fundações para torres de linha de transmissão são calculadas a partir de cargas estáticas equivalente, obtidas por meio da velocidade média do vento, adicionada a parâmetros referentes à altura da torre, posição geográfica e área efetiva de incidência do vento.

A sapata é um tipo de fundação muito utilizada em projetos de torres de linha de transmissão. Quando submetidas aos esforços de tração as sapatas são chamadas de ancoragens e devido às suas características, são utilizadas quando o solo apresenta elevada resistência logo nas primeiras camadas.

Dessa forma, essa dissertação tem o objetivo de analisar a capacidade de carga à tração de ancoragens submetidas a esforços estáticos e dinâmicos a partir de ensaios em escala reduzida e validação dos resultados vide simulação numérica.

### 1.1 JUSTIFICATIVA

As torres de transmissão de energia são de grande importância para um país, pois são responsáveis por garantir que a energia esteja disponível para o consumidor a qualquer momento.

O colapso de uma torre de transmissão de energia pode causar grandes transtornos econômicos, desde as perdas geradas devido à falta de energia, até os gastos com a sua reconstrução, além de que sua segurança pode afetar também a vida das pessoas.

O histórico de colapso das LT's é extenso e vem aumentando nos últimos anos. Em 2008, cinco torres de transmissão que ligam as subestações de Cascavel a Assis Chateaubriand no Paraná foram danificadas (YANO, 2008). Em 2014 em Cafelândia (PR) cinco torres foram derrubadas por ventos que passaram de 80 km/h (G1, 2014). Em 2016 várias cidades já sofreram com a ruptura das torres e de trechos de LT devido a ação do vento. Segundo a Agência Nacional (2016), na região de Campinas (SP) vendavais severos levaram à queda de cinco torres e conseqüentemente o desligamento de três linhas da rede básica do Sistema Interligado Nacional. Na região de Bauru (SP), um temporal derrubou três torres, deixando três mil pessoas sem energia (G1, 2016).

O vento é a principal ação atuante nas torres de LT, conseqüentemente a principal causa de colapso dessas torres. A ação do vento combinada a seu peso próprio gera esforços de tração nas fundações. Dessa forma, devido ao vento ter natureza dinâmica, nas condições de serviço, as torres tem como principal esforço a tração atuando de forma dinâmica. E assim, as cargas transferidas às fundações também apresentam o mesmo comportamento.

De acordo com Boggs e Dragovich (2006), uma estrutura sob ação do vento deve apresentar três características, ter resistência suficiente para resistir aos esforços gerados pelo mesmo, apresentar rigidez adequada para garantir o conforto dos usuários, atender aos estados limites de serviço, e prever a resposta dinâmica que pode ser apresentada pela mesma. A resposta dinâmica que pode ser apresentada pela estrutura é de suma importância pois pode amplificar os efeitos produzidos na estrutura.

A ABNT NBR 6122:1996 prescreve as exigências necessárias a serem praticadas no projeto e execução de fundações. Para garantir a segurança nas fundações, são realizadas verificações quanto aos estados limites últimos, referente à ruptura ou à deformações permanentes excessivas e quanto aos estado-limite de serviço, referente a análise de deformações excessivas (recalques totais e diferenciais, deformação angular, rotação, deflexão, desaprumo e distorção angular).

Em relação aos esforços de tração e de compressão a ABNT NBR 6122:1996 não faz distinção no dimensionamento das fundações superficiais. A norma considera que nas fundações superficiais as cargas são distribuídas ao solo pela base, o que é característico do que acontece quando a mesma é submetida aos esforços de compressão. No caso das sapatas, a norma considera que as mesmas são feitas de concreto armado e assim, os esforços de tração seriam resistidos pelas barras de aço.

Entretanto, no caso dessa ser submetida predominantemente ao esforço de tração, não há considerações.

A ABNT NBR 6122:1996 também não faz distinção em relação a natureza mecânica dos carregamentos, ou seja, carregamentos estáticos e dinâmicos. No caso de carregamento dinâmico, a norma prescreve que para a determinação das cargas, devem ser considerados os efeitos de amplitude das vibrações e possibilidade de ressonância no sistema estrutura-solo-fundação, acomodação dos solos arenosos e a transmissão desses efeitos às estruturas ou outros equipamentos próximos. Todavia, a norma se estabelece com o preceito de que os carregamentos nas fundações sejam estáticos.

Devido à falta de parâmetros normativos para a análise de fundações tracionadas, a análise da previsão da capacidade de carga última das ancoragens é realizada convencionalmente a partir de métodos teóricos que foram desenvolvidos por estudiosos a partir dos anos 60. Esses métodos foram criados a partir de pesquisas em modelos, em fundações rasa ou profundas, em areias e argilas, ou em solo genérico e se baseiam na forma da superfície de ruptura desses modelos. Seus mecanismos veem sendo comprovados por meio de prova de cargas em vários países do mundo (CAMPELO, 2002).

Entretanto, esses métodos não levam em consideração a dinamicidade das forças atuantes no sistema. Sendo então que a aferição desses modelos deixa a desejar, visto que esses não levam em conta a natureza real do comportamento dessas estruturas.

Dessa forma, o estudo da capacidade de carga de ancoragens submetidas a esforços dinâmicos de tração é de suma importância, afim de garantir que essas estruturas estejam sendo projetadas de maneira coerente ao comportamento real da estrutura.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo geral

Avaliar o desempenho de placas circulares submetidas a esforços de tração estáticos e dinâmicos.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Determinar a capacidade de carga ao arrancamento de ancoragens submetidas a esforços estáticos e dinâmicos em função de H/D
- Analisar o efeito escala em ensaios de arrancamento de ancoragem
- Analisar a influência de sobrecarga na capacidade de carga de ancoragens
- Analisar a influência do grau de compactação.
- Determinar o nível de deslocamento permanente e recuperável no arrancamento de ancoragens submetidas a esforços dinâmicos
- Identificar os mecanismos mobilizados nos ensaios dinâmicos vide simulação numérica em função de H/D



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As torres de linha de transmissão podem ser classificadas por diferentes aspectos, quanto à disposição dos cabos condutores, número de circuitos elétricos, função na linha, forma de resistência das estruturas, voltagem da linha e quanto ao formato da silhueta da torre. Nesse estudo, a forma de resistir dessas estruturas tem maior relevância, podendo essas serem divididas quanto ao sistema estrutural em torres autoportantes ou estaiadas.

As torres autoportantes garantem seu equilíbrio em função da sua própria estrutura, sem a necessidade de uma subestrutura para auxiliar na sua estabilidade, sua forma é apresentada na Figura 2.1.

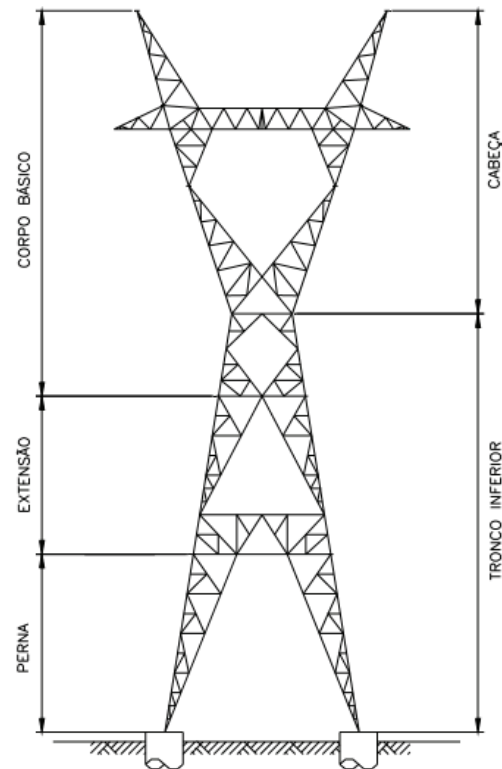
Já as torres estaiadas precisam de uma subestrutura para garantir a sua estabilidade, essas utilizam estais, ou seja, cabos tracionados para exercer essa função. Os estais são fixados ao solo numa extremidade e na outra ao corpo da torre, conforme a Figura 2.2.

Geralmente, os estais fazem um ângulo de  $30^\circ$  com a vertical, e são fixados na parte superior da torre, formando uma grande distância entre os pés dos estais e a torre. Desta forma, em terrenos acidentados as torres estaiadas tem aplicabilidade inferior as autoportante, visto elas necessitarem de maior espaço na sua implantação e as autoportantes serem mais compactas (CHAVES, 2004).

Assim, a determinação do tipo de sistema estrutural a ser utilizado para as torres é definida pela topografia do terreno em que a LT será implantada e o espaço disponível. Além disso, as torres estaiadas possuem estruturas bem mais leves e esbeltas que as autoportantes, garantindo que o custo dessas seja mais elevado, e essa diferença aumenta quanto mais altas forem as torres (CHAVES, 2004).

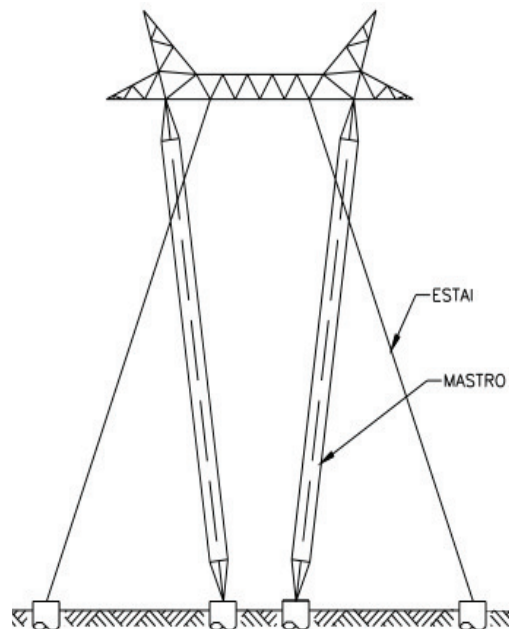
Antigamente no Brasil, as torres autoportantes eram as mais utilizadas, principalmente em linhas de baixa potência, enquanto as estaiadas eram mais utilizadas em linhas de grandes potências, todavia esse cenário vem sendo alterado e as torres estaiadas têm ganhado espaço também nas linhas de baixa potência (CHAVES, 2004).

**Figura 2. 1 – Exemplo de torre autoportante**



Fonte: Chaves (2004)

**Figura 2. 2 – Exemplo de torre estaiada**



Fonte: Chaves (2004)

A fundação das torres de linha de transmissão são de grande importância no projeto desse tipo de empreendimento, pois essas representam uma parcela significativa nos custos da obra devida à grande quantidade de torres distribuídas ao

longo da LT e a utilização de quatro fundações por torre. Dessa forma, o projetista tem a função de escolher entre os diversos tipos de fundações disponíveis, a que tenha melhor viabilidade técnica e econômica (JUNG, 2009).

De acordo com a magnitude das cargas, do tipo de solo do local em que a linha será instalada, e das condições de execução, pode-se dar início a escolha do tipo de fundação que se enquadra melhor ao projeto das torres. Entre as opções disponíveis, pode-se adotar fundações rasas ou profundas.

Conforme a ABNT NBR 6122:2010, as fundações superficiais (rasas ou diretas) são elementos de fundação em que a carga é transmitida ao terreno, pelas tensões distribuídas sob a base da fundação. Incluindo-se entre essas as sapatas, os blocos e os radiers.

E as fundações profundas se distinguem da anterior pois, ou transmitem a carga ao terreno pela base (resistência de ponta), ou por sua superfície lateral (resistência de fuste) ou por uma combinação das duas, e sua ponta é assente em profundidade superior ao dobro de sua menor dimensão em planta, e no mínimo 3 m. Nessas estão incluídas as estacas e os tubulões.

As fundações superficiais mais utilizadas para torres LT são as sapatas, as grelhas e blocos ancorados (VELOZO, 2010).

Quando submetidas ao arrancamento, as grelhas e as sapatas se comportam como placas de ancoragem. Na engenharia civil, as ancoragens são utilizadas como fundação não apenas de torres de LT, mas também em estruturas *offshore*, pontes estaiadas, muros de contenção, reservatórios abaixo do nível d'água, etc. (SANTOS, 1999).

Segundo Niroumand Kassim e Nazir (2012) em solos mais densos, nos casos em que a estrutura é solicitada tanto a compressão quanto a tração, embora a solicitação a tração seja mais importante, as placas de ancoragem são mais utilizadas e mais eficientes que outros tipos de ancoragens. Sua instalação em solo menos coesivos é mais fácil se comparada a solos coesivos.

O uso de sapatas como fundação é indicado quando o solo tem boa resistência a pouca profundidade. Geralmente em LT, o assentamento delas se faz em torno de 2 a 4 m de profundidade. Nesse caso, o solo não deve ser muito compressível, para que os recalques sejam menores que os admissíveis (CHAVES, 2004).

Nos perfis topográficos de linhas de transmissão encontram-se importantes dados, tais como, travessias, natureza do terreno e vegetação, brejos, erosões, lagoas, entre outros. Esses dados auxiliam na definição dos locais das estruturas e na escolha das fundações (ASHCAR, 1999).

A norma ABNT NBR 6122:2010 recomenda, que no projeto das fundações as tensões admissíveis ou resistentes de projeto devem atender simultaneamente os estados limites de serviço (ELS) e os estados limites últimos (ELU).

Segundo Velloso e Lopes (2011), em obras recorrentes de fundações, essas análises se reduzem à verificação do ELU, referente a verificação de deslocamentos permanentes excessivos e análise de ruptura e à verificação do ELS, caracterizado pela análise de deformações e recalques.

A determinação das tensões admissíveis ou resistentes de projeto se dá por meio de provas de carga, métodos teóricos e métodos semi-empíricos.

## 2.1 ANCORAGEM

As ancoragens são um sistema de fundação de espessura fina, projetada especificamente para resistir a qualquer solicitação de arrancamento ou momento que tende a tombar uma estrutura. Em geral, as ancoragens são utilizados para transmitir esforços de tração a partir de uma estrutura para o solo (NIROUMAND; KASSIM; NAZIR, 2011).

As ancoragens podem ser instaladas escavando-se o solo até a profundidade necessária, seguido de enchimento e compactação com solo de boa qualidade (KAME; DEWAIKAR; CHOUDHURY, 2012).

Segundo Ilamparuthi e Muthukrishnaiah (1999), as ancoragens são utilizadas a muito tempo pelos engenheiros navais e civis. Na marinha, devido ao aumento da exploração de petróleo houve a necessidade de plataformas *offshore* operando em grandes profundidades.

### 2.1.1 Capacidade de Carga e Superfícies de ruptura

As primeiras investigações na área de ancoragens foram realizadas nos anos 1960 e estavam direcionadas principalmente para uso em torres de linha de transmissão (ILAMPARUTHI E MUTHUKRISHNAIAH, 1999).

Segundo Azevedo (2011), o trabalho de Balla (1961) é considerado como pioneiro e serviu como base para o desenvolvimento de pesquisas que surgiram ainda na década de 60, e conseqüentemente outras metodologias.

Dessa forma, dentre os diversos métodos disponíveis para o cálculo da capacidade de carga de fundações tracionadas, pode-se citar o método do tronco de cone, método do cilindro de atrito, e o método de Meyerhof e Adams, que serão apresentados a seguir.

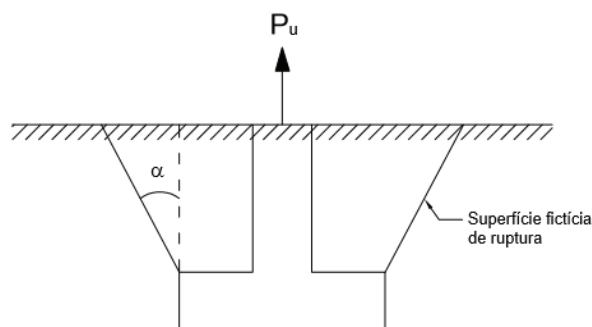
a) Método do tronco de cone

O método do tronco de cone, também chamado de método da pirâmide segundo Danziger (1983) é o método mais antigo para a determinação da capacidade de carga a tração de fundações. Sendo um método muito simples, levando em consideração no cálculo da capacidade de carga apenas o peso próprio da fundação mais o peso do solo contido em um tronco de cone, em que a base menor corresponde à base da fundação, e a base maior à interseção da superfície lateral com o nível do terreno, cuja geratriz forma um ângulo  $\alpha$  com a vertical, sem levar em consideração alguma parcela de resistência ao cisalhamento mobilizadas ao longo da superfície de ruptura.

Caso a base da fundação seja quadrada ou retangular, considera-se um tronco de pirâmide ao invés de um tronco de cone. A superfície de ruptura pode ser observada na Figura 2.3.

O ângulo  $\alpha$  é um valor empírico e varia com as características do solo e com a profundidade da fundação. Podendo ser determinado a partir de resultados de provas de carga, no caso de análises específicas, porém o método não propõe nenhuma correlação do ângulo com parâmetros geotécnicos ou geométricos da fundação, levando a uma previsão da carga de ruptura com uma série de problemas (DANZIGER, 1983).

**Figura 2. 3 – Superfície fictícia de ruptura método do tronco de cone**



A carga última a tração da fundação é dada por:

$$P_u = P_f + P_s \quad (1)$$

sendo:  $P_f$  = peso da fundação;

$P_s$  = peso do solo contido no tronco de cone

Segundo Kovac *et al.* (1975), o peso do solo pode ser derivado a partir da Figura 2.3 pela geometria da sapata, de forma que:

Sapata retangular:

$$P_s = h\gamma \left( ab + ad_1 + bd_1 - \frac{\pi}{3} d_1^2 \right) \quad (2)$$

Sapata circular:

$$P_s = \frac{\pi}{12} h\gamma (3a^2 + 6ad_1 + 4d_1^2) \quad (3)$$

onde:  $\gamma$  = densidade do solo

$h$  = altura

$a$  = largura da ancora

$b$  = comprimento da ancora

$d_1 = h \cdot \tan \alpha$

$\alpha$  = ângulo de ruptura fictício

A carga de arrancamento, obviamente varia com o valor adotado de  $\alpha$ . Ainda segundo o autor, várias organizações que utilizam o método do tronco de cone adotam um valor diferente para o ângulo de acordo com o solo subjacente. The American Bridge Company recomenda  $\alpha = 30^\circ$  para todos os solos (na falta de outras especificações).

De acordo com Danziger (1983), devido à falta de correlações para determinar o ângulo  $\alpha$ , nem ensaios de campo ou de laboratório podem fornecer o valor de  $\alpha$ , a não ser uma prova de carga em escala natural. O autor obteve resultados na aplicação de valores usuais de  $\alpha$  (na faixa de  $15^\circ$  a  $30^\circ$ ) em que para sapatas o método apresentou forte tendência de resultados anti-econômicos, e em tubulões resultados contrários a segurança.

b) O método do cilindro de atrito

O método do cilindro de atrito considera o atrito mobilizado ao longo da superfície de ruptura, que se dá na forma de um cilindro ou prisma dependendo da forma da fundação, cuja a base da superfície de ruptura é igual à da fundação, estendendo-se verticalmente até o nível do terreno, conforme a Figura 2.4.

A capacidade de carga consiste no somatório do peso próprio da fundação, do peso do solo contido no interior do cilindro e da força de aderência ou atrito ao longo da superfície de ruptura (CAMPELO, 2002).

Dessa forma, a capacidade de carga ( $P_u$ ) é dada por:

$$P_u = P_{1u} + P_s + P_f \quad (4)$$

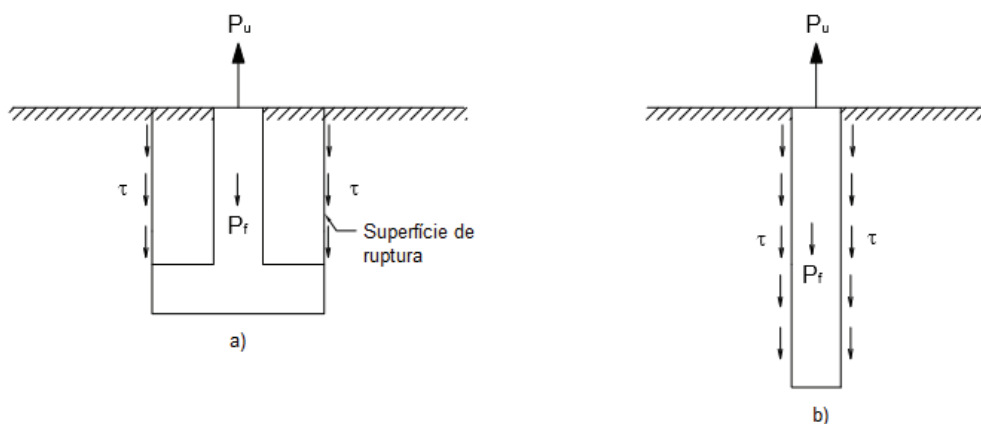
sendo:  $P_s$  = o peso do solo contido no cilindro ou prisma;

$P_{1u}$  = resistência lateral última ao longo da superfície de ruptura.

O método não informa a maneira de se calcular a resistência lateral por aderência. Danziger (1983), comenta que essa pode ser obtida, por exemplo, por meio de diagramas de empuxo horizontal, multiplicados pela tangente do ângulo de atrito e somados à força de coesão, ou de forma mais simples, por tabelas semi-empíricas ou empíricas.

É importante observar que o método apresenta algo a mais em relação ao método do tronco de cone, uma vez que, se aproxima de conceitos da mecânica dos solos. Apesar de ter como principal limitação a superfície de ruptura ser admitida, e não observada.

**Figura 2.4 – Método do cilindro de atrito aplicado a a) sapatas e b) a estacas**



Fonte: adaptado de Danziger (1983)

#### c) O Método de Meyerhof e Adams

Meyerhof & Adams (1968 apud Mistri e Singh, 2011), constataram que as teorias baseadas na superfície de ruptura não são capazes de prever resultados adequados. Com base em análises experimentais, eles propuseram uma relação semi-teórica para sapatas circulares e retangulares em solo arenoso e argiloso separadamente.

Os autores observaram modelos de rupturas muito distintos em solo arenoso, dependendo da profundidade e do grau de compactação. As areias compactas apresentaram superfícies em forma de arco no caso de pequena profundidade, e para grande profundidade superfície inicialmente curva tornando-se vertical até a superfície do terreno. No caso das areias fofas, notaram superfície de ruptura vertical, em que para grandes profundidades a mesma não atinge o nível do terreno (CAMPELO, 2002).

Enquanto que, em solo argiloso os modelos de ruptura eram complexos, para as fundações rasas ocorria a formação de fissuras devido as tensões de tração geradas pela flexão do solo, o que não ocorria nas profundas, devido ao peso do solo acima das mesmas. Em todos os casos a capacidade de carga das fundações aumentaram com o aumento da profundidade (CAMPELO, 2002).

Meyerhof & Adams (1968 apud CAMPELO, 2002), apresentaram as seguintes equações para fundações circulares, conforme a profundidade e superfície de ruptura da mesma (Figura 2.5):

c.1) Pequenas profundidades ( $L \leq H$ ):

A capacidade de carga é determinada pela soma do peso com as parcelas de resistência ao cisalhamento mobilizadas:

$$P_u = \pi cDL + s \frac{\pi}{2} \gamma D z^2 K_u t g \theta + P_s + P_f \quad (5)$$

em que:  $s$  = fator de forma que governa o empuxo passivo em uma parede cilíndrica convexa dado por  $s = 1 + m(L/D)$ , com um valor máximo de  $1 + m(H/D)$ ;

$K_u$  = coeficiente de empuxo passivo nominal à tração, correspondente ao plano vertical passando pelo bordo da fundação (aproximadamente (0,9 a 0,95, para valores de  $\theta$  entre  $25^\circ$  e  $40^\circ$ );

$m$  = coeficiente que depende de  $\theta$ ;

$P_s$  = peso do solo contido no cilindro acima da base, levantado na ruptura.

c.2) Grandes profundidades ( $L \geq H$ ):

Nesse caso, supõe-se que a superfície de ruptura seja inclinada em relação a vertical, porem essa superfície não atinge o nível do terreno, mas apenas uma altura  $H$  menor que a profundidade  $L$  da fundação, então, considera-se uma sobrecarga acima da altura  $H$ , sendo,  $P_o = \gamma(L-H)$ .

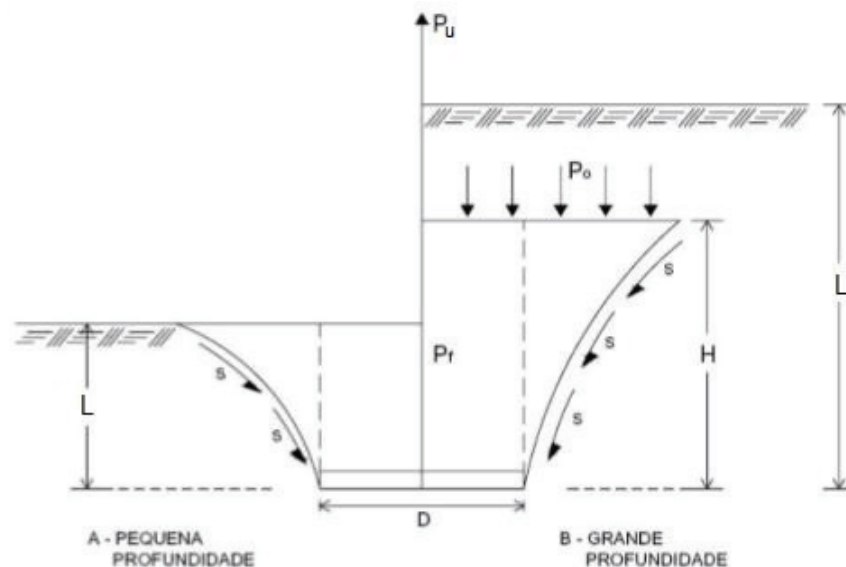
Obtém-se então, a equação:



$$P_u = \pi cDH + s^{\pi/2} \gamma D(2L - H)K_u t g \theta + P_s + P_f \quad (6)$$

em que: H = comprimento vertical limite da superfície de ruptura acima da base da fundação;

**Figura 2.5 – Superfície de ruptura em circulares: (a) Rasas e (b) Profundas**



Fonte: Meyerhof e Adams (1968 apud CAMPELO, 2002).

A partir da revisão apresentada, nota-se que diferentes formas de superfícies de ruptura são consideradas por cada autor, e alguns simplesmente adotam uma superfície de ruptura.

### 2.1.2 Ações e solicitações

As cargas atuantes nas fundações são basicamente devidas às ações que ocorrem nas torres, e possuem a mesma origem e natureza dessas. Essas ações podem ser divididas em ações estáticas ou dinâmicas (CHAVES, 2004).

As cargas estáticas são aquelas que não variam ao longo do tempo ou ainda quando a força é aplicada lentamente sobre a estrutura e apresenta apenas flutuações em sua magnitude e direção até que um nível constante seja atingido. Essas cargas podem ser permanentes ou acidentais. As cargas estáticas permanentes constituem-se do peso próprio da torre e de seus componentes, além dessas, atuam também as cargas devido a tração dos cabos de circuito em torres de fim de linha. As acidentais são

aquelas referentes a sua construção, operação e manutenção. (AMARAL, 2015; CHAVES, 2004).

O termo dinâmico pode ser definido como variável no tempo, assim, uma carga dinâmica consiste em qualquer carga em que sua magnitude, direção ou sentido variam com o tempo. Do mesmo modo, a resposta de uma estrutura, ou seja, tensões e deformações, submetida a uma carga dinâmica, também variam no tempo (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

Nas ancoragens para torres os carregamentos dinâmico são acidentais e ocorrem devido ao rompimento de cabos e da ação do vento.

As cargas de vento resultam da energia cinética da massa de ar sobre as torres, e são transferidas dessas para as fundações. A determinação desses esforços é comumente realizada conforme a ABNT NBR 5422:1985 de forma simplificada, considerando-se que esses esforços atuem estaticamente apesar do seu comportamento real dinâmico (AZEVEDO, 2007).

Diferentemente das obras gerais de engenharia, a solicitação do vento nas torres e nos cabos gera esforços alternados de tração ou compressão nas fundações, sugerindo que o dimensionamento das mesmas seja realizado para as duas condições (PALADINO, 1972 e DIAS, 1987).

Devido a difícil determinação da direção dos esforços, sob a ação do vento a fundação de cada pé da torre deve ser dimensionada para suportar o esforço de compressão máxima ou de arrancamento (tração) máximo, combinado com os esforços horizontais resultantes. Normalmente, os esforços acidentais devido a ação do vento e da ruptura de cabos correspondem a 80 % dos esforços máximos (PALADINO, 1972).

Comparando o comportamento da fundação à compressão e ao arrancamento, sendo a maior parte do esforço acidental, a ação do vento, uma pequena deficiência da fundação com relação a compressão, levaria a um pequeno recalque ao longo do tempo, e não haveria consequências para a torre. Desde que essa compressão não seja exagerada em relação a capacidade resistente do solo, essas deformações seriam lentas, e dessa forma, haveria possibilidade de reforçar a fundação caso ocorra um recalque excessivo (PALADINO, 1972).

Em relação ao esforço de arrancamento, esse cenário é completamente diferente, uma deficiência da fundação ao arrancamento, por meio da solicitação máxima, leva a situação de ruptura (PALADINO, 1972).

Ainda segundo o autor, os esforços dependem do tipo de torre, da altura e do espaçamento entre as torres. Mas para ter uma ideia da grandeza dos esforços atuantes, para torres de suspensão de 460 kV, a compressão varia de 25 a 70 toneladas, e o arrancamento varia de 20 a 60 toneladas.

## 2.2 DESEMPENHO DE ANCORAGENS

Com base no comportamento tensão-deformação de materiais ideais pode-se julgar qual o melhor modelo para representar o comportamento das fundações quando submetidas aos carregamentos que lhes são impostas, no caso das ancoragens, os esforços de tração (BUDHU, 2013)

Os métodos numéricos são ferramentas úteis para se conhecer e aprimorar os possíveis efeitos que as ancoragens possam sofrer, tais como cargas, história de carregamento, deformações, rigidez, resistência e sequencias construtivas.

Nesse contexto, serão abordados alguns conceitos de escoamento e critérios de ruptura dos solos, curva carga x deslocamento de ancoragens e as características básicas de alguns métodos de modelagem numérica.

### 2.2.1 Modelos constitutivos

Um dos grandes desafios da engenharia é o estudo da deformação dos solos devida a complexidade envolvida em seu comportamento. Todavia, ensaios triaxiais indicam um aspecto singular em que, dependendo da história de carregamento e tensões atuantes no solo, deformações elásticas (reversíveis) e plásticas (irreversíveis) podem coexistir, no qual se justifica a aplicação de modelos elasto-plásticos em equações constitutivas (PESSOA, 2011).

Um material é dito elástico quando, deformado sob ação de forças, uma vez cessada a ação dessas forças, o mesmo retorna a sua configuração original.

Denominam-se equações constitutivas as relações que ligam as componentes de tensão às de deformação, caracterizando o comportamento do material. Um material elástico pode ser, linear ou não linear, no caso de materiais elásticos lineares, um exemplo simples de equações constitutivas pode ser dada pela lei de Hooke. Para uma força uniaxial, essa pode ser expressa como.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (7)$$

Sendo  $\sigma$  a tensão,  $\varepsilon$  a deformação e  $E$  o módulo de elasticidade ou módulo de Young, que pode ser determinado experimentalmente em um ensaio uniaxial, pelos valores medidos de tensão e deformação.

Para materiais homogêneos e isotrópicos, a lei de Hooke generalizada pode ser escrita como (VILLAÇA e GARCIA, 2000):

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad (8)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \quad (9)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x - \sigma_y) \quad (10)$$

sendo:  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  as deformações totais normais a direção x, y e z

$\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  as componentes de tensões normais a direção x, y e z

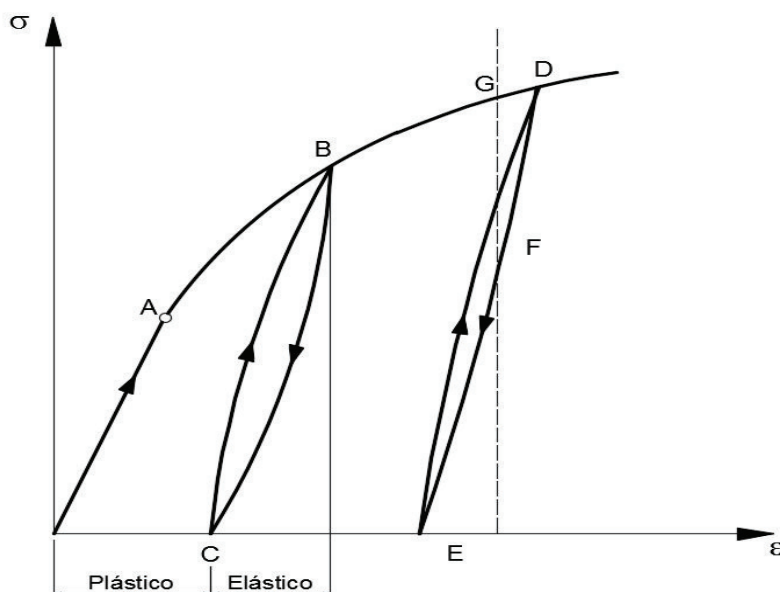
$\nu$  o coeficiente de Poisson

Pode-se definir também o módulo de cisalhamento ou módulo de elasticidade transversal, que relaciona os parâmetros E e  $\nu$ , pela equação (11) O módulo transversal pode ser obtido diretamente do ensaio de torção pura.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (11)$$

Diferentemente de um material com propriedades elásticas, um material dito plástico, após a aplicação de uma força, retém uma parte de sua deformação no descarregamento. Em observações experimentais em metais, tem-se que determinados materiais comportam-se como elásticos até um certo nível de tensão. O que pode ser observado na Figura 2.6 onde, até um certo ponto de carregamento aplicado gradualmente, o material se comporta como elástico e retorna ao seu estado original se a carga for removida. Se o material for submetido a um carregamento, digamos que até o ponto B, e for descarregado, haverá uma certa deformação permanente irreversível, chamada de deformação plástica. É interessante notar que se a amostra for recarregada do ponto C, ela apresentará um comportamento elástico até que o nível de tensão atinja ponto B (DESAI e SIRIWARDANE, 1984).

**Figura 2.6 – Curva típica de tensão-deformação para metais sob tensão uniaxial simples.**



Fonte: Desai e Siriwardane (1984)

Quando uma amostra é carregada do ponto A até o B, ambas as deformações, elásticas e plásticas irão ocorrer, e esse comportamento é conhecido como elastoplástico. Devido ao trajeto do recarregamento não seguir o trajeto do carregamento original, as deformações vão depender da história de tensões aplicadas quando as deformações plásticas ocorrerem. Por exemplo, os pontos F e G apresentam estados de tensões diferentes para o mesmo estado de deformação.

Como já visto, a verificação do estado em que um material se encontra após uma solitação, se dá em função da determinação das tensões e deformações ao qual esse está sujeito. Após a avaliação das tensões e deformações do material, existe a necessidade de se confrontar os valores encontrados com valores limites pré-estabelecidos. Ou seja, é necessário identificar os valores de tensão e deformação que levarão o material a ruptura. Esses valores são obtidos por meio de ensaios experimentais para os possíveis esforços presentes na estrutura, tais como, tração, compressão, cisalhamento, torção e flexão (ARGENTA, 2012).

Muitos materiais empregados na construção civil são bastante resistentes as tensões de compressão, todavia, esses têm capacidade limitada de suportar tensões de tração e cisalhamento, como é o caso do concreto e do solo. Na geotecnia, dificilmente são realizadas análises relativas a tensões de tração, uma vez que o solo pouco resiste a esse tipo de tensão. Isso ocorre devido à natureza friccional desse material, sendo que, sua ruptura se dá preferencialmente por cisalhamento em planos onde a razão entre tensão cisalhante e a tensão normal atinge um valor crítico (CAVALCANTE, 2006).

Segundo Pinto (2006), os critérios de ruptura, são formulações que visam refletir as condições em que ocorre a ruptura do material estudado. Esses são satisfatórios na medida em que refletem o comportamento do material considerado.

a) Critério de Rankine

O critério de Rankine, também conhecido como critério de máxima tensão de tração, foi formulado em 1857 para materiais dito frágeis, como o solo e o concreto. Esse critério explica a ruptura frágil desses materiais submetidos à tração. O critério de Rankine consiste na hipótese de que a ruptura ocorre quando a máxima tensão de tração ( $\sigma_{max}$ ) atinge o valor de resistência a tração simples do material ( $\sigma_t$ ) e pode ser expresso por (CARBONE, 2007):

$$\sigma_{max} \leq \sigma_t \quad (13)$$

Assim, considerando-se o estado plano de tensão, para que a ruptura não aconteça, deve-se satisfazer as seguintes desigualdades:

$$\sigma_1 \leq \sigma_t; \sigma_2 \leq \sigma_t; \sigma_3 \leq \sigma_t \quad (14)$$

Sendo  $\sigma_t$  a tensão de ruptura do material em um teste de tração uniaxial e  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  as tensões principais do material.

b.2) Critério da Máxima Tensão de Cisalhamento (Tresca)

De acordo com o critério de Tresca, a deformação plástica num ponto material se inicia quando a tensão de cisalhamento máxima atinge um determinado valor limite (Figura 2.7). Qualquer estado de tensão localizado no interior da região de ruptura é considerado sob o estado elástico. Nessa teoria, a resistência a deformação sob tração ou compressão é considerada a mesma, o que é uma limitação para muitos materiais (DESAI e SIRIWARDANE, 1984).

Considerando que:

$$\sigma_3 \geq \sigma_2 \geq \sigma_1 \quad (15)$$

O critério se resume a:

$$\sigma_3 - \sigma_1 = \sigma_y \quad (16)$$

E é independente de  $\sigma_2$ . Conseqüentemente, a equação (16) representa a linha paralela ao eixo  $\sigma_2$ .

A máxima tensão de cisalhamento sob condições uniaxiais é igual a  $\sigma_y/2$ , em que  $\sigma_y$  é a tensão de ruptura uniaxial. Assim, o critério de Tresca pode ser expresso, em termos de tensões principais, como:

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq \pm \sigma_y \quad (17)$$

$$\sigma_3 - \sigma_1 \leq \pm \sigma_y \quad (18)$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 \leq \pm \sigma_y \quad (19)$$

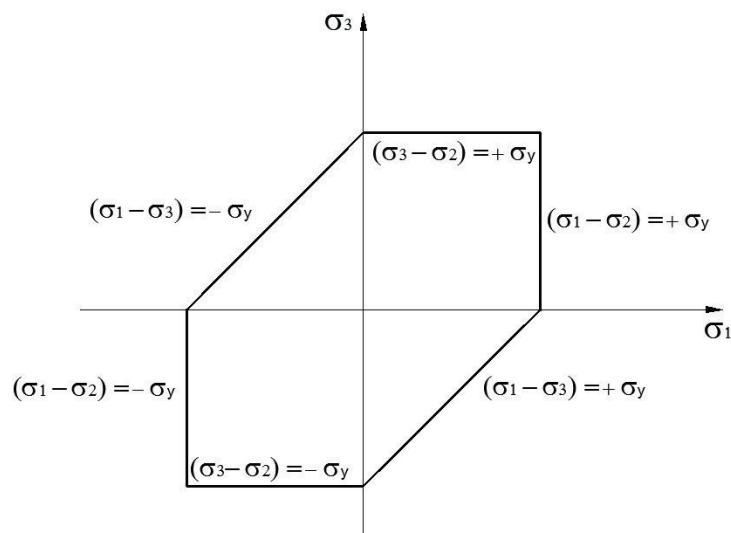
As equações acima pode sem escritas também, como:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \pm \frac{\sigma_y}{2} \quad (20)$$

$$\frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) = \pm \frac{\sigma_y}{2} \quad (21)$$

$$\frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1) = \pm \frac{\sigma_y}{2} \quad (22)$$

**Figura 2.7 – Critério de Tresca sob estado plano de tensões ( $\sigma_2=0$ ).**



Fonte: (DESAI e SIRIWARDANE, 1984)

## b) Critério de Mohr-Coulomb

Segundo Parry (1995), Mohr propôs o uso do critério de ruptura baseado no limite da resistência ao cisalhamento e, além disso, propôs que círculos de tensão fossem desenhados para promover um completo entendimento das condições de tensão na ruptura. A teoria desenvolvida por Mohr apresenta a curva envolvente das circunferências de Mohr, aos quais são determinadas pelas tensões principais máxima e mínima ( $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ ) dos estados de tensão que provocam ruptura do material.

Ele desenhou a envoltória de ruptura apenas tocando os círculos de tração e compressão, conforme a Figura 2.8, e mostrou que a tensão de ruptura por cisalhamento pode ser deduzida desenhando um círculo com centro na origem das tensões e com raio  $\tau_{ult}$  igual ao do círculo, apenas tocando as duas envoltórias, chegando a Equação (23) (PARRY, 1995).

$$\tau_{ult} = \frac{\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \quad (23)$$

Sendo  $\tau_{ult}$  a tensão de ruptura por cisalhamento,  $\sigma_t$  a tensão máxima de tração e  $\sigma_c$  a tensão máxima de compressão.

Uma opção para determinar experimentalmente essa curva é, aumentar proporcionalmente as tensões em um determinado estado de tensão até que se verifique a ruptura do material. Repetindo-se o procedimento para diversos estados de tensão, pode-se determinar um número suficiente de circunferências para definir a curvatura de Mohr.

Na mesma época, Coulomb propôs para alvenaria e solos uma expressão de resistência ao cisalhamento, escrita usualmente pela equação (24) (PARRY, 1995).

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \theta \quad (24)$$

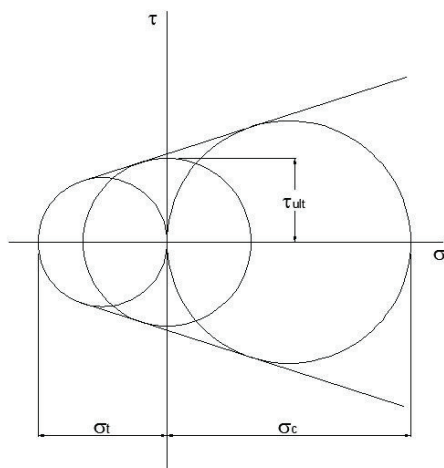
Em que  $\tau_f$  é a tensão de cisalhamento por unidade de área,  $c$  é o intercepto coesivo,  $\sigma_n$  é a tensão normal ao plano de cisalhamento e  $\theta$  é o ângulo de atrito interno.

Contudo, Mohr e Coulomb estavam desenvolvendo critérios de ruptura por motivos bem diferentes e em materiais distintos, entretanto, o objetivo final era o mesmo, um critério de tensão baseado em resistência ao cisalhamento, que fosse popular na engenharia geotécnica (PARRY, 1995).



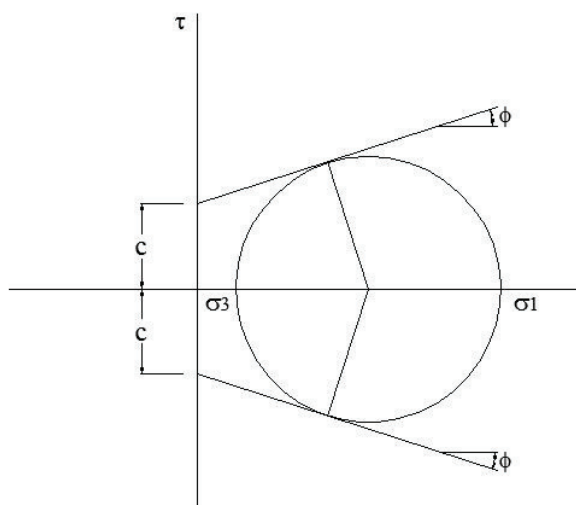
Atualmente, o critério de Mohr-Coulomb é o critério de ruptura mais aceito e utilizado na área da geotecnia. É um dos modelos adotados pelos programas de elementos finitos Abaqus e Plaxis.

**Figura 2.8 – Envoltório de resistência intrínseca de Mohr.**



Fonte: Parry (1995)

**Figura 2.9 – Parâmetros de resistência ao cisalhamento  $c$  e  $\phi$**



Fonte: Parry (1995)

A Figura 2.9 apresenta um resultado típico de um ensaio de compressão triaxial, onde pode-se determinar as características de resistência ao cisalhamento  $c$  e  $\theta$ .

## 2.2.2 Curva carga x deslocamento

De acordo com Vesic 1963 (apud VELLOSO e LOPES, 2011) a curva carga-deslocamento de um solo pode apresentar 3 formas diferentes, a ruptura generalizada, localizada ou por puncionamento, a depender do tipo de mecanismo de ruptura do mesmo. A partir dos mecanismos classificados pelo autor, pode-se estende-los às ancoragens conforme a Figura 2.10.

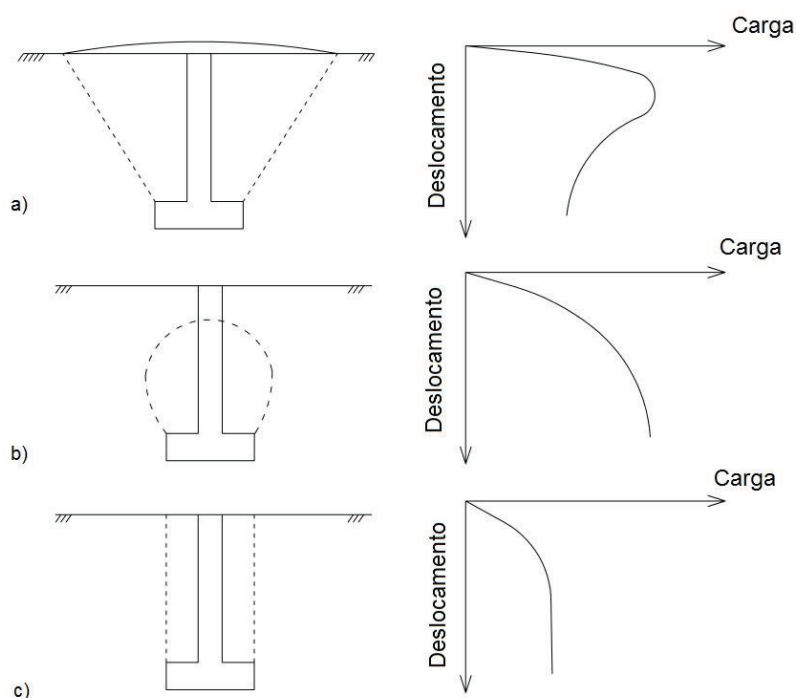
Com base nas curvas tensão-deformação e no modelo elastoplástico pode-se ainda identificar três comportamentos pós ruptura diferentes.

