

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – Mestrado**

**LUAN MATHEUS MOREIRA**

**NÃO-LINEARIDADE FÍSICA APROXIMADA PARA**  
**ESTRUTURAS DE PEQUENO PORTE EM CONCRETO**  
**ARMADO**

MARINGÁ  
2016

**LUAN MATHEUS MOREIRA**

**NÃO-LINEARIDADE FÍSICA APROXIMADA PARA  
ESTRUTURAS DE PEQUENO PORTE EM CONCRETO  
ARMADO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Humberto Martins

MARINGÁ  
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

M822n      Moreira, Luan Matheus  
             Não-linearidade física aproximada para estruturas  
             de pequeno porte em concreto armado/ Luan Matheus  
             Moreira. -- Maringá, 2016.  
             101 f., il., color., figs., tabs.

             Orientador: Prof. Dr. Carlos Humberto Martins.

             Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
             Maringá, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-  
             graduação em Engenharia Civil, 2016.

             1. Estrutura de pequeno porte em concreto armado.  
             2. Não-linearidade física. 3. Engenharia de  
             estruturas. 4. Efeitos de segunda ordem. 5. Análise  
             global. 6. Rigidez dos elementos estruturais. I.  
             Martins, Carlos Humberto, orient. II. Universidade  
             Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Programa  
             de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 22. ED. 624.177

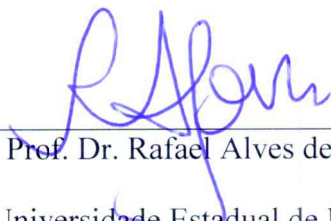
JLM-000189

LUAN MATHEUS MOREIRA

NÃO-LINEARIDADE FÍSICA APROXIMADA PARA ESTRUTURAS  
DE PEQUENO PORTE EM CONCRETO ARMADO.

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas, para obtenção do título de Mestre.

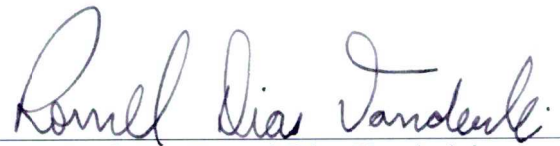
Aprovada em 16 de dezembro de 2016



Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

Universidade Estadual de Maringá

**Membro**



Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei

Universidade Estadual de Maringá

**Membro**



Prof. Dr. José Julio Cerqueira Pituba

UFG - **Membro**



Prof. Dr. Carlos Humberto Martins

Universidade Estadual de Maringá

**Orientador**



À minha família, pela presença constante em  
minha vida e em meu espírito.

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Estadual de Maringá, pela oportunidade de cursar o Mestrado e pelas condições materiais inerentes a isto.

À Fundação Araucária/CAPES, pelo apoio financeiro disponibilizado.

Ao professor Dr. Carlos Humberto Martins, pela orientação no desenvolvimento da pesquisa e pelo companheirismo constante de modo a despertar a motivação necessária.

Aos demais professores que tive o prazer de conhecer e a oportunidade de aprender.

A todos os colegas que, direta ou indiretamente, enriqueceram essa experiência, seja em sala de aula ou tomando um cafezinho.

E, aos funcionários do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, em especial à Marli e ao Juarez, pela atenção e disposição contínuas em ajudar.

A ciência é aquilo que aprendemos sobre como  
não deixar enganar a nós mesmos.

Richard Feynman

## **RESUMO**

Na análise dos efeitos globais de segunda ordem, a não-linearidade física (NLF) no concreto armado pode ser considerada de forma aproximada, definindo-se para o conjunto de cada elemento estrutural, uma rigidez média à flexão. No entanto, as pesquisas sobre este tema vêm sendo direcionadas aos edifícios altos, contextualizando as edificações de pequeno porte como meros “coadjuvantes” na análise da estabilidade global. Desta forma, o objetivo deste trabalho é determinar os valores de rigidez à flexão, de vigas e pilares, para edificações com menos de quatro pavimentos, considerando-se a NLF de forma aproximada na análise global. Os exemplos idealizados são referentes a edificações com 1, 2 e 3 pavimentos, os quais foram simulados através do software CAD/TQS e por meio de um modelo de análise baseado em um processo iterativo. Os resultados demonstraram que as variações na resistência característica do concreto, nas dimensões dos elementos estruturais e nas dimensões das plantas de forma são de considerável influência na determinação dos valores de rigidez das vigas e dos pilares, enquanto que, a variação na velocidade básica do vento é de pequena influência. Por fim, sugere-se uma proposta de valores de rigidez a serem adotados para vigas e pilares em edificações com 1, 2 e 3 pavimentos. Os valores sugeridos proporcionam uma avaliação mais precisa da NLF aproximada em estruturas de pequeno porte, contribuindo-se para a análise dos efeitos globais de segunda ordem de forma mais segura.