Na ruptura dita generalizada a mesma acontece bruscamente. O mecanismo de ruptura do sistema é bem definido e apresenta uma superfície de deslizamento que vai da base da fundação à superfície do terreno. A curva (a) da Figura 2.10 representa esse comportamento, que constitui-se de um pico de tensão e após a ruptura há um decréscimo gradual nos parâmetros de resistência e um aumento nos deslocamentos. Esse comportamento é conhecido como perda de rigidez (*strain softening*). (VELLOSO E LOPES, 2011; BUDHU, 2013)

Na Figura 2.10 (b) observa-se a ruptura chamada de localizada, na qual a curva elastoplástica de tensão-deformação apresenta um aumento suave. Esse tipo de ruptura caracteriza-se por um modelo bem definido apenas imediatamente sobre a fundação, em que a cunha e a superfície de deslizamento se iniciam junto às bordas da fundação, todavia, a tensão vertical sob a fundação é significativa, e as superfícies de deslizamento terminam dentro do maciço, sem atingir a superfície do terreno. Esse tipo de ruptura caracteriza o comportamento denominado ganho de rigidez (*hardening behavior*) (VELLOSO E LOPES, 2011; BUDHU, 2013).

Já no último modelo, representado na Figura 2.10 (c) a ruptura acontece por puncionamento, e a ruptura se dá imediatamente acima da fundação conforme o aumento da tensão vertical, e o solo fora da área mobilizada praticamente não sofre deformação. Os sistemas com resposta tensão-deformação dessa forma apresentam comportamento elasto-perfeitamente plástico, onde os parâmetros de resistência se mantêm constantes após atingir seu valor máximo (VELLOSO E LOPES, 2011; BUDHU, 2013).

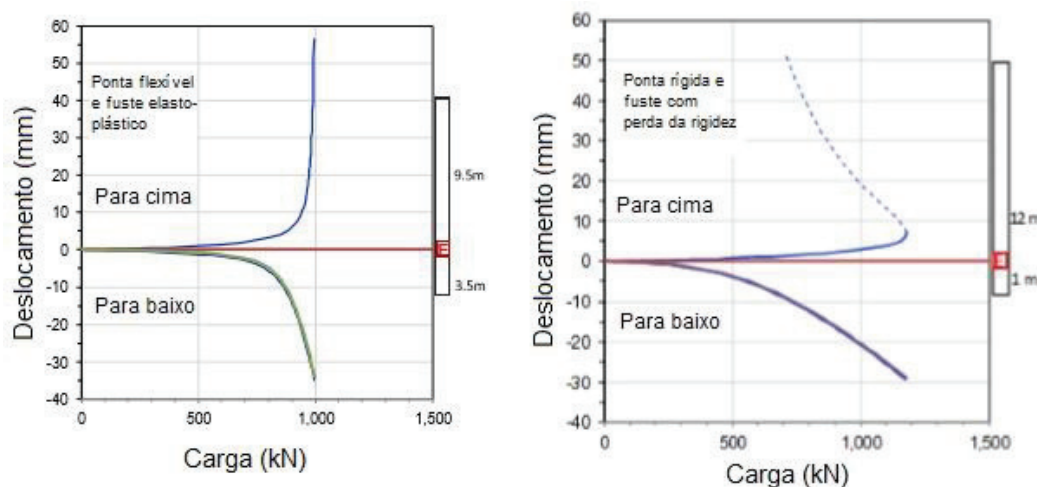
**Figura 2.10 – Mecanismos de ruptura: (a) generalizada, (b) localizada, (c) punção e curva carga x deslocamento**



Os mecanismos a) e c) são condizentes com os métodos teóricos desenvolvidos para previsão da capacidade de carga de fundações tracionadas. O mecanismo de ruptura generalizada condiz com o método do tronco de cone, que leva em consideração o peso do solo contido na superfície de ruptura em tronco de cone. A ruptura por punção (mecanismo c)) se assemelha à ruptura considerada pelo método do cilindro de atrito, no qual leva em consideração o peso do solo contido na superfície de ruptura em forma de cilindro.

Fellenius (2014) identificou esses comportamentos em simulações de ensaio de prova de carga estática realizados em estacas pelo método bidirecional. As curvas carga-deslocamento obtidas em duas simulações da mesma estaca são apresentadas na Figura 2.11. Na primeira a ponta da estaca foi considerada flexível e na segunda rígida.

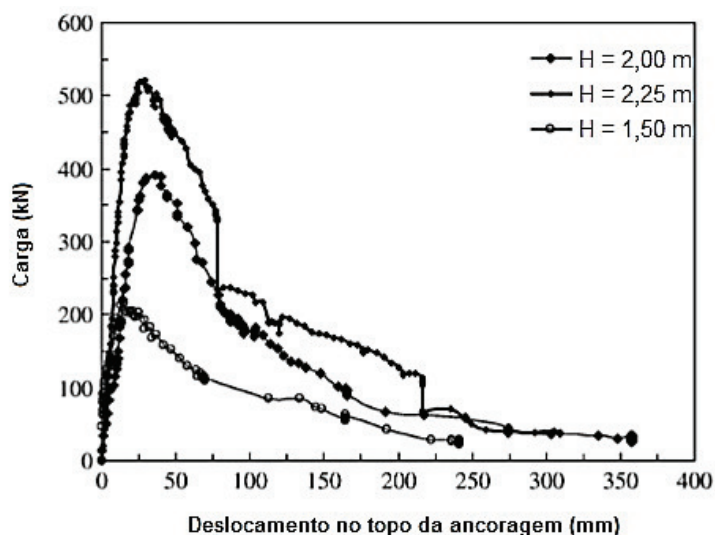
**Figura 2.11 – Resultado de teste bidirecional simulado em estaca com ponta flexível e com ponta rígida.**



Fonte: Adaptado de: Fellenius (2014)

Hsu e Chang (2007) realizara ensaios de prova de carga a tração em ancoragem vertical rasa. Foram ensaiadas 17 ancoragens concretadas e instaladas em Taiwa em solo com formação em areia grossa. As curvas carga-deslocamento obtidas são apresentadas na Figura 2.12.

**Figura 2.12 – Curva carga-deslocamento de prova de carga a tração em ancoragem rasa**



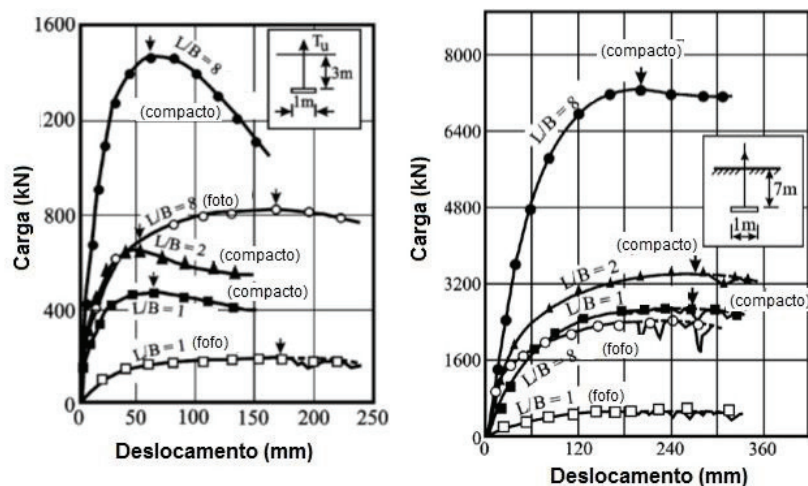
Fonte: Adaptado de: Hsu e Chang (2007)

Dickin e Laman (2007) realizaram teste de capacidade de carga a tração de placas em solo não coesivos em escala reduzida em centrífuga. Foram ensaiadas placas em diferentes profundidades, com razão de embutimento ( $H/B$ ) de 1 a 8 e razão

aparente (aspect ratio  $L/B = 1, 2, \text{ e } 8$ ). Todos os ensaios foram realizados em areia fofa e em areia compacta. A Figura 2.13 apresenta dos resultados obtidos pelos autores para  $H/B$  igual a 3 e 7 respectivamente.

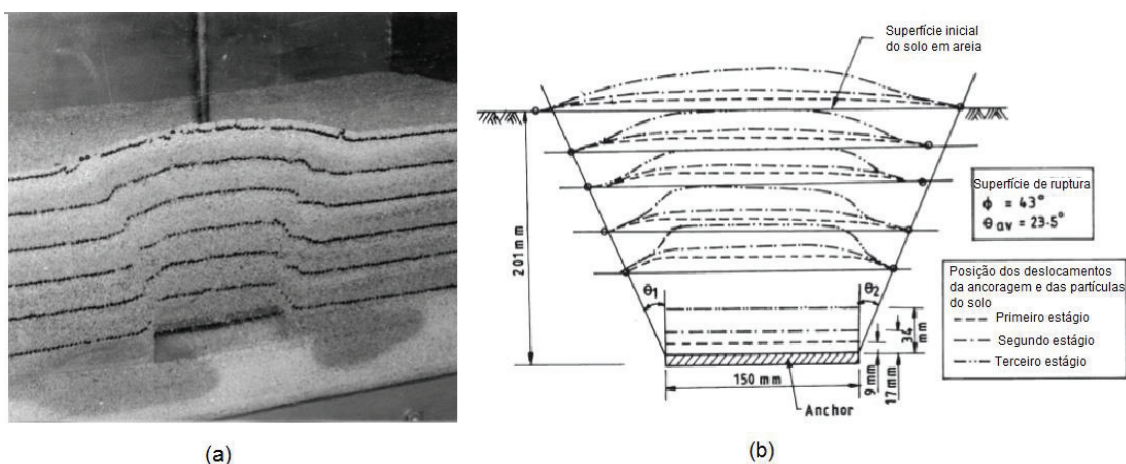
Ilamparuthi e Muthukrishnaiah (1999), investigaram a delineação de superfícies de ruptura com o objetivo de entender o mecanismo de ruptura de ancoragens rasas e profundas em areia. Eles obtiveram dois diferentes modos de ruptura a depender da razão de embutimento, que nomearam como ancoragem rasa e profunda. A transição entre os dois tipos de ruptura se dão em função da razão de embutimento crítica. Para a razão de embutimento menor que a razão crítica, referente a fundação rasa, a superfície de ruptura foi uma curva suave, convexa para cima, que pode ser aproximada por uma superfície plana de tronco de cone invertido. A superfície plana apresentou um ângulo de  $\phi/2 \pm 2^\circ$  com a vertical independente da compacidade, forma da ancora e submersão da areia, conforme Figura 2.14. Para as fundações profundas a superfície de ruptura ficou confinada dentro da massa de areia, em um formato similar a um balão, emergindo a partir da borda a fundação, formando um superfície linear com ângulo de  $0,8 \phi$  com a vertical, independente da compacidade da areia, conforme Figura 2.15.

**Figura 2.13 – Curva carga-deslocamento de ancoragem em centrífuga com  $H/B = 3$  e 7**



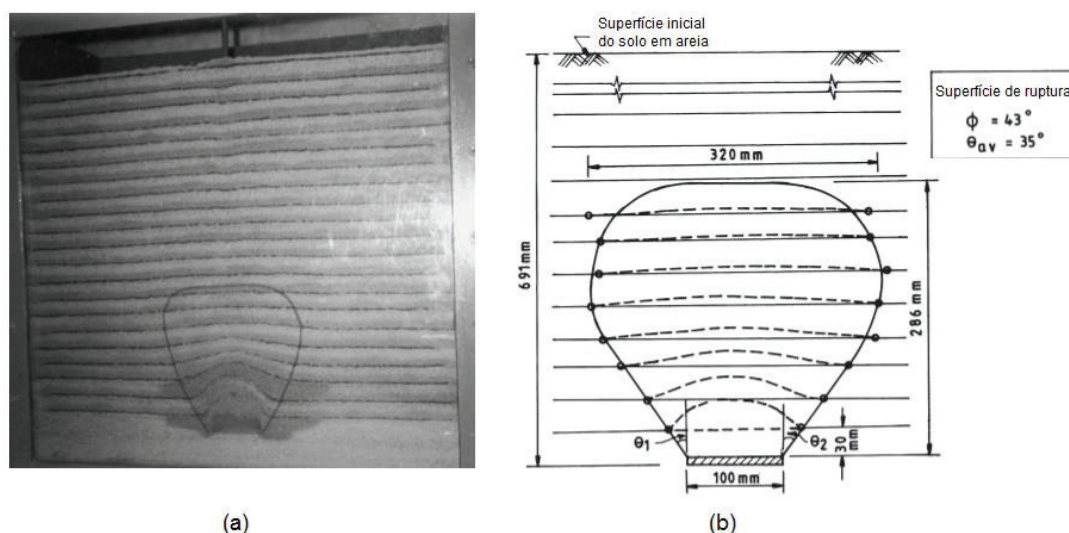
Fonte: Adaptado de Dickin e Laman (2007)

**Figura 2.14 – Forma da superfície de ruptura para uma fundação rasa (a) fotografia e (b) croqui**



Fonte: Adaptado de: Ilamparuthi e Muthukrishnaiah (1999)

**Figura 2.15 – Forma da superfície de ruptura para uma fundação profunda (a) fotografia e (b) croqui**



Fonte: Adaptado de: Ilamparuthi e Muthukrishnaiah (1999)

Muitos métodos de previsão da capacidade de carga não fazem distinção no seu desenvolvimento entre fundações rasas e profundas. Diversos autores (Macdonald (1963); Meyerhof e Adams (1968); Ghaly *et al.* (1991) apud Ilamparuthi e Muthukrishnaiah, (1999)) citam que deve-se tratar de forma distinta fundações rasas e profundas submetidas à tração, pois o comportamento no interior do solo é diferente para cada uma dessas.

De acordo com Yu, Merifield e Sloan (2001), o modelo de ruptura em fundação rasa é caracterizado de forma que a superfície de ruptura atinge a superfície do terreno. Em

contrapartida, a ancoragem de fundação profunda é aquela em que a superfície de ruptura se dá por cisalhamento localizado em torno da fundação e não atinge a superfície do terreno.

A razão de embutimento ( $H/D$ ), relaciona a profundidade da fundação com seu diâmetro, ou a profundidade crítica ( $H_{cr}$ ) são os parâmetros definidos para fazer a transição entre o comportamento de fundação rasa e de fundação profunda.

Das, Seeley e Pfeifle (1977) demonstraram em teste de capacidade de carga de estaca escavada em areias fofas, médias e secas que a tensão de resistência lateral aumenta linearmente com a razão de embutimento ( $H/D$ ). Em 1978 Das determinou que para fundação em placa circular e quadrada, a razão de embutimento crítica varia de aproximadamente 3 em argila mole a 7 para argilas médias e duras. O autor observou ainda que a capacidade de arrancamento aumenta até a razão de embutimento igual a 6, e a partir daí a taxa aumenta lentamente atingindo um valor constante referente a profundidade de embutimento crítica.

Mistri & Singh (2011), por meio do método de elementos finitos analisaram ancoragens em placas com diferentes diâmetros, em solo argiloso mole e duro com diferentes profundidades. Os autores também verificaram que a capacidade de carga aumenta com o aumento da razão de embutimento. Além disso, os mesmos verificaram os padrões de ruptura dessas ancoragens, em que para  $H/D = 2$  a ruptura atinge a superfície e para  $H/D = 6$  a ruptura concentrada na região da placa.

Niroumand *et al.* (2011), comparou resultados de ensaios experimentais com resultados obtidos de simulação numérica de uma placa circular de 0,1 m de diâmetro sob ação de esforços de tração e afirma que a razão de embutimento, (variando de 1 a 4) afeta significativamente o aumento da capacidade de carga à tração da placa.

Assim sendo, tanto a forma da superfície de ruptura quanto a capacidade de carga de fundações submetidas a tração variam em função do diâmetro da mesma e da profundidade ao qual ela está embutida no solo.

### **2.2.3 Modelos numéricos**

Os métodos numéricos são técnicas utilizadas para resolver problemas matemáticos por meio formulações resolvidas por operações aritméticas. Na engenharia de fundações, os métodos numéricos são muito relevantes, uma vez que as obras geotécnicas se tornam mais complexas a cada dia. Diversos programas de análise estrutural utilizam os métodos numéricos. Na análise de obras geotécnicas, os métodos numéricos mais utilizados são três, o método das diferenças finitas (MDF), o método dos



elementos finitos (MEF) e o método dos elementos de contorno (MEC). Devido a possibilidade de se considerar diversos comportamentos de tensão-deformação, além da heterogeneidade do meio e a interface estaca-solo, o MEF se tornou o modelo mais utilizado na resolução de problemas da engenharia (CHAPRA e CANALE, 2008; BUDHU, 2013).

No âmbito das ancoragens diversos autores (KIM *et al.* 2006; DICKIN e LAMAN, 2007; KOUZER e KUMAR, 2009; NIROUMAND, *et al.* 2011; HARIKRISHNAN e BALAGOPAL, 2014) desenvolveram seus estudos por meio de programas computacionais que utilizam o Método dos Elementos Finitos (MEF) como base de cálculo.

Na análise de um sistema estrutural, é comum fazer uso de uma sucessão de análises e modificações de suas características afim de se alcançar uma solução satisfatória ou a validação de um modelo. Nesse sentido, o MEF tem como objetivo determinar o estado de tensão-deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações externas (AZEVEDO, 2003).

O MEF consiste na discretização de um meio contínuo em um número finito de pequenos elementos, mantendo as mesmas características da estrutura em análise. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos a partir de uma função aproximadora (LOTTI *et al.*, 2006).

As funções de interpolação polinomial são funções matemáticas muito utilizadas em MED. Se  $u$  é função deslocamento, pode-se escrever a função de interpolação polinomial como  $u = A_1u_1 + A_2u_2 + \dots + A_nu_n$ , em que os termos  $u$  são os deslocamentos nodais e os termos  $A$  são as constantes de interpolação. Busca-se então determinar os deslocamentos em função dos pontos nodais e sua posição em cada elemento (BUDHU, 2013). Pode-se escrever então a forma geral da equação do comportamento global para um problema de tensão bidimensional:

$$\{P\} = [K]\{\delta\} \quad (28)$$

sendo  $[K]$  a matriz de rigidez do elemento,  $\delta$  o vetor dos parâmetros nodais e  $P$  o vetor de cargas nodais equivalentes.

A análise estrutural por meio de sistemas computacionais requer quatro etapas em seu processo, a modelagem, a análise propriamente dita, o processamento dos resultados e a interpretação dos mesmo. A etapa inicial inclui modelagens matemáticas e discretas, e a representação computacional do problema matricial correspondente. Apesar dos recursos computacionais automáticos de geração de malha e do amplo desenvolvimento do método dos elementos finitos, o resultado da modelagem numérica



e os sistemas computacionais podem não ser tão confiáveis sem o bom senso do engenheiro (SORIANO, 2002).

Na modelagem é importante que o analista compreenda bem o sistema físico e decida que comportamentos devem ser incorporados ao modelo e o tipo de análise que deve ser executada (SORIANO, 2002).

O meio contínuo pode ser modelado utilizando uma, duas ou três coordenadas espaciais. Definir o elemento finito coerente a ser utilizado evita que erros grosseiros afete os resultados.

Os elementos finitos bidimensionais compreendem o estado plano de deformação e o estado plano de tensão.

O estado plano de deformação envolve problemas de corpos longos cuja geometria e o carregamento variam pouco ao longo do seu eixo longitudinal. Exemplos desses sólidos são muros de contenção, barragens e tubos enterrados (ASSAN, 2003).

No estado plano de deformação, as variáveis dependem apenas das coordenadas  $x$  e  $y$ , e os deslocamentos na direção  $z$  são admitidos nulos nas seções transversais (ASSAN, 2003).

O estado plano de tensão ocorre em sólidos cujas dimensões na direção  $z$  são muito pequenas e as tensões na direção  $z$  são nulas. Exemplo desse tipo de problema é o de chapas solicitadas em seu plano médio  $x$ - $y$ , sem carregamento atuando perpendicular a ele (ASSAN, 2003).

Segundo Assan (2003), os casos planos de tensão e deformação podem ser representados pelo mesmo elemento finito, pois as equações constitutivas podem ser expressas em termos de mesmas tensões e deformações.

Dentre os elementos tridimensionais, os sólidos axissimétricos ou de revolução, que possuem carregamento e condições geométricas de contorno axissimétricas podem ser discretizados por funções de interpolação dos elementos de estado plano, uma vez que seus deslocamentos são independentes do ângulo de rotação  $\theta$ , logo as deformações são apenas em plano axial (SORIANO, 2003).

Na modelagem com o software PLAXIS 2D, programa utilizado na análise numérica deste trabalho, emprega-se o modelo bidimensional onde a criação da geometria é composta por pontos, linhas e outros componentes disponíveis em um plano  $x$ - $y$ . Na configuração do problema, pode-se escolher entre dois tipos de modelos, estado plano de deformação ou axissimétrico.

O modelo axissimétrico é usado em estruturas com seção radial uniforme e regime de carregamento ao redor do eixo central, no qual o estado de tensão e deformação são assumidos idênticos em qualquer direção radial. Nos problemas de ancoragens em sapatas circulares, esse modelo é ideal para representar o sistema.

Nesse modelo, a coordenada x representa o raio e a coordenada y corresponde ao eixo de simetria (PLAXIS, 2002).

Na discretização dos problemas pode-se utilizar elementos finitos de várias formas, frequentemente são utilizados modelos triangulares ou quadrangulares.

O programa PLAXIS disponibiliza elementos triangulares com 6 ou 15 nós. Os triângulos de 6 nós possuem precisão razoável e apresentam bons resultados em análises de deformação simples. Os triângulos de 15 nós são os elementos padrão do programa. Esses elementos de 15 nós são muito precisos e têm apresentado resultados de alta qualidade em problemas complexos.

Na concepção do modelo de elementos finitos deve-se definir com propriedade o modelo de comportamento tensão-deformação que melhor representa os materiais utilizados, além da interface entre o elemento estrutural e o solo.

O programa PLAXIS 2D oferece modelos avançados de comportamento do solo, sendo esses: o modelo elástico linear, o modelo de Mohr Coulomb (elasto-perfeitamente plástico), o modelo *Jointed Rock* (comportamento anisotrópico elasto-plástico), o modelo *Hardening-Soil* (modelo avançado com base no modelo de Mohr-Coulomb), o modelo *Soft-Soil-Creep* (considera o efeito da viscosidade) e o modelo Soft Soil (modelo Cam-Clay).

O modelo de Mohr-Coulomb, sendo geralmente o mais considerado na aproximação do comportamento real do solo, considera cinco parâmetros básicos de entrada, o módulo de Young,  $E$ , o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , o intercepto coesivo,  $c$ , o ângulo de atrito interno,  $\phi$ , e o ângulo de dilatação,  $\Psi$ .

No programa plaxis ainda é possível simular o comportamento solo estrutura a partir de uma fonte de vibração externa. Nesse caso, o amortecimento físico devido aos efeitos viscosos é levado em consideração a partir do amortecimento de Rayleigh. O amortecimento de Rayleigh utiliza dois parâmetros,  $a_0$  e  $a_1$ , que são proporcionais a massa e a rigidez do material. A determinação desses parâmetros é importante na simulação de um modelo dinâmico para representar com propriedade o comportamento do material. Esse assunto será melhor explicado no capítulo 2 subitem 3.

Além disso, para representar a resposta efetiva do solo, é importante considerar o comportamento do mesmo em relação a presença de água. O programa oferece os seguintes tipos de comportamento: drenado, não drenado e não poroso.

Na modelagem da interação solo-estrutura, um modelo elasto-plástico é usado para descrever o comportamento das interfaces. O modelo de Coulomb é utilizado para distinguir entre o comportamento elástico, no qual pequenos deslocamentos podem acontecer na interface, e o comportamento plástico em que deslocamentos permanentes podem ocorrer (PLAXIS, 2002).

Para a interface com comportamento elástico, a tensão cisalhante  $\tau$  é dada por:

$$|\tau| < \sigma_n \tan \varphi_i + c_i \quad (29)$$

e para o comportamento plástico  $\tau$  é dada por:

$$|\tau| = \sigma_n \tan \varphi_i + c_i \quad (30)$$

onde  $\varphi_i$  e  $c_i$  são o ângulo de atrito e a coesão da interface respectivamente. Cada dado empregado é associado ao fator de resistência da interface ( $R_{inter}$ ). As propriedades da interface são calculadas a partir das propriedades do solo em associação ao conjunto de dados e ao fator de resistência conforme as seguintes formulações:

$$c_i = R_{inter} c_{soil} \quad (31)$$

$$\tan \varphi_i = R_{inter} \tan \varphi_{soil} \leq \tan \varphi_{soil} \quad (32)$$

$$\Psi_i = 0^\circ \text{ para } R_{inter} < 1, \text{ ou } \Psi_i = \Psi_{soil} \quad (33)$$

Após criada a geometria e definidas as propriedades coerentes do solo e dos elementos estruturais gera-se a malha de elementos finitos. Inicialmente pode-se utilizar uma malha grossa, assim, com as primeiras análises deve-se variar a sua densidade e refinar a malha nas regiões de maiores tensões ou gradientes de deformação. Contudo, deve-se definir as condições de fronteira da malha de elementos finitos para simular as restrições do sistema físico (BUDHU, 2013).

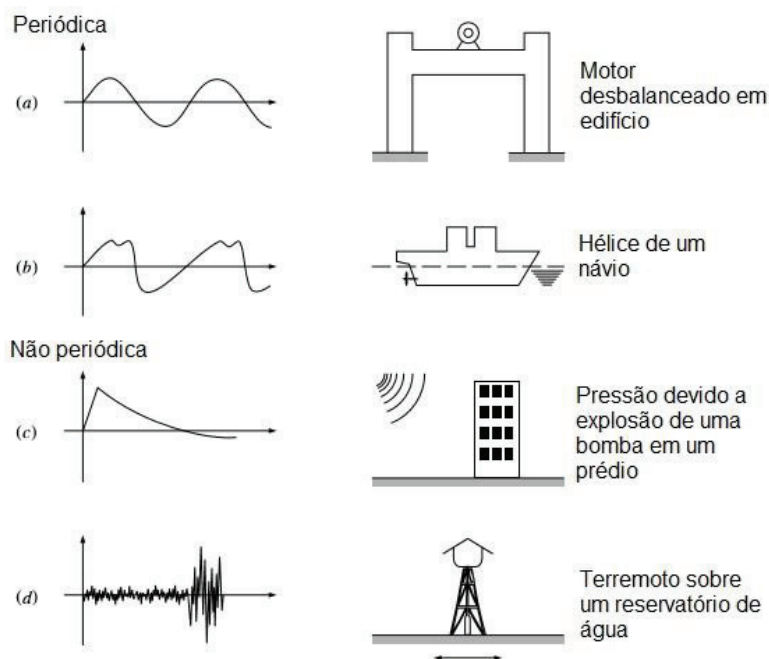
Assim, para simular o sistema de fundações com precisão é importante analisar o tamanho do incremento de cargas ou deslocamentos dependendo do modelo do solo. Deve-se começar com incrementos de tamanho pequenos, por exemplo, 1% da carga total aplicada. E então, ajustar esses tamanhos conforme necessário.

## 2.3 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

Na análise de qualquer sistema estrutural, é importante considerar de que forma se atuam as cargas em que o sistema está submetido. Praticamente todos os tipos de sistemas estruturais podem estar sujeitos, de uma forma ou de outra a carregamentos dinâmicos durante sua vida útil.

É interessante dividir as cargas dinâmicas em duas categorias, as periódicas e as não periódicas. Algumas formas de carregamentos e exemplos de situações em que essas cargas podem ser desenvolvidas são apresentadas por Clough e Penzien (1995) pela Figura 2.16.

**Figura 2.16 – Características e fontes de cargas dinâmicas típicas: (a) harmônica simples; (b) complexo; (c) impulso; (d) de longa duração.**



Fonte: Clough e Penzien (1995)

Uma carga periódica é um tipo de excitação que se repete após um período de tempo, apresentando um grande número de ciclos ao longo do tempo. O carregamento periódico mais simples tem variação senoidal, como é mostrado na Figura 2.16 – a, que é denominado carregamento harmônico simples. Um exemplo desse tipo de carregamento é o gerado pela pressão hidrodinâmica de uma hélice na popa de um navio (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

As cargas não periódicas podem ser de curta duração, como por exemplo uma carga impulsiva, ou de longa duração. Uma explosão que desloca violentamente massas de ar e provoca pressões sobre as edificações próximas é um exemplo de cargas impulsivas. E um tremor de terra ou a ação do vento nas estruturas, são formas de cargas não periódica de longa duração (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

Um problema estrutural dinâmico é diferente de um estático por dois aspectos. A primeira diferença, vem da definição, a natureza variável do tempo do problema dinâmico, tanto o carregamento quanto a resposta de estrutura variam com o tempo,

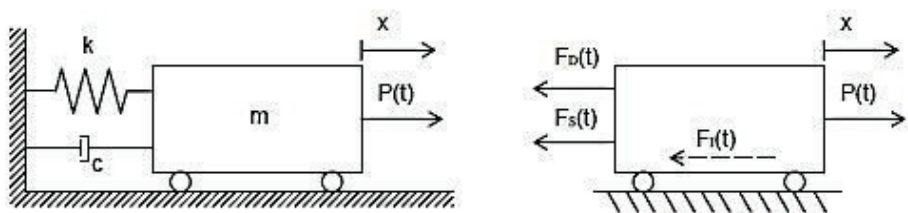
garantindo que um problema dinâmico não tenha solução única como um problema estático. A segunda diferença está relacionada as forças inerciais do problema, na aplicação de uma carga estática em uma estrutura, seus esforços internos e flechas, dependem apenas da força aplicada, e tem solução pelo cálculo do equilíbrio das forças. Já na aplicação da carga de forma dinâmica, os deslocamentos resultantes da estrutura dependem também das forças de inércia que se opõem às acelerações que as produzem (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

Um sistema vibratório é um sistema dinâmico no qual as variáveis de entrada (excitações) e de saídas (respostas) são dependentes do tempo. Esse sistema vibratório engloba um meio de armazenagem da energia potencial (mola ou elasticidade), um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor) (RAO, 2009).

A maioria dos sistemas vibratórios são muito complexos e difíceis de se determinar com todas as duas características, assim, o comportamento global do sistema é comumente representado por um modelo simples (RAO, 2009).

Considerando um sistema massa-mola-amortecedor (Figura 2.17) com um grau de liberdade (GDL) e conhecendo a resposta no tempo para a única coordenada generalizada do mesmo, pode-se determinar todo o campo de deslocamentos e a partir dele, poderão ser conhecidos as deformações, tensões e esforços solicitantes (MAZZILLI *et al.*, 2016).

**Figura 2.17 – Sistema massa-mola-amortecedor com 1 GDL e seu respectivo diagrama de corpo livre**



O movimento do bloco de massa  $m$ , considerando o equilíbrio de todas as forças que atuam no sistema, pode ser dada pela equação (34):

$$P(t) = F_I(t) + F_D(t) + F_s(t) \quad (34)$$

sendo:

$F_D(t)$  = Força de amortecimento;

$F_s(t)$  = Força elástica;

$F_I(t)$  = Força de inércia;

$P(t)$  = Excitação dinâmica;

$$F_D = kx \quad (35)$$

$$F_S = c\dot{x} \quad (36)$$

$$F_I = m\ddot{x} \quad (37)$$

Dessa forma, a equação do movimento pode ser escrita como:

$$P(t) = m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (38)$$

Sendo  $m$  a massa em movimento,  $c$  o coeficiente de amortecimento viscoso e  $k$  a constante de rigidez da mola.

Considerando que o sistema acima esteja em vibração livre não amortecida, ou seja,  $c = 0$  e  $p(t) = 0$ , a equação (38) reduz-se a:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (39)$$

Em condições iniciais não nulas,  $x(0) = x_0$  e  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ , a equação (39) pode ser descrita como:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (40)$$

sendo

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (41)$$

a frequência angular natural não amortecida, expressa em radianos por segundo. E a frequência  $f$ , denominada frequência cíclica é a frequência natural expressa em Hertz por segundo:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (42)$$

A solução da equação (39) é harmônica de período

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (43)$$

E pode ser escrita como

$$x(t) = \rho \cos(\omega t - \theta) \quad (44)$$

onde  $\rho$  é a amplitude e  $\theta$  é o ângulo que dependem das condições iniciais  $x_0$  e  $\dot{x}_0$ . Logo,

$$x(0) = x_0 = \rho \cos\theta \quad (45)$$

$$\dot{x}(0) = \dot{x} = \rho\omega \sin\theta \quad (46)$$

onde a amplitude é dada por:

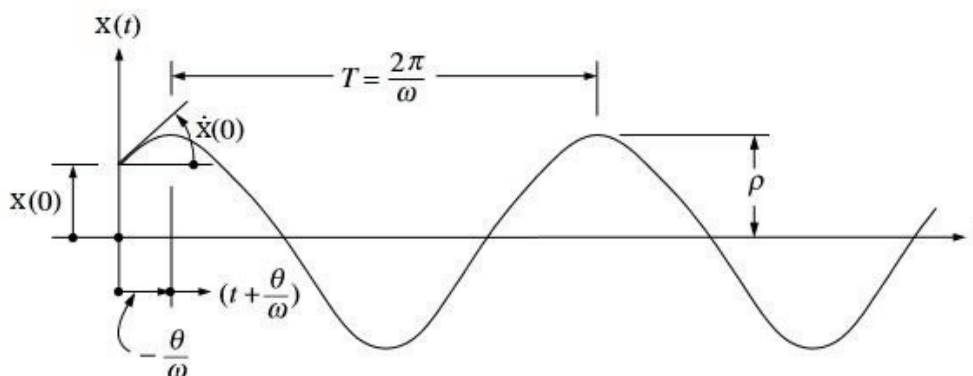
$$\rho = \sqrt{(x_0)^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2} \quad (47)$$

e o ângulo de fase:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0}{\omega x_0}\right) \quad (48)$$

sendo a representação gráfica de  $x(t)$  apresentada na Figura 2.18.

**Figura 2.18 – Resposta de um sistema em vibração livre não amortecida de um grau de liberdade**



Fonte: Adaptado de Mazzilli *et al.* (2016)

Nos sistemas estruturais em geral a vibração ocorre não apenas a uma perturbação inicial, mas também em função de forças externas  $P(t)$  que podem ser de diferentes tipos como já foi visto.

No caso de carregamento não periódicos tipo impulsivo o carregamento é de curta duração  $t_1$  em relação ao período natural de vibração do sistema  $T$ . Nesse caso, pode-se dividir a análise em duas partes. Primeira quando  $t$  varia entre zero e  $t_1$  caracterizando a vibração forçada e a segunda quando  $t$  é maior que  $t_1$  vibração livre, tendo como condições iniciais o deslocamento e a velocidade atingidos em  $t_1$ , quando cessa o carregamento (MAZZILLI *et al.*, 2016).

Considerando o caso de um carregamento do tipo pulso senoidal  $p(t) = p_0 \text{sen} \bar{\omega} t$  para  $0 \leq t \leq t_1 = \frac{\pi}{\bar{\omega}}$ , e  $p(t) = 0$ , para  $t > t_1$ .

- Fase 1:  $0 \leq t \leq t_1 = \frac{\pi}{\bar{\omega}}$

Partindo do repouso ( $x_0 = 0$  e  $\dot{x}_0 = 0$ ) a solução para a equação do movimento ( $m\ddot{x}(t) + kx(t) = p_0 \text{sen} \bar{\omega} t$ ) é:

$$x(t) = \frac{1}{1-\beta^2} (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta \text{sen} \omega t) x_e, \quad (49)$$

onde  $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$  e  $x_e = \frac{p_0}{k}$ .

Na fase 2 ( $t > t_1$ ) definem-se  $\bar{t} = t - t_1 > 0$  e  $\bar{x}(\bar{t}) = x(t)$ . E a resposta dinâmica é dada por:



$$\bar{x}(\bar{t}) = \bar{\rho} \cos(\omega \bar{t} - \bar{\theta}) \quad (50)$$

Sendo

$$\bar{\theta} = \arctan \left[ \frac{\dot{x}(t_1)}{\omega x(t_1)} \right] \quad (51)$$

$$\bar{\rho} = \sqrt{[x(t_1)]^2 + \left[ \frac{\dot{x}(t_1)}{\omega} \right]^2} \quad (52)$$

### 2.3.1 Vibração livre amortecida

Nas vibrações livres amortecidas, o coeficiente de amortecimento  $c$  é diferente de zero e, como o tipo de excitação é livre,  $P(t) = 0$ . Dessa maneira, a equação do movimento fica da forma:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (53)$$

A equação (53) é uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) de segunda ordem com coeficientes constantes no tempo e sua solução, segundo Wolter, Sampaio e Cataldo (1998), é mostrada pela equação (54), sendo que  $A_1$  e  $A_2$  são constantes dependentes das condições iniciais do sistema.

$$x(t) = A_1 e^{\left(-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + A_2 e^{\left(-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \quad (54)$$

De acordo com Clough e Penzien (2003), quando o termo dentro da raiz é igual à zero, o amortecimento é denominado crítico e é dado pela equação (55).

$$C_c = 2m\omega_n \quad (55)$$

sendo  $\omega_n$  a frequência angular natural não amortecida. Assim, é possível definir o fator de amortecimento adimensional  $\gamma$  como apresentado na equação (56).

$$\gamma = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (56)$$

A partir da definição desses fatores e após algumas simplificações, a solução da equação (54) pode ser representada conforme a equação (57).

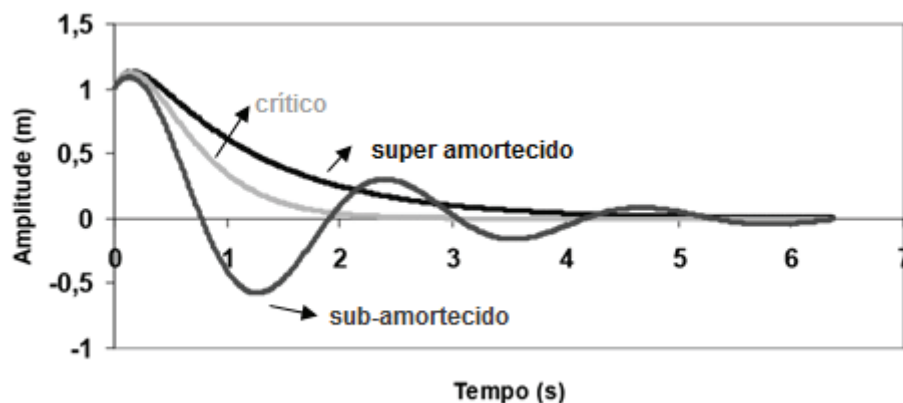
$$x(t) = A_1 e^{\omega n(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1})t} + A_2 e^{\omega n(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1})t} \quad (57)$$

O fator de amortecimento  $\gamma$  determina a natureza do movimento oscilatório. Assim sendo:

Para  $\left\{ \begin{array}{l} 0 < \gamma < 1 \text{ o movimento é subamortecido;} \\ \gamma = 1 \text{ o movimento é amortecido criticamente;} \\ \gamma > 1 \text{ o movimento é superamortecido;} \end{array} \right.$

A Figura 2.19 apresenta a resposta a vibração livre para os três tipos de amortecimento.

**Figura 2.19 – Resposta à vibração livre para os tipos de amortecimento viscoso.**



Fonte: Adaptado de Marion e Thornton (2003)

### 2.3.2 Resposta à solicitação harmônica

Em muitas situações práticas, máquinas e sistemas estruturais vibram não somente devido a uma perturbação inicial, mas também em função de forças de excitação externa  $P(t)$ , que podem ser de diferentes tipos.

Quando uma força de excitação é aplicada a um sistema, o resultado de seu movimento depende do modo da excitação. Sendo assim, esse tenderá a vibrar nas

suas frequências naturais, bem como nas frequências de excitação aplicadas (TSE; MORSE; HINKLE, 1978).

Assumindo que o sistema com 1 GDL esteja submetido a uma forma de excitação harmônica da forma:

$$P(t) = P_0 \text{sen} \omega t \quad (58)$$

A equação do movimento fica sendo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \text{sen} \omega t \quad (59)$$

Para solucionar a equação (55) que é uma equação Diferencial Ordinária Linear Não Homogênea (EDOLNH), será necessário fazer uso da soma de duas soluções, uma homogênea  $x_h(t)$  e outra particular  $x_p(t)$ , ou seja:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (60)$$

Dividindo a equação (59) por  $m$  e sabendo que  $\omega_n^2 = k/m$  e  $c/m = 2\gamma\omega_n$ , obtém-se:

$$\ddot{x} + 2\gamma\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = P_0\omega_n^2\text{sen}\omega t \quad (61)$$

De acordo com Timoshenko (1937), a solução particular da equação (61) é apresentada pela equação (62) e para o caso de movimento subamortecido, a solução homogênea é dada pela equação (63).

$$x_p(t) = \frac{P}{K} \left[ \frac{1}{(1 - \alpha^2)^2 + 4\gamma^2\alpha^2} \right] [(1 - \alpha^2)\text{sen}\omega t - 2\gamma\alpha\text{cos}\omega t] \quad (62)$$

$$x_h = e^{-\gamma\omega_n t} (C\text{sen}\omega_d + D\text{cos}\omega_d) \quad (63)$$

sendo  $\alpha = \omega/\omega_n$ .

Das condições iniciais  $x(0) = x_0$  e  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$  são determinadas as constantes  $C$  e  $D$ :

$$C = \frac{P\alpha}{k\sqrt{1-\gamma^2}} \left[ \frac{2\gamma^2 + \alpha^2 - 1}{(1-\alpha^2)^2 + 4\gamma^2\alpha^2} \right] \quad (64)$$

$$D = \frac{P}{k} \left[ \frac{2\gamma\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + 4\gamma^2\alpha^2} \right] \quad (65)$$

Logo, a solução geral de um sistema de 1GDL submetido a uma excitação harmônica para  $\gamma < 1$  é igual a:

$$\begin{aligned} x(t) = e^{-\gamma\omega_n t} & \left( \frac{P\alpha}{k\sqrt{1-\gamma^2}} \left[ \frac{2\gamma^2 + \alpha^2 - 1}{(1-\alpha^2)^2 + 4\gamma^2\alpha^2} \right] \text{sen}\omega_d \right. \\ & \left. + \frac{P}{k} \left[ \frac{2\gamma\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + 4\gamma^2\alpha^2} \right] \text{cos}\omega_d \right) \\ & + \frac{P}{K} \left[ \frac{1}{(1-\alpha^2)^2 + 4\gamma^2\alpha^2} \right] [(1-\alpha^2)\text{sen}\omega t - 2\gamma\alpha\text{cos}\omega t] \end{aligned} \quad (66)$$

no qual o primeiro termo trata da resposta transiente e o segundo da resposta estacionária.

### 2.3.3 Sistemas discretos com dois graus de liberdade

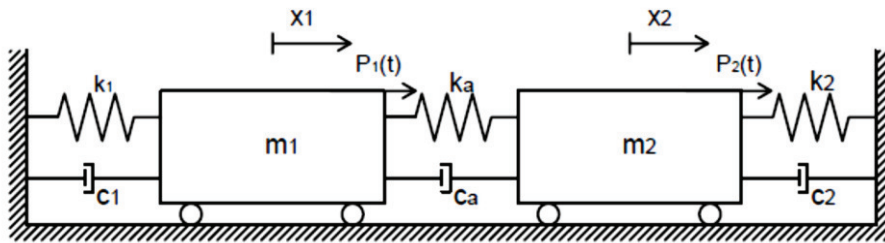
Muitos modelos mecânicos podem ser descritos por sistemas de 1 GDL, todavia a maioria dos sistemas requer um modelo mais refinado, cujo comportamento necessita de mais de uma coordenada independente para descrever seu movimento completo, ou seja, são necessários múltiplos GDL (MEIROVITCH, 2001).

Um sistema com múltiplos GDL implica em uma configuração de múltiplas variáveis de deslocamento, assumidas pelas massas do sistema durante seu movimento. Para sua formulação são utilizadas  $n$  equações diferenciais ordinárias. Além disso, o sistema com múltiplos GDL não possui apenas uma frequência natural, mas sim um conjunto de frequências naturais (autovalores) e configurações naturais (autovetores), conhecidas como modos naturais do sistema (MEIROVITCH, 2001).

Na sequência, será utilizado um sistema com 2 GDL para introduzir os conceitos e técnicas necessários para o estudo das características dinâmicas de um sistema com  $n$ -graus de liberdade.

Seja o sistema mostrado na Figura 2.20 composto por duas massas unidas por um amortecedor ( $c_a$ ) e uma mola de acoplamento ( $k_a$ ):

Figura 2.20 - Elementos de um sistema com 2 GDL



Para esse sistema, a equação do movimento pode ser obtida pela segunda Lei de Newton para cada massa separadamente.