**Palavras-chave:** Efeitos de segunda ordem. Análise global. Rigidez dos elementos estruturais.

## **ABSTRACT**

In the analysis of global second-order effects, the physical non-linearity (NLF) in reinforced concrete can be considered in roughly, defining for the set of each structural element a mean flexural stiffness. However, researchs about this topic has been directed at tall buildings, contextualizing small buildings as mere "coadjuvants" in analysis the global stability. Thus, this paper objective is to determine the values of flexural stiffness, of beams and columns, for buildings with less than four floors, considering the NLF in roughly in global analysis. The idealized examples are relative to the buildings with 1, 2 and 3 floors, which were simulated through CAD/TQS software and using an analysis model based in an iterative process. The results showed that variations in the characteristic strength of concrete, dimensions of the structural elements and dimensions of the shape plants are great influence in the determination the stiffness values of the beams and columns, while the variation in the basic speed of wind is little influence. Finally, it is suggested a proposal of stiffness values to be adopted for beams and columns in buildings with 1, 2 e 3 floors. The suggested values provide an evaluation more accurate of the NLF in roughly in small buildings, contributing for the analysis more safely the global second-order effects.

**Key-words:** Second-order effects. Global analysis. Stiffness of structural elements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Mapa das isoplelas para o Brasil.....	18
Figura 2.2 - Imperfeições geométricas globais.....	19
Figura 2.3 - Imperfeições geométricas locais.....	20
Figura 2.4 - Exemplo de estado limite último.....	22
Figura 2.5 - Exemplo de estado limite de serviço.....	22
Figura 2.6 - Diagrama tensão-deformação de um material não-linear.....	23
Figura 2.7 - Efeitos de primeira ordem em uma estrutura.....	24
Figura 2.8 - Efeitos de segunda ordem em uma estrutura.....	25
Figura 2.9 - Momento e deformações do elemento.....	27
Figura 2.10 - Força normal, momento e deformações do elemento.....	28
Figura 2.11 - Descrição do Processo P- $\Delta$ em um pórtico plano.....	32
Figura 2.12 - Posições deslocadas em iterações sucessivas.....	33
Figura 2.13 - Elemento engastado na base e livre no topo.....	40
Figura 2.14 - Estrutura deformada.....	41
Figura 2.15 - Momento na base da estrutura.....	43
Figura 2.16 - Deslocamento provocado por $H_1$ .....	44
Figura 2.17 - Deslocamento provocado por $H_2$ .....	45
Figura 2.18 - Modelagem de uma edificação no CAD/TQS.....	47
Figura 2.19 - Modelagem por grelha no CAD/TQS.....	48
Figura 2.20 - Descrição vetorial do elemento de grelha no CAD/TQS.....	49
Figura 2.21 - Modelagem por pórtico espacial no CAD/TQS.....	50
Figura 2.22 - Descrição vetorial do elemento de pórtico no CAD/TQS.....	50
Figura 2.23 - Pórticos no CAD/TQS.....	53
Figura 2.24 - Exemplo de diagrama para cálculo de rigidez dos pilares no CAD/TQS.....	54
Figura 2.25 - Exemplo de diagrama para cálculo de rigidez das vigas no CAD/TQS.....	54
Figura 2.26 - Efeitos de segunda ordem no PNLFG.....	55
Figura 2.27 - Imperfeições geométricas no PNLFG.....	56
Figura 2.28 - Tipologia 1.....	63
Figura 2.29 - Tipologia 2.....	63
Figura 2.30 - Metodologia inicial de análise de Bueno.....	64
Figura 2.31 - Metodologia final de análise de Bueno.....	65

Figura 3.1 - Planta $T_1$ .....	69
Figura 3.2 - Planta $T_2$ .....	69
Figura 3.3 - Modelo de análise dos exemplos .....	72
Figura 4.1 - Influência da resistência característica do concreto na rigidez das vigas .....	76
Figura 4.2 - Influência da resistência característica do concreto na rigidez dos pilares.....	77
Figura 4.3 - Influência da velocidade básica do vento na rigidez das vigas.....	78
Figura 4.4 - Influência da velocidade básica do vento na rigidez dos pilares .....	78
Figura 4.5 - Influência das dimensões dos elementos estruturais na rigidez das vigas.....	79
Figura 4.6 - Influência das dimensões dos elementos estruturais na rigidez dos pilares .....	80
Figura 4.7 - Influência da área das plantas de forma na rigidez das vigas .....	81
Figura 4.8 - Influência da área das plantas de forma na rigidez dos pilares.....	81
Figura 4.9 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 3 pavimentos.....	84
Figura 4.10 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 3 pavimentos .....	85
Figura 4.11 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 2 pavimentos.....	86
Figura 4.12 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 2 pavimentos.....	87
Figura 4.13 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 1 pavimento .....	88
Figura 4.14 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 1 pavimento .....	89

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Proposta 1 de Bueno.....	66
Tabela 2.2 - Proposta 2 de Bueno.....	66
Tabela 2.3 - Proposta 3 de Bueno.....	67
Tabela 2.4 – Proposta final de Bueno.....	67
Tabela 3.1 - Tipos de configurações estruturais.....	70
Tabela 3.2 - Tipos de velocidade básica do vento ( $V_o$ ).....	70
Tabela 3.3 - Tipos de resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ).....	70
Tabela 3.4 - Exemplos para simulação.....	71
Tabela 3.5 - Descrição da simbologia adotada na tabela 3.4.....	71
Tabela 4.1 - Influência da resistência característica do concreto.....	76
Tabela 4.2 - Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 3 pavimentos.....	84
Tabela 4.3 - Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 3 pavimentos.....	85
Tabela 4.4 - Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 2 pavimentos.....	86
Tabela 4.5 - Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 2 pavimentos.....	87
Tabela 4.6 - Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 1 pavimento.....	88
Tabela 4.7 - Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 1 pavimento.....	89
Tabela 4.8 - Proposta de coeficientes redutores de rigidez.....	90
Tabela A.1 - Resultados das simulações.....	98
Tabela A.2 - Variação da taxa de armadura.....	100



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1	OBJETIVOS .....	14
1.1.1	<b>Objetivo geral.....</b>	14
1.1.2	<b>Objetivo específico.....</b>	14
1.2	JUSTIFICATIVA .....	14
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	15
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>16</b>
2.1	A ESTRUTURA E O MEIO AMBIENTE.....	16
2.1.1	<b>Ações atuantes na estrutura.....</b>	16
2.1.1.1	Ações devido ao vento.....	17
2.1.1.2	Ações devido às imperfeições geométricas .....	18
2.1.2	<b>Estados Limites .....</b>	21
2.1.2.1	Estado Limite Último (ELU).....	21
2.1.2.2	Estado Limite de Serviço (ELS).....	22
2.2	EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM.....	23
2.2.1	<b>Não-linearidade física.....</b>	25
2.2.1.1	Diagramas M-1/r e N-M-1/r .....	26
2.2.1.2	Redução aproximada da rigidez à flexão.....	28
2.2.2	<b>Não-linearidade geométrica.....</b>	31
2.2.2.1	Processo P- $\Delta$ .....	31
2.2.2.2	Método da matriz de rigidez geométrica .....	33
2.2.2.3	Majoração por $0,95 \cdot \gamma_z$ .....	34
2.3	ESTABILIDADE GLOBAL .....	35
2.3.1	<b>Coefficiente <math>\gamma_z</math>.....</b>	35
2.3.2	<b>Parâmetro de instabilidade <math>\alpha</math>.....</b>	36
2.3.2.1	Majoração de $E_{cs}$ .....	37
2.3.3	<b>Coefficiente <math>R_{m2m1}</math>.....</b>	38
2.3.4	<b>Análise de estruturas de nós móveis .....</b>	38
2.3.5	<b>Exemplos de aplicação dos conceitos abordados .....</b>	39
2.4	O SISTEMA CAD/TQS .....	46