Massa  $m_1$ :

$$F_{I1} = P(t) - F_{s1} - F_{D1} - F_{sa} - F_{Da} \quad (67)$$

Massa  $m_2$ :

$$F_{I2} = P_2(t) + F_{sa} + F_{Da} - F_{s2} - F_{D2} \quad (68)$$

Substituindo as equações (35), (36) e (37) nas equações (67) e (68), é possível encontrar a solução das equações do movimento para o sistema com 2 GDL que pode ser representado na forma matricial por:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_a & -c_a \\ -c_a & c_2 + c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_a & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{Bmatrix} \quad (69)$$

De uma forma mais compacta a equação (69) pode ser expressa como:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{P(t)\} \quad (70)$$

sendo que:

$[m]$ ,  $[c]$  e  $[k]$  são matrizes de ordem  $(n \times n)$  de massa, amortecimento e rigidez respectivamente.

$\{P(t)\}$ ,  $\{\ddot{x}\}$ ,  $\{\dot{x}\}$  e  $\{x\}$  são vetores coluna de ordem  $n$  de carga, aceleração, velocidade e deslocamentos respectivamente.

### 2.3.4 Vibração livre de um sistema não amortecido

Como o movimento é livre e não possui amortecimento, a matriz de amortecimento  $[c]$  é igual a zero e o vetor de carga  $\{P(t)\}$  também é igual à zero. Desse modo a equação do movimento fica:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_a & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (71)$$

Segundo Gatti e Ferrari (2003), por analogia ao comportamento de sistemas de 1 GDL, é possível usar soluções harmônicas para resolver a equação (71) e fazer uso da solução em função da resposta senoidal, de forma que:

$$x_n = A \text{sen}(\theta + \omega_n t) \quad (72)$$

$$\theta = \text{arctg} \left( \frac{x_0 \omega_n}{\dot{x}_0} \right) \quad (73)$$

Substituindo a equação (72) e sua derivada segunda na equação (71) e sabendo que o sistema tem duas coordenadas, busca-se duas respostas. Logo:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} (-\omega_n^2 \text{sen}(\theta + \omega_n t)) + \begin{bmatrix} k_1 + k_a & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} \text{sen}(\theta + \omega_n t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (74)$$

A equação (74) deve satisfazer qualquer valor de  $\text{sen}(\theta + \omega_n t)$ . Então, fazendo  $\text{sen}(\theta + \omega_n t) = 1$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_a - m_1 \omega_n^2 & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a + m_2 \omega_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (75)$$

De forma mais simplificada:

$$\{[k] - \omega_n^2 [m]\} \{A\} = \{0\} \quad (76)$$

O sistema mostrado na equação (76) é um problema de autovalores e autovetores. Sendo assim, esse é um sistema homogêneo e possui infinitas soluções.

Para encontrar uma solução que não seja trivial, faz-se o determinante de  $\{[k] - \omega_n^2[m]\}$  igual a zero e  $\omega_n^2 = \lambda$ , logo tem-se:

$$\begin{vmatrix} k_1 + k_a - m_1\omega_n^2 & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a + m_2\omega_n^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (77)$$

Que resulta em:

$$\lambda^2 m_1 m_2 - \lambda [m_2(k_1 + k_a) + m_1(k_2 + k_a)] + k_1 k_2 + k_1 k_a + k_a k_2 = 0 \quad (78)$$

Cujas raízes são obtidas por:

$$\lambda_{1,2} = \frac{[m_2(k_1 + k_a) + m_1(k_2 + k_a)] \mp \sqrt{\Delta}}{2 \cdot m_1 m_2} \quad (79)$$

sendo que:

$$\Delta = [m_2(k_1 + k_a) + m_1(k_2 + k_a)]^2 - 4m_1 m_2 (k_1 k_2 + k_1 k_a + k_a k_2) \quad (80)$$

A partir de  $\lambda$  é possível determinar os autovalores ( $\omega_n$ ) pela equação (81).

$$\omega_{n1} = \sqrt{\lambda_1} \quad \omega_{n2} = \sqrt{\lambda_2} \quad (81)$$

Os autovetores são determinados por  $\{A\}$  e representam os modos de vibrar do sistema. Nesse caso,  $\{A_1\}$  e  $\{A_2\}$  representam o primeiro e o segundo modo de vibrar, os quais são relacionados respectivamente com o primeiro e o segundo autovalores ( $\omega_n$ ).

Uma vez calculados os autovalores e autovetores, pode-se obter a resposta do movimento livre não amortecido para um sistema com 2GDL. Verifica-se na equação (82) que a resposta de um sistema com 2 GDL é obtida por uma sobreposição dos dois modos de vibrar.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{11} \\ A_{21} \end{Bmatrix} \text{sen}(\theta + \omega_{n1}t) + \begin{Bmatrix} A_{12} \\ A_{22} \end{Bmatrix} \text{sen}(\theta + \omega_{n2}t) \quad (82)$$

Ou ainda generalizando para um sistema com múltiplos GDL:

$$\{x\} = [A]\{q\} \quad (83)$$

sendo  $\{x\}$  o vetor coluna de ordem  $(n \times 1)$ ,  $[A]$  a matriz dos modos normais de vibração de ordem  $(n \times n)$ , em que  $n$  é o número de GDL do sistema e  $\{q\}$  o vetor de contribuição dos deslocamentos no domínio modal de ordem  $(n \times 1)$ .

### 2.3.5 Vibração forçada

Em sistemas com mais de 1 GDL, as massas em movimento são acopladas por molas e/ou amortecedores. Consequentemente, as coordenadas de deslocamento ficam acopladas nas equações de equilíbrio do sistema.

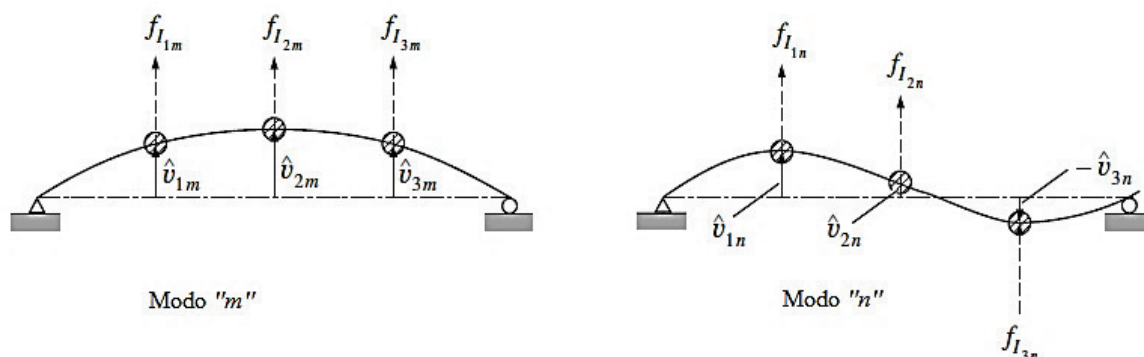
Quando um sistema com  $n$  GDL está em vibração forçada, fica difícil encontrar uma solução pelo método direto, pois requer a resolução de um sistema linear de ordem  $n$ .

A resolução de sistemas mecânicos com  $n$  GDL pode ser obtida mais facilmente no domínio modal. Para tanto, utiliza-se as propriedades das condições de ortogonalidade dos modos de vibrar. As condições de ortogonalidade dos modos são obtidas a partir do Teorema de Betti ou do teorema de reciprocidade dos trabalhos.

Segundo Ramalho e Silva (2007), o princípio dos trabalhos virtuais pode ser útil na análise de estruturas lineares por meio da formulação do teorema da reciprocidade.

A Figura 2.21 mostra o movimento de vibração livre de dois sistemas com forças de inércia diferentes e seus respectivos deslocamentos, no qual é possível visualizar a reciprocidade dos trabalhos.

**Figura 2.21 – Formas modais de vibração e a resultante das forças inerciais.**



Fonte: Adaptado de Clough e Penzien (2003)



De acordo com a reciprocidade dos trabalhos, o trabalho produzido pelas forças de inércia do modo “ $m$ ”, associado aos deslocamentos modais do modo “ $n$ ” é numericamente igual ao trabalho das forças de inércia do modo “ $n$ ” associado aos deslocamentos modais do modo “ $m$ ”. Sendo assim é possível chegar à equação (84).

$$\{F_{Im}\}^T \{A_n\} = \{F_{In}\}^T \{A_m\} \quad (84)$$

Desenvolvendo a equação (84) e levando em conta a relação entre o vetor de frequências naturais com as matrizes de massa e de rigidez do sistema chega-se a equações (85) e (86) que expressam as condições de ortogonalidade dos modos em relação à matriz de massa e de rigidez respectivamente.

$$\{A_m\}^T [m] \{A_n\} = 0 \quad (85)$$

$$\{A_m\}^T [k] \{A_n\} = 0 \quad (86)$$

Diz-se que os modos são ortogonais em relação à matriz de massa e de rigidez, pois o produto interno dos vetores mostrados nas equações (85) e (86) é nulo em relação às matrizes de massa e de rigidez respectivamente. Tal condição indica a ortogonalidade dos mesmos e sua independência linear.

### 2.3.6 Resposta a vibração forçada não amortecida

Analogamente à equação (70), para um sistema não amortecido e submetido a uma solicitação externa qualquer (impacto, ressalto, sismo, solicitação harmônica, etc.) a equação do movimento fica da forma:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{P(t)\} \quad (87)$$

A resposta da equação (87) pode ser obtida a partir dos deslocamentos modais. Para tanto, substitui-se na equação (87) a equação (83) e sua derivada segunda no tempo e aplica-se as condições de ortogonalidade dos modos. Dessa forma, chega-se a:

$$[M_m]\{\ddot{q}\} + [K_m]\{q\} = \{P_m\} \quad (88)$$

Sendo:

$[M_m]$  = Matriz de massa modal

$[K_m]$  = Matriz de rigidez modal

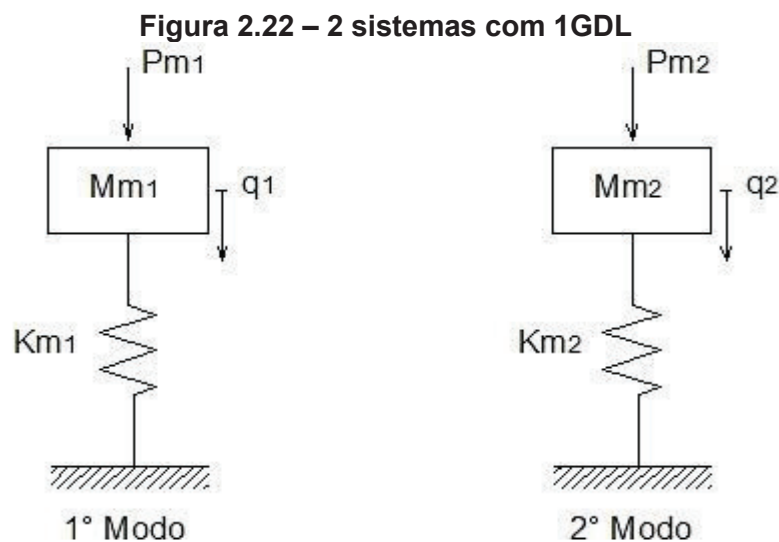
$[P_m]$  = Vetor de participação modal

$$[M_m] = [A]^T [M] [A] \quad (89)$$

$$[K_m] = [A]^T [K] [A] \quad (90)$$

$$[P_m] = [A]^T [P(t)] \quad (91)$$

Devido às condições de ortogonalidade, no domínio modal as coordenadas de deslocamento ficam desacopladas de forma que o problema de 2GDL pode ser analisado como 2 problemas de 1GDL, como mostra a Figura 2.22.



Por consequência, a resposta dinâmica pode ser obtida através da resolução separadamente para a resposta de cada modo, e em seguida, para encontrar a resposta nas coordenadas originais, sobrepor estas respostas pela equação (83) (CLOUGH e PENZIEN, 2003).

### 2.3.7 Vibração forçada com amortecimento

Em um sistema com amortecimento, a matriz de amortecimento é cheia, fazendo com que haja novamente o acoplamento das coordenadas. Segundo Clough e Penzien (2003), para determinar a matriz de amortecimento explícita é necessário considerar o amortecimento proporcional à rigidez e a massa do sistema. Para esse fim, faz-se necessário utilizar o amortecimento de Rayleigh que é dado pela equação (92) na qual  $a_0$  e  $a_1$  são constantes de proporcionalidade.

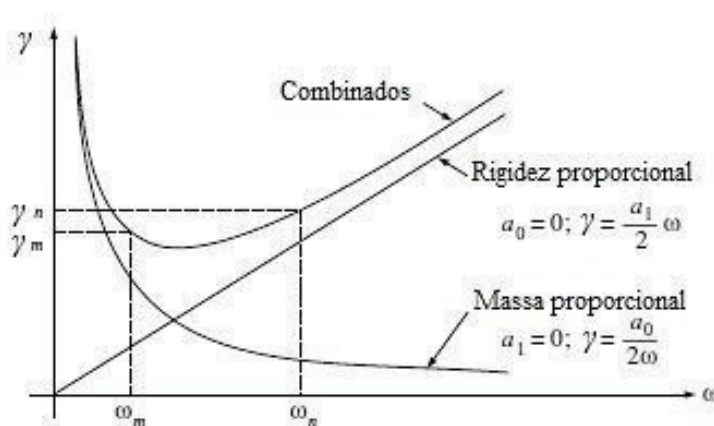
Substituindo a equação (41) e a equação (92) na equação (56) obtém-se a equação (93). A partir dessa equação pode-se observar que os parâmetros de proporcionalidade de Rayleigh se relacionam com o amortecimento adimensional  $\gamma$  e a frequência  $\omega_n$ . E essa relação pode ser observada na Figura (2.23).

$$[C] = a_0[M] + a_1[K] \quad (92)$$

$$\gamma = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1\omega_n}{2} \quad (93)$$

Essas expressões mostram que, para o amortecimento proporcional a massa, a razão de amortecimento é inversamente proporcional a frequência de vibração, quanto que o amortecimento proporcional a rigidez é diretamente proporcional à frequência.

**Figura 2.23 – Relação entre o amortecimento e a frequência (para o amortecimento de Rayleigh)**



Fonte: Adaptado de Clough e Penzien (2003)

A equação do movimento no domínio modal para o sistema amortecido mostrado na Figura 2.20 pode ser determinada incluindo-se o amortecimento de Rayleigh na

equação (87) e levando-se em conta as condições de ortogonalidade em relação à massa e à rigidez. Dessa forma chega-se à equação (93).

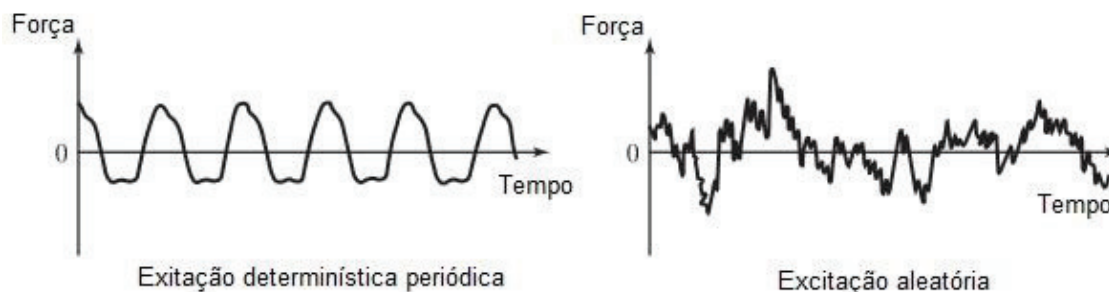
$$[M_m]\{\ddot{q}\} + [C_m]\{\dot{q}\} + [K_m]\{q\} = \{F_m\} \quad (93)$$

sendo  $[C_m]$  a matriz de amortecimento modal expressa pela equação (94).

$$[C_m] = [a_0[A]^T[M] + a_1[A]^T[K]][A] \quad (94)$$

O valor ou a magnitude da excitação de um sistema de vibração pode ser, em alguns casos, de difícil determinação a qualquer instante, esse tipo de excitação é dita como aleatória ou não determinística. Exemplos desse tipo de excitação são a velocidade do vento e o movimento do solo sob ação de terremotos. Se a excitação foi aleatória, a vibração resultante terá o mesmo comportamento e é chamada de vibração aleatória. O caso contrário, em que é possível determinar o valor da excitação em qualquer instante, denomina-se vibração determinística. Essas excitações são exemplificadas na Figura 2.24 (RAO, 2009).

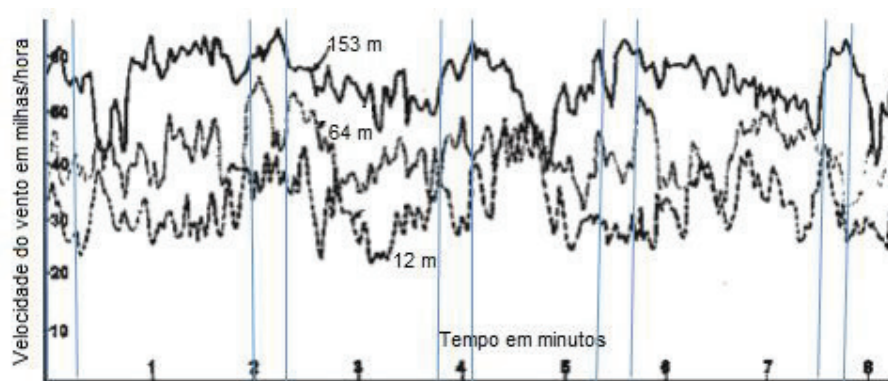
**Figura 2.24 – Exemplo de excitação determinística e aleatória**



Fonte: Rao (2009)

O vento é um fenômeno dinâmico aleatório tanto no domínio do tempo quanto no do espaço. A Figura 2.25 apresenta a velocidade do vento medida em três alturas diferentes em um mastro durante um intervalo de tempo de 8 minutos. A partir da figura observa-se que a velocidade do vento pode ser descrita como um valor médio no qual as flutuações ou “rajadas” são sobrepostas, e que esse valor médio aumenta diretamente com a altura (BOGGS e DRAGOVICH, 2006).

**Figura 2.25 – Velocidade do vento em três alturas diferentes**



Fonte: Davenport (1967 apud Boggs e Dragovich, 2006)

Na análise de um sistema em vibração aleatória é difícil obter-se as mesmas condições do sistema de entrada real. Dessa forma, é comum que na modelagem seja utilizado um modelo equivalente determinístico por meio de cargas impulsivas.

Muitas vezes a resposta dinâmica de uma estrutura pode ser insignificante, todavia, em certos casos é importante identificar quando a resposta dinâmica pode ser negligenciada. A frequência natural de vibração de uma estrutura é a propriedade mais aceita utilizada para determinar se a resposta dinâmica da estrutura será ou não significativa sob a ação do vento (BOGGS e DRAGOVICH, 2006).

Segundo a ASCE 7-05 uma estrutura é classificada como dinamicamente sensível se sua frequência natural for menor que 1,0 Hz, caso contrária a mesma é considerada rígida.

Segundo Boggs e Dragovich (2006), a frequência dominante de rajadas de vento é relativamente baixa em comparação com a menor frequência natural de estruturas civis e excita principalmente seu menor modo de vibração, além de que os comprimentos de onda das rajadas dominantes são grandes em comparação aos da maioria das construções altas, de maneira que a distribuição da pressão aerodinâmica não pode estar em conformidade com os modos de vibração mais altos. Contudo, é comum se considerar apenas o menor modo de vibração da estrutura quando considerado a resposta dinâmica ao vento.

Battista *et al.* (2003), por meio de modelagem numérica em elementos finitos estudaram a frequência natural de torres de LT sob ação do vento. Para a torre em estudo, de 32,86 m de altura, foram obtidas frequências naturais para os 3 primeiros modos de vibração iguais a: 0,158 Hz; 0,172 Hz; 0,200 Hz. Com períodos referentes a 6,34, 5,83 e 5,00 segundos, respectivamente.

Boszczowski *et al.* (2009) realizaram um estudo de monitoramento de seis torres LT's localizadas em diferentes pontos no estado do Paraná. O monitoramento se deu

de dezembro de 2007 a janeiro de 2009. Os resultados mostraram velocidades máximas para cada torre variando entre 20,83 e 35,18 m/s e as maiores intensidade de vento ocorrem nas direções de 120° e entre 200° e 250°.

Além disso, foram medidas as deformações nos pés das torres. Os dados de uma torre em particular foram analisados, e a partir das deformações relacionadas com o módulo de elasticidade, determinou-se a tensões atuantes e juntamente com a área dos elementos solicitados determinou-se a força atuante no montante da estrutura. A forças obtidas variaram de 1 a 57 tf referentes a deformações variando de 10 a 500  $\mu$ S.

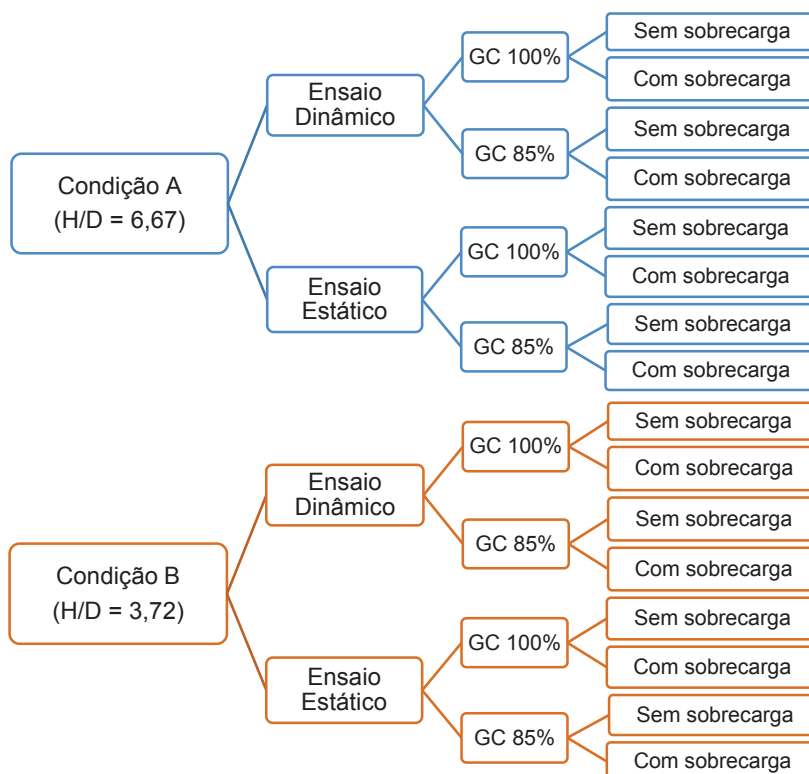
Os autores realizaram ainda uma análise numérica modelando a torre em análise no programa TOWER utilizando dados fornecidos pela COPEL para análise em diferentes condições de carregamento. Para o vento de projeto (45 m/s) obtiveram esforços máximos de compressão e de tração iguais a -296.785 N e 253.542 N respectivamente.

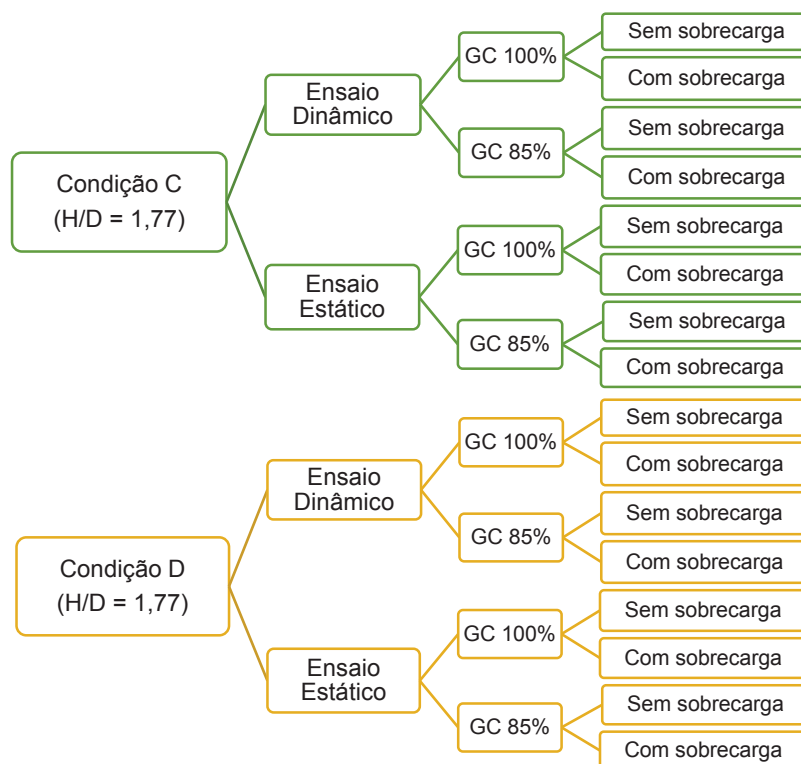
### 3 MATERIAIS E METODOS

O presente trabalho abrange uma campanha experimental a partir de ensaios de laboratório estáticos e dinâmicos em escala reduzida de capacidade de carga à tração em sapata. No total foram realizados 32 ensaios de arrancamento, sendo 16 estáticos e 16 dinâmicos. Foram utilizados corpos de prova moldados com 4 configurações diferentes, as configurações são explicadas no item 3.2.3 a). Para cada configuração os ensaios foram realizados sem e com sobrecarga, a sobrecarga foi aplicada sobre a superfície do solo com a utilização de placas de peso, totalizando um acréscimo de carga de 340 N, e com dois graus de compactação (100% e 85%). A Figura 3.1 apresenta um esquema das condições dos 36 ensaios de arrancamento realizados para cada H/D.

Além disso, foi realizada a análise numérica desses resultados por meio do Software PLAXID 2D afim de identificar o mecanismo mobilizado nos ensaios dinâmicos.

**Figura 3.1 – Esquema da campanha experimental**





### 3.1 SOLO

Para esse estudo, foram utilizadas amostras deformadas do solo retirado do município de Mandaguaçu, localizado no norte central do estado do Paraná, na região metropolitana de Maringá. A Figura 3.2 apresenta o croqui de localização do município de Mandaguaçu.

De acordo com o mapa geológico da MINEROPAR, esse solo tem formação oriunda do arenito caiuí. Segundo Fonseca (2005), o arenito caiuí apresentam textura que varia de arenosa à média, com elevado teor de areia e baixo teor de argila e possui baixo nível de matéria orgânica. A Figura 3.3 apresenta o mapa geológico do Paraná, onde é indicada a formação geológica do ponto de coleta.

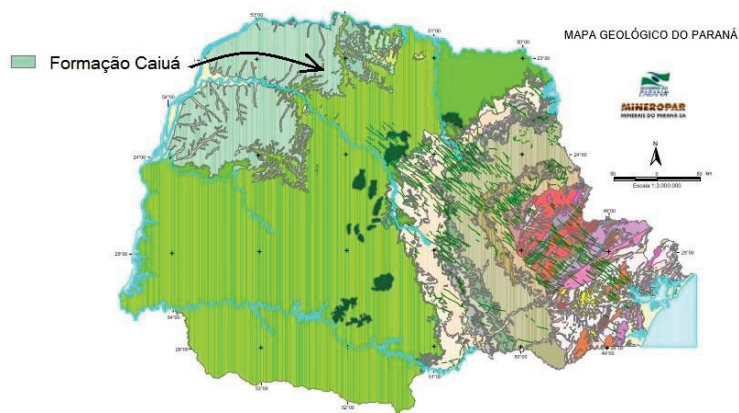


**Figura 3.2 – Mapa de localização do município de Mandaguáçu/PR**



Fonte: Raphael Lorenzeto de Abreu (2006)

**Figura 3.3 – Mapa geológico do Paraná**



Fonte: Adaptado de MINEROPAR

A Figura 3.4 apresenta a localização do ponto de coleta do solo, na área industrial do município de Mandaguáçu.

**Figura 3.4 – Vista superior do ponto de coleta do solo no município de Mandaguáçu/PR.**



Fonte: Satélite – Google Earth

As amostras de solo foram obtidas da forma deformada. Essa foi coletada por meio de ferramentas como, picaretas, pá e inchada, foram passadas em peneira com diâmetro nominal aproximado de 4,8 mm e armazenada em sacos de estopa forrados com sacos plásticos e transportadas para o Laboratório de Mecânica dos Solos da Universidade Estadual de Maringá (UEM), localizado na cidade de Maringá/PR. A Figura 3.5 apresenta a realização da etapa de coleta da amostra.

Após a chegada do material, o mesmo foi colocado para secar em lonas, em temperatura ambiente por 4 dias, até que se obtivesse o mesmo na umidade higroscópica. Após a secagem toda a amostra foi passada na peneira de tela metálica com abertura nominal de 2 mm, de forma que os torrões fossem desmanchados evitando a quebra dos grãos. Por fim a amostra foi armazenada em tambor de plástico de 70 litros. A Figura 3.6 apresenta a etapa descrita.

**Figura 3.5 – Local e processo de coleta da amostra de solo**



**Figura 3.6 – Preparação da amostra de solo**

## 3.2 ENSAIOS LABORATORIAIS

### 3.2.1 Caracterização do solo

Para atender os objetivos desse trabalho, foi necessária a caracterização geotécnica do solo. A caracterização foi realizada por meio dos ensaios de laboratório prescritos pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT): granulometria (ABNT NBR 7181:1984), massa específica dos grãos (ABNT NBR 6508:1984) e ensaio de compactação Proctor normal (ABNT NBR 7182:1986), onde foram determinados os parâmetros peso específico seco máximo e umidade ótima.

A preparação das amostras de solo utilizadas para os ensaios de compactação e de caracterização (análise granulométrica e massa específica dos grãos) seguiram os procedimentos prescritos na norma ABNT NBR 6457:1986. Bem como a determinação do teor de umidade do solo em laboratório, em que o método é prescrito pela mesma norma.

### 3.2.2 Ensaio de cisalhamento direto

O ensaio de cisalhamento direto visa determinar os parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo, ângulo de atrito interno e intercepto coesivo, com base no critério de ruptura de Mohr-Coulomb. O ensaio consiste na aplicação de uma tensão normal em



um plano, e mede-se a tensão cisalhante paralela ao mesmo plano que provoca a ruptura do corpo de prova. A tensão cisalhante pode ser representada em função dos deslocamentos, medidos no sentido do cisalhamento, por meio de um gráfico, no qual pode-se determinar a tensão de ruptura do solo e a tensão residual. A partir de ensaios com aplicação de diversas tensões normais, plota-se um gráfico com as tensões de ruptura obtidas para cada tensão normal, obtendo-se a envoltória de ruptura.

Dessa forma, conforme as prescrições da norma ASTM D-3080 (1998) foram realizados os ensaios de cisalhamento direto no solo com a aplicação das tensões normais de 25, 50 e 75 kPa. A partir do gráfico de tensão de cisalhamento x deslocamento horizontal, determinou-se a tensão de ruptura do solo para cada tensão normal aplicada e obteve-se a envoltória de ruptura. A partir da envoltória de ruptura determinou-se o ângulo de atrito interno do solo e o intercepto coesivo.

Os ensaios foram realizados em prensa eletrônica, com velocidade de 0,5 mm/min. As amostras foram moldadas sob as propriedades de compactação  $w_{ótima}=13,2\%$  e grau de compactação de 100% ( $\gamma_d máx=1,88\text{ g/cm}^3$ ) e grau de compactação de 85% ( $\gamma_d=1,60\text{ g/cm}^3$ ). A Figura 3.7 mostra como o ensaio foi realizado e em detalhe a caixa bipartida com a força normal aplicada. A Figura 3.08 mostra o corpo de prova rompido.

**Figura 3.7 – Ensaio de cisalhamento direto**



**Figura 3.8 – Corpo de prova após o ensaio de cisalhamento direto**



### 3.2.3 Ensaio de arrancamento em escala reduzida

Para analisar o desempenho das ancoragens foi utilizado um modelo físico, ou seja uma versão em escala do sistema real, onde submetido as condições simuladas pode-se prever os resultados do sistema fundação-solo, compreender suas limitações e comportamentos.

Após a caracterização do solo e a determinação da sua envoltória de ruptura, foi realizado o ensaio de arrancamento em escala reduzida de sapatas metálicas afim, de determinar a capacidade de carga das mesmas por meio das curvas carga x deslocamento, além de identificar seus mecanismos de ruptura.

Para isso foram utilizadas 3 placas de alumínio circulares com diâmetros nominais D: 28,50 mm; 50,80 mm; 76,20 mm, conforme a Figura 3.9.

**Figura 3.9 – Placas metálicas circulares utilizadas como ancoragens: a) D = 28,50 mm, b) D = 50,80 mm e c) D = 76,20 mm**



Para a montagem dos corpos de prova foram utilizadas duas caixas metálicas, ambas com as mesmas dimensões: base quadrada de lado  $L = 312$  mm e altura  $H = 200$  mm.

A compactação dos corpos de prova foi realizada a partir dos parâmetros de compactação  $w_{ótima} = 13,2$  % e grau de compactação de 100% ( $\gamma_d \text{ máx} = 1,88$  g/cm<sup>3</sup>) e grau de compactação de 85% ( $\gamma_d = 1,60$  g/cm<sup>3</sup>). Utilizando um soquete cilíndrico, a compactação foi realizada dinamicamente com amostras de solo deformadas em 6 camadas. A Figura 3.10 mostra um corpo de prova pronto.

As placas foram embutidas no centro do corpo de prova em profundidades diferentes, afim de se obter razões de embutimento ( $H/D$ ) diferentes, conforme a tabela abaixo:

Tabela 3.1– Condições obtidas pelas relações H/D

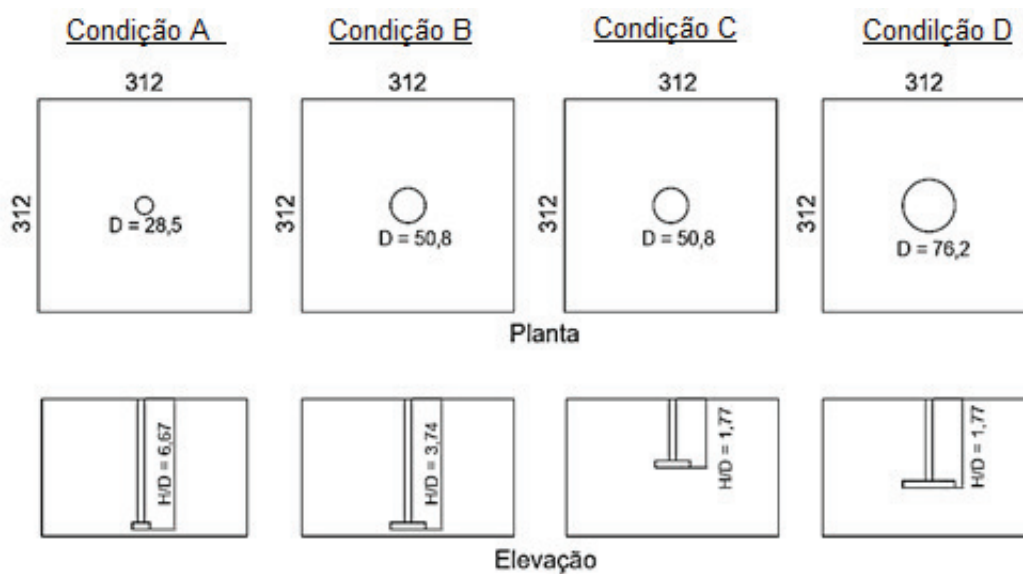
Condição	D (mm)	H (mm)	H/D
A	28,50	190,00	6,67
B	50,80	190,00	3,74
C	50,80	90,00	1,77
D	76,20	135,00	1,77

Figura 3.10 – Corpo de prova



A Figura 3.11 ilustra o esquema da geometria utilizada no ensaio. As distâncias entre a placa e a parede da caixa em função do diâmetro das sapatas, também são apresentadas na Figura 3.11.

Figura 3.11 – Planta e elevação dos modelos de corpos de prova

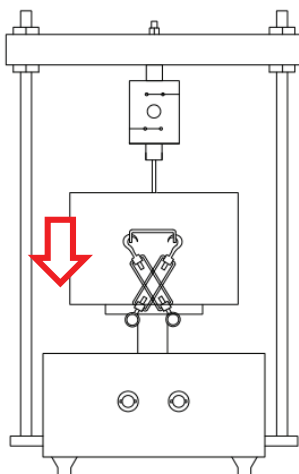


## a) Ensaio estático

Após preparado o corpo de prova a ser ensaiado, foi realizado o ensaio de arrancamento estático. Para tanto, foi utilizada uma prensa CBR manual, responsável por provocar o esforço à tração, uma vez que presa a sapata à viga, ao baixar o pistão da prensa, o esforço à tração é gerado.

Assim sendo, o ensaio se desenvolveu de forma que, a sapata foi presa a uma célula de carga de 20 kN, que foi presa a viga de sustentação do pórtico. A caixa metálica foi presa a base do pistão da prensa por meio de duas barras metálicas ligadas as alças da caixa por 2 esticadores, afim de garantir que a caixa não se move-se ou se suspende-se durante o ensaio. Esse esquema pode ser visualizado na Figura 3.12, e na Figura 3.13 o ensaio montado.

**Figura 3.12 – Croqui do ensaio de arrancamento em escala reduzida**



**Figura 3.13 – Ensaio de arrancamento em escala reduzida**



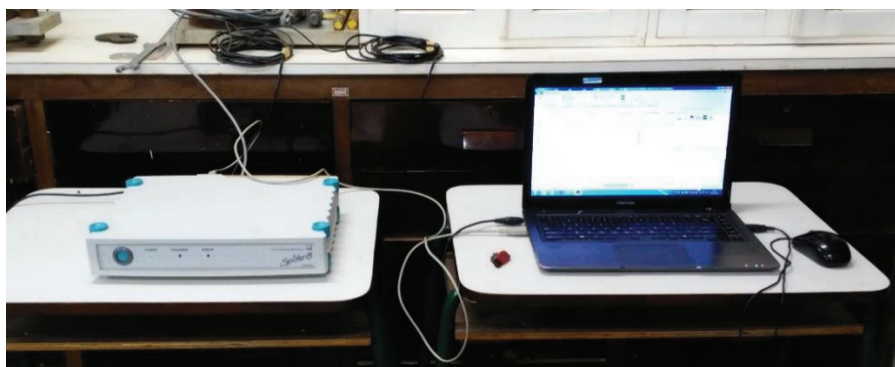
Os deslocamentos foram medidos, no eixo da sapata, no eixo porém na superfície do solo, e na posição média entre o eixo da sapata e a lateral da caixa sob a superfície do solo, por sensores indutivos de deslocamento. Os sensores utilizados foram do modelo WI da HBM com sensibilidade de  $\pm 40$  mV/V com longitude nominal de 10 mm. Por meio da célula de carga, determinou-se a força resistente atuante no sistema. O posicionamento dos LVDT's pode ser observado na Figura 3.14.

**Figura 3.14 – Posição dos sensores LVDT's**



Para aquisição dos sinais, foi utilizado o sistema de aquisição de dados *Spider 8* HBM. Esses foram processados e monitorados pelo programa *Catman Easy*, que forneceu os deslocamentos e a força suportada pela sapata em tempo real. O sistema montado para aquisição e computação dos dados é mostrado na Figura 3.15.

**Figura 3.15 – Sistema de aquisição de dados**



#### b) Ensaio dinâmico

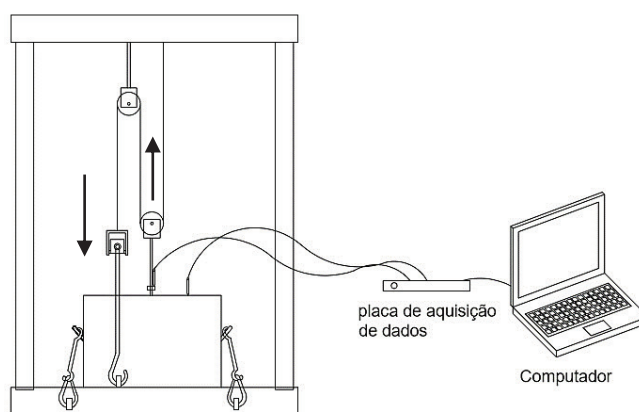
Além do ensaio de arrancamento estático, foi realizado o ensaio de arrancamento dinâmico, de forma a simular o esforço gerado pela ação do vento.



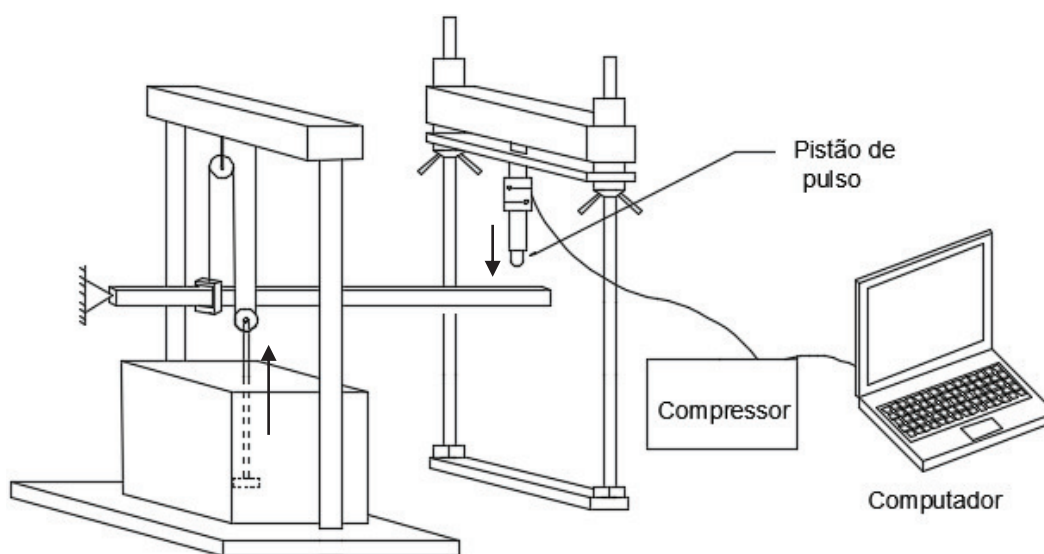
Para tanto, foram utilizadas as mesmas condições dos corpos de prova do ensaio estático.

Para a viabilidade do ensaio, foi montado um sistema de reação, em que, por meio de uma viga metálica suspensa por um cabo metálico, a força de compressão aplicada em uma ponta da viga, gerava-se a solicitação de tração no eixo da sapata. Esse cabo, passando por uma roldana presa a viga de sustentação do pórtico, passava também por outra roldana presa ao eixo da pala a ser ensaiada, que por fim era preso à viga de sustentação. Assim, afim de simular a ação dinâmica do vento, ao aplicar uma carga de compressão, por meio de pulsos, em uma extremidade da viga, a outra extremidade da viga presa ao sistema de roldanas, gerava-se a carga dinâmica de tração na placa embutida ao solo compactado. A Figura 3.16 apresenta o esquema do sistema de reação feito por roldanas e a Figura 3.17, o esquema de realização do ensaio.

**Figura 3.16 – Esquema de reação do sistema dinâmico**

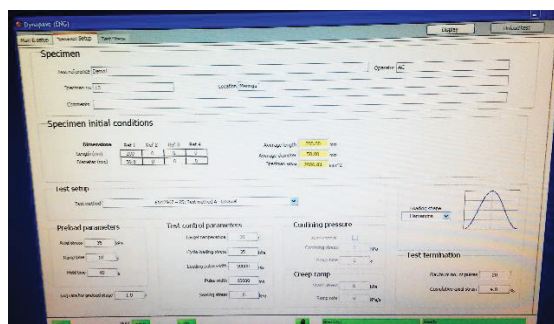


**Figura 3.17 – Esquema de realização do ensaio de arrancamento dinâmico**



Para a aplicação da carga foi utilizado um sistema *Servo-pneumatic* que usa ar comprimido durante o processo de aplicação da força. O equipamento é o modelo 78-B015 da *Dynapave*. O sistema de teste dinâmico tem capacidade de 15 kN e chega a frequências de até 30 Hz. O sistema utiliza carga ou deslocamento no controle do teste e permite o controle da forma da onda a ser aplicada. O equipamento possui seu próprio sistema de aquisição e processamento dos dados. O software *Dynapave* permite o gerenciamento, controle, calibração e monitoramento do processo, e apresenta a leitura dos dados em tempo real. A Figura 3.18 mostra a interface do programa.

**Figura 3.18 – Interface do software *Dynapave***



Os deslocamentos foram medidos, na superfície do solo no ponto médio entre o eixo da sapata e a lateral da caixa, e no eixo da sapata por sensores indutivos de deslocamento. Os sensores utilizados são do tipo LVDT com sensibilidade de  $\pm 40$  mV/V com longitude nominal de 10 mm. A Figura 3.19 apresenta o ensaio sendo realizado.

**Figura 3.19 – Ensaio de arrancamento dinâmico em modelo reduzido**



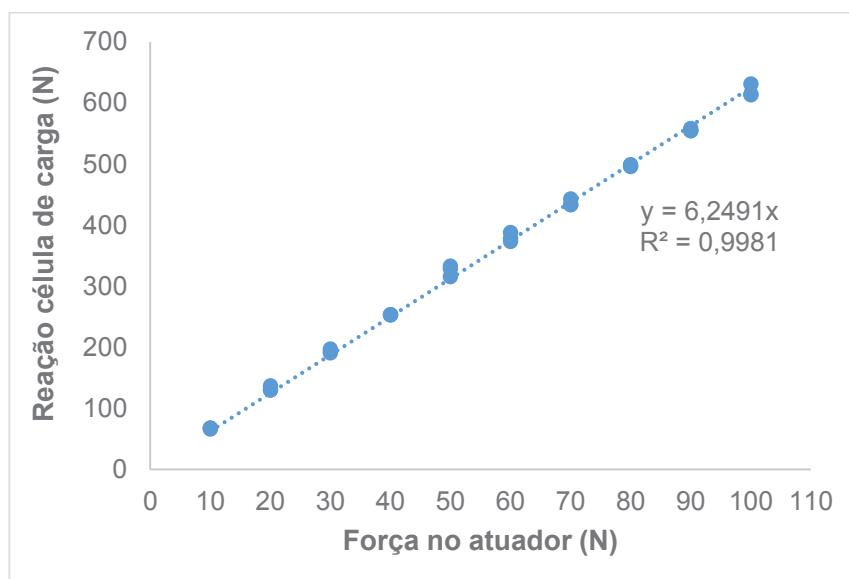
Como dados de entrada foram utilizadas as dimensões da sapata, a profundidade de assentamento e os dados referente a carga aplicada.