2.4.1	<b>O modelo IV</b> .....	47
2.4.1.1	Grelhas.....	48
2.4.1.2	Pórtico espacial.....	49
2.4.1.3	Características complementares .....	51
2.4.2	<b>Pórtico não-linear físico e geométrico (PNLFG)</b> .....	52
2.5	<b>RIGIDEZ EFETIVA PARA AVALIAÇÃO DA NLF</b> .....	56
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>68</b>
3.1	<b>CARACTERIZAÇÃO DOS EXEMPLOS ESTUDADOS</b> .....	68
3.2	<b>MODELO DE ANÁLISE DOS EXEMPLOS</b> .....	72
3.2.1	<b>Processamento 1</b> .....	72
3.2.2	<b>Processamento 2</b> .....	73
3.2.3	<b>Processo iterativo</b> .....	73
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>75</b>
4.1	<b>INFLUÊNCIA DAS VARIABILIDADES EMPREGADAS NOS EXEMPLOS EM RELAÇÃO À RIGIDEZ OBTIDA</b> .....	75
4.2	<b>TRATAMENTO ESTATÍSTICO DO APÊNDICE A</b> .....	82
4.2.1	<b>Edificações com 3 pavimentos</b> .....	83
4.2.1.1	Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas.....	83
4.2.1.2	Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares .....	84
4.2.2	<b>Edificações com 2 pavimentos</b> .....	85
4.2.2.1	Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas.....	85
4.2.2.2	Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares .....	87
4.2.3	<b>Edificações com 1 pavimento</b> .....	88
4.2.3.1	Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas.....	88
4.2.3.2	Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares .....	89
4.3	<b>PROPOSTA DE VALORES DE RIGIDEZ PARA VIGAS E PILARES</b> .....	90
4.3.1	<b>Comparação com trabalho de Bueno (2014)</b> .....	91
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>93</b>
5.1	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	94
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE A – RESULTADOS DA NLF APROXIMADA PARA CADA EXEMPLO</b>	<b>98</b>

# 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, a maioria das edificações é constituída de concreto armado e, com o avanço das pesquisas científicas a respeito da utilização desse material, as normas brasileiras se beneficiam desses estudos tornando-se cada vez mais abrangentes. Pode-se destacar a ABNT NBR 6118:2014, que fornece as diretrizes necessárias para a elaboração de projetos de estruturas de concreto.

Nas últimas décadas, com o desenvolvimento gradativo de classes de concreto com maiores resistências, os edifícios vêm tornando-se cada vez mais altos e esbeltos. Desde então, este fato impulsiona os meios acadêmico e profissional a pesquisarem sobre os efeitos que esse paradigma possa causar. Com isso, a investigação sobre a estabilidade global das estruturas caracteriza-se como de suma importância.

Basicamente, a estabilidade global avalia o nível dos efeitos globais de segunda ordem nas edificações, utilizando-se da não-linearidade física (NLF) produzida pelos materiais constituintes e, da não-linearidade geométrica (NLG) oriunda da estrutura em seu estado deformado. Porém, nessa fase, os elementos estruturais ainda não estão dimensionados e, conseqüentemente, não há detalhamento das armaduras. Logo, a análise da estabilidade global caracteriza-se como uma etapa preliminar ao dimensionamento das estruturas e, desta forma, utiliza-se de uma avaliação aproximada da NLF.

A NLF no concreto armado pode ser considerada de forma aproximada, definindo-se para o conjunto de cada elemento estrutural, uma rigidez média à flexão. No entanto, as pesquisas sobre este tema vêm sendo direcionadas aos edifícios altos, contextualizando as edificações de pequeno porte como meros “coadjuvantes” na análise da estabilidade global.

Um fato que confirma essa conjectura é que, a ABNT NBR 6118:2014 define, no item 15.7.3, valores de rigidez aproximados para vigas, pilares e lajes, em edificações com no mínimo quatro pavimentos.

De acordo com IBRACON (2015), a utilização dos valores de rigidez sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014 em edificações com menos de quatro pavimentos pode conduzir a resultados contra a segurança das estruturas. Pois, nesse caso, os valores de rigidez dos elementos estruturais costumam ser menores.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Investigar os parâmetros necessários para avaliação da NLF de forma aproximada, na análise global de edificações de pequeno porte.