Para simular a ação do vento foram utilizados pulsos na forma harmônica como carga de excitação externa. Primeiramente, foi aplicada gradualmente uma tensão axial de 10 kPa atingida em 10 segundos e mantida por mais 10 segundos, afim de pré-tensionar o sistema, de forma a simular o que acontece na realidade com os cabos dos estais das torres LTs, que já são pré tracionados.

O ensaio então se deu pela vibração que foi provocada por pulsos aplicados por 0,1 segundo e suspenso por 0,9 segundo até que se aplicou novamente a carga de impulso e assim sucessivamente até que fossem aplicados o total de 10 pulsos, totalizando um tempo de 10 segundos. A quantidade de 10 pulsos foi determinada devido à limitação de comprimento do atuador, responsável por aplicar os pulsos.

A validação dos resultados obtidos a partir do sistema de reação construído, foi garantida a partir da curva de calibração obtida em ensaio estático. A curva é apresentada na Figura 3.20.

**Figura 3.20 – Curva de calibração do sistema de reação dinâmico**



### 3.3 Simulação numérica

Os mecanismos mobilizados nos ensaios dinâmicos puderam ser identificados a partir da simulação numérica realizada com o software PLAXIS 2D.

O software utiliza o Método dos Elementos Finitos como base de cálculo. Na modelagem, foi utilizado o modelo axissimétrico, em que é bastante utilizado na

modelagem de estruturas circulares, no qual, apenas metade da seção é modelada e o carregamento se dá em torno do eixo central (eixo y).

Para a simulação do comportamento do solo, foi utilizado o modelo de Mohr Coulomb (comportamento elasto-perfeitamente plástico). As propriedades utilizadas na modelagem do solo são apresentadas na Tabela 3.2. Também consta na Tabela 3.2 os parâmetros da envoltória de Mohr-Coulomb determinados pelo ensaio de cisalhamento direto (ângulo de atrito interno e Intercepto coesivo) e o fator de adesão estaca-solo.

**Tabela 3.2 – Parâmetros do solo utilizado na modelagem**

Parâmetros	Unidades	
Tipo de comportamento	Drenado	-
Massa específica do solo não saturado: $\gamma_{unsat}$	18,80	kN/m <sup>3</sup>
Massa específica do solo saturado: $\gamma_{sat}$	21,94	kN/m <sup>3</sup>
$E_{ref}$	107,00	MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu'$ )	0,30	-
Intercepto de Coesão: $c_{ref}$	38,17	kN/m <sup>2</sup>
ângulo de atrito interno: $\phi$	42,73	°
Fator de atrito na interface : $R_{inter}$	0,85	-

Como módulo de elasticidade  $E_{ref}$  foi utilizado o módulo de resiliência do solo obtido a partir de ensaio triaxial dinâmico realizado por Souza *et al.* (2016).

Além disso foram analisados os parâmetros de amortecimento de Rayleigh  $a_0$  e  $a_1$  na modelagem do comportamento do solo. Para tanto foram usados os 4 cenários apresentados na Tabela 3.3.

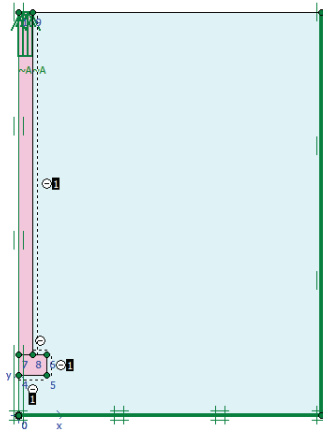
Esses valores foram definidos por análise paramétrica a partir dos resultados obtidos dos ensaios dinâmicos. Dessa forma a simulação foi utilizada para calibrar os parâmetros de amortecimento para o modelo de ancoragem estudado neste trabalho.

**Tabela 3.3 - Propriedades do amortecimento de Rayleigh utilizadas**

Parâmetro de amortecimento	Cenário
$a_{01} = 0,005$	$a_{01}$ e $a_{11}$
$a_{02} = 0,05$	$a_{01}$ e $a_{12}$
$a_{11} = 0,05$	$a_{02}$ e $a_{11}$
$a_{12} = 0,005$	$a_{02}$ e $a_{12}$

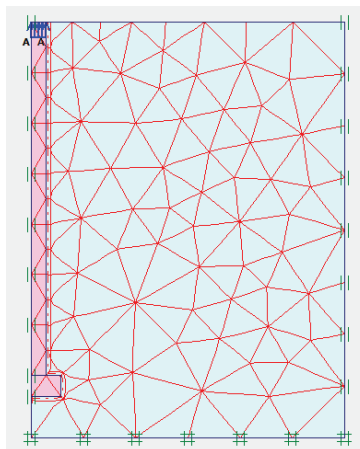
O modelo geométrico da simulação foi adotado conforme a geometria das caixas metálicas utilizada nos ensaios. As sapatas foram modeladas também conforme as utilizadas nos ensaios. A Figura 3.21 apresenta o modelo geométrico axissimétrico utilizado para a condição A.

**Figura 3.21 - Modelo geométrico axissimétrico H/D = 6,77**



A malha de elementos finitos foi gerada a partir de elementos triangulares de 15 nós. Com a utilização do elemento de interface posicionado em volta da sapata pode-se simular a interação solo-estrutura. A razão de atrito solo-estrutura ( $R_{inter}$ ) relaciona a resistência da interface com a resistência do solo, esse parâmetro foi utilizado na modelagem igual a 0,85, uma vez que segundo Reis (2006) esse valor varia entre 0,7 e 1,0, tendo como valor mais provável para sapatas 0,85. A Figura 3.22 apresenta a malha de elementos finitos gerada na modelagem da condição A ( $D = 25,80$  mm e  $H = 190$  mm).

**Figura 3.22 – Malha de elementos finitos**



Na simulação dinâmica foram utilizadas 3 condições de H/D, 1,77, 3,74 e 6,67 e apenas a modelagem do solo com G.C de 100%. Em cada uma dessas condições as frequências do vento foram simuladas em 0,1, 0,2, 0,4 e 0,8 Hz.

Segundo Neves e Reis (2017), a solicitação média nos estais de uma torre de alta tensão do tipo estaiada, calculada para uma velocidade de projeto de 37,82 m/s na região de Assis-SP foi de 128,6 kN. Considerando que, de acordo com a ABNT NBR 6123, a velocidade básica do vento na região de Maringá é de 45 m/s, a força média calculada nos estais fica em torno de 155 kN. Sabendo-se que na região é comum se executar tubulões com base em média de 1,50 metros, e considerando no caso mais desfavorável, que toda ancoragem corre pela base, tem-se que a pressão de transmissão no solo é de 86 kPa. Dessa forma, a carga de serviço estimada na ancoragem de 76,20 mm (3") é de 400N, sendo essa usada como referência de força do vento para as simulações.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DO SOLO

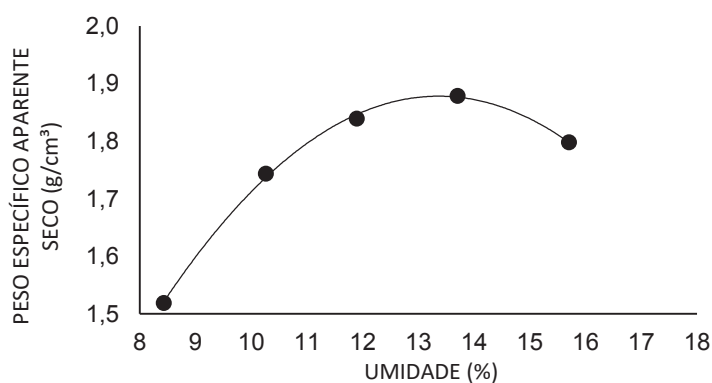
Os resultados obtidos dos ensaios de laboratório para caracterização do solo, massa específica, compactação e cisalhamento direto, estão apresentados na Tabela 4.1.

A curva de compactação do solo é apresentada na Figura 4.1. Onde foi determinado o peso específico aparente do solo seco  $\gamma_{d \text{ máx}} = 1,88 \text{ g/cm}^3$  e a umidade ótima  $W_{\text{ótima}} = 13,20 \%$ .

**Tabela 4.1 – Índices físicos do solo**

Parâmetros		Unidades
Peso específico dos sólidos $\gamma_s$	2,74	$\text{g/cm}^3$
Peso específico aparente do solo $\gamma$	2,13	$\text{g/cm}^3$
Peso específico aparente do solo seco $\gamma_{d \text{ máx}}$	1,88	$\text{g/cm}^3$
Peso específico do solo saturado $\gamma_{\text{sat}}$	2,19	$\text{g/cm}^3$
Ângulo de atrito interno: $\phi$	42,73	°
Intercepto de Coesão: $c_{\text{ref}}$	38,17	$\text{kN/m}^2$
Umidade ótima	13,20	%

**Figura 4.1 – Curva de compactação do solo**

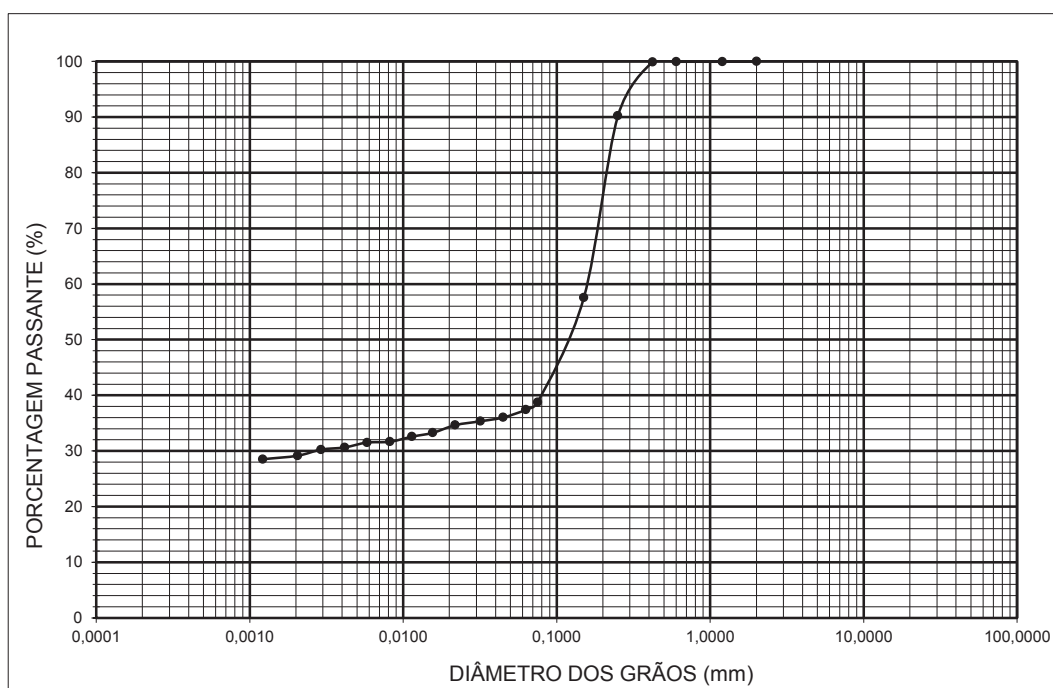


O resultado do ensaio de granulometria é apresentado na Tabela 4.2. A curva granulométrica é apresentada na Figura 4.2.

Tabela 4.2 – Classificação granulométrica

Classificação granulométrica ABNT NBR 8502:95	Diâmetro dos grãos (mm)	Porcentagem (%)
Argila	0 - 0,002	29
Silte	0,002 - 0,06	9
Areia fina	0,06 - 0,2	41
Areia media	0,2 - 0,6	21
Areia grossa	0,6 - 2,0	0

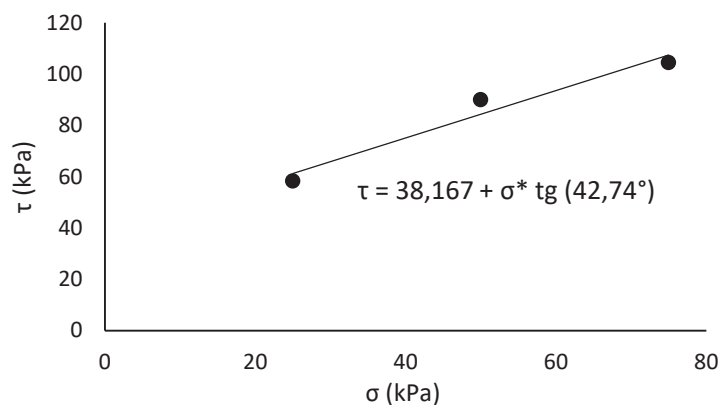
Figura 4.2 – Curva granulométrica do solo



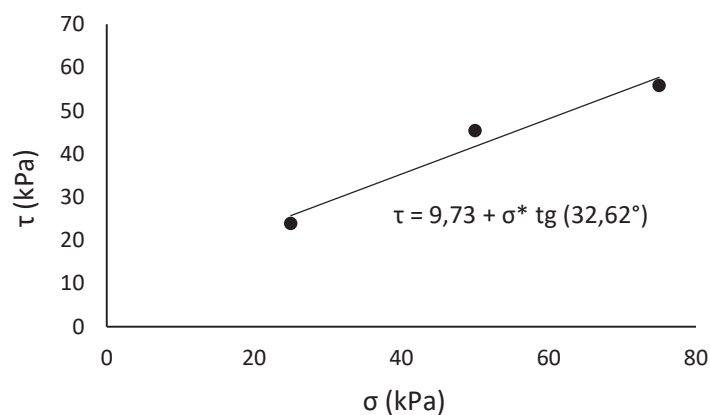
A partir dos dados obtidos do ensaio de cisalhamento direto, determinou-se a envoltória de Mohr-Coulomb para o grau de compactação de 100% e 85% e os parâmetros de resistência ao cisalhamento, ângulo de atrito interno e intercepto coesivo. Para o solo compactado com grau de compactação de 100%, obteve-se  $\phi = 42,74^\circ$  e  $c' = 38,17$  kPa. Para o solo moldado com grau de compactação de 85%, obteve-se  $\phi = 32,62^\circ$  e  $c' = 9,73$  kPa. As Figura 4.3 e 4.4 apresentam os resultados.



**Figura 4.3 – Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb para G.C. de 100%**



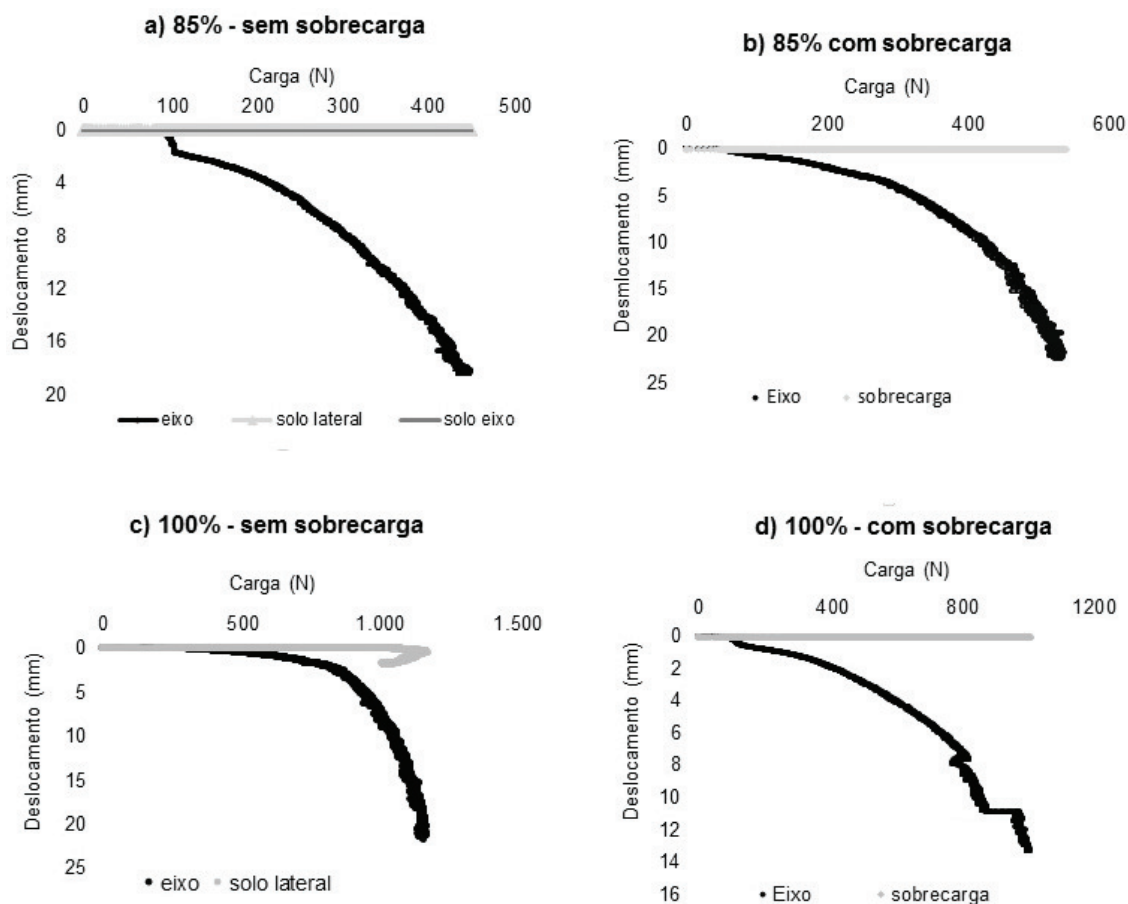
**Figura 4.4 – Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb para G.C. de 85%**



## 4.2 ENSAIOS DE ARRANCAMENTO ESTÁTICO EM ESCALA REDUZIDA

Os resultados obtidos para o ensaio de arrancamento estático para a condição A,  $H/D = 6,67$ , são apresentados nos gráficos da Figura 4.5 de carga-deslocamento. As curvas são apresentadas como “eixo” para os deslocamentos que foram medidos no eixo da sapata, como “solo lateral” para os deslocamentos medidos na superfície do solo, na posição lateral intermediária e como “solo eixo” para as curvas obtidas na superfície do solo na posição central, próxima ao eixo da sapata.

**Figura 4.5 – Curva carga x deslocamento – Condição A**



A curva “solo-eixo” não foi apresentada na curva c) devido a problemas na medição do deslocamento na superfície do solo na posição central.

Nos ensaios com sobrecarga, os deslocamentos que seriam sobre a superfície do solo, foram medidos sobre as placas de peso colocadas sobre o solo, portanto houve apenas uma medição além da medida no eixo da sapata, na qual está representada na curva “sobrecarga”.

A partir dos gráficos dos ensaios com sobrecarga podemos observar que os deslocamentos foram mínimos e ficaram muito próximos de zero, bem como os deslocamentos medidos nas superfícies do solo, tanto na posição central como na posição lateral dos ensaios sem sobrecarga.

Todas as curvas a), b), c) e d) de carga-deslocamento do eixo das sapatas apresentaram o mesmo comportamento elastoplástico com aumento suave, chamado de (*hardening behavior*) característico de ruptura localizada, ou seja, a superfície de ruptura não atingiu a superfície do solo.

Esse tipo de ruptura localizada pode ser confirmada se compararmos as curvas medidas nos eixos das sapatas com as curvas medidas na superfície do solo, tanto na posição central como na posição lateral e também nas medidas sobre as placas de

sobrecarga, pois mesmo as sapatas se deslocando por volta de 20 mm, as superfícies do solo não se deslocou, apresentando apenas uma reta nos gráficos e mantendo o deslocamento em zero milímetros.

As Figuras 4.6 apresentam a superfície do solo após o ensaio de arrancamento para as combinações A.

**Figura 4.6 – Ruptura na superfície – condição A**

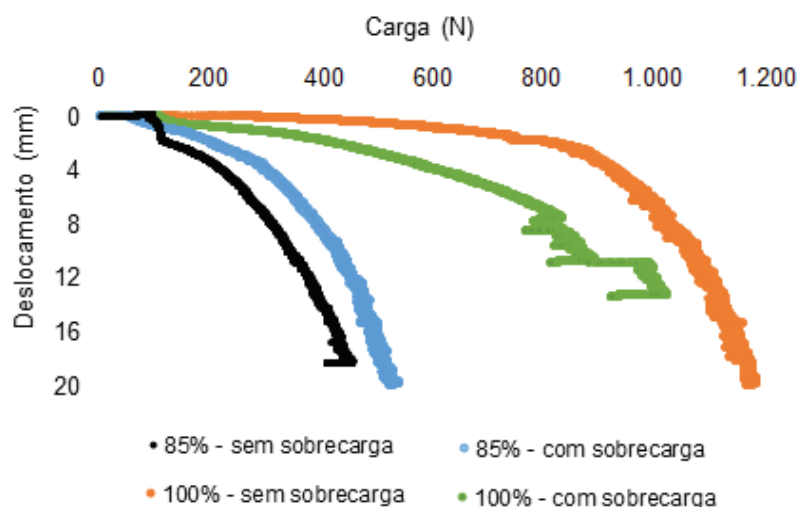


A Figura 4.7 apresenta as curvas carga-deslocamento com o deslocamento do eixo das ancoragens. Todas as curvas apresentaram o mesmo comportamento, porém pelo gráfico pode-se comparar a variação das cargas suportadas por cada condição.

A ancoragem com grau de compactação de 85% sem sobrecarga apresentou uma carga máxima de 452 N, enquanto que a mesma condição porém, com uma sobrecarga de 340 N, apresentou uma carga máxima de 536 N. Ou seja, um ganho de resistência parcial de 24,7% referente a carga aplicada.

Em relação a variação do G. C. de 85% para 100%, nos ensaios sem sobrecarga houve um aumento na capacidade de carga em 164%. Nos ensaios com sobrecarga houve um ganho na capacidade de carga de 91%.

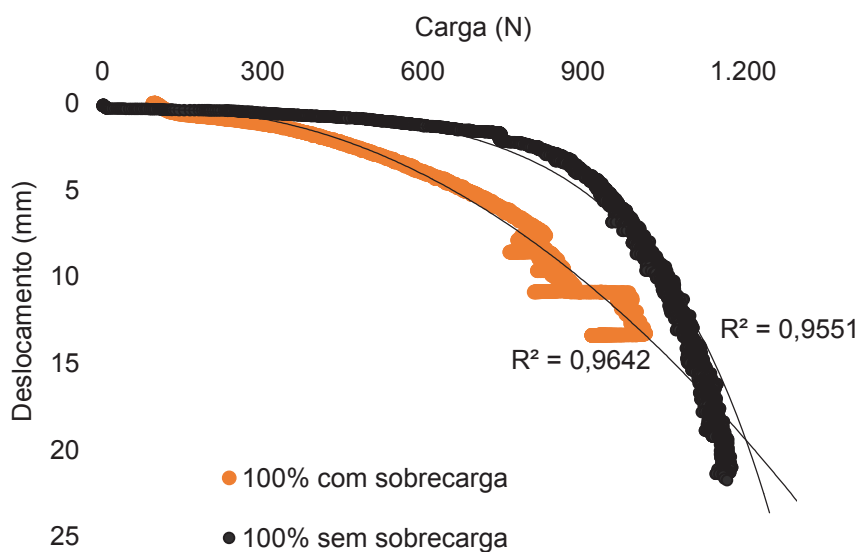
**Figura 4.7 – Carga x deslocamento – Condição A**



Em relação ao uso de sobrecarga para o caso com grau de compactação de 100%, pelos gráficos da Figura 4.7 observa-se que o caso com sobrecarga chegou a uma carga inferior à carga do caso sem sobrecarga. Sendo a carga máxima da ancoragem sem uso de sobrecarga de 1178 N e a carga máxima da ancoragem com sobrecarga de 1125 N.

Todavia, pode-se averiguar que os mecanismos de ruptura dos dois casos são diferentes, o caso sem sobrecarga apresenta uma curva com tendência ao comportamento elasto-plástico perfeito (ruptura por puncionamento), enquanto que o caso com sobrecarga apresenta um comportamento elasto-plástico com ganho suave de rigidez (*hardening behavior* – ruptura localizada). Dessa forma, ao estender as duas curvas por meio de linhas de tendência (Figura 4.8), verifica-se que se o ensaio estivesse se prolongado, a carga máxima do caso com sobrecarga provavelmente seria maior ou alcançaria a carga máxima do caso sem sobrecarga.

**Figura 4.8 - Curvas com linha de tendência da condição A: G.C. de 100%**



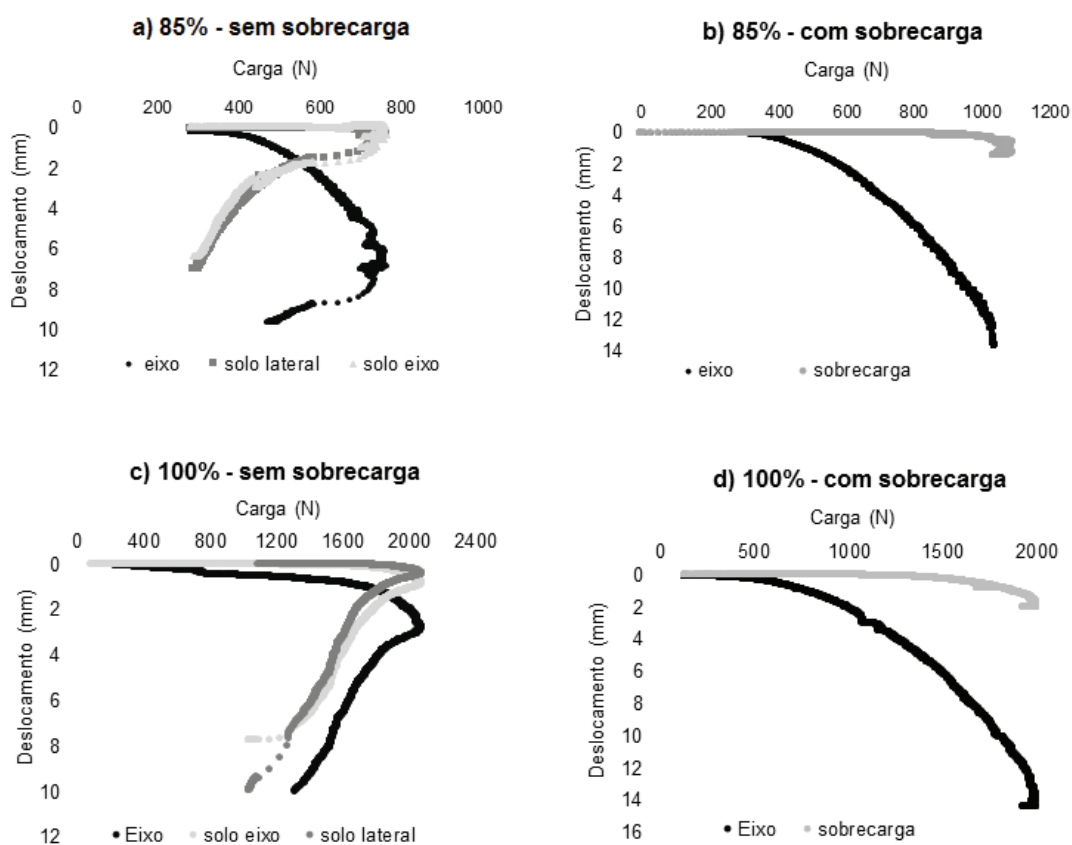
A Figura 4.9 apresenta os resultados do ensaio de arrancamento estático para a condição B,  $H/D = 3,74$ , para os graus de compactação de 100% e de 85%, com e sem sobrecarga.

A partir das curvas carga-deslocamento da Figura 4.9, observa-se que as ancoragens ensaiadas sem sobrecarga (curvas a) e c)), apresentaram o comportamento de perda de rigidez (*strain softening*), onde após a ruptura, que ocorreu de forma generalizada, os deslocamentos continuam crescendo, porém, a carga diminui gradualmente. Já nas curvas b) e d)) as ancoragens ensaiadas com sobrecarga apresentaram um ganho suave de rigidez no comportamento elastoplástico (*hardening*

*behavior*) e a ruptura aconteceu de forma localizada, não atingindo a superfície do terreno.

No gráfico a) pode-se observar que os deslocamentos medidos na superfície do solo na posição do eixo e na lateral foram semelhantes e muito próximos de zero até a ruptura quando, a partir desse ponto, o mesmo começa a se deslocar e há a perda na rigidez do solo. Nesse caso, pode-se concluir que a ruptura foi generalizada pois, a superfície de ruptura atingiu a superfície do solo ficando externamente ao ponto lateral de medição dos deslocamentos, caracterizando a forma da superfície de ruptura como cônica, que vai da base da sapata até a superfície do terreno. O mesmo acontece para a curva c).

**Figura 4.9 – Curva carga x deslocamento – Condição B**



Nesse caso, onde a ruptura acontece de forma generalizada, foi possível retirar a ancoragem por meio da superfície de ruptura formada, conforme se previu pela curva c) da Figura 4.9, e observar o ângulo ( $\alpha$ ) de inclinação formado entre superfície cônica e a vertical. Essa forma da superfície de ruptura foi condizente com o modelo proposto pelo método teórico do tronco de cone e também condiz com os modelos proposto por Vesic em 1963. As Figuras 4.10, 4.11 e 4.12 apresentam esses resultados.

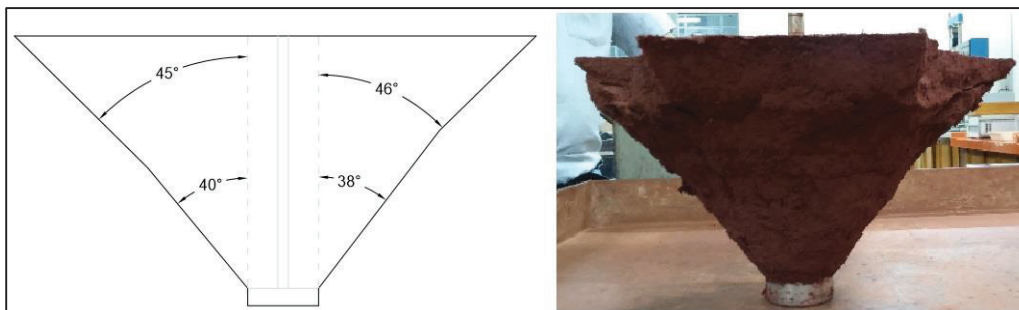
**Figura 4.10 – Ruptura na superfície – Condição B: 100% sem sobrecarga**



**Figura 4.11 – Superfície de Ruptura – Condição B: 100% sem sobrecarga**



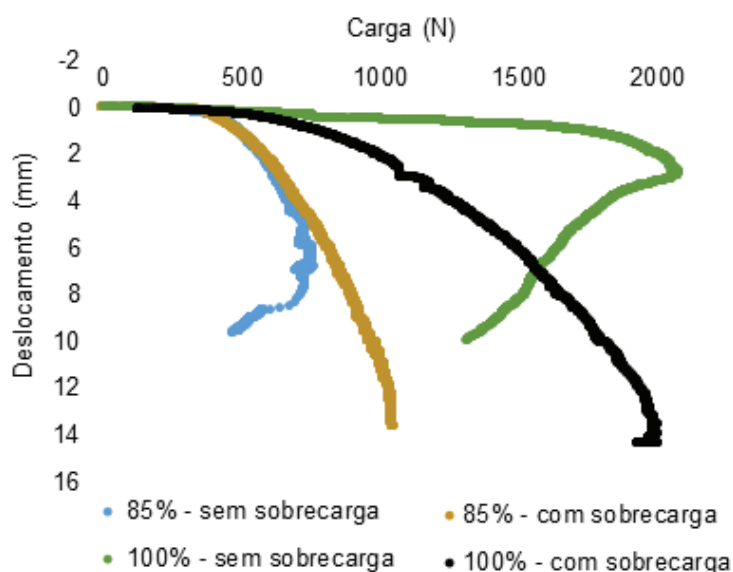
**Figura 4.12 – Ângulo de inclinação  $\alpha$  – Condição B: 100% sem sobrecarga**



A Figura 4.13 apresenta as curvas carga-deslocamento com o deslocamento do eixo das ancoragens da condição B.

Comparando as curvas das ancoragens com grau de compactação de 85%, a ancoragem sem sobrecarga apresentou uma carga de ruptura de 752 N, já a mesma com sobrecarga, apresentou uma tensão máxima 1083 N, ou seja, um ganho de 331 N da sua capacidade, mostrando que o ganho de resistência com o uso da sobrecarga foi praticamente integral.

**Figura 4.13 – Carga-deslocamento – Condição B**



Já em relação ao uso da sobrecarga com o GC de 100%, a ancoragem sem sobrecarga apresentou uma carga máxima de 2070 N enquanto a ancoragem com sobrecarga apresentou uma carga máxima de 1999 N. Nesse caso o uso de sobrecarga, ou seja, um adicional de carga no ensaio, levou a mudança no mecanismo de ruptura da ancoragem apesar as mesmas condições do corpo de prova. No caso sem sobrecarga a ruptura é marcada por um pico no gráfico, já no caso com sobrecarga o comportamento elasto-plástico apresenta um ganho suave de rigidez e pode-se assimilar pela curva que haveria um aumento ainda na carga caso o ensaio tivesse continuado. Dessa forma, o uso da capacidade de carga não é resultante em perda da capacidade de carga, mas sim pode alterar o mecanismo de ruptura para esse valor intermediário de H/D.

Em relação a variação do G.C., no caso sem sobrecarga, a ancoragem com G.C. de 100% apresentou um ganho de 175% referente a 1318 N. Com o uso da sobrecarga, a variação do G.C. levou a um ganho na capacidade de carga de 916 N, ganho de 84,5%. Esse ganho é devido ao aumento dos parâmetros de rigidezes, intercepto coesivo e ângulo de atrito interno com o aumento do peso específico do solo, levando ao aumento da resistência na superfície de ruptura do solo.

A Figura 4.14 apresenta a curva carga-deslocamento obtida do ensaio de arrancamento da condição C,  $H = 90$  mm,  $B = 50,8$  mm e  $H/B = 1,77$ .

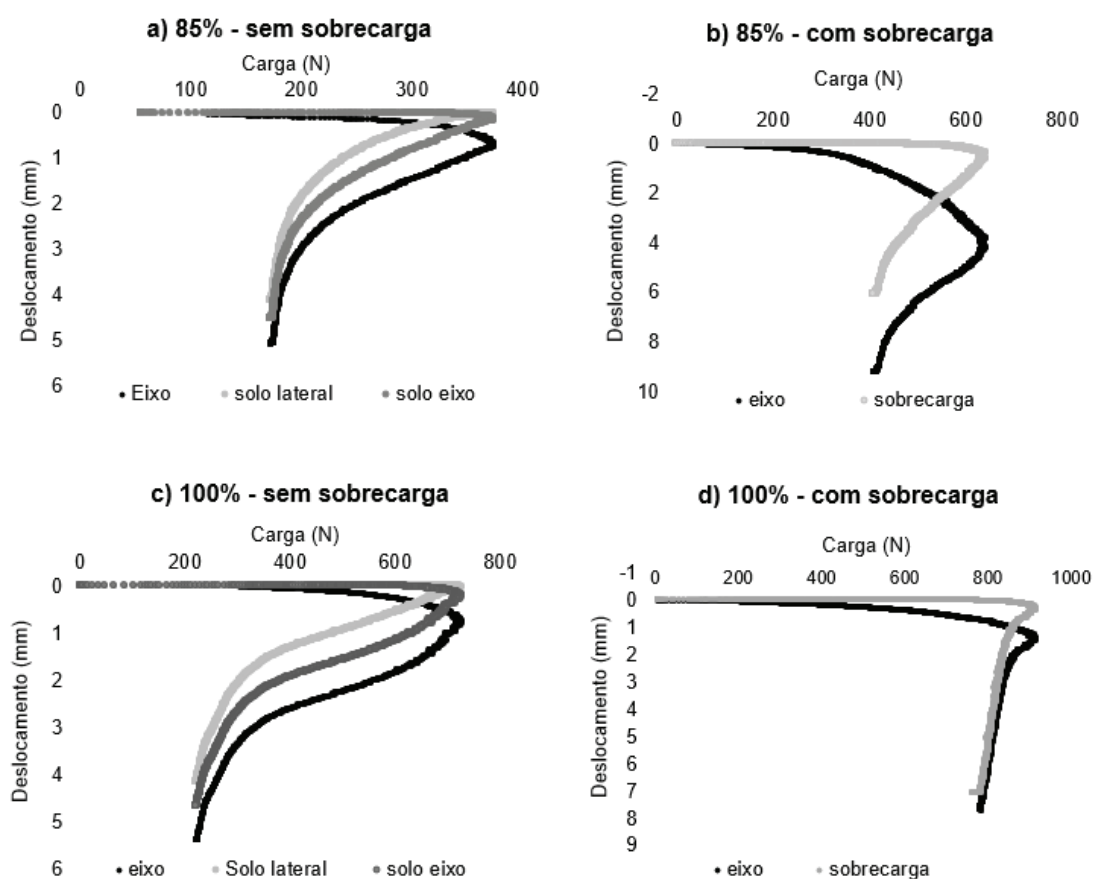
Na Figura 4.14, observa-se também o comportamento elastoplástico com perda de rigidez após atingida a ruptura nas quatro condições diferentes, com diferença nas ancoragens com sobrecarga onde a perda de rigidez foi menor. Esse comportamento é característico da ruptura generalizada, como já visto, onde se forma uma superfície de



ruptura que atinge a superfície do solo. Mesmo nos casos com sobrecarga pode-se observar os deslocamentos na superfície do solo. Na Figura 4.15 pode-se observar esse comportamento após a ruptura. Lembrando que o uso da sobrecarga sobre toda a superfície do solo não caracteriza o confinamento e sim um acréscimo de carga. O que pode-se averiguar pela comparação entre as cargas últimas dos casos sem e com sobrecarga.

As cargas de ruptura das ancoragens com G.C. de 85% foram de 374 N para o ensaio sem sobrecarga e 640 N para o com sobrecarga. Atribuindo então um ganho de resistência parcial da carga aplica, de 266 N, referente a 78% da carga integral de 340 N. No caso das ancoragens com G.C de 100% observa-se uma carga de ruptura de 727 N sem o uso de sobrecarga e 915 N com o uso de sobrecarga. Havendo um ganho de resistência parcial de 55% da sobrecarga aplicada. Esses dados podem ser observados pelos picos das curvas da Figura 4.16.

**Figura 4.14 – Curva carga-deslocamento – Condição C**





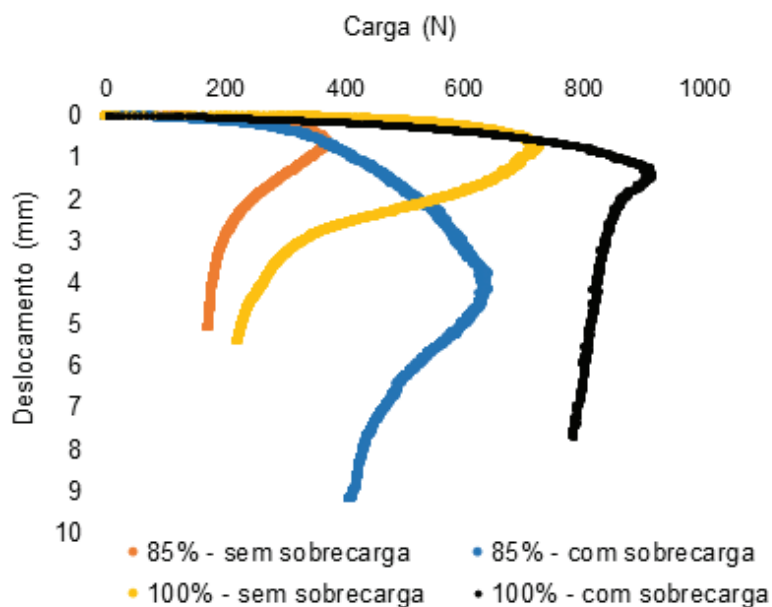
**Figura 4.15 – Deslocamento da superfície do solo após a ruptura**



Na Figura 4.16 são apresentadas as curvas de carga-deslocamento do eixo da condição C, onde é possível observar os níveis de carga de ruptura e deslocamento de cada condição.

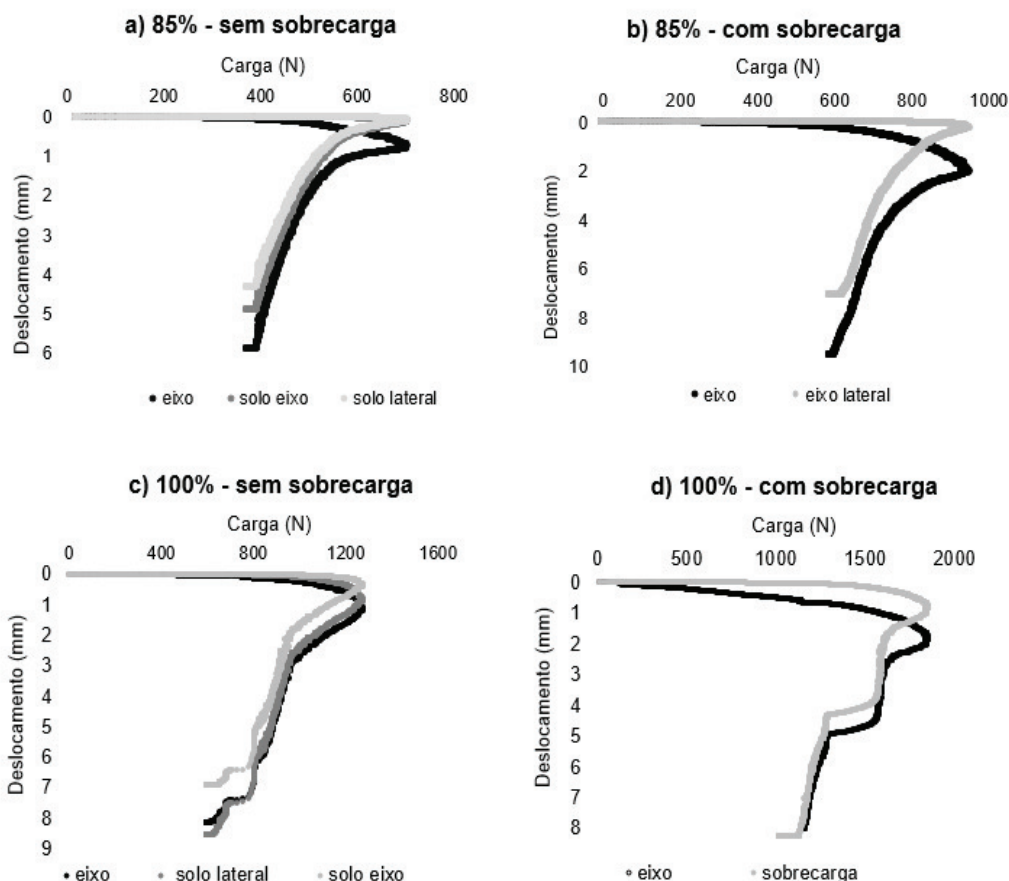
Em relação a variação do G.C. de 85% para 100%, no caso sem sobrecarga houve um ganho da capacidade de carga de 353 N e um aumento na resistência em 94,4%. Com o uso da sobrecarga, o ganho foi de 275 N, referente a um aumento na resistência em 43%.

**Figura 4.16 – Carga-deslocamento – Condição C**



A Figura 4.17 apresenta as curvas carga-deslocamento do ensaio de arrancamento estático da condição D,  $H = 110$  mm,  $D = 76,20$  mm e  $H/D = 1,77$ .

**Figura 4.17 – Curva carga-deslocamento – Condição D**



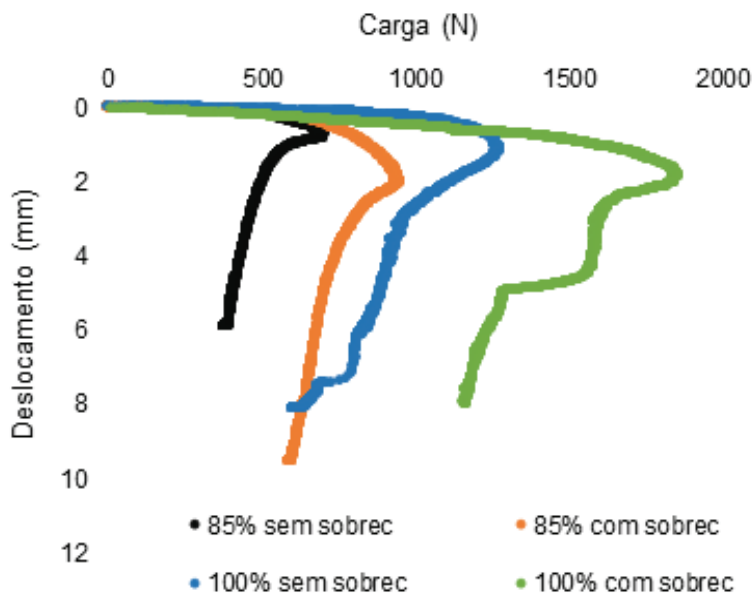
Pelas curvas de cada uma das variações de G.C. e sobrecarga, pode-se perceber o mesmo comportamento elastoplástico com perda de rigidez da condição C que teve a mesma relação H/D. Onde, em todos os casos, a superfície de ruptura atingiu a superfície do solo, uma vez que, os deslocamentos medidos na superfície do solo lateral e também sobre as placas de sobrecarga acompanham o deslocamento do eixo e suas curvas se assemelham.

Na Figura 4.18 são apresentadas as curvas carga-deslocamento do eixo de cada uma das variações da condição D, onde pode-se comparar os níveis de carga de ruptura de cada uma delas.

O uso da sobrecarga no caso do G.C. de 85% levou a um ganho parcial na resistência, de 248 N, 72,9% da carga aplicada pela sobrecarga. No caso com G.C de 100%, o uso da sobrecarga apresentou um ganho de resistência superior a carga aplicada, em 71% a mais.

A capacidade de carga da condição D em relação a variação do G.C., no caso sem sobrecarga foi aumentada em 81%. Com a utilização da sobrecarga, a variação no G.C. levou a um ganho de resistência de 95%.

**Figura 4.18 – Carga-deslocamento – Condição D**



O Gráfico 4.1 apresenta as tensões máximas atingidas nos ensaios de arrancamento estático para cada condição de H/D.

As relações H/D: 1,77; 1,77; 3,74; 6,67 são maiores umas que as outras e dois casos apresentam o mesmo H/D porém a altura e o dinamômetro são diferentes. Dessa forma pode-se analisar se a variação na relação H/D influencia na capacidade de carga e se essa variação é proporcional ou não a H/D.

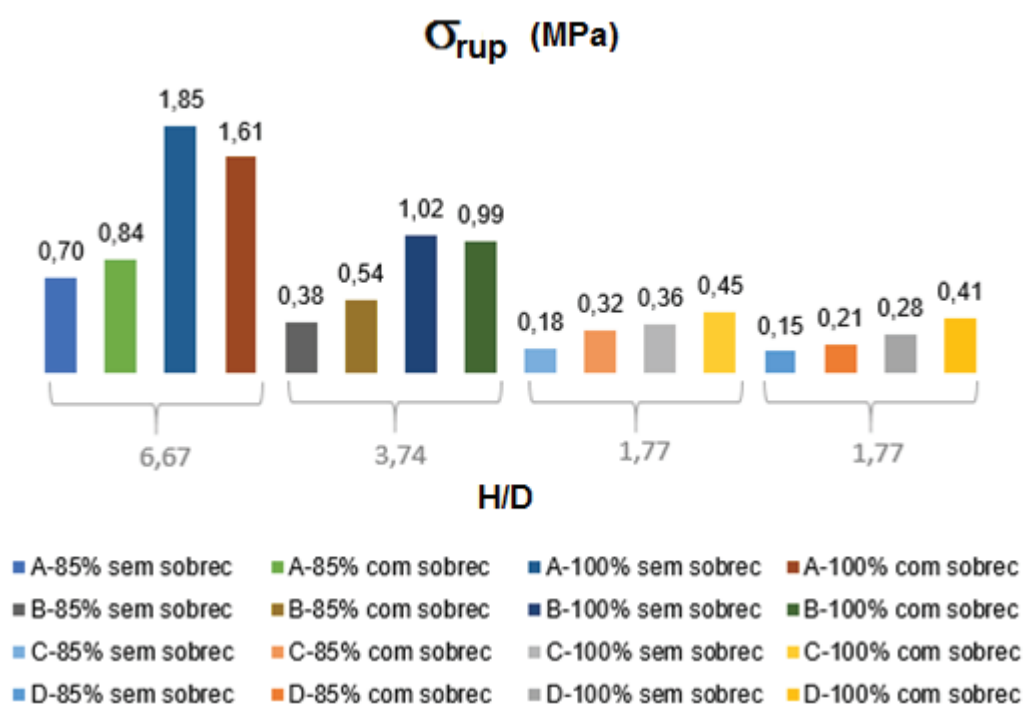
Tem-se então a variação de 0% entre as condições D e C, 111% entre as condições D, C e B, e 78% entre as condições A e B.

Comparando a condição A e a condição B, onde a relação H/D de A é 78% maior que a de B, no ensaio com G.C de 85% sem sobrecarga a condição A apresentou uma tensão de ruptura de 84% maior que a condição B, nos ensaios com o mesmo G.C porém com sobrecarga, essa diferença foi de 55%. No caso com G.C de 100% sem sobrecarga, a condição A apresentou uma tensão de ruptura 81% maior que a de B, já nesse caso com o uso da sobrecarga essa diferença foi de 62%. Então, na média, a relação H/D = 6,67 foi 70,5% maior que a relação H/D = 3,74.

Comparando a tensão de ruptura da condição B e C, onde a relação H/D de B é 111% maior que a de C, no caso com G.C de 85% sem sobrecarga, a condição B apresentou uma tensão de ruptura 111% maior que a de C, no caso com G.C. de 85% com sobrecarga, essa diferença foi de 68%. Nas ancoragens com G.C. de 100% sem sobrecarga, a tensão de ruptura de B foi 183% maior que a de C e com o uso de sobrecarga essa diferença foi de 120%. Sendo que a média no aumento da resistência de B para C foi de 120,5%.

Comparando a condição B e a condição D, sendo B 111% maior que D, a ancoragem B com G.C de 85% sem sobrecarga apresentou uma tensão de ruptura de 153% maior que a de D, já no ensaio com sobrecarga, a tensão de ruptura de B foi 157%. Nas ancoragens com G. C. de 100% sem sobrecarga, a tensão de ruptura de B foi 264% maior que a de D, e com o uso da sobrecarga, a tensão de ruptura de B foi 141% maior que a de D. Na média, a condição B apresentou uma resistência 178,75% maior que a condição D.

**Gráfico 4.1 – Tensão máxima: ensaio de arrancamento estático**



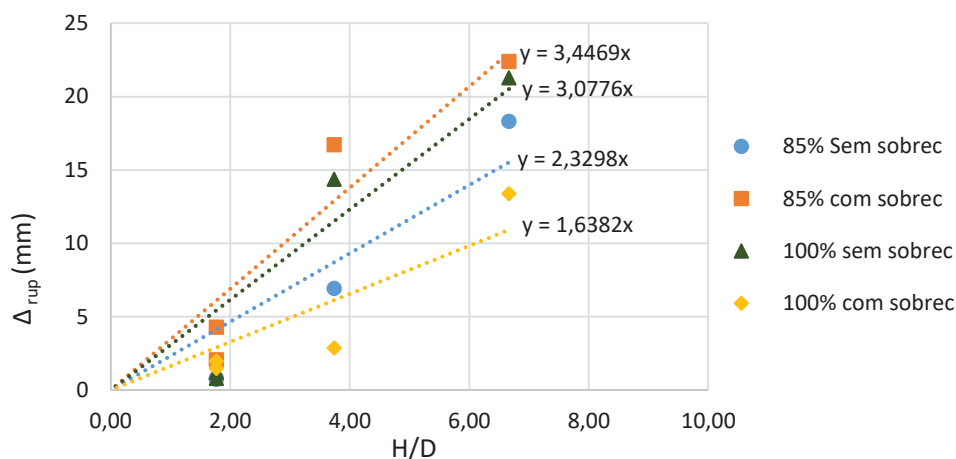
Entre a condição C e a condição D, onde não há variação na relação H/D, a condição C em todos os casos apresentou uma resistência maior que a condição D. Nas ancoragens com G.C. de 85% sem sobrecarga, a tensão de ruptura de C foi 20% maior que a de D, no caso com sobrecarga, essa diferença foi de 52%. Nas ancoragens com G.C. de 100% sem sobrecarga, a condição C apresentou uma tensão de ruptura 28% maior que a condição D, no caso com sobrecarga, essa diferença foi de 9%. Sendo que, na média, a condição C apresentou uma resistência 27,25% maior que a condição D.

O Gráfico 4.2 apresenta os deslocamentos referentes a ruptura para cada um dos ensaios realizados pela relação H/D.

A partir do gráfico pode-se analisar os níveis de deslocamento em relação ao H/D. Pelo Gráfico 4.1 pode-se afirmar que a resistência a tração das ancoragens aumentaram com o aumento de H/D, o mesmo pode-se afirmar para os deslocamentos na ruptura.

A partir das equações das linhas de tendência de cada condição, pode-se obter os ângulos de inclinação ( $\beta$ ) de cada uma das retas. Para as ancoragens com G.C. de 85% sem sobrecarga  $\beta = 66,77^\circ$ , para o mesmo G.C. porém com o uso de sobrecarga  $\beta = 73,82^\circ$ . Para as ancoragens com G.C. de 100%,  $\beta = 71,99^\circ$  para os casos sem sobrecarga e  $\beta = 58,60^\circ$  para os casos com sobrecarga.

**Gráfico 4.2 – Deslocamentos na ruptura obtidos dos ensaios estáticos pela relação H/D**



O Gráfico 4.3 apresenta o nível de tensão de ruptura de cada condição ensaiada para as relações H/D. Todas as linhas de tendência demonstram que a resistência das ancoragens é linearmente proporcional a relação H/D, sendo cada uma com seu grau de inclinação. Assim, pelas equações das linhas de tendência obteve-se o ângulo de inclinação para cada uma das condições. Para os ensaios com G.C. de 85% sem sobrecarga  $\beta = 45,98^\circ$ , para o mesmo G.C. porém com o uso de sobrecarga  $\beta = 52,86^\circ$ . Para os ensaios com G.C. de 100% sem sobrecarga,  $\beta = 69,45^\circ$ , para os ensaios com sobrecarga,  $\beta = 67,89^\circ$ .

Pelos ângulos  $\beta$  pode-se afirmar que o ganho de resistência devido ao uso da sobrecarga é pequeno,

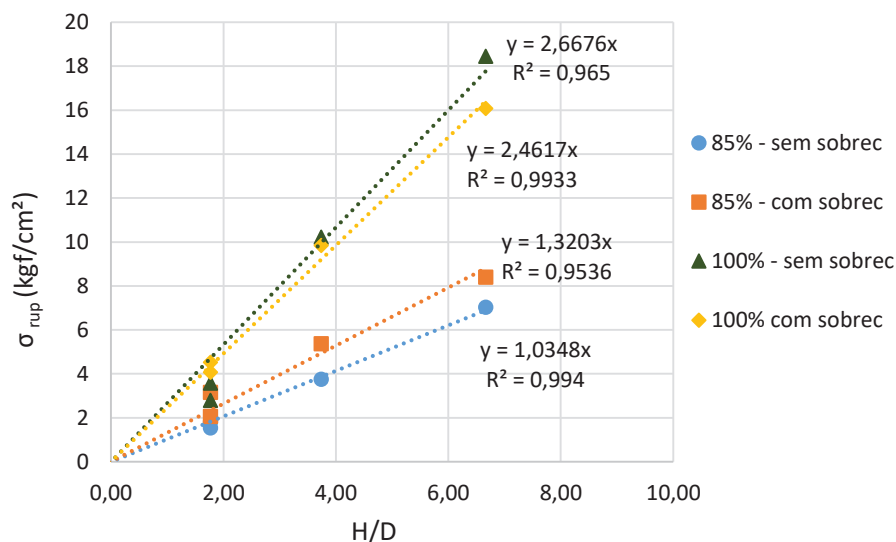
O ângulo  $\beta = 45,98^\circ$  das ancoragens com G.C. de 85% sem sobrecarga tem o coeficiente angular da reta de 1,03, ou seja, o aumento da tensão de ruptura é proporcional em uma unidade ao aumento de H/D.

Nos outros casos, em que os ângulos de inclinação são maiores que  $45^\circ$  tem-se que a resistência aumenta com o aumento de H/D com um fator de proporcionalidade maior, de 1,32, 2,46 e 2,66 e isso ocorre devido ao aumento nos fatores que conferem maior resistência ao sistema de ancoragem, a sobrecarga e o G.C..

A partir do Gráfico 4.3 pode-se concluir que a resistência ao arrancamento das ancoragens aumentaram principalmente com o aumento do G.C. do solo, devido ao

aumento da resistência ao cisalhamento do solo com o aumento do peso específico aparente seco, e com a relação H/D.

**Gráfico 4.3 – Tensões de ruptura pela relação H/D**



A partir dos modelos onde a ruptura ocorreu de forma generalizada, em que se forma uma superfície de ruptura que atinge a superfície do terreno, pode-se comparar os resultados obtidos dos ensaios estáticos (condição B sem sobrecarga e condições C e D) com o método teórico do tronco de cone apresentado na literatura.

Para determinar a capacidade de carga pelo método do tronco de cone, utilizou-se como ângulo  $\alpha$  40°, valor geral adotado devido aos valores obtidos no arrancamento da condição B (Figura 4.10). Dessa forma, a partir da equação (1), (2) e (3) determinou-se a carga última  $P_u$  apresentada na tabela 4.3, juntamente com os valores últimos obtidos dos ensaios estáticos em modelo reduzido.

Comparando as cargas do modelo experimental com as do método teórico do tronco de cone, observa-se que o método não condiz com o obtido nos ensaios e também é contra a segurança, uma vez que em todos os casos as cargas do método teórico são muito inferiores ao obtido experimentalmente.

Além de comparar esses resultados experimentais com os obtidos do método do tronco de cone, pode-se utilizar os resultados para determinar qual seria a parcela de atrito lateral ao se subtrair o valor teórico do valor experimental. Obtém-se então os valores apresentados na Tabela 4.4.

**Tabela 4.3 – Carga última experimental e método teórico do tronco de cone**

<b>Condição</b>	<b><math>P_u</math> experimental (N)</b>	<b><math>P_u</math> teórico (N)</b>
B - 85% sem sobrecarga	752	131
B - 100% sem sobrecarga	2070	153
C - 85% sem sobrecarga	374	25
C - 85% com sobrecarga	640	365
C - 100% sem sobrecarga	727	29
C - 100% com sobrecarga	915	369
D - 85% sem sobrecarga	702	74
D - 85% com sobrecarga	952	414
D - 100% sem sobrecarga	1275	86
D - 100% com sobrecarga	1858	426

**Tabela 4.4 – Parcela de resistência lateral ao longo da superfície de ruptura**

<b>Condição</b>	<b>Resistência lateral (N)</b>
B - 85% sem sobrecarga	621
B - 100% sem sobrecarga	1917
C - 85% sem sobrecarga	349
C - 85% com sobrecarga	275
C - 100% sem sobrecarga	698
C - 100% com sobrecarga	546
D - 85% sem sobrecarga	628
D - 85% com sobrecarga	538
D - 100% sem sobrecarga	1189
D - 100% com sobrecarga	1432

O método do tronco de cone só leva em consideração para determinar a carga última, o peso do solo contido na superfície de ruptura em forma de cone e o peso da fundação. A partir da tabela 4.4 pode-se observar que a resistência do solo ao longo da superfície de ruptura é uma parcela significativa na capacidade de carga, e deve ser levada em consideração na previsão da capacidade de carga das fundações tracionadas. O método teórico do cilindro de atrito leva em consideração o atrito lateral na determinação da carga última, porém não demonstra como calcular essa parcela.

Já o método de Meyerhof e Adams considera a resistência ao cisalhamento do solo no cálculo da carga última. Na tabela 4.5 pode-se observar as cargas últimas calculadas pelo método teórico de Meyerhof e Adams.

**Tabela 4.5 – Carga última experimental e pelo método de Meyerhof e Adams**

<b>Condição</b>	<b><i>P<sub>u</sub></i> experimental (N)</b>	<b><i>P<sub>u</sub></i> teórico (N)</b>
B - 85% sem sobrecarga	752	216
B - 100% sem sobrecarga	2070	233
C - 85% sem sobrecarga	374	124
C - 85% com sobrecarga	640	464
C - 100% sem sobrecarga	727	135
C - 100% com sobrecarga	915	475
D - 85% sem sobrecarga	702	230
D - 85% com sobrecarga	952	570
D - 100% sem sobrecarga	1275	247
D - 100% com sobrecarga	1858	587

Comparando os valores da Tabela 4.5 observa-se que mesmo o método que leva em consideração uma parcela de resistência ao atrito lateral, os valores calculados são bem diferentes e inferiores aos valores obtidos experimentalmente.



## 5 ENSAIOS DE ARRANCAMENTO DINÂMICO EM ESCALA REDUZIDA

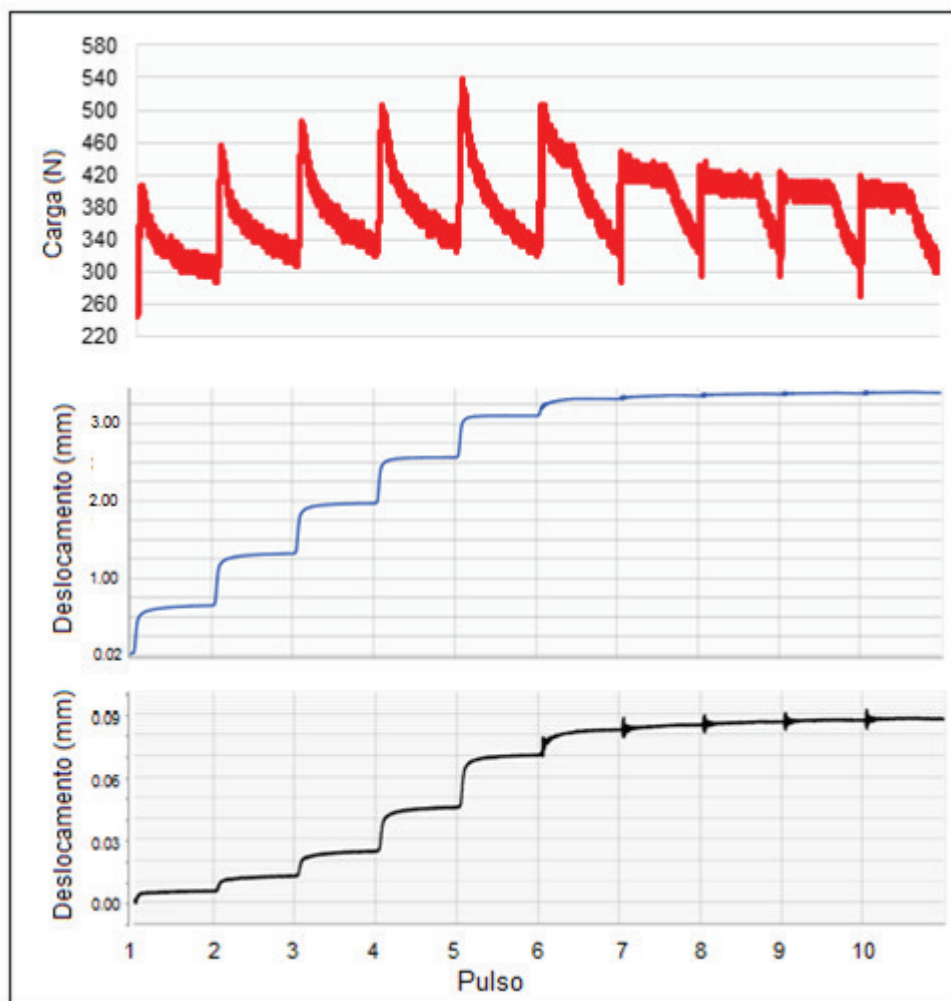
A partir do ensaio de arrancamento dinâmico com aplicação de carga cíclica, obteve-se a resposta dinâmica da força suportada pela ancoragem e dos deslocamentos medidos no eixo da sapata e na superfície do solo lateral, apresentados respectivamente em cada uma das figuras abaixo. Nos casos com sobrecarga, o segundo gráfico de deslocamento foi obtido do LVDT colocado sobre a sobrecarga.

A Figura 5.1 apresenta os gráficos de carga x pulso, deslocamento no eixo da ancoragem x pulso e o deslocamento na superfície do solo x pulso da combinação A com G.C de 85% sem o uso de sobrecarga. Cada pulso foi aplicado em um intervalo de um segundo.

O sistema de ensaio apresentava uma restrição em relação ao deslocamento máximo do pistão que aplicava a força, dessa forma, em muitos ensaios, esse deslocamento máximo foi atingido e nem todos os 10 pulsos chegaram a ser aplicados por completo. Essa situação é possível ser observada nos gráficos da Figura 5.1, onde o último pulso realizado por completo foi o quinto pulso.

A partir do gráfico de carga x pulso, obteve-se a carga máxima atingida pelo ensaio, de 540 N. A partir desse gráfico pode-se observar também a forma de aplicação da carga, em que uma força de impacto era aplicada em 0,1 segundo aliviada por 0,9 segundo completando um ciclo em 1 segundo e na sequência aplicou-se a carga novamente iniciando-se um novo ciclo, até que o ensaio atingisse 10 pulsos em um total de 10 segundos de duração.

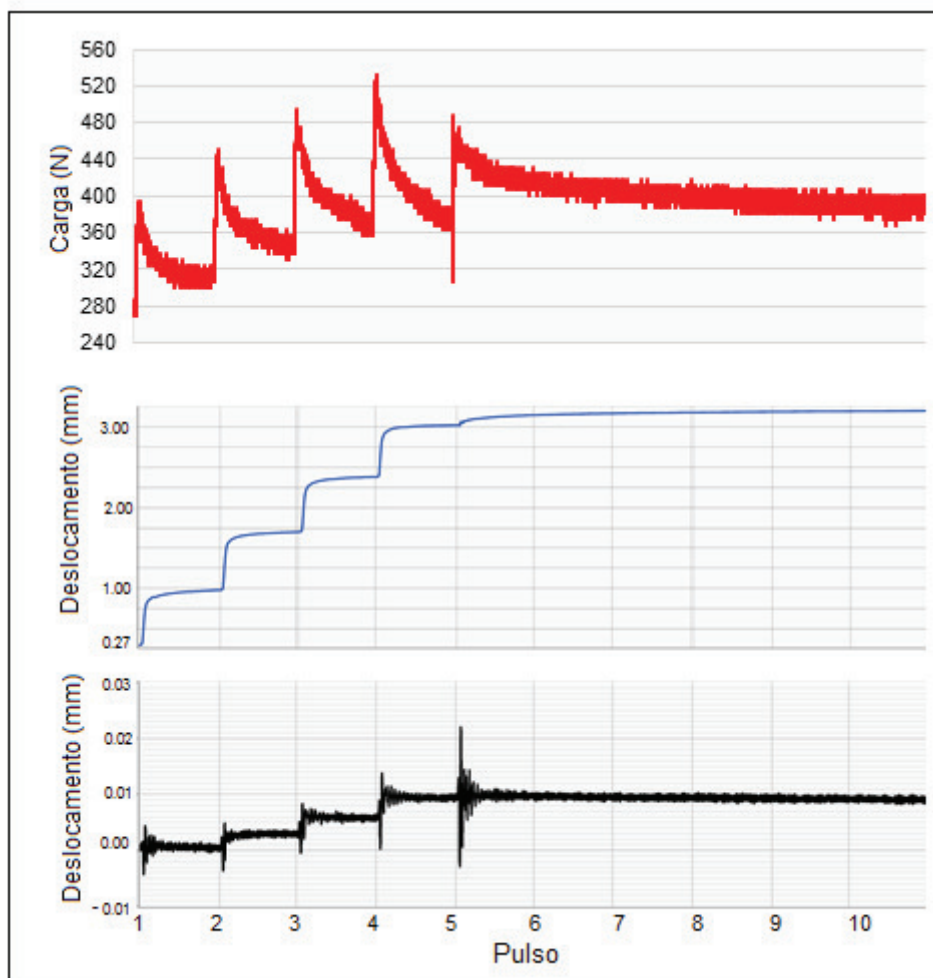
Nos gráficos de deslocamento observa-se que os deslocamentos tanto da sapata quanto da superfície do solo foram permanentes, e mesmo com o alívio da carga aplicada, não houveram deslocamentos no regime elástico. O deslocamento da ancoragem foi da ordem de 0,5 mm quando analisa-se o quinto golpe, enquanto que o deslocamento do solo foi de 0,025 mm.

**Figura 5.1 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 85%**

Para a mesma condição do corpo de prova acima condição A com G.C. 85%, porém com o uso de sobrecarga, obteve-se os resultados dinâmicos apresentados pela Figura 5.2.

Nesse ensaio a capacidade máxima de deslocamento do atuador também foi atingida.

Pelo gráfico pode-se observar que a carga máxima atingida foi de 530 N e a resistência estava sendo mobilizada a cada golpe. Os deslocamentos também foram no regime plástico. O deslocamento da ancoragem referente ao 4 pulso foi de 0,75 mm enquanto que o deslocamento do solo foi de 0,005 mm.

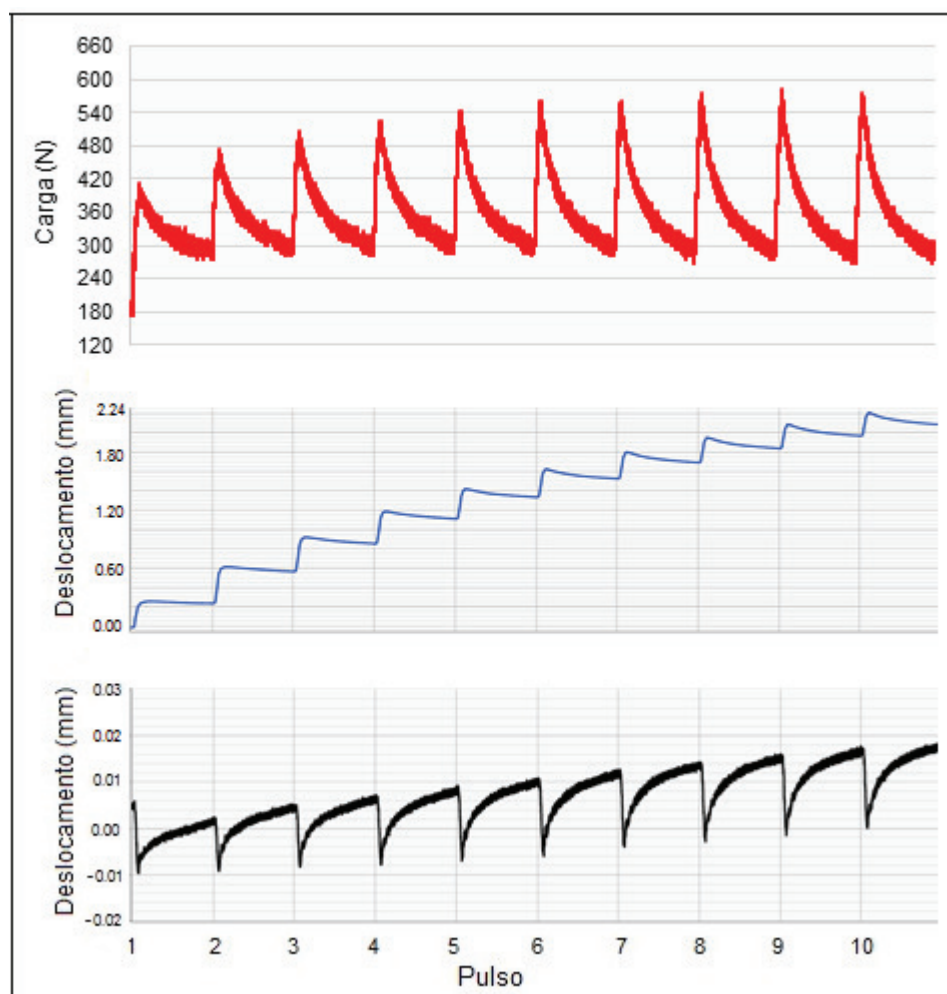
**Figura 5.2 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 85% com sobrecarga**

A Figura 5.3 apresenta os resultados para o ensaio na condição A com solo no G.C de 100% sem o uso de sobrecarga.

Pelo gráfico da carga x pulso, pode-se observar que a carga máxima atingida pelo ensaio foi de 570 N.

A partir do sexto golpe, onde a carga se estabiliza, nota-se que os deslocamentos permanentes da ancoragem são da ordem de 0,2 mm e os deslocamentos resilientes são da ordem de 0,06mm. Enquanto que os deslocamentos resilientes do solo foram da ordem de 0,016 e os deslocamentos permanentes foram da ordem de 0,002.

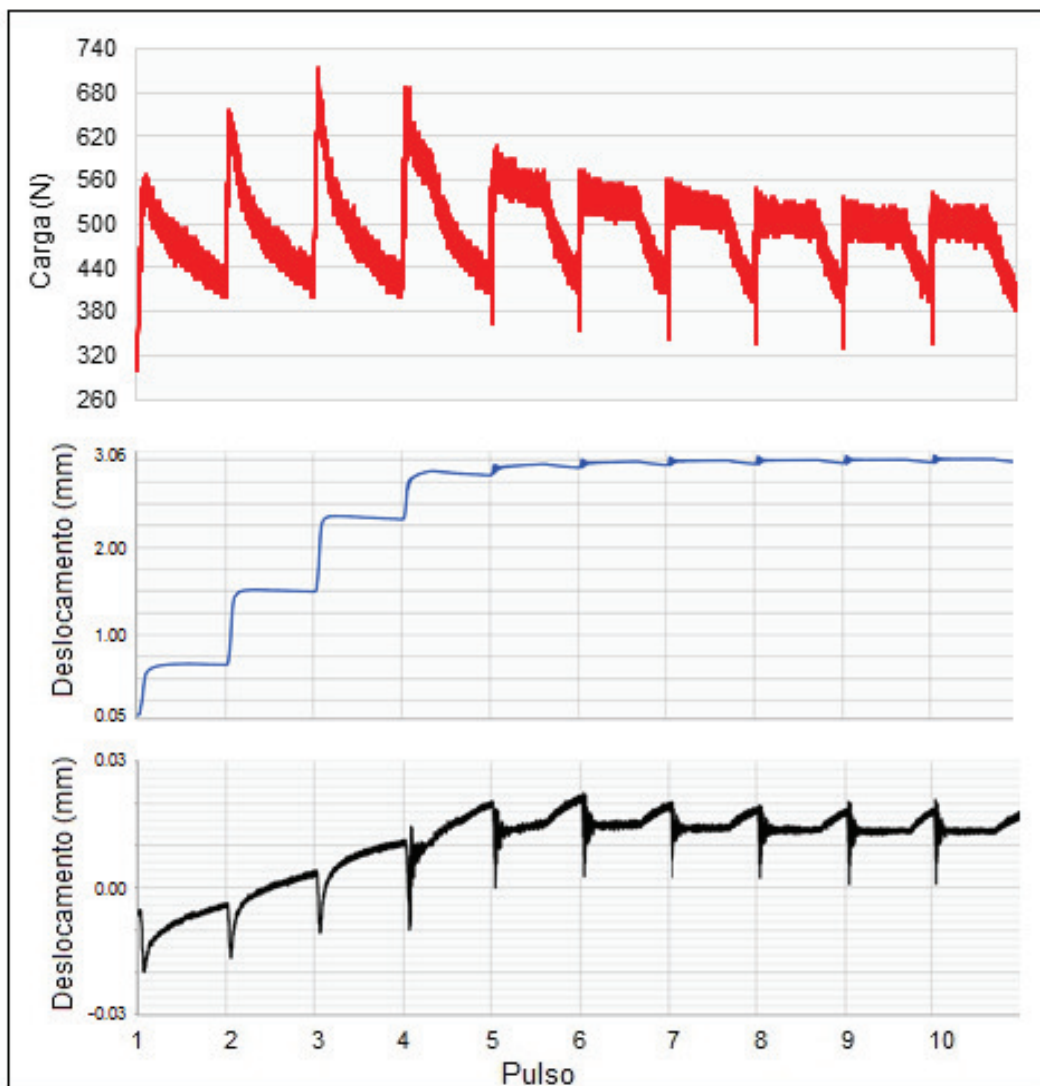
**Figura 5.3 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% sem sobrecarga**



A Figura 5.4 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova acima porém a carga aplicada foi aumentada.

Nesse caso a carga máxima resistente pela ancoragem foi de 715 N, referente ao 4 pulso, onde logo em seguida o cursor do atuador chegou no seu limite de deslocamento.

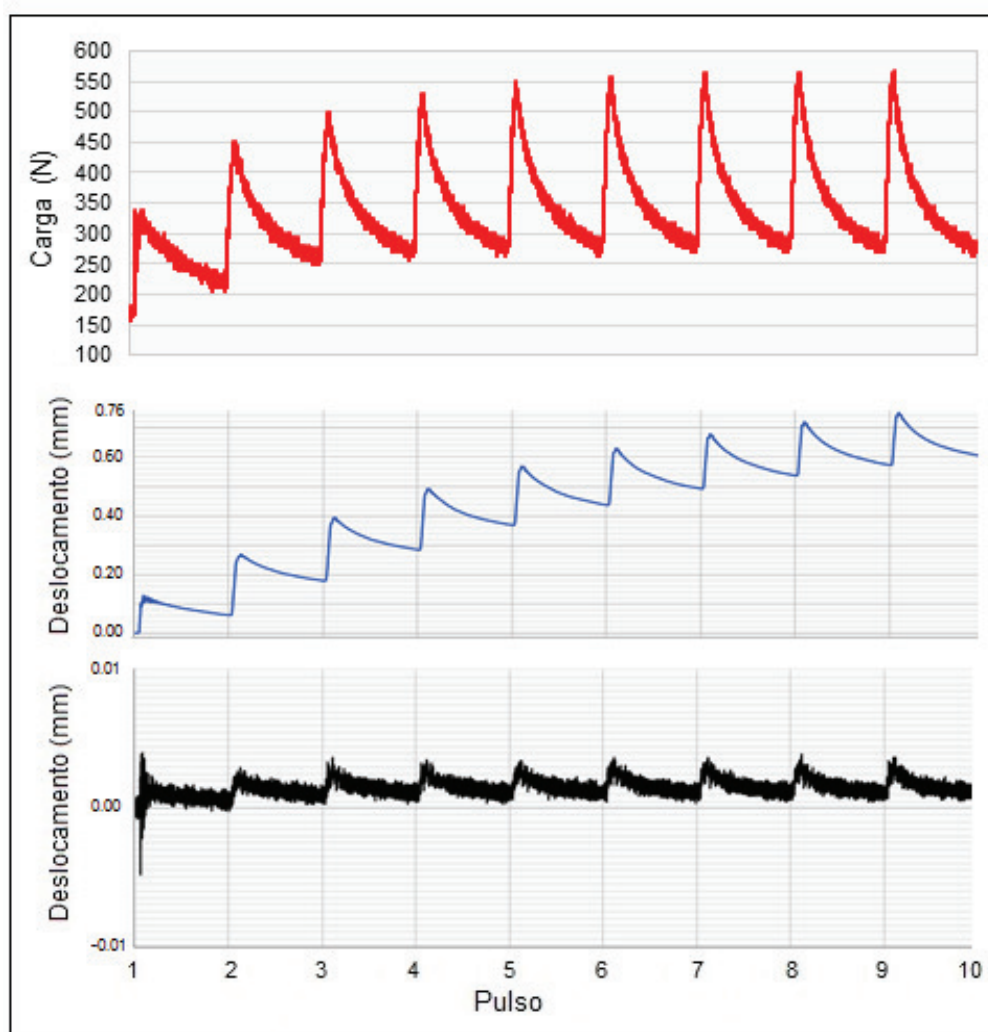
Pelo gráfico pode-se observar que os deslocamentos permanentes da ancoragem foi da ordem de 0,75 mm. Enquanto que a superfície do solo apresentou um deslocamento permanente de 0,005 e um deslocamento resiliente de 0,015.

**Figura 5.4 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% sem sobrecarga**

A Figura 5.5 apresenta os resultados de carga e deslocamentos por pulso para a condição A com G.C de 100% com o uso de sobrecarga.

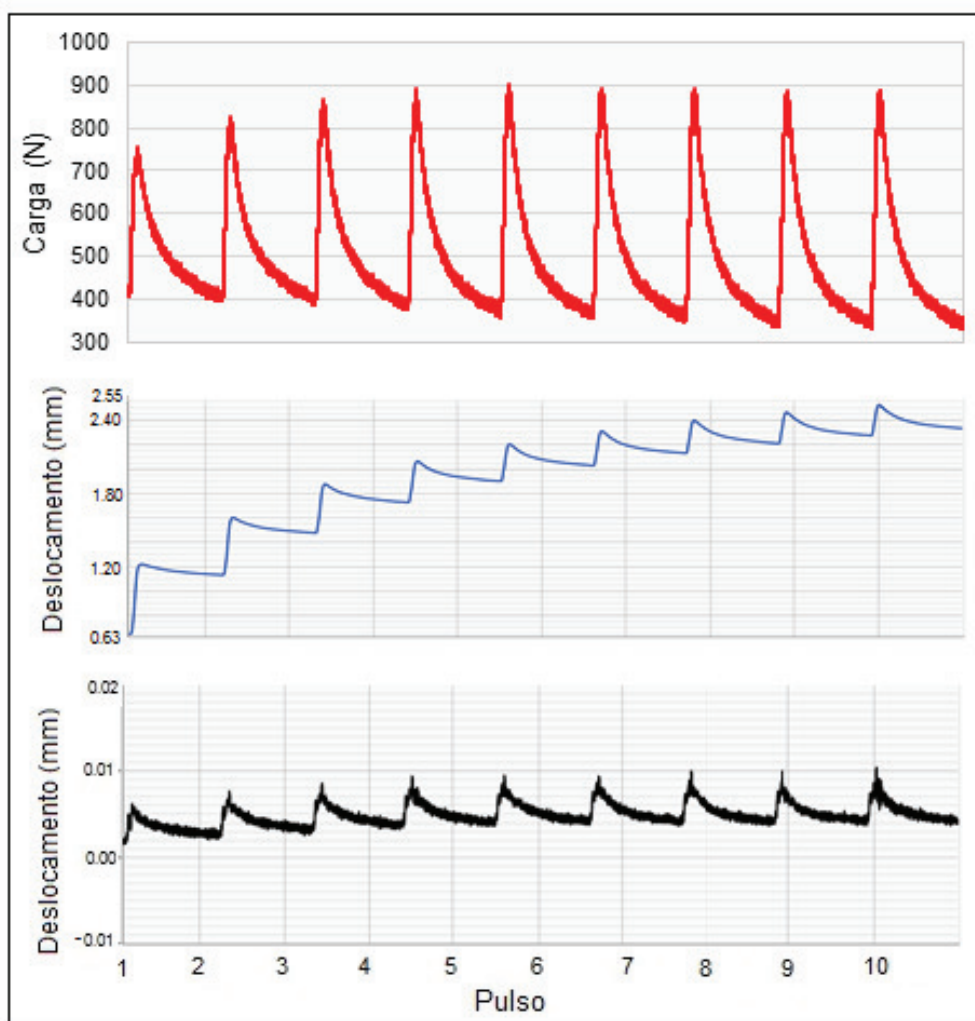
Pelo gráfico de carga x pulso, observasse que a carga máxima atingida pelo ensaio foi de 565 N. Pelo gráfico de deslocamento da ancoragem, observa-se uma parcela maior do deslocamento no regime elástico, se comparado com o mesmo ensaio sem sobrecarga. Os deslocamentos permanentes da ancoragem foram da ordem de 0,16 mm e os recuperáveis da ordem de 0,22 mm, com deslocamento total de 0,38 mm.

Os deslocamentos sobre a sobrecarga foram muito pequenos, da ordem de 0,002 mm.

**Figura 5.5 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% com sobrecarga**

A Figura 5.6 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.5 porém a carga aplicada foi aumentada. Nesse caso, pode-se observar que a carga máxima atingida foi de 900 N.

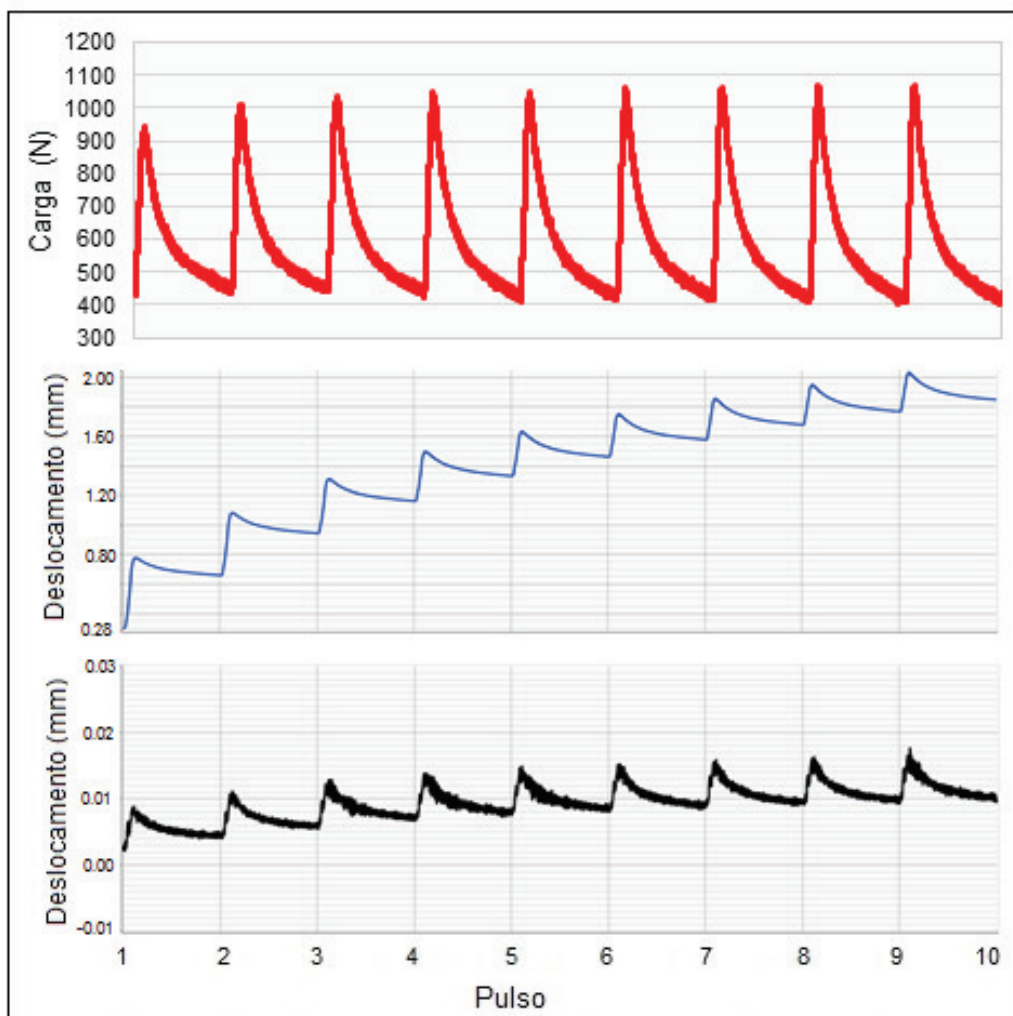
Apesar de ter sido muito pequeno, o deslocamento total medido sobre a sobrecarga foi da ordem de 0,005 mm e todo recuperável. O deslocamento total da ancoragem foi da ordem de 0,30 mm sendo que o deslocamento recuperável foi de 0,15 mm.

**Figura 5.6 – Resposta dinâmica– combinação A: G.C. 100% com sobrecarga**

A Figura 5.7 apresenta os resultados do ensaio com o mesmo corpo de prova da Figura 5.6 porém, a carga aplicada foi aumentada. Nesse ensaio a carga resistente atingida pela ancoragem foi de 1050 N. O deslocamento da ancoragem continuou da ordem de 0,3 mm por pulso sendo 0,15 mm recuperáveis.



**Figura 5.7 – Resposta dinâmica – combinação A: G.C. 100% com sobrecarga**

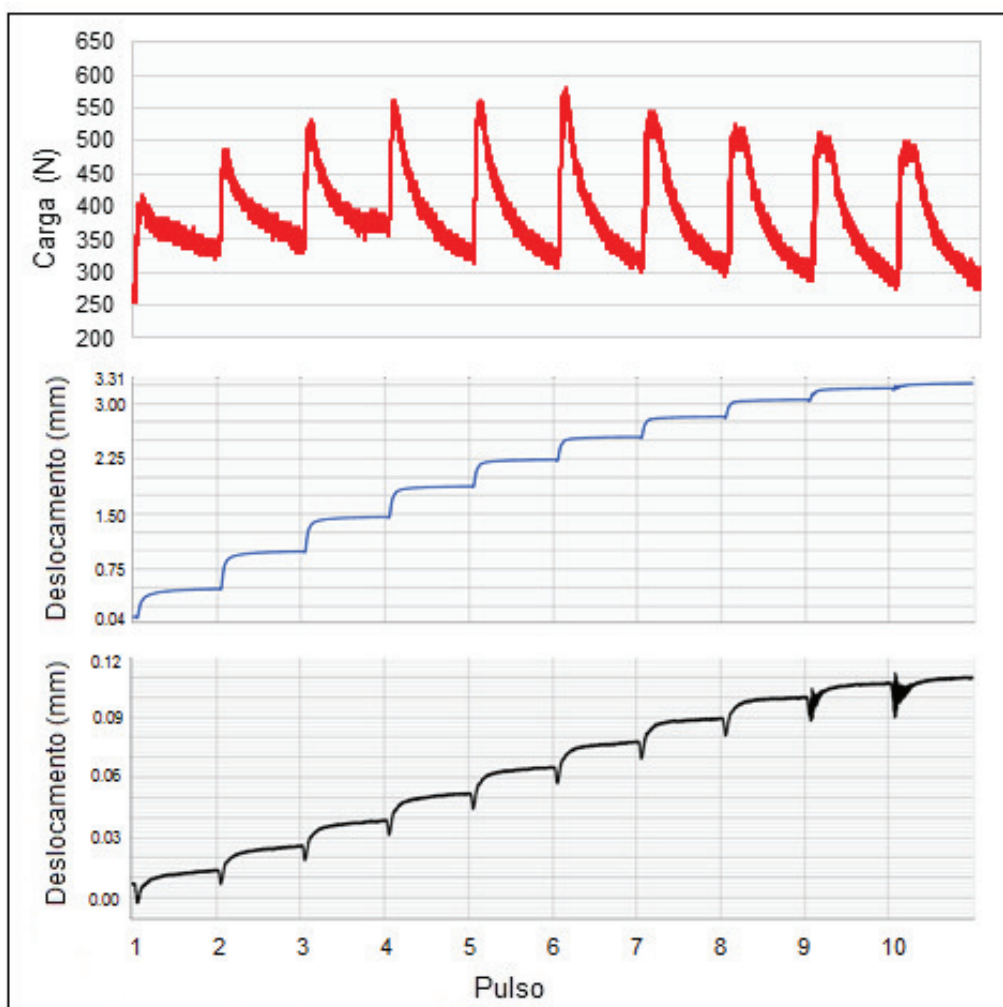


A Figura 5.8 apresenta os resultados do ensaio de arrancamento dinâmico da condição B com G.C. de 85%, sem o uso de sobrecarga. A carga máxima do ensaio foi de 565 N.