### 1.1.2 Objetivo específico

Determinar os valores de rigidez à flexão, de vigas e pilares, para edificações com menos de quatro pavimentos, de modo a viabilizar a avaliação da NLF de forma aproximada.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

A ABNT NBR 6118:2014 sugere a utilização do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e/ou do coeficiente  $\gamma_z$  para a avaliação da estabilidade global de edificações.

Diferentemente do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  – que incorpora em sua formulação valores de rigidez à flexão da estrutura reticulada –, no cálculo do coeficiente  $\gamma_z$  é necessário definir a NLF aproximada a ser utilizada, onde para tal se utiliza os valores de rigidez dos elementos estruturais, sugeridos pela norma no item 15.7.3. No entanto, esses valores são para edificações com no mínimo quatro pavimentos, inviabilizando a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  em edifícios de menor porte.

Como o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  não detém esta limitação pode-se utilizá-lo para avaliação da estabilidade global em substituição ao coeficiente  $\gamma_z$  para as edificações de pequeno porte. Porém, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  não possibilita o cálculo dos esforços globais de segunda ordem, ao contrário do coeficiente  $\gamma_z$ . Logo, para as estruturas de pequeno porte de “nós móveis”, parte-se para metodologias mais complexas no cálculo dos esforços globais de segunda ordem (e. g., processo P- $\Delta$ , método da matriz de rigidez geométrica).

Desta forma, a determinação dos valores de rigidez dos elementos estruturais para edificações com menos de quatro pavimentos, possibilita o estudo quanto à utilização do coeficiente  $\gamma_z$  para a avaliação da estabilidade global e para o cálculo dos esforços globais de segunda ordem (quando necessários) em edifícios deste porte, o que implica na utilização de uma metodologia mais simplista, ao invés de métodos de resolução não triviais.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A seguir, serão descritos breves comentários de cada capítulo, com o intuito de orientar o leitor quanto às ideias expostas ao longo do trabalho.

No Capítulo 1 foi definida uma breve introdução ao tema da pesquisa e, conectado a isto, foram definidos os objetivos e a justificativa do trabalho.

No Capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica sobre o assunto, incluindo-se as pesquisas efetuadas que se relacionam aos objetivos propostos.

No Capítulo 3 é descrita a metodologia empregada para o desenvolvimento da pesquisa, definindo-se a concepção dos exemplos idealizados e o modelo de análise destes.

No Capítulo 4 são abordados os resultados obtidos, onde estes são discutidos e comparados aos resultados oriundos de outros autores. Também é definida uma proposta orientada de acordo com os objetivos do trabalho.

No Capítulo 5 são realizadas as considerações finais do trabalho e também são sugeridos temas para trabalhos futuros.

E, no Apêndice A são descritos os resultados das simulações de cada exemplo.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 A ESTRUTURA E O MEIO AMBIENTE

Intuitivamente, pode-se caracterizar a palavra “estrutura” como “tudo aquilo que se sustenta”. No entanto, quando se busca uma definição para tal em áreas do conhecimento como a música e a gramática, observa-se que esta definição se altera para “um conjunto de elementos que se inter-relacionam, para cumprir uma determinada função”.

De acordo com Rebello (2000), as estruturas de edificações também são formadas por um conjunto de elementos – lajes, vigas e pilares – que se inter-relacionam – laje apoiando em viga e viga apoiando em pilar – com o objetivo de executar uma função: criar um espaço, onde as pessoas tenham condições de executar suas atividades.

Desde a mais tenra idade, o ser humano já tem noções quanto a um quesito primordial das estruturas: o equilíbrio. Logo nos primeiros meses de vida, ele se empenha em aprender a andar: primeiro engatinha; depois, com a ajuda das mãos e dos braços, coloca-se de pé; e por fim, consegue dar os primeiros passos. Trata-se de um aprendizado empírico, mas que demonstra claramente que, como define Rebelo (2000): “a noção de estruturas é parte integrante do inconsciente coletivo”.

Logo, para que as pessoas se sintam seguras ao adentrarem em uma edificação, esta deve apresentar condições mínimas de segurança e utilização.

#### 2.1.1 Ações atuantes na estrutura

No cálculo de uma estrutura, devem-se prever todos os esforços que atuarão na mesma, de modo a representar aproximadamente sua interação com o meio ambiente.

Segundo a ABNT NBR 6118:2014 as ações atuantes nas estruturas são classificadas, como: permanentes, variáveis e excepcionais.