Os deslocamentos da ancoragem aconteceram no regime plástico, e foram da ordem de 0,4 mm. Os deslocamentos na superfície do solo também aconteceram no regime elástico e foram da ordem de 0,012 mm. Pode-se observar que esse deslocamento na superfície do solo é muito pequeno, todavia, vale observar que mesmo no alívio da carga aplicada o solo continuou se deslocando.



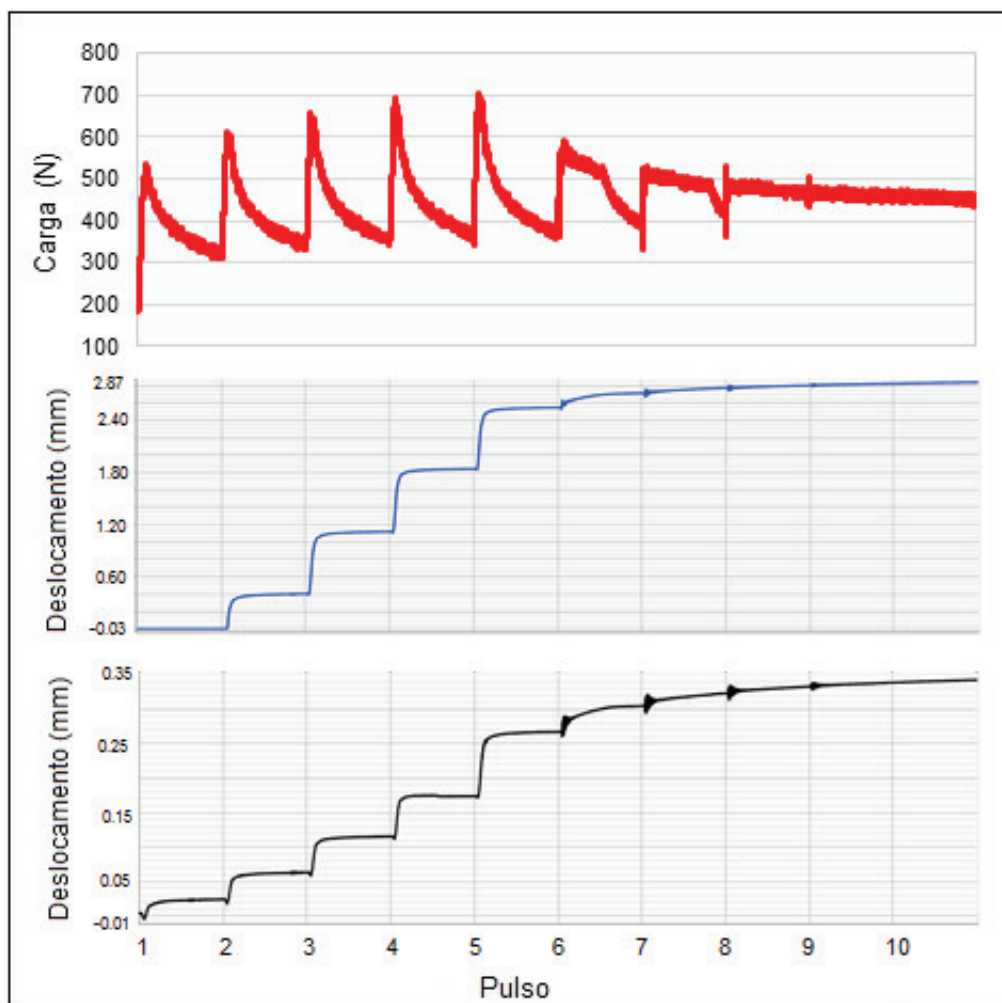
**Figura 5.8 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% sem sobrecarga**



Na Figura 5.9 são apresentados os resultados dinâmicos do mesmo corpo de prova da Figura 5.8 porém a carga aplicada foi aumentada e o ensaio foi realizado novamente, uma vez que no primeiro ensaio o atuador chegou ao seu limite a partir do sétimo pulso.

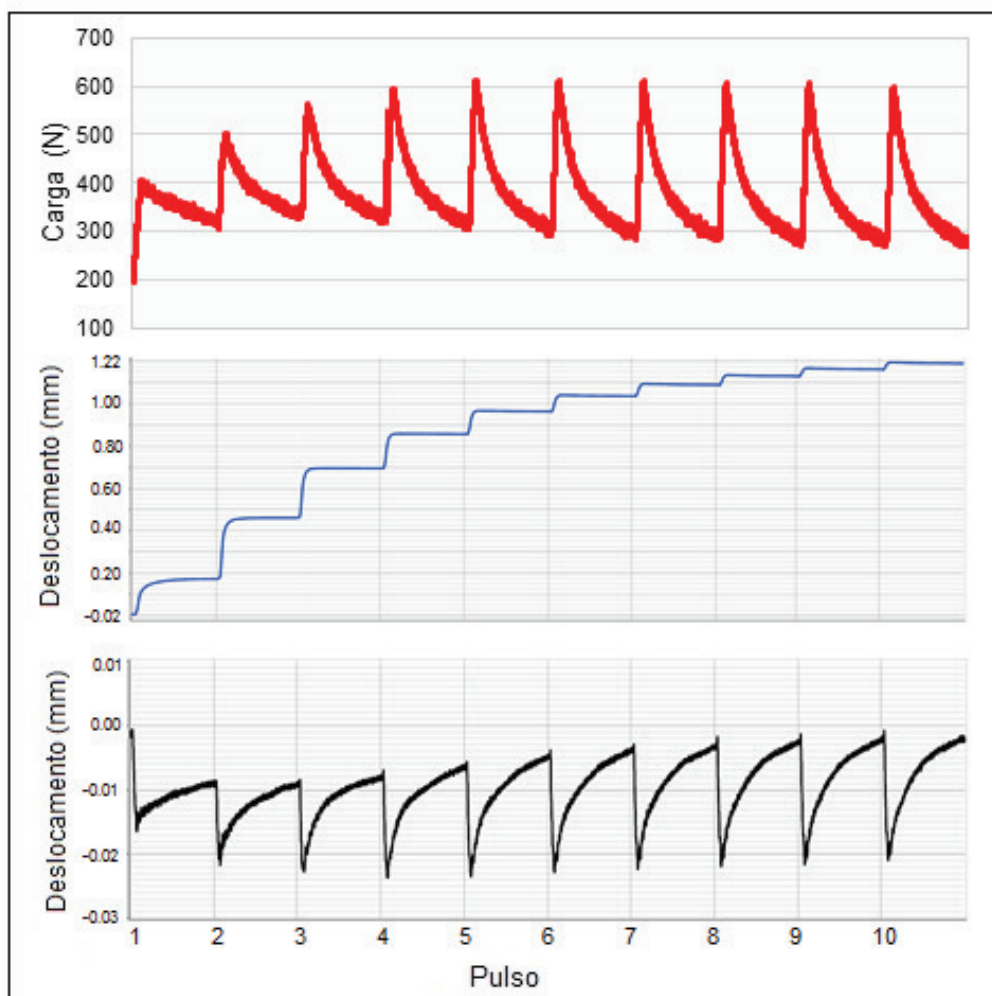
Nesse ensaio a ancoragem atingiu uma carga de 700 N referente ao quinto pulso e no sexto pulso o atuador chegou no seu limite.

O deslocamento permanente da ancoragem foi da ordem de 0,7 mm. E o deslocamento permanente na superfície do solo foi de 0,07 mm.

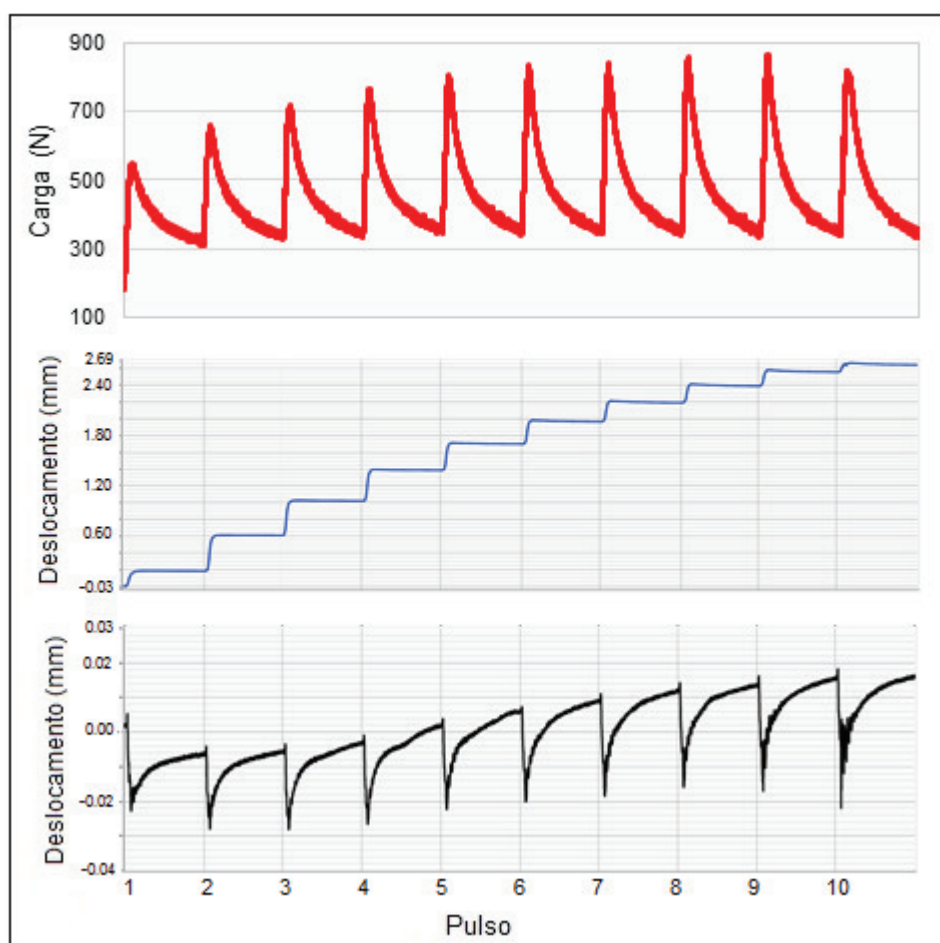
**Figura 5.9 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% sem sobrecarga**

Na Figura 5.10 são apresentados os resultados dinâmicos para a condição B, com G.C de 85% e com o uso de sobrecarga.

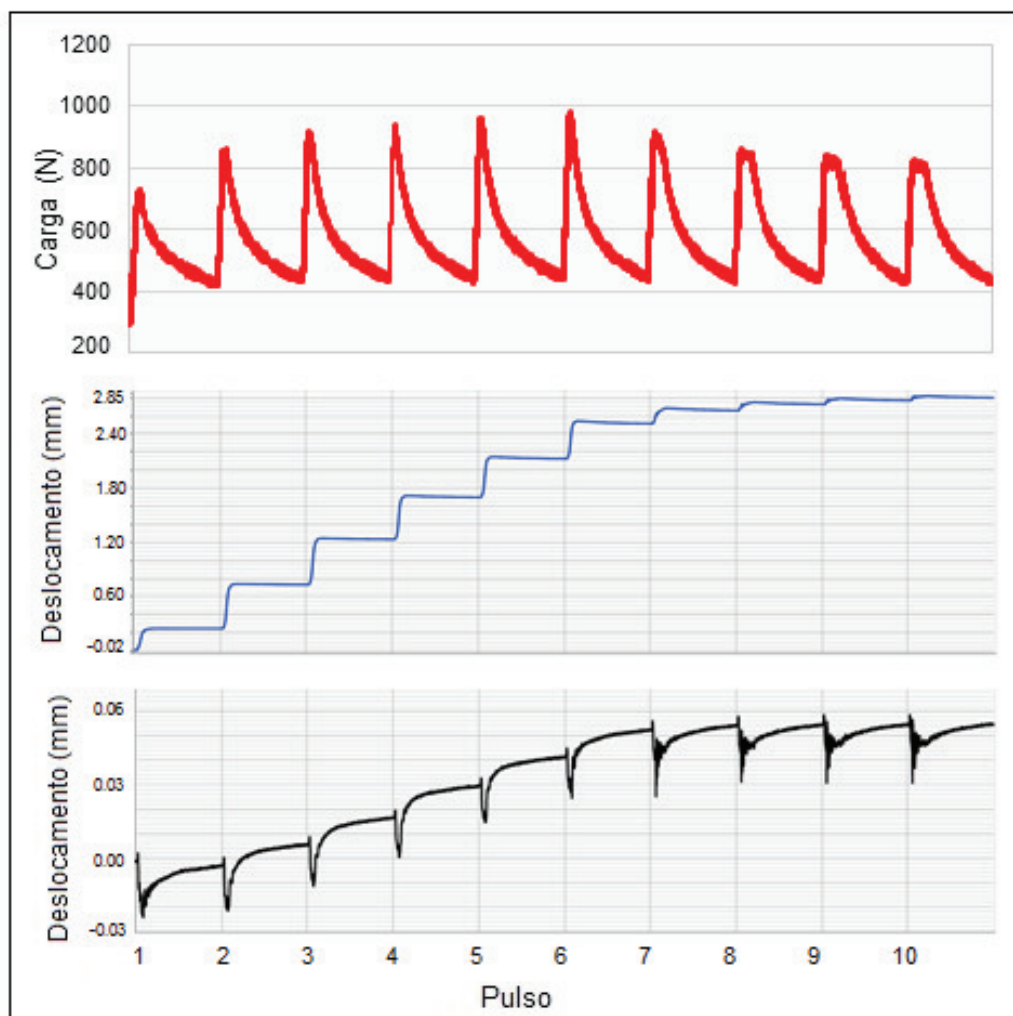
Nessa situação, a carga atingida foi de 600 N e os deslocamentos foram no regime plástico, da ordem de 0,25 mm no eixo da ancoragem e sobre a sobrecarga o deslocamento total foi da ordem de 0,015 mm, e o deslocamento permanente de 0,002 mm.

**Figura 5.10 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% com sobrecarga**

A Figura 5.11 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova porém com aumento na carga aplicada. Os deslocamentos da ancoragem e do solo se mantiveram no mesmo nível e a carga atingiu 825 N.

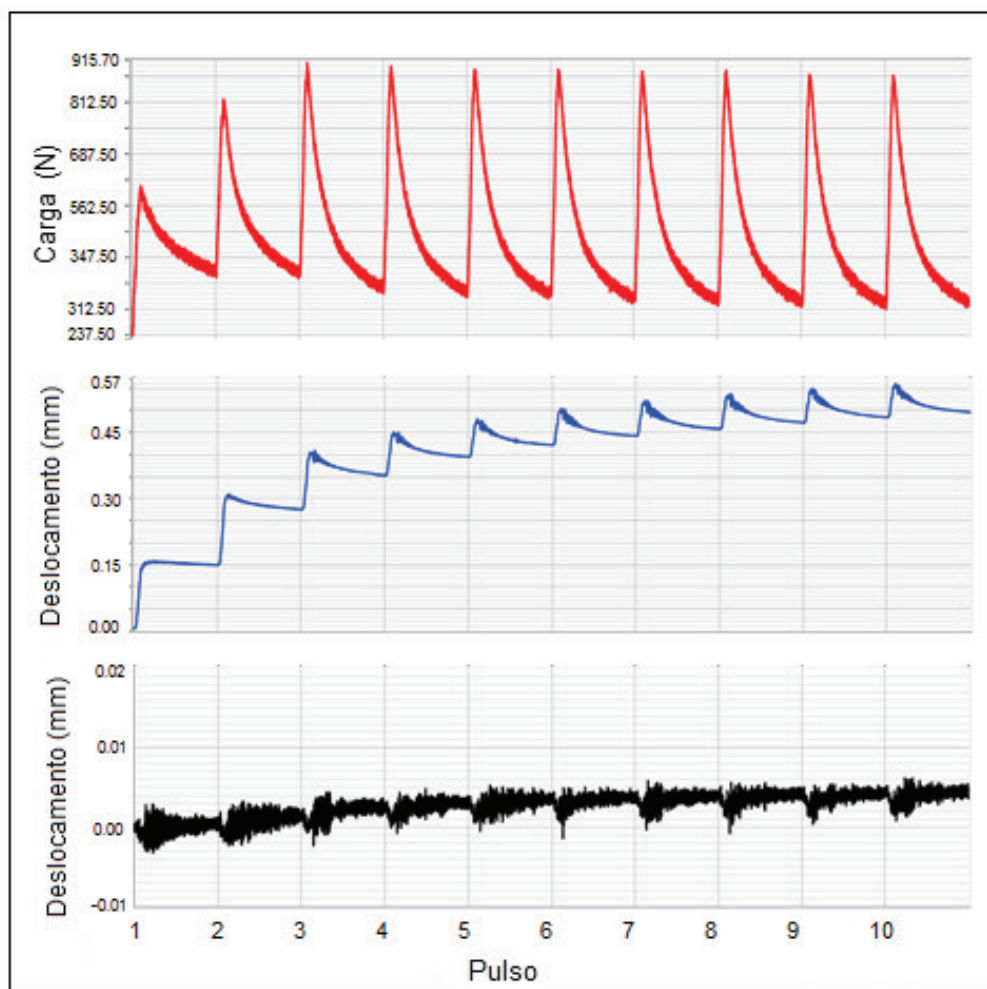
**Figura 5.11 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% com sobrecarga**

A Figura 5.12 apresenta novamente os resultados do mesmo corpo de prova, mas a carga foi aumentada mais uma vez. A Carga atingida foi de 950 N. O deslocamento permanente do eixo aumentou para 0,4 mm e o deslocamento permanente na superfície do solo aumentou para 0,01 mm.

**Figura 5.12 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 85% com sobrecarga**

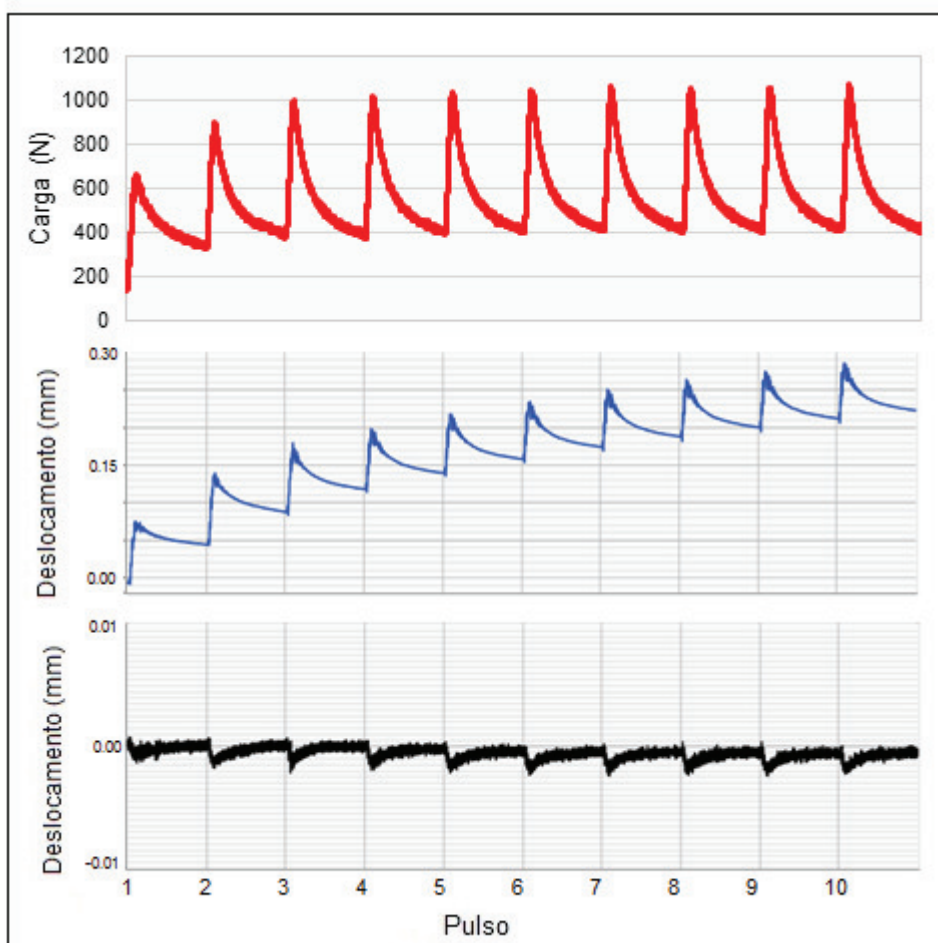
A Figura 5.13 apresenta os resultados da condição B com G.C de 100% sem sobrecarga.

A carga atingida no ensaio foi de 915 N. Os deslocamentos da ancoragem apresentaram uma parcela no regime plástico de 0,08 mm e uma parcela de 0,05 mm no regime elástico. Pelo gráfico podemos ver que conforme a carga se estabiliza e os golpes vão ocorrendo, os deslocamentos permanentes vão diminuindo e a parcela de deslocamento recuperável vai aumentando. Os deslocamentos na superfície do solo são muito pequenos.

**Figura 5.13 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% sem sobrecarga**

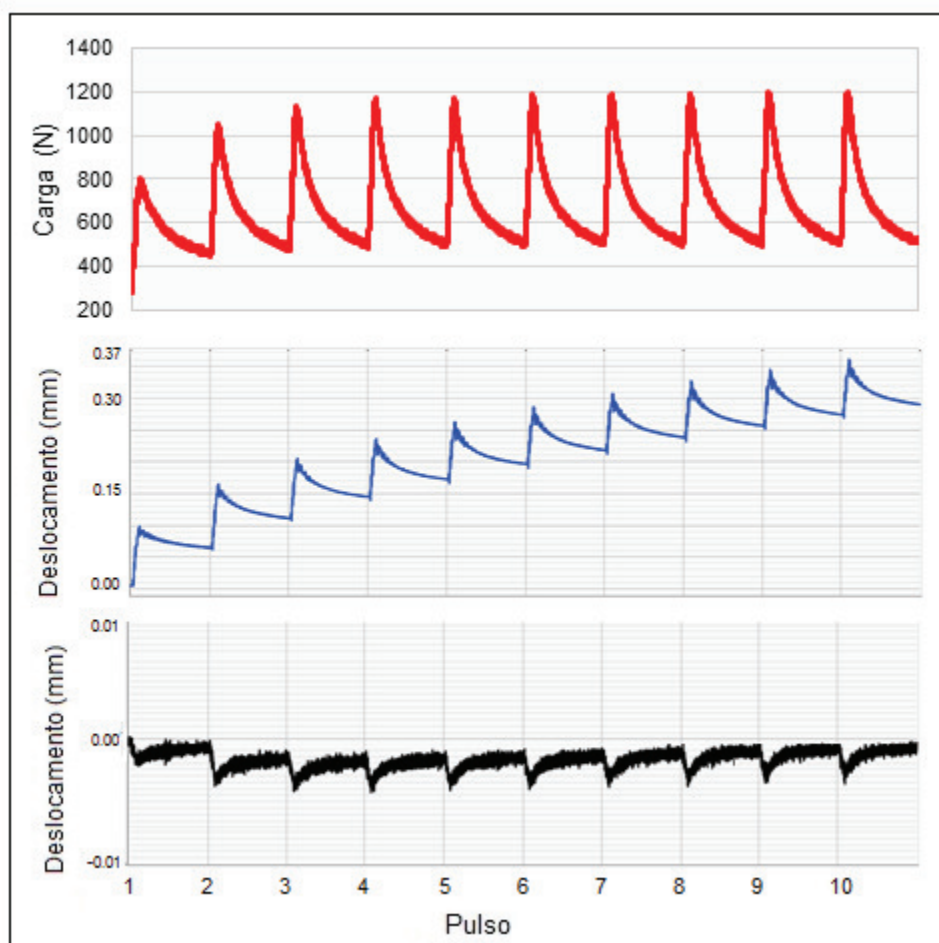
Na Figura 5.14 são apresentados os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.13 porém, com um aumento na carga aplicada.

A carga atingida foi de 1050 N. Os deslocamentos na superfície do solo continuam sendo insignificantes. O deslocamento total da ancoragem é da ordem de 0,1 mm sendo 0,06 mm recuperáveis, referente ao terceiro pulso. Nota-se pelo gráfico que esse deslocamento permanente vai diminuindo conforme a carga é mantida constante.

**Figura 5.14 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% sem sobrecarga**

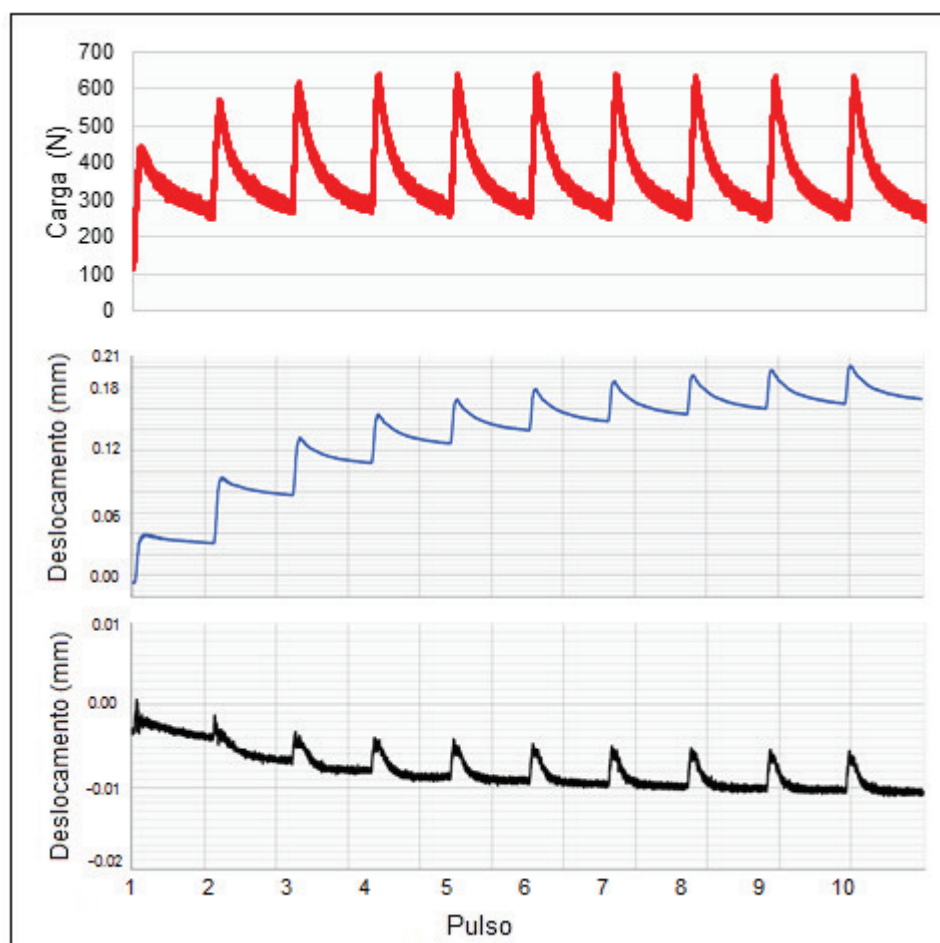
Na Figura 5.15 aumentou-se novamente a carga aplicada ao corpo de prova B com G.C de 100% sem sobrecarga. A carga da ancoragem atingiu 1200 N e os deslocamentos da ancoragem se mantiveram no mesmo nível.



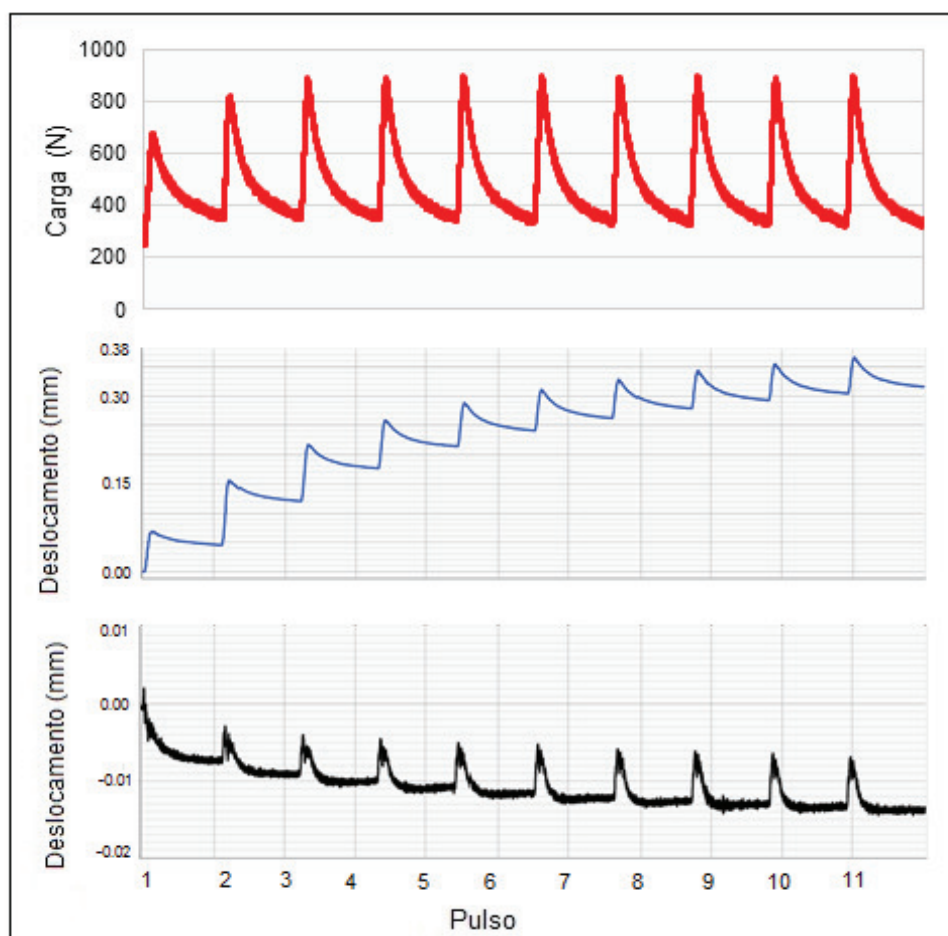
**Figura 5.15 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% sem sobrecarga**

Na Figura 5.16 é apresentados os resultados dinâmicos da condição B com G.C. de 100% com sobrecarga. A carga atingida no ensaio foi de 650 N. Os deslocamentos da ancoragem apresentaram uma parcela no regime plástico de 0,02 mm e a parcela de deslocamento no regime elástico de 0,02 também, totalizando um deslocamento de 0,04 mm para cada pulso após a estabilização da carga. Apesar de muito pequeno, o deslocamento medido na superfície da sobrecarga foi de 0,005 mm.



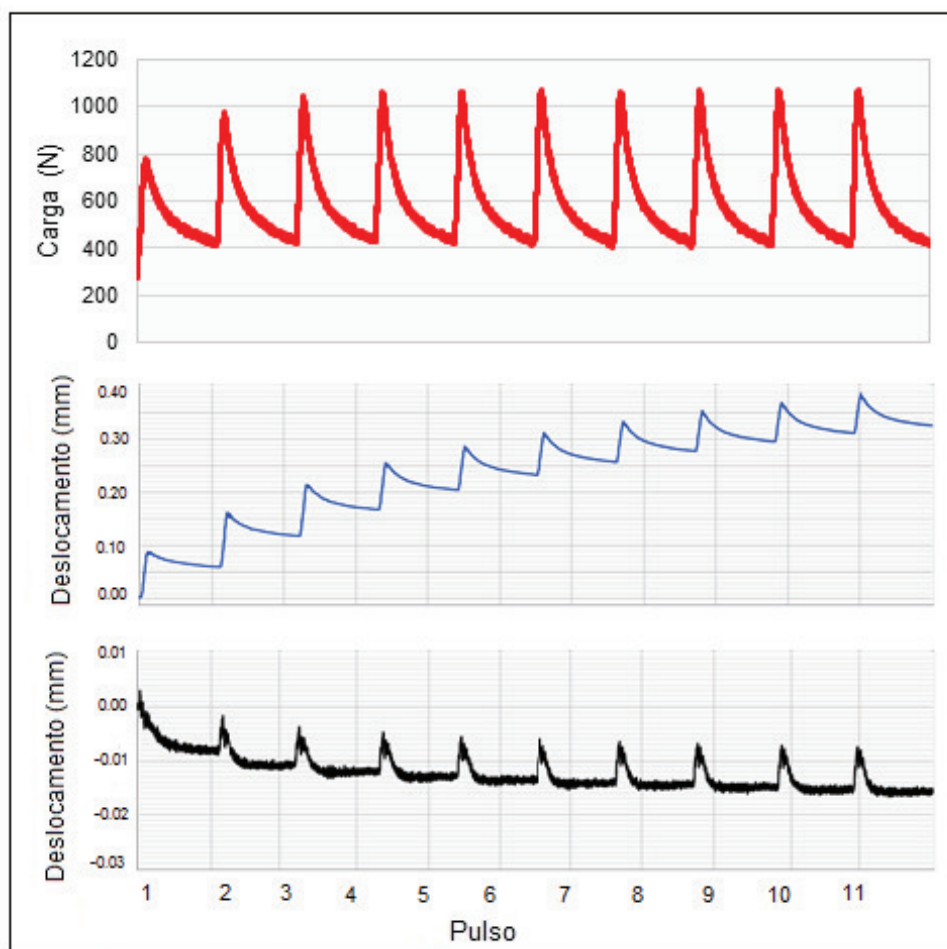
**Figura 5.16 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% com sobrecarga**

A Figura 5.17 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.16 porém com um aumento na carga aplicada. A carga atingida no ensaio foi de 900 N. O deslocamento total da ancoragem observando o pulso 4 foi de 0,08 mm sendo 0,04 mm recuperável. O deslocamento na superfície da sobrecarga foi muito pequeno, próximo de 0,005 mm sendo 0,004 mm recuperáveis.

**Figura 5.17 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% com sobrecarga**

A Figura 5.18 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.17 e 5.16 porém, novamente com um aumento da carga aplicada. A Carga atingida foi de 1050 N, e os deslocamentos apresentaram o mesmo comportamento com um pequeno acréscimo. O deslocamento da ancoragem foi na ordem de 0,08 mm com deslocamento recuperável de 0,05 mm.

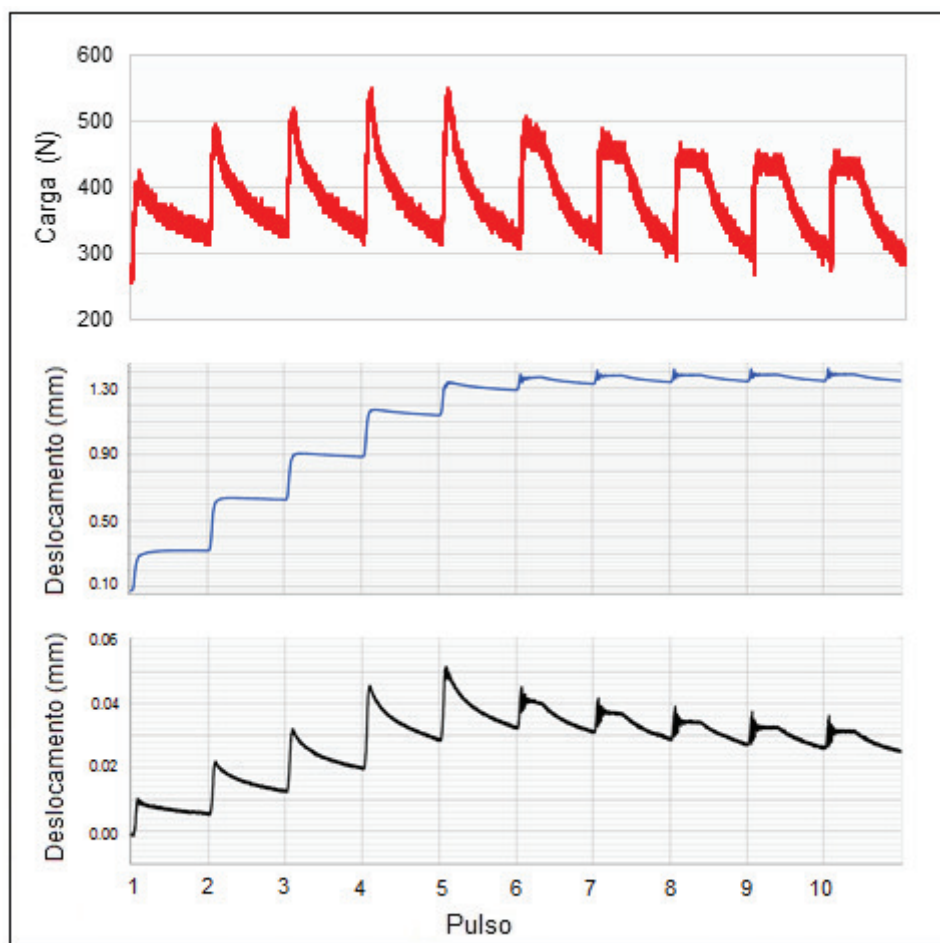
**Figura 5.18 – Resposta dinâmica – combinação B: G.C. 100% com sobrecarga**



A Figura 5.19 apresenta os resultados da ancoragem de condição C com G.C de 85% com sobrecarga.

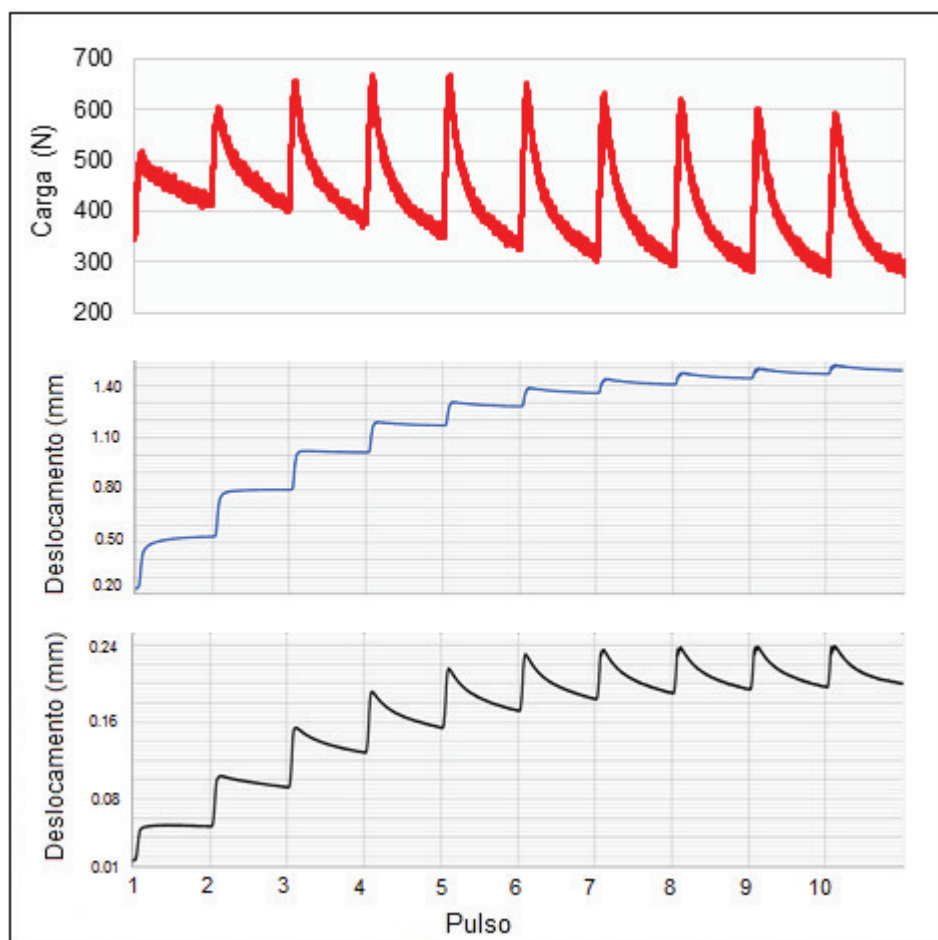
O ensaio atingiu uma carga de 550 N. Os deslocamentos da ancoragem aconteceu no regime plástico e foi da ordem de 0,30 mm.

Os deslocamentos medidos sobre a sobrecarga apresentaram uma parcela plástica e uma parcela elástica, sendo que, observando o quarto pulso, nota-se que a parcela de deslocamento permanente foi de 0,02 mm e a parcela de deslocamento recuperável foi de 0,03 mm.

**Figura 5.19 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 85% com sobrecarga**

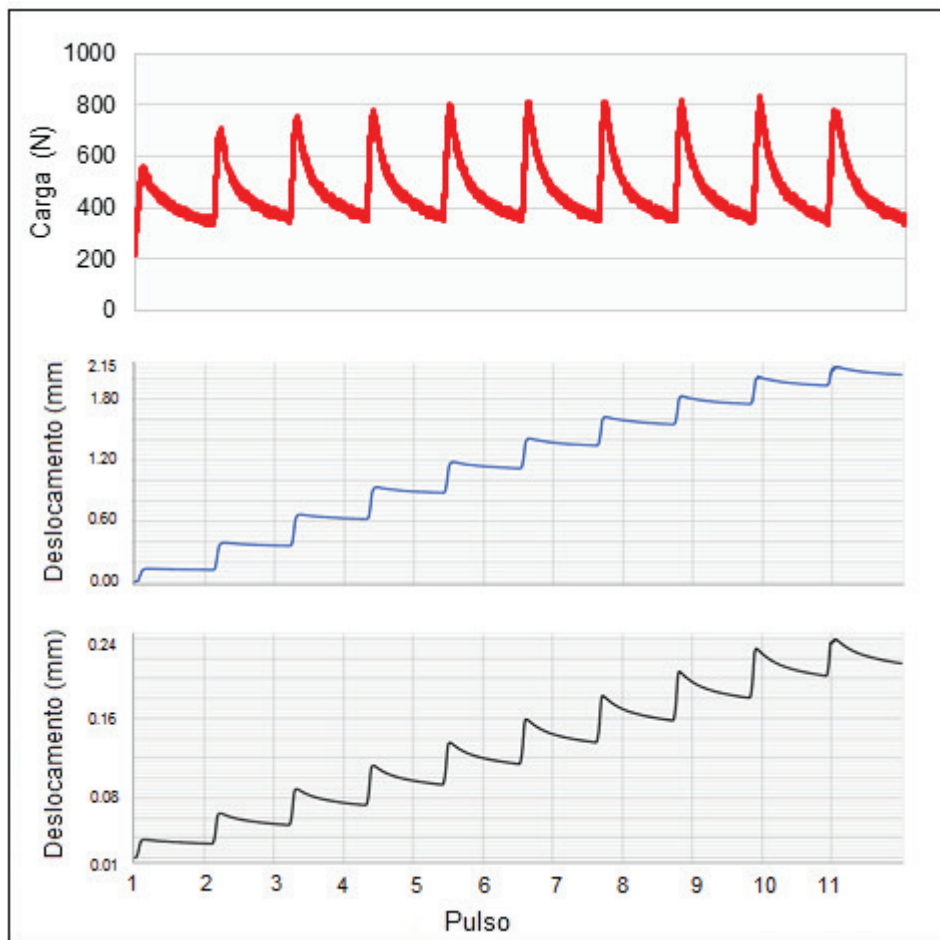
Na Figura 5.20 são apresentados os resultados dinâmicos para a condição C com G.C de 100% com sobrecarga. O ensaio atingiu uma carga resistente de 660 N.

O comportamento dos deslocamentos foi semelhante ao ensaio com G.C de 85%. A ancoragem apresentou apenas deslocamentos permanentes, enquanto que a superfície do solo apresentou no primeiro pulso, apenas deslocamentos permanentes, e conforme o aumento da resistência mobilizada o deslocamento em cada pulso apresenta uma parcela permanente e uma parcela recuperável.

**Figura 5.20 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 100% com sobrecarga**

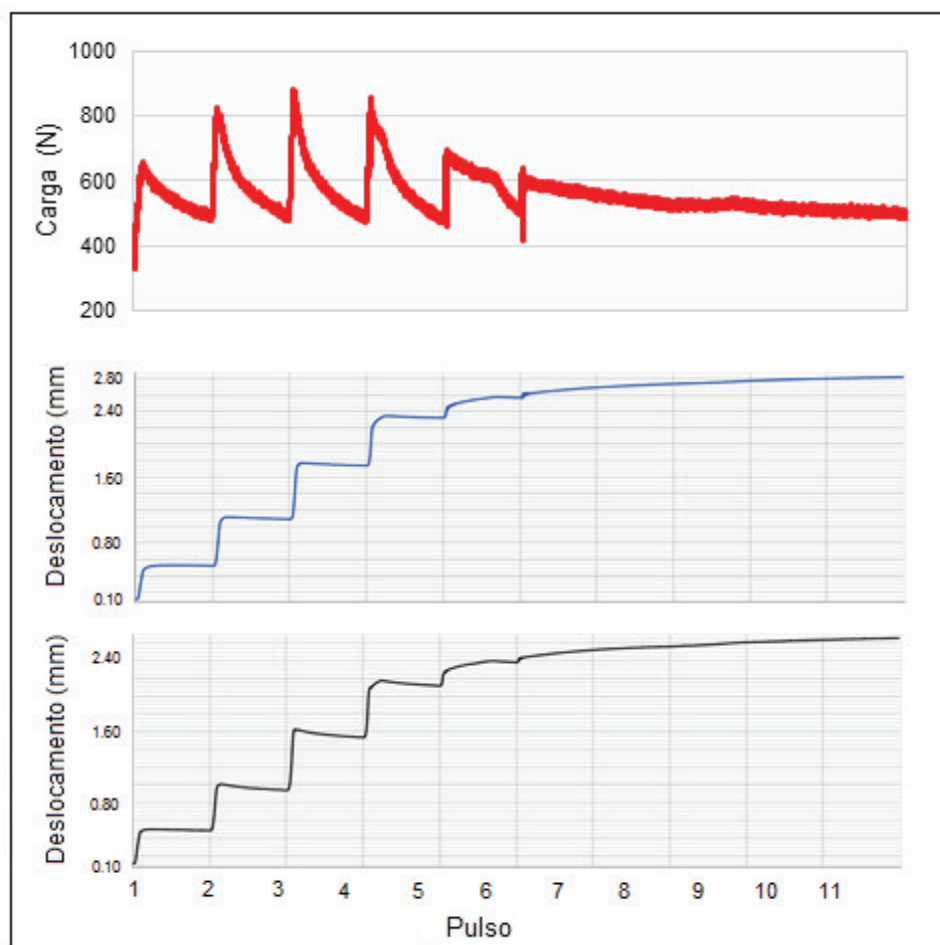
Na Figura 5.21 são apresentados os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.20 porém com um aumento na carga aplicada.

Nesse ensaio a ancoragem atingiu uma carga de 800 N. Os deslocamentos do eixo da ancoragem apresentaram uma parcela permanente de 0,27 mm e uma parcela recuperável de 0,08 mm. Tendo como deslocamento total 0,35 mm. Já na superfície do solo o deslocamento total foi da ordem de 0,04mm.

**Figura 5.21 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 100% com sobrecarga**

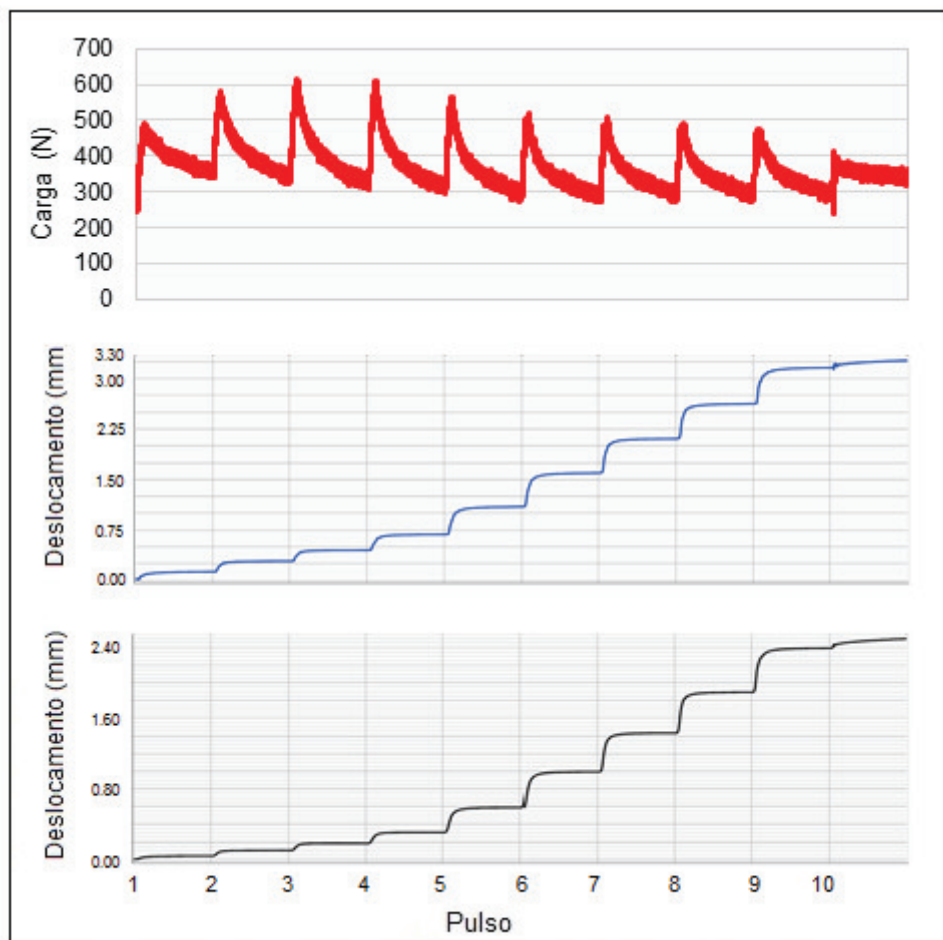
Na Figura 5.22 é apresentado o resultado obtido do mesmo corpo de prova da Figura 5.21 porém com mais um acréscimo na carga aplicada, onde a ancoragem atingiu uma carga de 880N.

Nesse caso é interessante notar que os deslocamentos medidos na superfície do solo se apresentaram em nível muito semelhante ao do eixo da ancoragem, mostrando que a o nível de carga atingido estava próximo da ruptura e que a superfície de ruptura atingiu a superfície.

**Figura 5.22 – Resposta dinâmica – combinação C: G.C. 100% com sobrecarga**

A Figura 5.23 apresenta os resultados da condição D com G.C de 85% sem uso de sobrecarga.

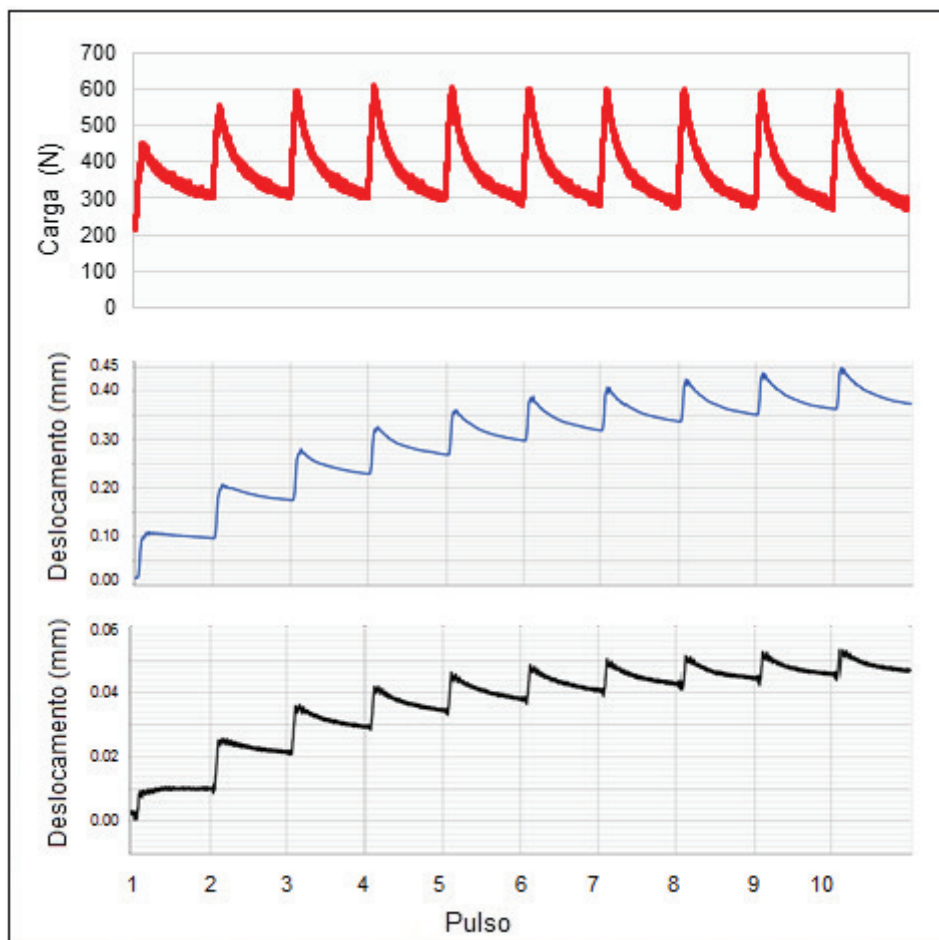
A ancoragem atingiu uma carga de 610 N. Os deslocamentos da ancoragem são integralmente permanentes, percebe-se que o nível de deslocamento permanente de cada pulso aumenta de acordo com as repetições da carga, uma vez que o nível de deslocamento começa em 0,12 mm e termina em 0,50 mm. A superfície do solo acompanha o comportamento da ancoragem, porém com um nível de deslocamento 20% menor.

**Figura 5.23 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% sem sobrecarga**

A Figura 5.24 apresenta os resultados dinâmicos da condição D com G.C. de 85% com uso de sobrecarga.

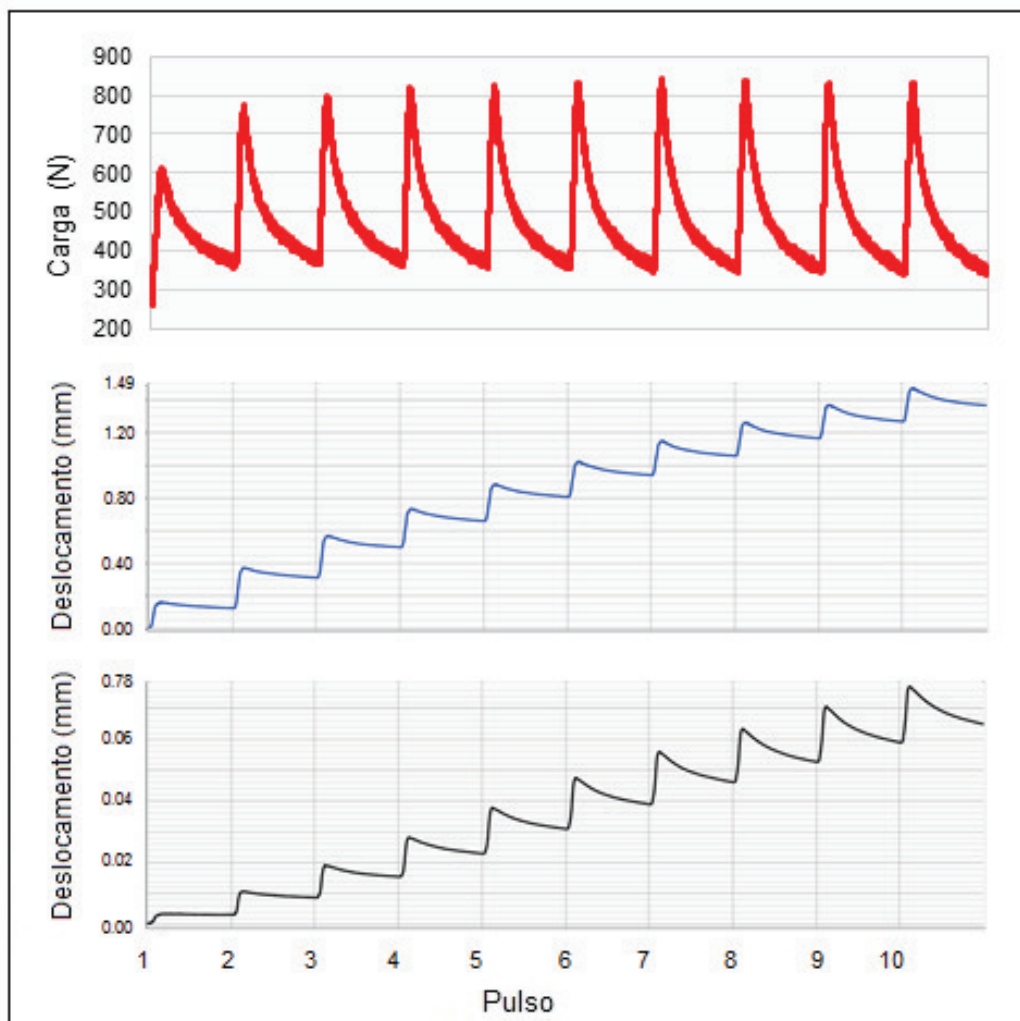
Nesse caso, a ancoragem também atingiu uma carga de 610 N, porém os deslocamentos apresentaram uma parcela no regime elástico. Sendo que o deslocamento total da ancoragem na faixa de 0,08 mm e o deslocamento recuperável na faixa de 0,06 mm.



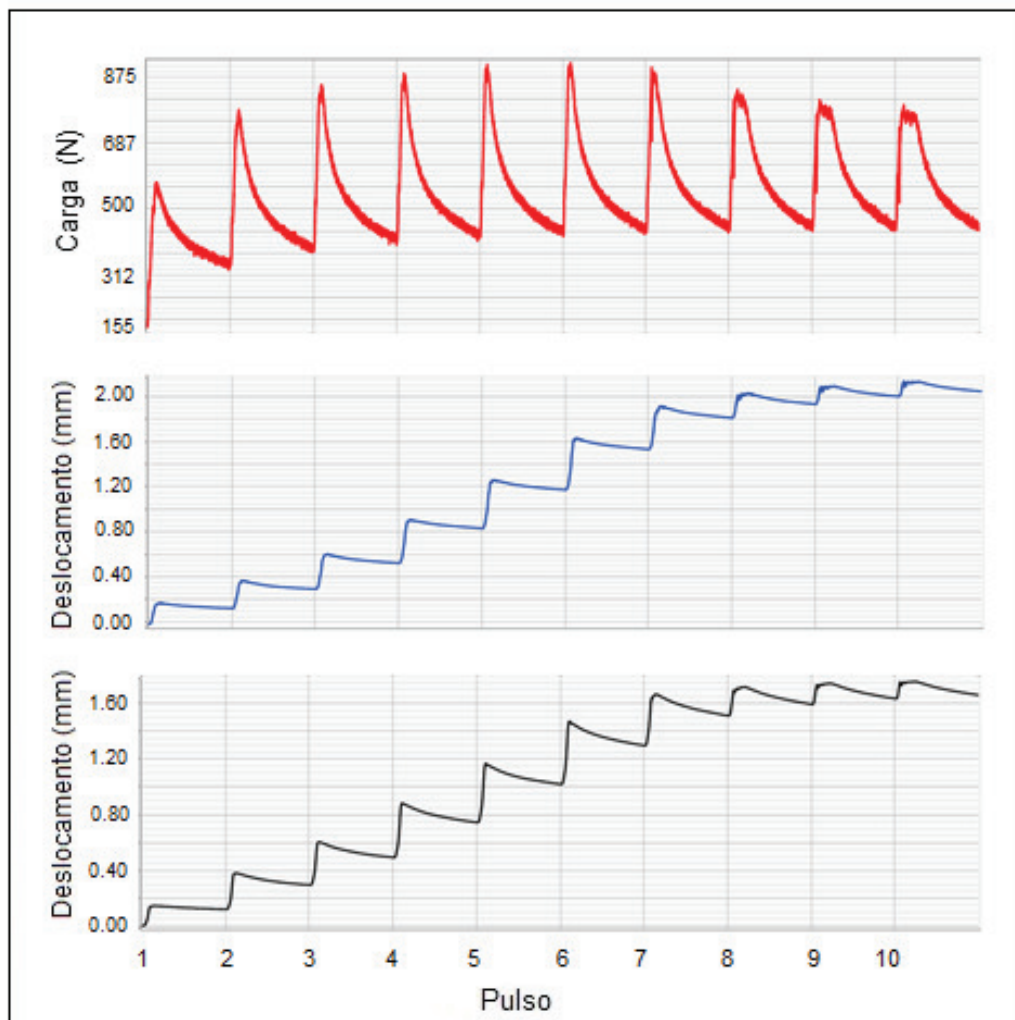
**Figura 5.24 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% com sobrecarga**

A Figura 5.25 apresenta os resultados dinâmicos do mesmo corpo de prova da Figura 5.24 porém, com um acréscimo na carga aplicada.

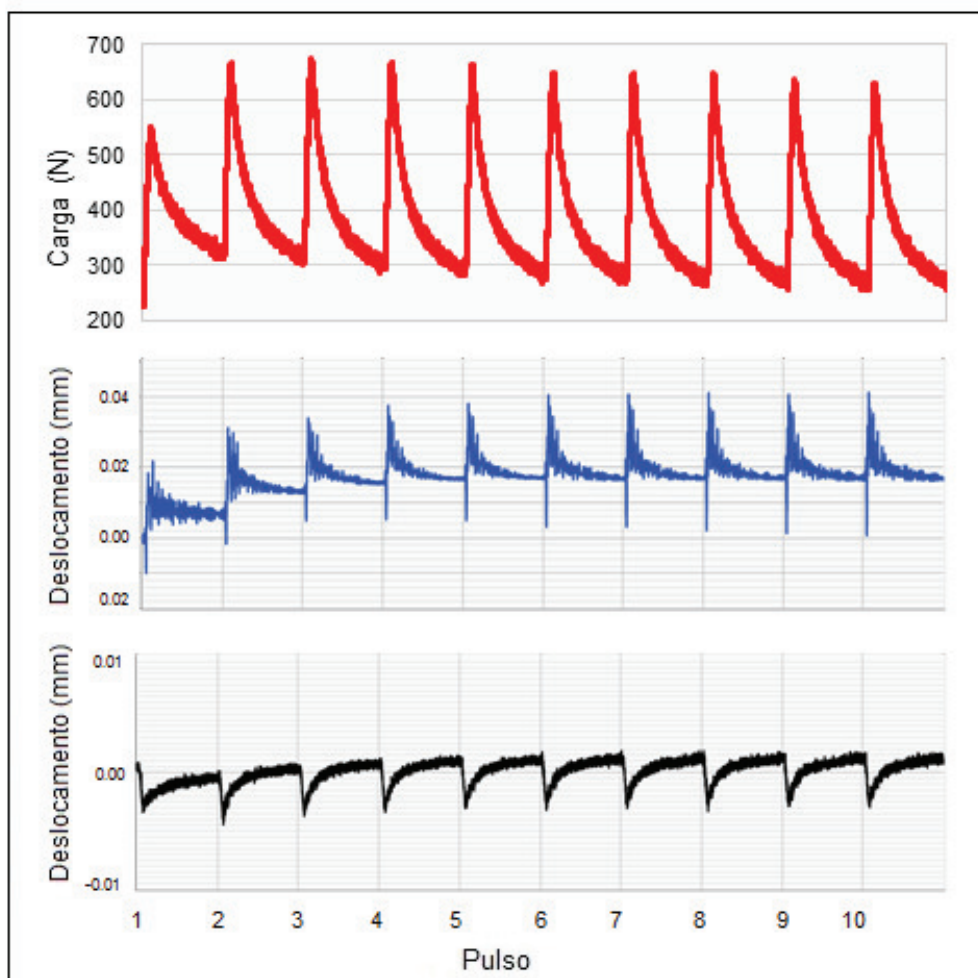
Nesse ensaio a ancoragem atingiu uma carga de 825 N. E os deslocamentos apresentaram o mesmo comportamento, porém o deslocamento total da ancoragem foi na faixa de 0,25 mm, com uma parcela recuperável de 0,08 mm.

**Figura 5.25 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% com sobrecarga**

A Figura 5.26 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova anterior, porém com mais um acréscimo de carga. A carga mobilizada pela ancoragem foi de 875 N. O deslocamento total da ancoragem foi na faixa de 0,45 mm sendo a parcela de deslocamento recuperável de 0,1 mm.

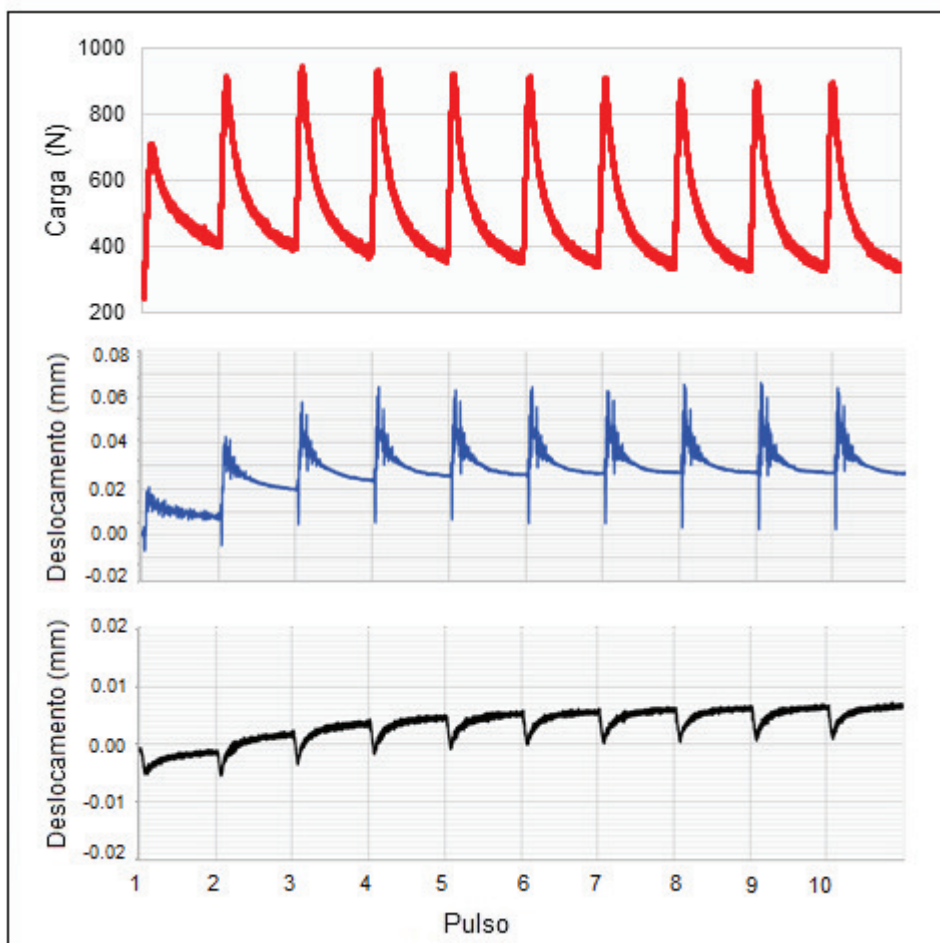
**Figura 5.26 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 85% com sobrecarga**

A Figura 5.27 apresenta a resposta dinâmica da condição D com G.C de 100% sem sobrecarga. A ancoragem atingiu uma carga de 670 N e deslocamentos muito pequenos, da faixa de 0,02 mm e houve ainda a presença de ruído no ensaio.

**Figura 5.27 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% sem sobrecarga**

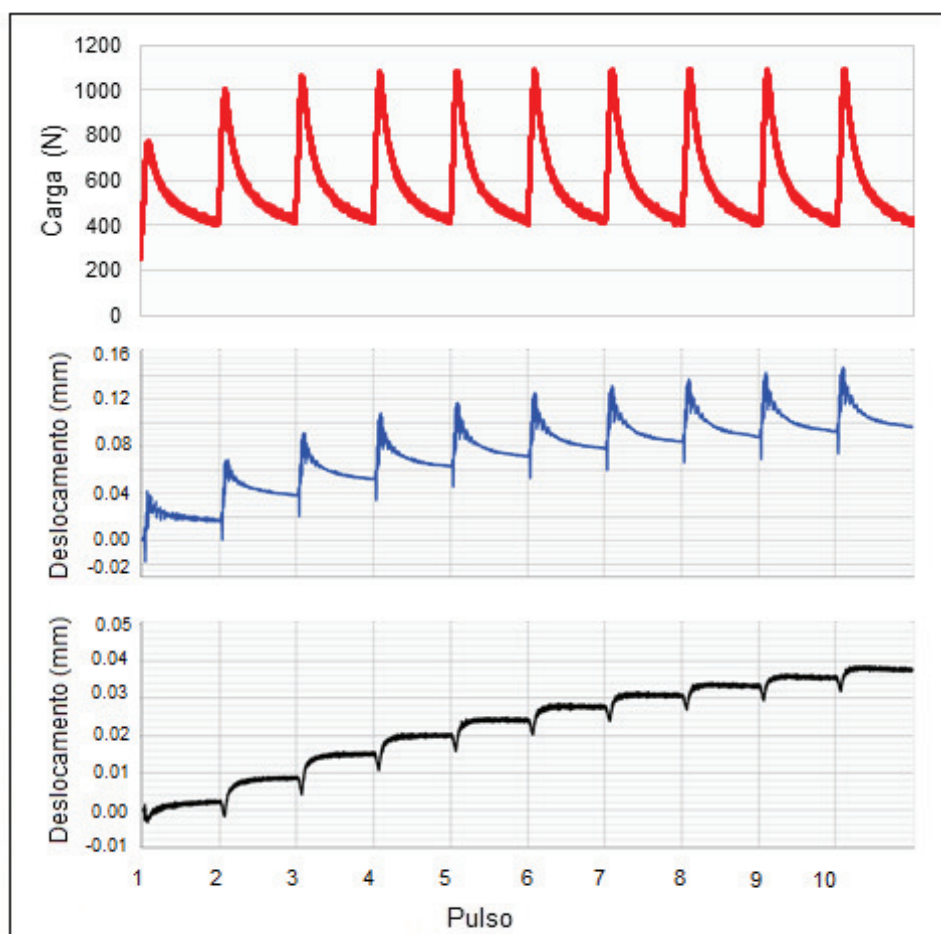
A Figura 5.28 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.27 porém com um nível de carga aplicada maior.

A ancoragem atingiu uma carga de 930 N e seus deslocamentos totais foram na faixa de 0,032 mm com parcela recuperável de 0,028 mm a partir do terceiro pulso. Os deslocamentos na superfície do solo ficaram muito próximos de zero.

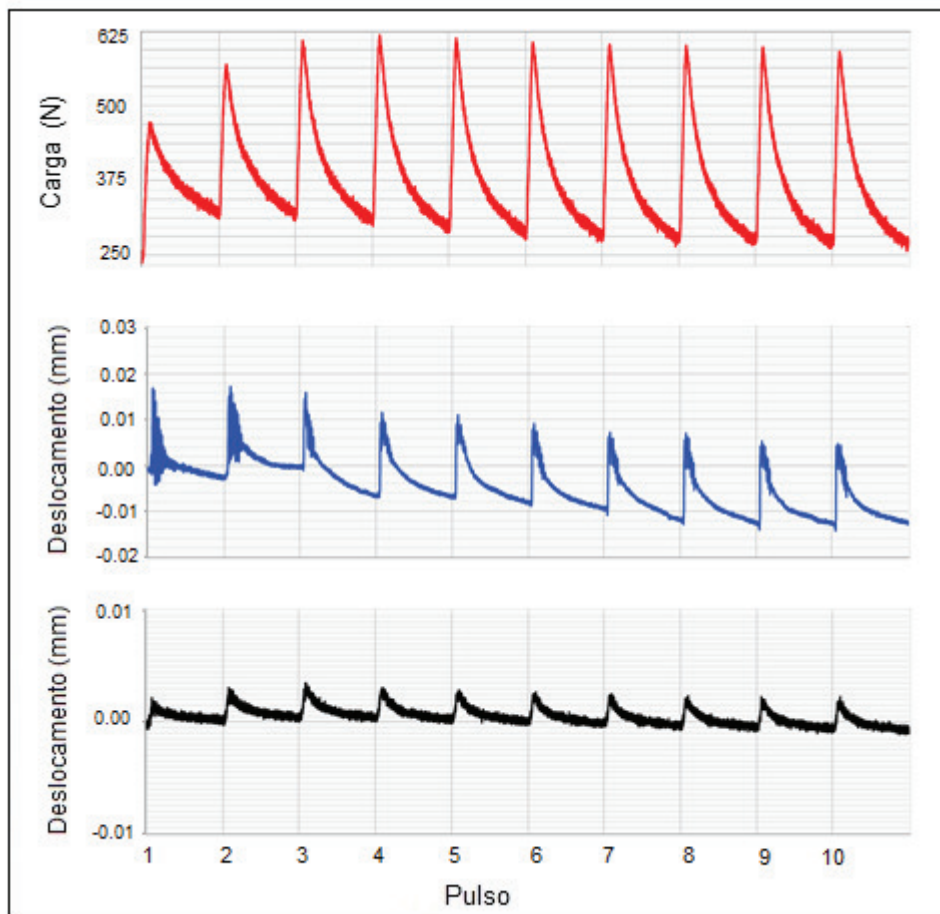
**Figura 5.28 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% sem sobrecarga**

A Figura 5.29 apresenta os resultados do mesmo corpo de prova da Figura 5.27 porém com mais um acréscimo na carga aplicada.

Nesse caso, a carga da ancoragem chegou a 1100 N e os deslocamentos totais da ancoragem foram na faixa de 0,05 mm, com deslocamento recuperável de 0,035 mm. E os deslocamentos na superfície do solo não apresentaram parcela no regime elástico, sendo que os deslocamentos permanentes foram de aproximadamente 0,005 mm.

**Figura 5.29 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% sem sobrecarga**

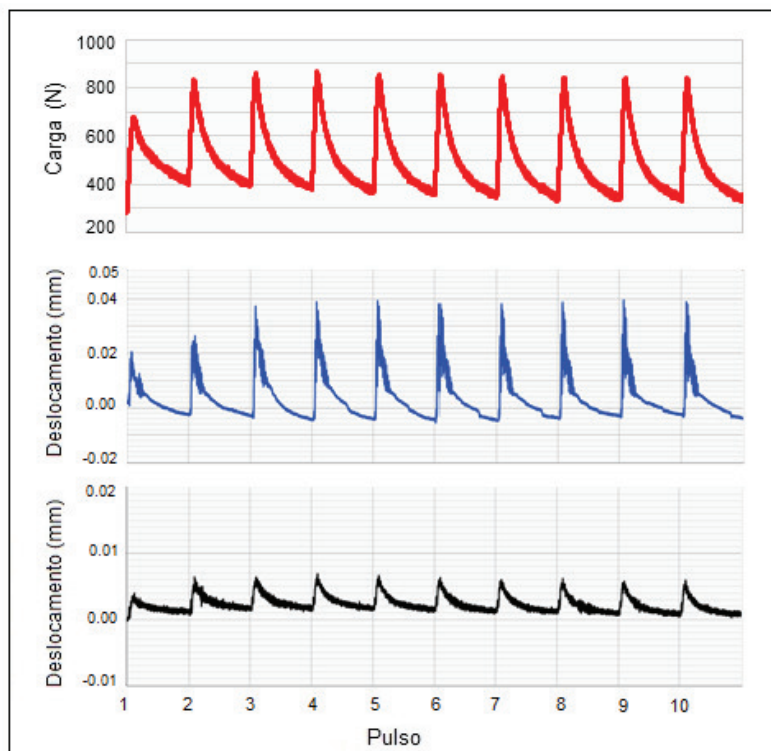
A Figura 5.30 apresenta os resultados da condição D com G.C de 100% com o uso de sobrecarga. A ancoragem atingiu uma carga de 625 N e os seus deslocamentos foram na faixa de 0,018 mm com recuperação integral.

**Figura 5.30 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% com sobrecarga**

A Figura 5.31 apresenta os resultados dinâmicos do mesmo corpo de prova da Figura 3.30 porém, com um acréscimo na carga aplicada. A ancoragem atingiu uma carga de 860 N. Os deslocamentos totais da ancoragem foram na faixa de 0,043 mm com recuperação total no alívio da carga.

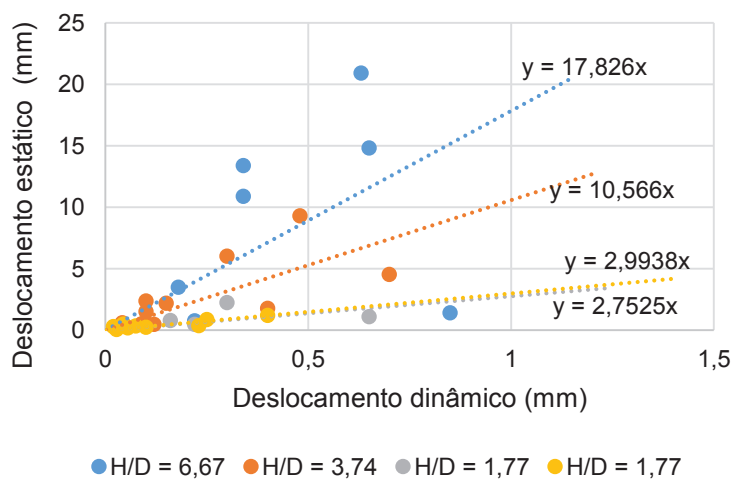


**Figura 5.31 – Resposta dinâmica – combinação D: G.C. 100% com sobrecarga**



O Gráfico 5.1 apresenta os deslocamentos dinâmicos totais (permanente + recuperável) referente ao terceiro pulso de cada ensaio, pulso onde a carga já estava estabilizada, pelos deslocamentos estáticos para a referente carga do pulso do ensaio dinâmico. Pelas linhas de tendência da relação entre os deslocamentos e pela razão de embutimento  $x$  ( $H/D$ ) podemos observar que os deslocamentos estáticos são muito maiores que o dinâmico com o aumento de  $H/D$ . Isso pode ser confirmado pelos coeficientes de inclinação das linhas de tendência, de 2,75 e 2,99 para os  $H/D = 1,77$ , de 10,56 para o  $H/D$  de 3,74 e de 17,82 para o  $H/D$  de 6,67.

**Gráfico 5.1 – Deslocamento estático x dinâmico para as relações  $H/D$**





## 6 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Por meio da simulação numérica foram determinados os deslocamentos permanentes e os recuperados, a partir da aplicação da força de forma dinâmica, para as variações quanto aos parâmetros de amortecimento de Rayleigh  $a_0$  e  $a_1$  e variando-se as frequências referentes a força do vento em 0,1 Hz, 0,2 Hz, 0,4 Hz e 0,8 Hz para as relações H/D utilizadas nos ensaios dinâmicos.

As simulações foram realizadas considerando o solo com G.C de 100% sem o uso de sobrecarga.

Os resultados de tempo x deslocamento para um pulso de carga gerados pelo software PLAXIS 2D são apresentados para H/D = 1,77 (condição D), com parâmetros de Rayleigh  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$  pela Figura 6.1.

A partir da Figura 6.1 nota-se que para todas as frequências os deslocamentos ocorreram no regime plástico. E que conforme o aumento da frequência os deslocamentos também aumentaram.

A Figura 6.2 apresenta os resultados para H/D = 1,77 com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ .

A partir da Figura 6.2 nota-se que, com o a constante de proporcionalidade à rigidez do material maior, para todas as frequências houve uma parcela de deslocamento no regime elástico. Também pode-se observar na figura que o decaimento dos deslocamentos apresentaram um comportamento superamortecido na fase em vibração livre.

A Figura 6.3 apresenta as curvas tempo x deslocamento para H/D = 3,74 com  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$ . E na Figura 6.4 são apresentadas as curvas tempo x deslocamento para H/D = 3,74 com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ .

Nos dois casos com H/D = 3,74, todas as curvas apresentaram uma parcela de deslocamentos no regime elástico mesmo no caso com a constante de proporcionalidade à rigidez do material sendo menor que a constante proporcional a massa.

Na Figura 6.4, são apresentadas as curvas para H/D 3,74 com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ .

Observa-se que, na fase em vibração livre, o amortecimento se apresentou como sub-amortecido, se aproximando do amortecimento crítico na Figura 6.3. Enquanto que no caso da Figura 6.4 o amortecimento se apresenta do tipo superamortecido.

Na Figura 6.5 são apresentadas as curvas carga x deslocamento para H/D = 6,67 com  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$ . Nota-se nesse caso, uma parcela dos deslocamentos no regime plástico e uma parcela menor no regime elástico. Nota-se também, que o

amortecimento se apresentou como superamortecido, se aproximando do amortecimento crítico conforme o aumento da frequência.

Na Figura 6.6 são apresentadas as curvas para  $H/D = 6,67$  com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ . Nesse caso, para todas as frequências também houve uma parcela dos deslocamentos no regime elástico, e o amortecimento na fase em vibração livre apresentou um decaimento típico do comportamento superamortecido.

A partir dos gráficos pode-se identificar que em todos os casos com o parâmetro  $a_0 = 0,05$ , referente ao amortecimento proporcional a massa do material, no caso o solo, os deslocamentos permanentes se apresentaram maiores que nos casos com  $a_0 = 0,005$ .

Em relação ao amortecimento após o tempo de 0,3 s, foi notável que nos casos em que o parâmetro  $a_1$  proporcional aos parâmetros de rigidez do solo foi igual a 0,05 o movimento apresentou comportamentos típicos de amortecimento superamortecido. Enquanto que nos casos com  $a_1 = 0,005$  o amortecimento se apresentou entre o amortecimento sub-amortecido e o amortecimento crítico.

Pode-se identificar também que, em todos os casos, tanto os deslocamentos permanentes quanto os deslocamentos elásticos aumentam com aumento da frequência. Esse fato é muito interessante e condiz com a equação do movimento (54) para corpos em vibração livre amortecida, onde o deslocamento  $x(t)$  é diretamente proporcional a frequência.

Comparando-se as curvas medidas nos ensaios dinâmicos com as curvas calculadas pelo software PLAXIS 2D, tem-se que o comportamento que mais se aproxima do experimental em escala reduzida são os casos com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ . Onde o amortecimento se comporta entre o comportamento crítico superamortecido.

Figura 6.1 – Curvas tempo x deslocamento para  $H/D = 1,77$  e parâmetros do amortecimento de Rayleigh  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$

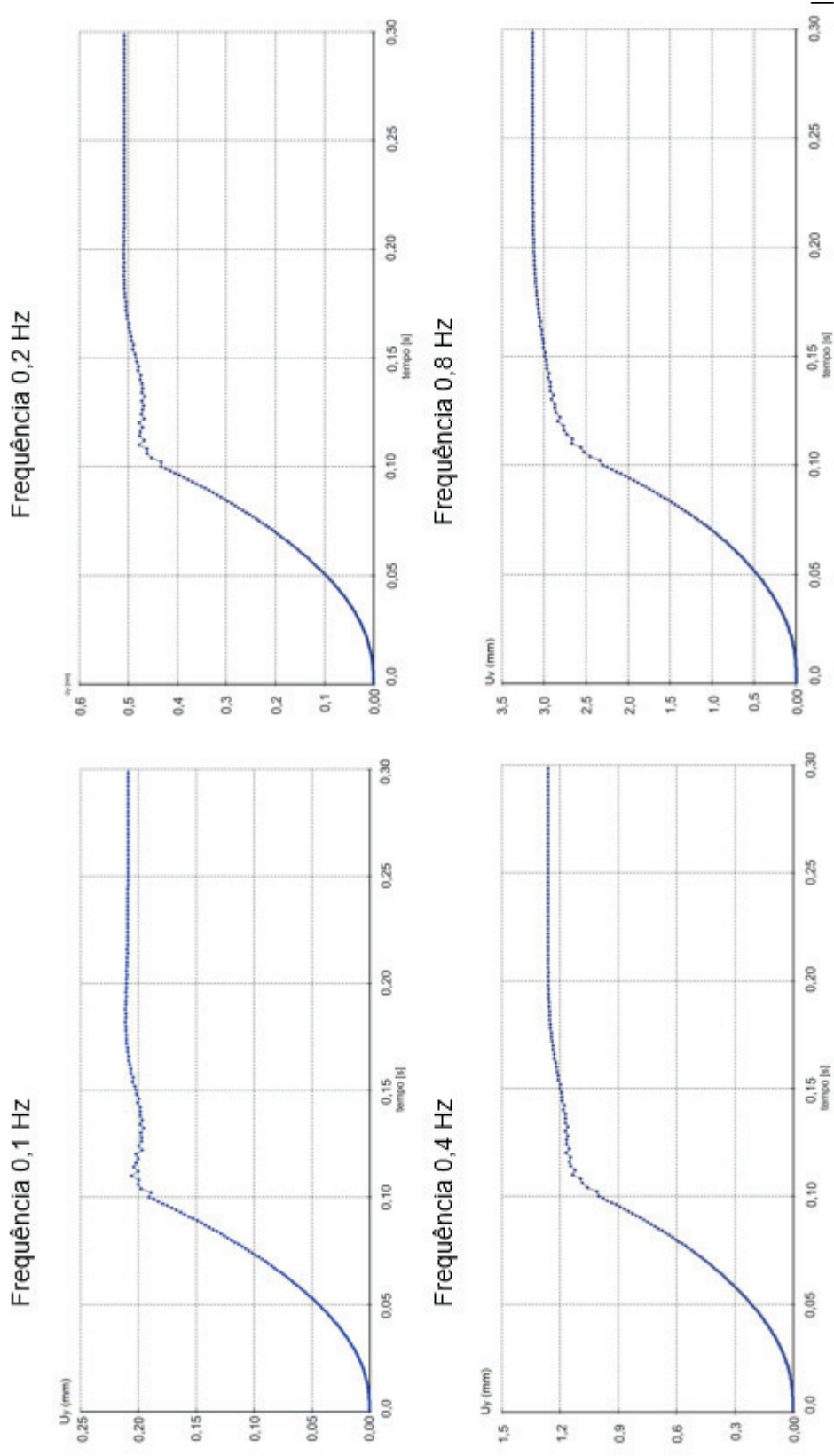


Figura 6.2 - Curvas tempo x deslocamento para  $H/D = 1,77$  e parâmetros de Rayleigh  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$

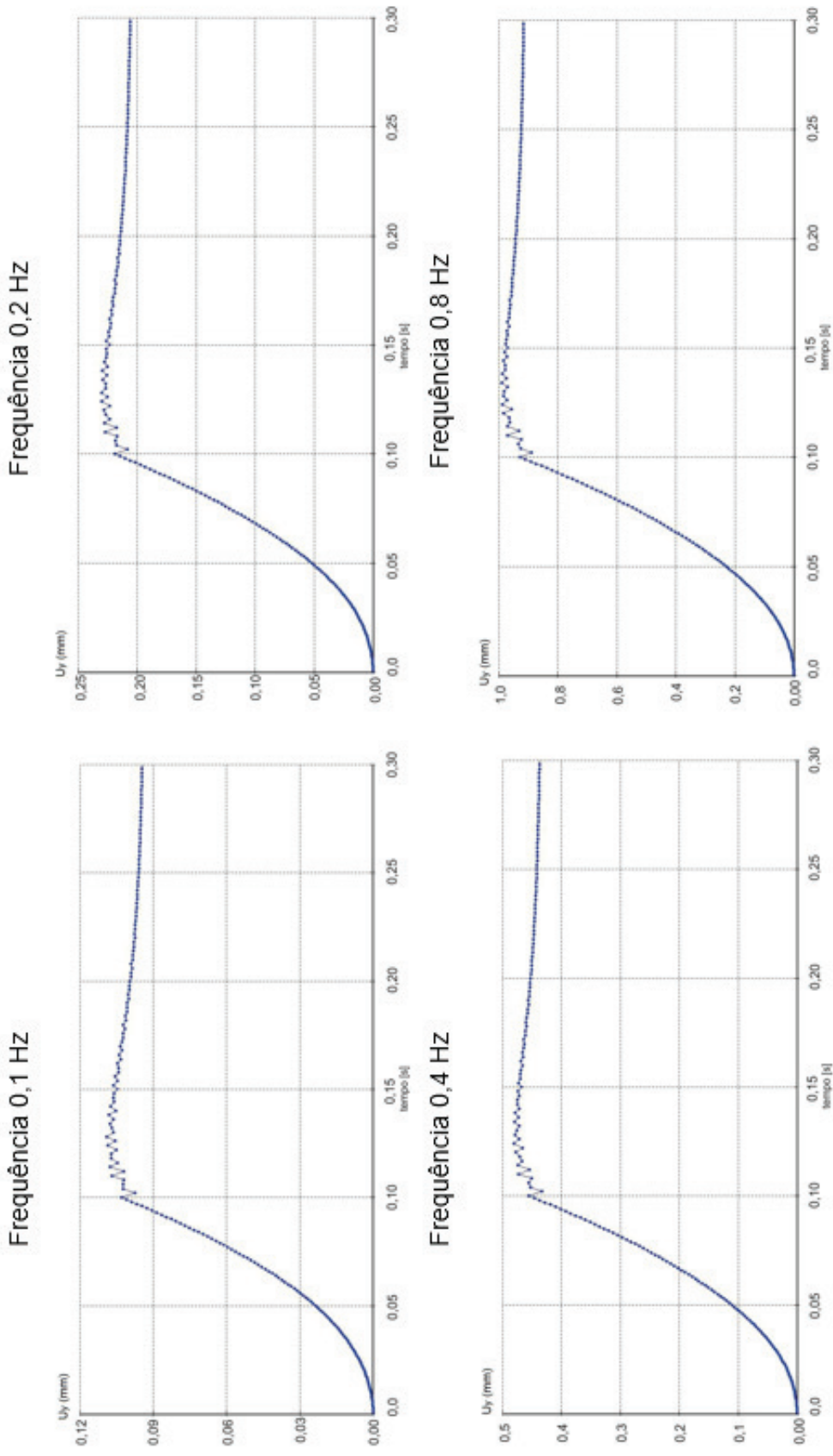


Figura 6.3 - Curvas tempo x deslocamento para  $H/D = 3,74$  e parâmetros de amortecimento de Rayleigh  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$ .