As ações permanentes são as que ocorrem com valores considerados constantes durante toda a vida da construção. Seus valores característicos devem ser iguais aos valores médios das distribuições probabilísticas. Estas ações ainda são subdivididas em: diretas (e. g., peso próprio da estrutura, empuxo permanente) e indiretas (e. g., retração, fluência, recalques, imperfeições geométricas, protensão).

As ações variáveis são as que ocorrem somente durante um período de vida da estrutura. Seus valores característicos devem corresponder a valores que têm de 25% a 35% de probabilidade de serem excedidos no sentido desfavorável, durante um período de vida de 50 anos. Estas ações também são subdivididas em: diretas (e. g., cargas acidentais de uso, níveis d'água, vento) e indiretas (e. g., variações de temperatura e ações dinâmicas).

Por fim, as ações excepcionais são as que ocorrem em condições extraordinárias de carregamento, onde se devem utilizar normas específicas para cada caso (e. g., sismo).

#### 2.1.1.1 Ações devido ao vento

De acordo com Gonçalves et al. (2004), a ação do vento nas edificações depende de dois fatores: meteorológicos e aerodinâmicos.

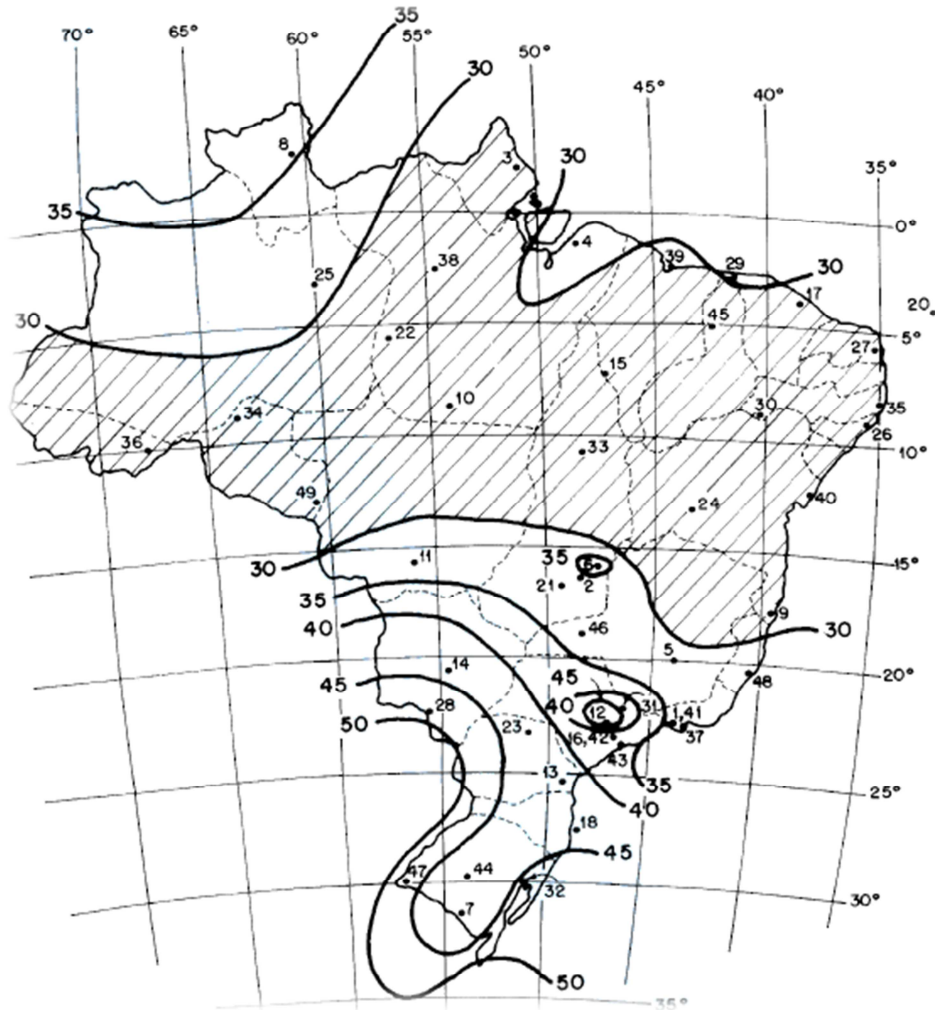
Os fatores meteorológicos são responsáveis por estimar a velocidade do vento, utilizando informações sobre: o local da edificação, tipo de terreno, altura da edificação, rugosidade do terreno e tipo de ocupação.