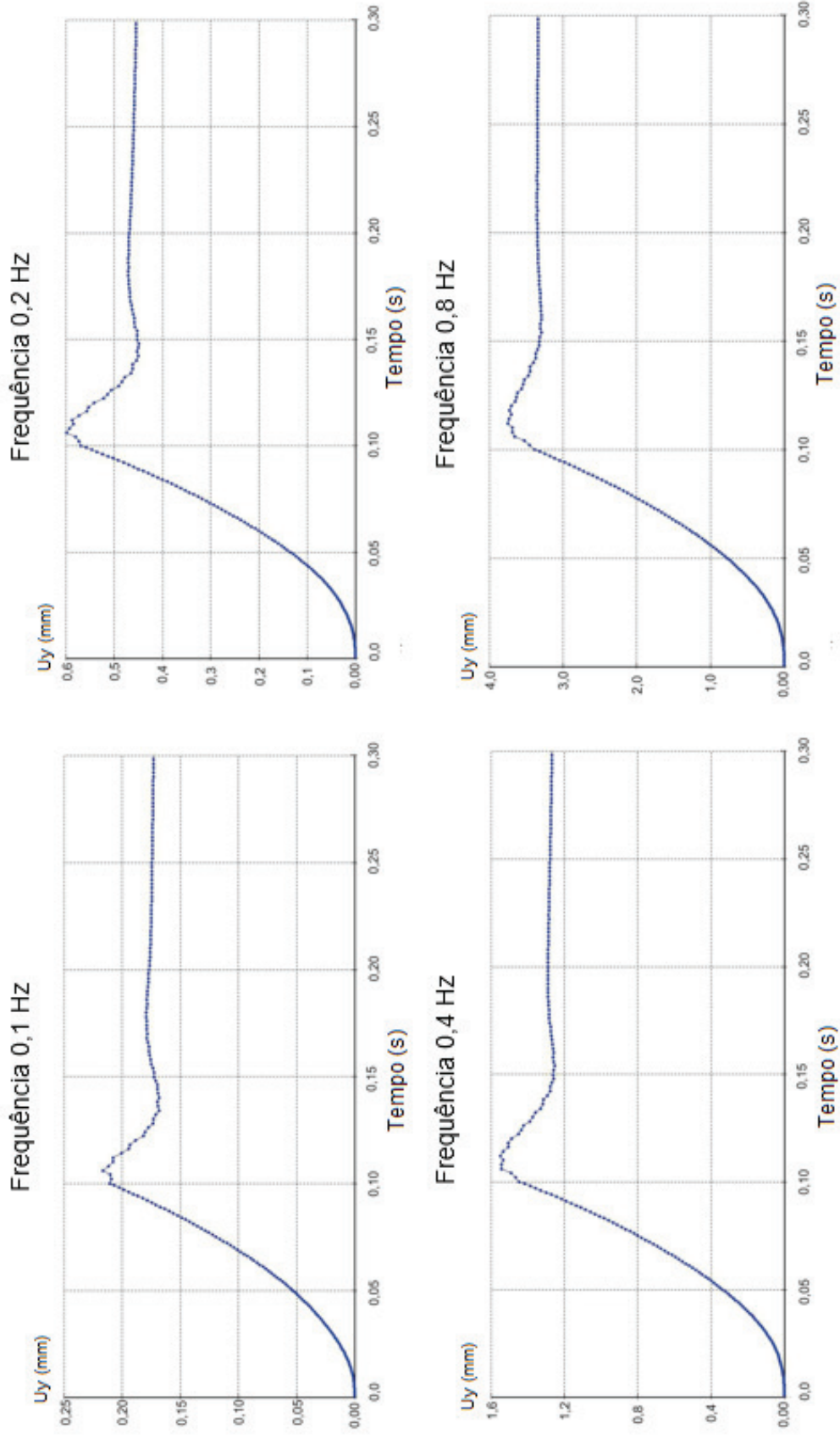




Figura 6.4 - Curvas tempo x deslocamento para  $H/D = 3,74$  e parâmetros de amortecimento de Rayleigh  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$

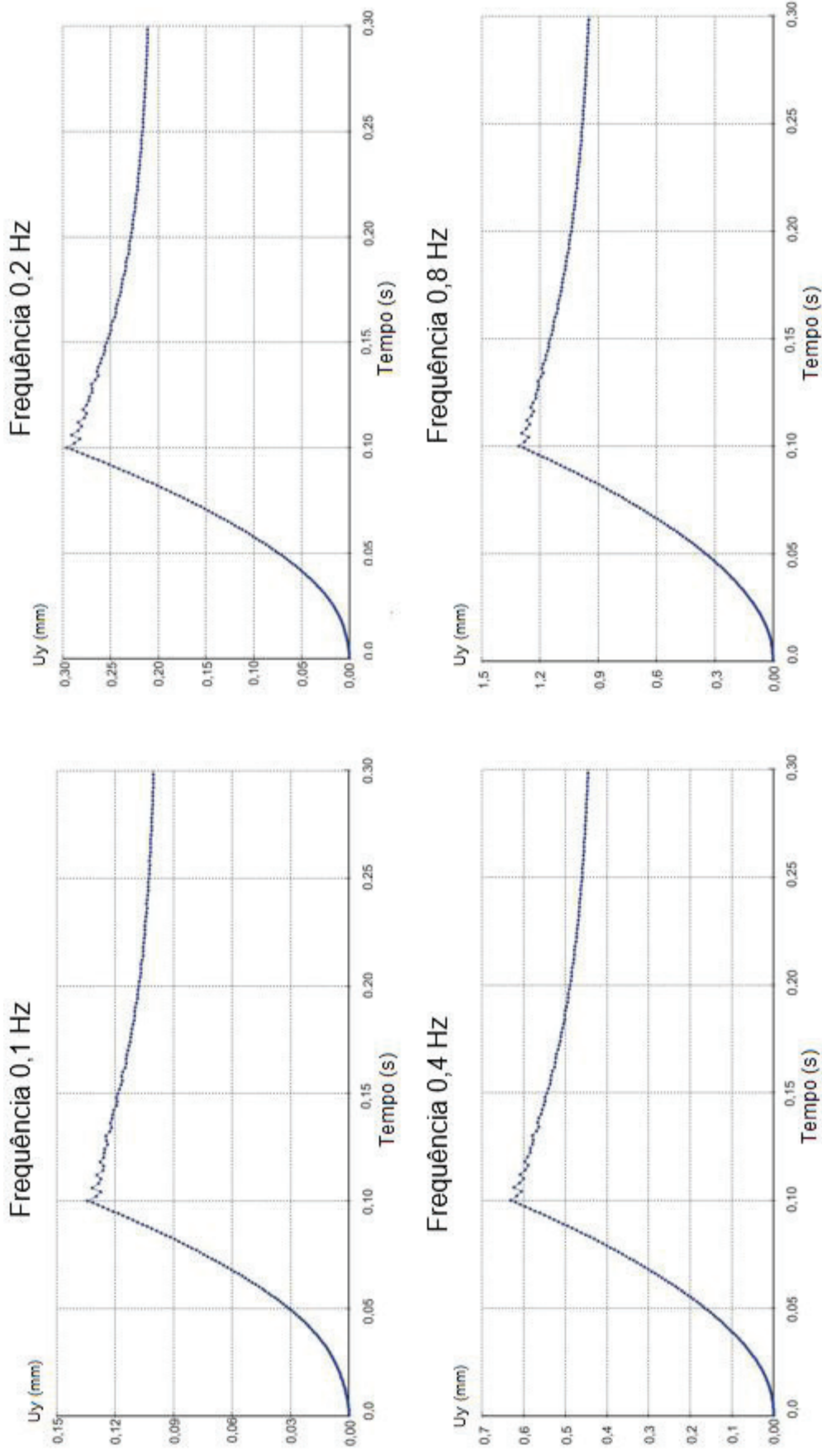


Figura 6.5 - Curvas tempo x deslocamento para  $H/D = 6,67$  e parâmetros de amortecimento de Rayleigh  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$

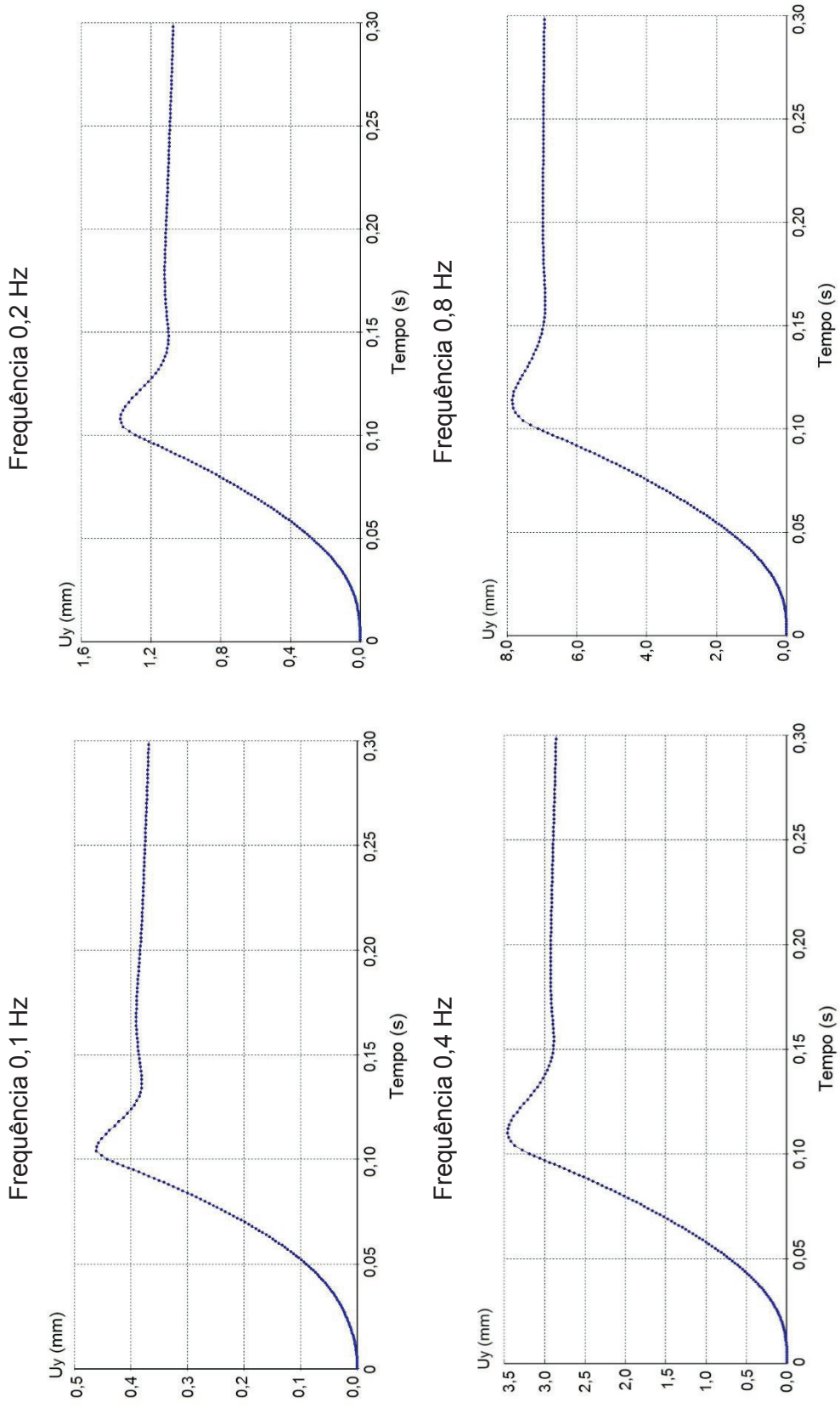
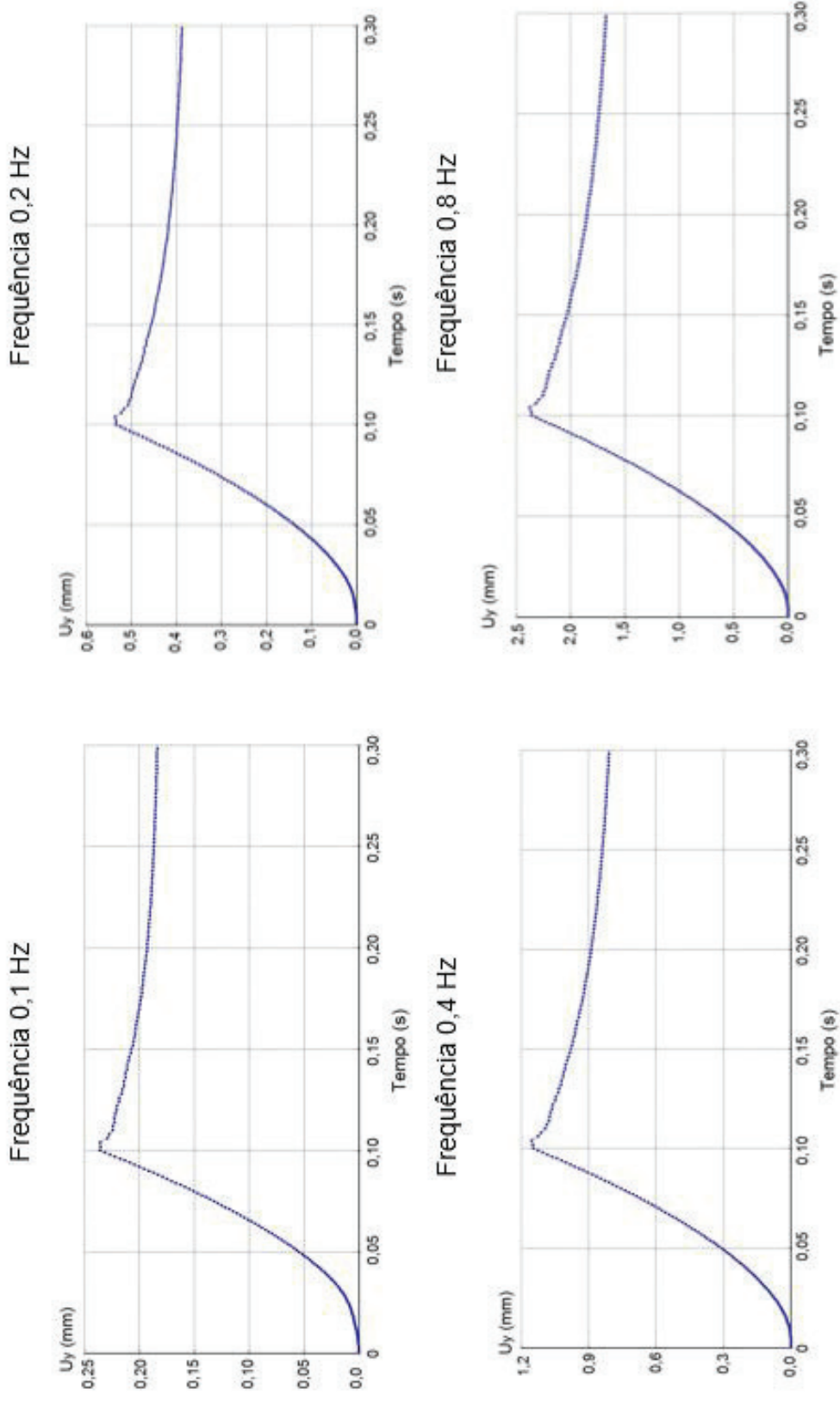


Figura 6.6 - Curvas tempo x deslocamento para  $H/D = 6,67$  e parâmetros de amortecimento de Rayleigh  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$





Além dessas simulações, também foram realizadas as simulações com  $a_0$  e  $a_1$  iguais, ou seja, com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,005$  e também com  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,05$ . No caso com os dois parâmetros iguais a 0,005 as curvas tempo x deslocamento foram iguais as curvas com os parâmetros iguais a  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,005$ . Já no caso com os dois parâmetros iguais a 0,05, as curvas apresentaram o mesmo resultado que as simulações com  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ . Esse fato aconteceu para todas as três razões H/D analisadas, dessa forma essas curvas não serão apresentadas aqui.

Os deslocamentos permanentes e os deslocamentos elásticos obtidos nos ensaios dinâmicos foram comparados com os deslocamentos obtidos nas simulações. Os gráficos a seguir apresentam esses resultados com as 4 frequências analisadas, para as variações de  $a_0$  e  $a_1$ , onde é possível verificar o fato exposto acima, em que o parâmetro de amortecimento proporcional à rigidez do material se impõe sobre o parâmetro proporcional a massa.

A Figura 6.7 apresenta os gráficos de deslocamento medido x deslocamento calculado para a razão H/D = 1,77. A partir dos gráficos pode-se verificar que os deslocamentos medidos são muito próximos de zero mm e nesse caso para todas as frequências os deslocamentos permanentes calculados foram superior aos deslocamentos permanentes medidos. E os deslocamentos elásticos calculados se aproximaram dos valores medidos por serem muito baixos ou zero. De qualquer forma o cenário que mais se aproximou dos resultados obtidos experimentalmente foi para a frequência igual a 0,1 Hz com os parâmetros  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$  ou  $a_0 = 0,05$  e  $a_1 = 0,05$ .

A Figura 6.8 apresenta os gráficos de deslocamento medido x deslocamento calculado para a razão H/D = 3,74. Nos gráficos, pode-se verificar que para a menor frequência aplicada os deslocamentos calculados foram menor que os deslocamentos medidos, para as demais frequências os deslocamentos calculados foram superiores aos deslocamentos medidos. Sendo que, os casos em que mais se aproximam do resultado experimental foram para frequência igual a 0,2 Hz com  $a_1 = 0,05$  e para a frequência de 0,1 Hz com  $a_1 = 0,005$ .

A Figura 6,9 apresenta os gráficos de deslocamento medido x deslocamento calculado para a razão H/D = 6,67.

Verifica-se pelos gráficos, que para H/D = 6,67 os deslocamentos calculados foram superiores aos deslocamentos medidos, sendo que a frequência mais baixa de 0,1 Hz com  $a_1 = 0,05$  que mais se aproxima dos resultados obtidos dos ensaios.

Figura 6.7 – Deslocamento medido x deslocamento calculado para  $H/D = 1,77$

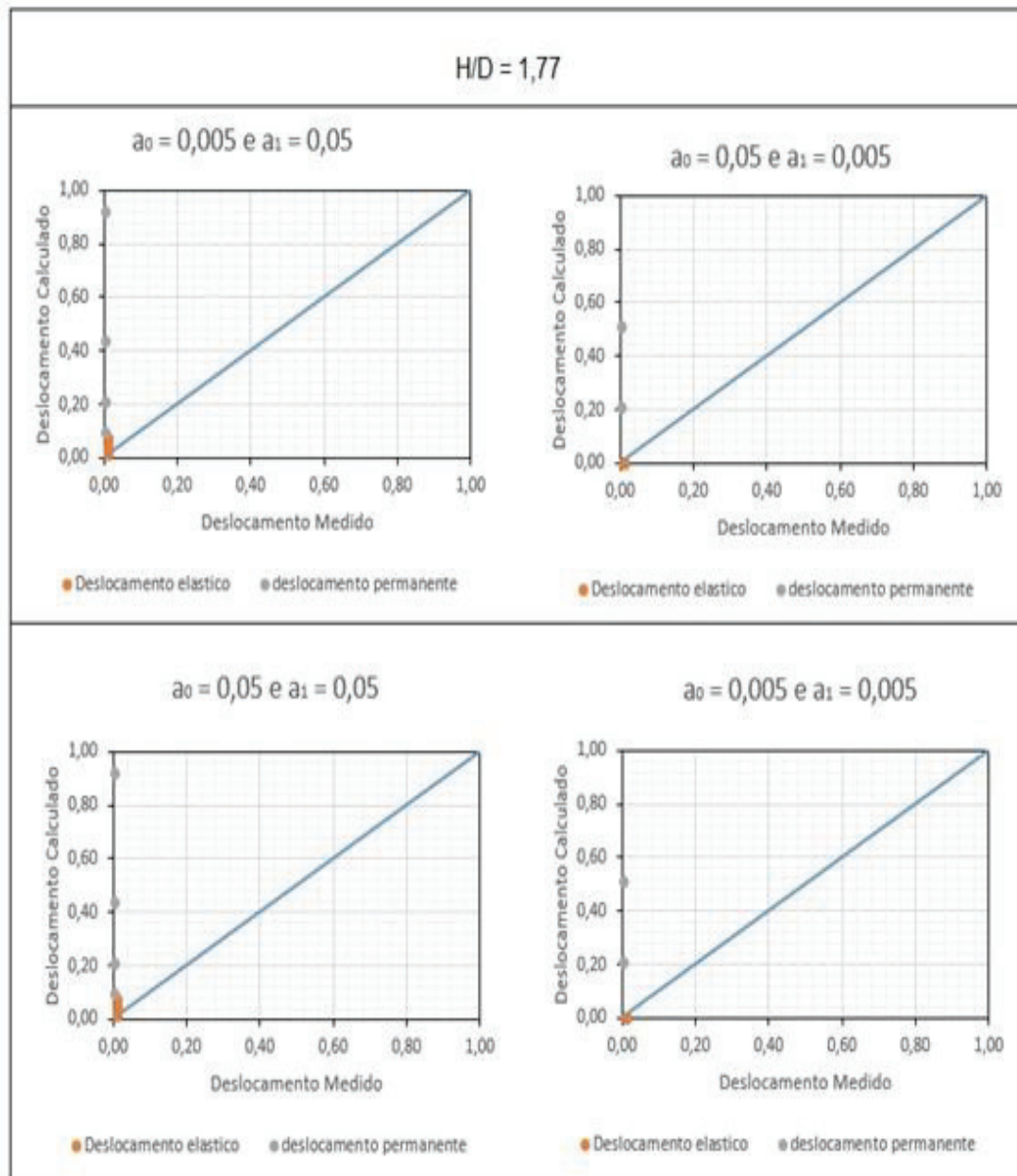


Figura 6.8 – Deslocamento medido x deslocamento calculado para  $H/D = 3,74$

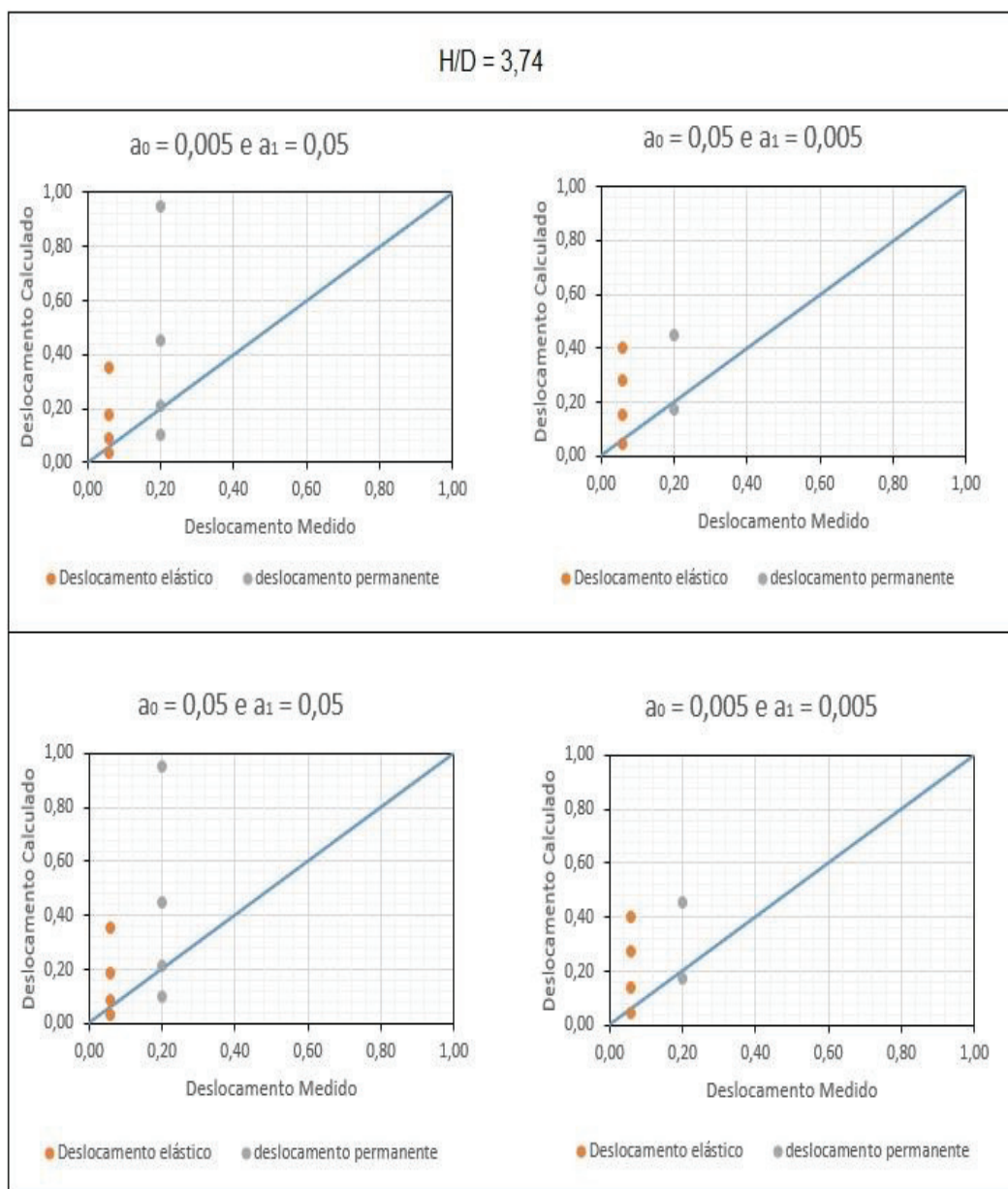
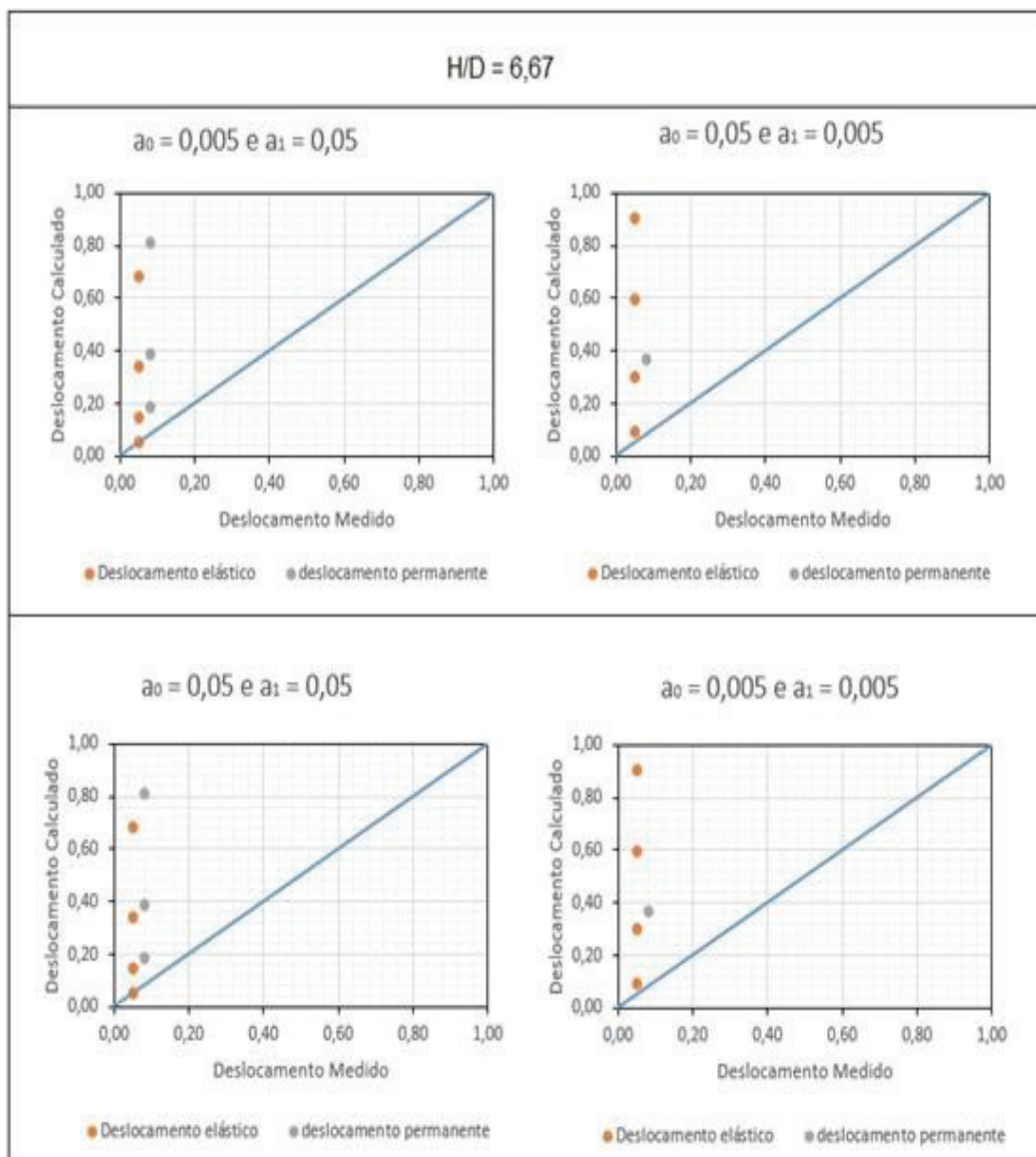


Figura 6.9 – Deslocamento medido x deslocamento calculado para  $H/D = 6,67$ 

## 7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi analisada a capacidade de carga ao arrancamento de ancoragem em placa à esforços estáticos e dinâmicos em modelo reduzido. Foram ensaiados 32 corpos de prova, sendo 16 com aplicação de carga estática e 16 com aplicação dinâmica da carga. Nesses ensaios foram analisadas a influência do grau de compactação do solo e também a influência do uso de sobrecarga na capacidade de carga desses modelos.

Além disso, foram utilizados 4 modelos de corpos de prova diferentes em relação a razão de embutimento H/D, afim de verificar a influência do efeito escala na capacidade de carga ao arrancamento das ancoragens. Foram analisadas as razões de 1,77, 3,74 e 6,667.

A partir dos ensaios estáticos realizados, verificou-se que o grau de compactação do solo tem influência na capacidade de carga das ancoragens, em todos os casos analisados o aumento de 85% no grau de compactação para 100% resultaram em maior resistência ao arrancamento, sendo que esse aumento foi mais significativo para as ancoragens com H/D de 3,74 e 6,667 nos casos sem uso de sobrecarga. Esse aumento ocorreu como esperado, devido ao efeito da compactação, onde ocorre o aumento nos parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo, ângulo de atrito interno e coesão.

O uso da sobrecarga também influenciou de forma positiva na capacidade de carga das ancoragens. A depender do grau de compactação e da razão de embutimento seu uso resultou em mecanismos de ruptura diferentes para a mesma condição, porém sem uso adicional de carga. Dessa forma, o aumento na capacidade de carga variou conforme as condições analisadas em níveis diferentes.

Os níveis de deslocamento na ruptura obtidos dos ensaios estáticos foram maiores conforme maior a razão H/D e a tensão de ruptura também foi crescente conforme aumentou-se a razão H/D. Esse acréscimo na tensão de ruptura conforme o aumento de H/D acontece em um nível maior para o grau de compactação maior.

Ademais, comparou-se os resultados estáticos com os dos métodos teóricos cabíveis e constatou-se que métodos teóricos apresentam valores inferiores aos obtidos experimentalmente, mesmo o método mais complexo, de Meyerhof e Adams que leva em consideração a resistência ao cisalhamento do solo e outros parâmetros.

Nos ensaios dinâmicos as ancoragens foram submetidas a cargas referentes a carga de serviço obtida dos ensaios estáticos. A partir das curvas tempo x deslocamento obteve-se os deslocamentos permanentes e os deslocamentos elásticos sob aplicação da carga dinâmica em forma de pulsos.

A partir dos deslocamentos medidos nos ensaios dinâmicos, pode-se compará-los com os deslocamentos medidos dos ensaios estático. Verificou-se então que os deslocamentos dos ensaios dinâmicos são consideravelmente menores que os deslocamentos referente a mesma carga obtidos dos ensaios estáticos. E essa diferença entre os deslocamentos é maior conforme maior for a razão H/D. Esse fato se deve devido a forma de aplicação da carga, onde no ensaio dinâmico o tempo de aplicação da carga é muito inferior ao tempo de aplicação da carga estática.

Com o uso do software PLAXIS 2D foram simulados os comportamentos dinâmicos das ancoragens analisadas experimentalmente. Nas simulações foram analisadas as frequências de 0,1 Hz, 0,2 Hz 0,4 Hz e 0,8 Hz. A partir dos resultados dos ensaios pode-se calibrar os parâmetros do sistema dinâmico analisado. Onde obteve-se os coeficientes de amortecimento  $a_0$  e  $a_1$  sendo o primeiro proporcional a massa do material, no caso o solo e o segundo proporcional a rigidez do material, parâmetros referentes ao amortecimento de Rayleigh.

Comparando os resultados dinâmicos dos ensaios em modelo reduzido com os resultados da simulação, verificou-se que, no caso do solo em estudo o parâmetro  $a_1$ , referente a rigidez do material que condiciona o comportamento do sistema. Além disso verificou-se que os parâmetros que melhor identificaram o comportamento dos casos estudados foi  $a_0 = 0,005$  e  $a_1 = 0,05$ . E, a frequência aplicada que apresentou deslocamentos compatíveis com os obtidos dos ensaios dinâmicos para a carga de serviço, foi a de 0,1 Hz.

O uso do software PLAXIS 2D apresenta bons resultados no comportamento dinâmico de ancoragens submetidas à cargas dinâmicas de tração e pode ser utilizado para calibrar os parâmetros referentes ao amortecimento de sistemas dinâmicos.

No geral, concluiu-se que o desempenho das fundações tracionadas para torres são satisfeitas pela análise estática quanto à verificação da capacidade de carga (ELU). No entanto, quando se trata da verificação do ELS, a mesma deve ser feita usando uma análise dinâmica devido ao esforço de vento ser a principal ação. Nesse trabalho nota-se que os deslocamentos são proporcionais a frequência de atuação da força de modo que, quanto maior a frequência maior os deslocamentos permanentes. Esses deslocamentos permanentes são acumulados ao longo do tempo e podem levar a relaxação dos cabos.

Nesse cenário, a análise dinâmica pode ser aplicada a diferentes tempos de recorrência de rajadas de vento de modo a se avaliar o risco de ocorrência de um sinistro e, também, se propor um plano de manutenção e monitoramento das cargas nos estais.



## REFERÊNCIAS

ABREU, R. L. Mapa de localização do município de Mandaguacu. Disponível em: <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1365197>>. Acesso em: 20 jul. 2016.

AGUILERA, J. R. F. Estruturas treliçadas esbeltas sob ação do vento. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2007.

AMARAL, R. C. **Dimensionamento de fundações para torres metálicas de linha de transmissão de energia elétrica**. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D3080**: Standard Test Method for Direct Shear Test of Soils Under Consolidated Drained Condition. 1998.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **ASCE SEI 7-05**: Minimum design loads for buildings and other structures. Virginia, 2006.

ARGENTA, M. A. **Resistência dos Materiais I**. Edição 2012. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2012.

ASHCAR, R. Recomendações e informações técnicas sobre fundações de linhas de transmissão. VIII ERLAC, Ciudad del Este, 1999.

ASSAN, A. E. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. Editora Unicamp. 2 ed. Campinas, 2003, 296 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5422**: Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6457**: Amostras de solo – preparação de ensaio de compactação e ensaio de caracterização. Rio de Janeiro, 1986.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6459**: Solo – determinação do limite de liquidez. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6508**: Grãos de solos que passam na peneira de 4,8 mm – determinação da massa específica. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7180**: Solo – determinação de limite de plasticidade. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7181**: Solo – análise granulométrica. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7182**: Solo – ensaio de compactação. Rio de Janeiro, 1986.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. 1 ed. Portugal: Faculdade de engenharia da Universidade do Porto, 2003.

AZEVEDO, C. P. B. **Avaliação da confiabilidade de fundações de torres estaiadas em linhas de transmissão**. Dissertação (Mestrado em engenharia de estruturas). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

AZEVEDO, C. P. **Projeto de fundações de linhas de transmissão baseado em confiabilidade**. Tese (Doutorado em Engenharia de estruturas). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

BALLA, A. The resistance to breaking out of mushroom foundations for pylons. **Proceedings, 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**. v. 1, p.569-576, Paris, 1961.



BATTISTA, R. C.; RODRIGUES, R. S. PFEIL, M. S. Dynamic behavior and stability of transmission line towers under wind forces. **Journal of Wind engineering and industrial aerodynamics**. n. 91 p. 1051-1067, 2003.

BOGGS, D.; DRAGOVICH, J. The nature of wind loads and dynamic response. **ACI, Special Publication**, v. 240, n. 2, p. 15-44, 2006.

BOSZCZOWSKI, R. B. et al. **Monitoramento de torres de transmissão para avaliação dos esforços aplicados à fundação**. In: XX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Recife, 2009.

BUDHU, M. **Fundações e estruturas de contenção**. LTC. 2013, 427 p.

CAMPELO, N. S. **Capacidade de carga de fundações tracionadas**. Monografia Geotécnica - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

CARBONE, N. **Desenvolvimento de um novo algoritmo para análise viscoplástica com métodos dos elementos de contorno**. 2007. 222f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Urbana) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

CAVALCANTE, E. H. **Mecânica dos Solos II**. Universidade Federal de Sergipe. Aracaju, 2006.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. MacGraw Hill-Artmed. São Paulo, 2008.

CHAVES, Ronaldo Azevedo. **Fundações de torres de linhas de transmissão e de telecomunicação**. 2004. 214f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of structures**. 1975.

DANZIGER, F. A. B. **Capacidade de carga de fundações submetidas a esforços verticais de tração**. Tese (Mestrado em ciências). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1983.

DAS, B. M. Model tests for uplift capacity of foundations in clay. **Soils and Foundations**, v. 18, n. 2, p. 19–24, 1978.

DAS, B. M.; SEELEY, G. R.; PFEIFLE, T. W. Pullout resistance of rough rigid piles in granular soil. **Soils and Foundations**, p. 72–77, 1977.

DAVENPORT, A.G. Gust Loading Factors. **Journal of the Structural Division**. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, v. 93, n. ST3, p. 11 – 34, 1967.

DESAI, C. S.; SIRIWARDANE, H. J. **Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials**. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey, 1984, 468 p.

DIAS, R. D. **Aplicação de Pedologia e Geotecnia no Projeto de Fundações de Linhas de Transmissão**. Tese (Doutorado em ciências). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1987.

DICKIN, E. A.; LAMAN, M. Uplift response of strip anchors in cohesionless soil. **Advances in Engineering Software**. n. 38, p. 618-625, 2007.

FELLENIUS, B. **Analysis of results from routine static loading tests with emphasis on the bidirectional test**. In: 17 COBRAMSEG, p. 13-22, 2014

FONSECA, F. P.; CZUY, D. C. **Formação arenito caiuíá: uso, ocupação do solo e problemas ambientais na região noroeste do paraná**. In: III Simpósio Nacional de Geografia Agrária. Presidente Prudente, 2005.

FREYSSINET. **Anchoring systems for geotechnical engineering**. 2013.

GATTI, Paolo L.; FERRARI, Vittorio. **Applied Structural and Mechanical Vibrations: Theory, Methods and Measuring Instrumentation**. 1 ed. London: E & FN Spon, 2003.

GHALY, A., HANNA, A., HANNA, M. Uplift Behavior of screw anchor in sand. **Journal of Geotechnical Engineering**, ASCE 117 (GT5), 773-793

HSU, S. C.; CHANG, C. M. Pullout performance of vertical anchors in gravel formation. **Engineering Geology**. n. 90 p. 17-29, 2007.

ILAMPARUTHI, K E MUTHUKRISHNAIAH, K. Anchors in sand bed: delineation of rupture surface. **Ocean Engineering**, v. 26, p. 1249–1273, 1999.

JUNG, J. G. Fundações superficiais de linhas de transmissão submetidas a esforços de tração: comparação entre métodos de previsão de capacidade de carga. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

KIM, N. K.; PARK, J. S.; KIM, S. K. Numerical simulation of ground anchors. **Computers and Geotechnics**. v. 34, p. 498-507, 2007.

KAME, G. S.; DEWAIKAR, D. M.; CHOUDHURY, D. Pullout capacity of vertical plate anchors in cohesion-less soil. **Geomechanics and Engineering**, v. 4, n. 2, p. 105–120, 2012.

KOUZER, K. M.; KUMAR, J. Vertical uplift capacity of two interfering horizontal anchors in sand using an upper bound limit analysis. **Computers and Geotechnics**. v. 36, p. 1084-1089, 2009.

KOVAC, AUSTIN; BLOUIN, SCOTT; MCKELVY, BRUCE; COLLIGAN, H. On the theory of ground anchors. **Corps of engineers, U.S. Army**, f. 68, 1975.

LOTTI, R. S.; MACHADO, A. W.; MAZZIEIRO, E. T.; JÚNIOR, J. L. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **Revista Dental Press**, Maringá, v. 11, n. 2, p. 35 – 43, abr. 2006.

MACDONALD, H. F. **Uplift resistance of caisson piles in sand**. Tese, Nova Scotia Technical College, 1963.

Mapa Geológico do Paraná. **Mineropar**. Disponível em: <<http://www.mineropar.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=22>>. Acesso em: 20 jul. 2016.

MARION, J. B.; THORNTON, S. T. **Classical dynamics of particles and systems**. Brooks Cole. 5 ed. 2003, 672 p.

MAZZILLI, C. E. N.; ANDRÉ, J. C.; BUCALEM, M. L.; CIFÚ, S. **Lições em mecânica das estruturas: dinâmica**. Blucher. São Paulo, 2016, 334 p.

MEIROVITCH, Leonardo. **Fundamentals of Vibration**. New York: McGraw-Hill Higher Education, 2001.

MEYERHOF, G.G; ADAMS, J.I., The ultimate uplift capacity of foundations. **Canadian Geotechnical Journal**. v. 24, n. 4, p. 589- 592, 1968.

MISTRI, B.; SINGH, B. Pullout behavior of plate anchors in cohesive soils. **Electronic Journal of Geotechnical Engineering**, v. 16, p. 1173–1184, 2011.

NIROUMAND, H.; KASSIM, K. A.; NAZIR, R. The Role of Geophysics in Geotechnical Engineering. **The Electronic Journal of Geotechnical Engineering**, v. 17, p. 29–37, 2012.

NIROUMAND, H.; KASSIM, K. A.; NAZIR, R. Uplift response of symmetrical circular anchor plate in sand. **African Journal of Agricultural Research**, v. 6, n. 28, p. 6057–6063, 2011.

PALADINO, L. **Fundações para torres, das linhas de transmissão**. Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Grupo de Estudos da Transmissão. São Paulo, 1972.

PARRY, R. H. G. **Mohr Circles, stress paths and geotechnics**. E & FN Spon. 1 ed. Londres, 1995, 226 p.

PESSOA, T. F. P. **Análise Numérica de Medidas de Contenção de Sólidos em Rochas Produtoras de Óleo do Brasil**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

PINTO, C. S. Curso Básico de Mecânica dos Solos. 3 ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2006.

PRATES, J.; ZAICOVSKI, M.; GUETTER, A. **Variabilidade Temporal e espacial do Vento Médio e de Rajada no Paraná**. Instituto Tecnológico SIMEPAR, Curitiba, 2002.

Queda de três torres em Pederneiras afeta energia elétrica em Sorocaba. **G1**, Bauru e Marília, jun. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com/sp/bauru-marilia/noticia/2016/06/queda-de-tres-torres-em-pederneiras-afeta-energia-eletrica-em-sorocaba.html>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

RAMALHO, Juliana Braghini; SILVA, Raul Rosas. **Aplicações de métodos de energia a problemas de instabilidade de estruturas**. 2007. 17f. Trabalho de Conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. Pearson Prentice Hall. 4 ed. São Paulo, 2009, 424 p.

REIS, J. H. C. **Modelo de atrito estático em interfaces de contato entre concreto e areia**. Tese (Doutorado em Geotecnia). Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

SANTOS, A. P. R. **Capacidade de carga de fundações submetidas a esforços de tração em taludes**. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

SORIANO, H. L. **Método de elementos finitos em análise de estruturas**. Editora da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2002, 580 p.

SOUZA, J. M.; ILDEFONSO, J. S.; LUKIANTCHUKI, J. A.; REIS, J. H.C. Ensaio Triaxiais Dinâmicos em Misturas de Solo e RCD. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, COBRAMSEG, XVIII, 2016, Belo Horizonte.

TIMOSHENKO, Stephen. **Vibration Problems in Engineering**. 2 ed. New York: D. Van Nostrand Company, 1937.

Torres de furnas derrubadas por tempestade no PR são reconstruídas. **G1**, Cascavel, set. 2014. Disponível em: <<http://g1.globo.com/pr/oeste-sudoeste/noticia/2014/09/torres-de-furnas-derrubadas-por-tempestade-no-pr-sao-reconstruidas.html>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

VELLOSO, D. D. A.; LOPES, F. D. R. **Fundações**. Cubatão: Oficina de textos, 2011.

VELOZO, L. T. **Metodização do Estudo das Fundações para Suportes de Linhas de Transmissão**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2010.

VESIC, A. S. Bearing capacity of deep foundations in sand, **Highway Research Record**, n. 39, Washington, 1963.

VILLAÇA, S. F.; GARCIA, T. L. **Introdução à teoria da elasticidade**. COPPE/UFRJ. 1 ed. Rio de Janeiro, 1996. 176 p.

Virgílio, P. **Agência Brasil**, Rio de Janeiro, jun. 2016. Disponível em: <<http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2016-06/vendavais-causam-queda-de-torres-e-desligamento-de-linhas-de-transmissao-em-sp>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

YANO, Célio. Torres de transmissão derrubadas pelo vento devem ser substituídas até sexta-feira. **Gazeta do Povo**, Oeste do PR, nov. 2008. Disponível em: <<http://www.gazetadopovo.com.br/vida-e-cidadania/torres-de-transmissao-derrubadas-pelo-vento-devem-ser-substituidas-ate-sexta-feira-b9bl4i8hx8lcrs7wsegdr8mku>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

YU, H. S.; MERIFIELD, R. S.; SLOAN, S. W. Stability of plate anchors in undrained clay. **Géotechnique**, v. 51, n. 2, p. 141–153, 2001.