Os fatores aerodinâmicos estão relacionados com a interação vento/estrutura em seus aspectos relativos à aleatoriedade nas velocidades do vento, na forma da edificação e na turbulência das rajadas de vento.

O cálculo da ação do vento deve ser realizado de acordo com a ABNT NBR 6123:1988. Onde, inicialmente, define-se a velocidade básica de vento, que varia de acordo com a região brasileira a ser considerada. É caracterizada como a máxima velocidade média de uma rajada de 3 segundos com probabilidade de 63% de ser excedida em média uma vez em 50 anos, a uma altura de 10 metros acima do terreno e, em local aberto e sem obstruções.

A velocidade básica do vento ( $V_0$ ) é obtida por meio da Figura 2.1. Sua unidade de medida é em m/s.

**Figura 2.1 - Mapa das isopletas para o Brasil**



Fonte: ABNT NBR 6123:1988

#### 2.1.1.2 Ações devido às imperfeições geométricas

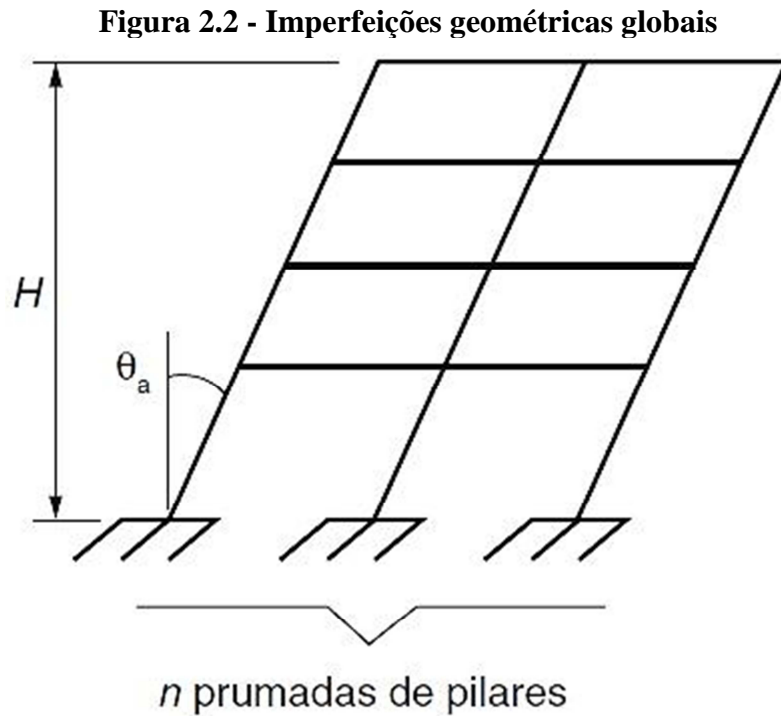
Toda edificação está sujeita ao surgimento de desvios geométricos, ou seja, distorções na forma e no posicionamento dos elementos estruturais originados durante a sua execução (KIMURA, 2007).

Logo, pode-se concluir que toda estrutura é geometricamente imperfeita e que essa configuração deve ser prevista em projeto. Pois, de acordo com a magnitude dessas imperfeições, os coeficientes de segurança podem não atender essa necessidade.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, as imperfeições geométricas podem ser classificadas, como: globais e locais.



Na análise global, deve ser considerado um desaprumo dos elementos verticais, com o intuito de simular as imperfeições globais. Na Figura 2.2, demonstra-se como é realizada esta consideração.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Os coeficientes  $\theta_a$  e  $\theta_1$  podem ser definidos pelas Equações 2.1 e 2.2, respectivamente:

$$\theta_a = \theta_1 \cdot \sqrt{\frac{1 + 1/n}{2}} \quad (2.1)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{H}} \quad (2.2)$$

em que:  $\theta_{1\text{mínimo}} = 1/300$  para estruturas reticuladas e imperfeições locais;

$\theta_{1\text{máximo}} = 1/200$ ;

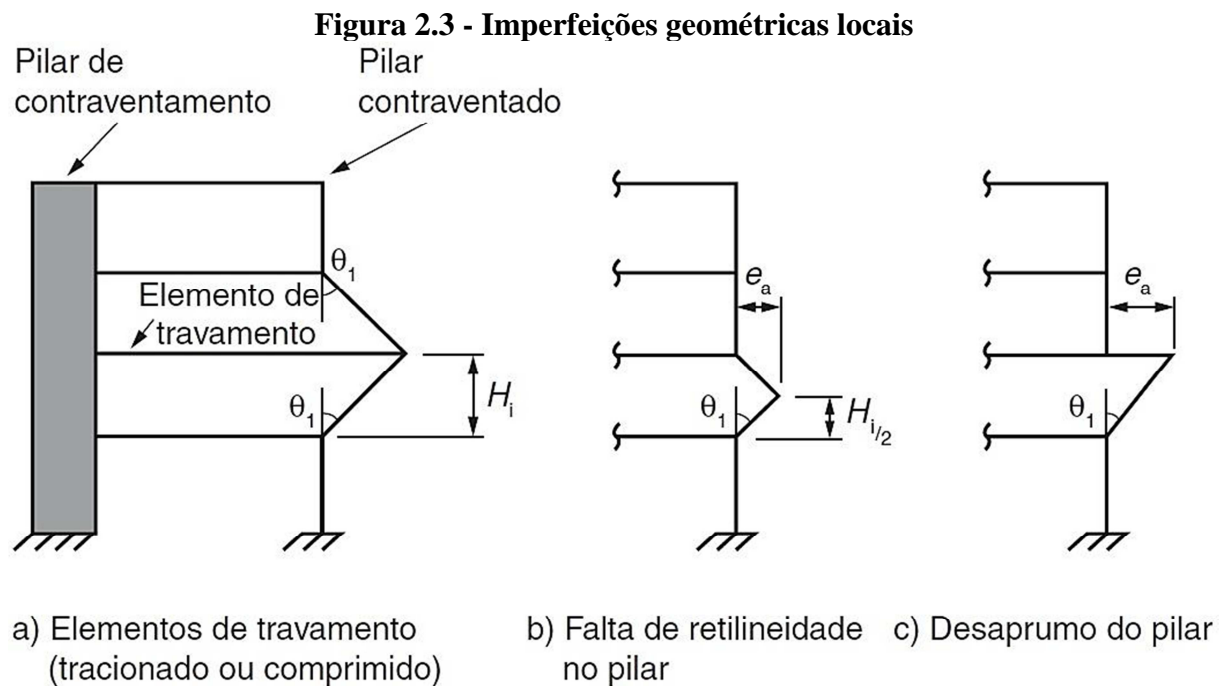
$H$ : altura total da edificação (em metros);

$n$ : número de prumadas de pilares no pórtico plano.

As ações oriundas do vento e das imperfeições geométricas globais devem ser consideradas de acordo com as seguintes análises:

- Quando 30% da ação do vento for superior à ação do desaprumo, considera-se apenas a ação do vento;
- Quando a ação do vento for inferior a 30% da ação do desaprumo, considera-se apenas a ação do desaprumo, respeitando  $\theta_1$  mínimo;
- Para os demais casos, deve-se combinar a ação do vento e desaprumo, sem a necessidade de consideração de  $\theta_1$  mínimo. Pode-se admitir que ambas as ações atuem na mesma direção e sentido como equivalentes a uma ação de vento, configurando-se como uma carga variável.

Na análise local, em cada lance de pilar deve ser considerado o efeito do desaprumo ou falta de retilidade do eixo do pilar, de acordo com a Figura 2.3.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Para os casos de estruturas reticuladas, admitem-se uma das seguintes ponderações:

- A consideração apenas da falta de retilidade ao longo do lance do pilar;

- A adoção de um momento mínimo de 1ª ordem, em substituição aos efeitos das imperfeições geométricas locais em pilares e pilares-parede, de acordo com a Equação 2.3:

$$M_{1d,mín} = N_d \cdot (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (2.3)$$

em que:  $M_{1d,mín}$  : momento mínimo de 1ª ordem;  
 $N_d$  : força normal de cálculo;  
 $h$  : altura da seção transversal na direção considerada (em metros).

## 2.1.2 Estados Limites

Como o próprio termo induz, trata-se de condições limites que o comportamento da estrutura deve atender para garantir a segurança e o bem-estar dos utilizadores.

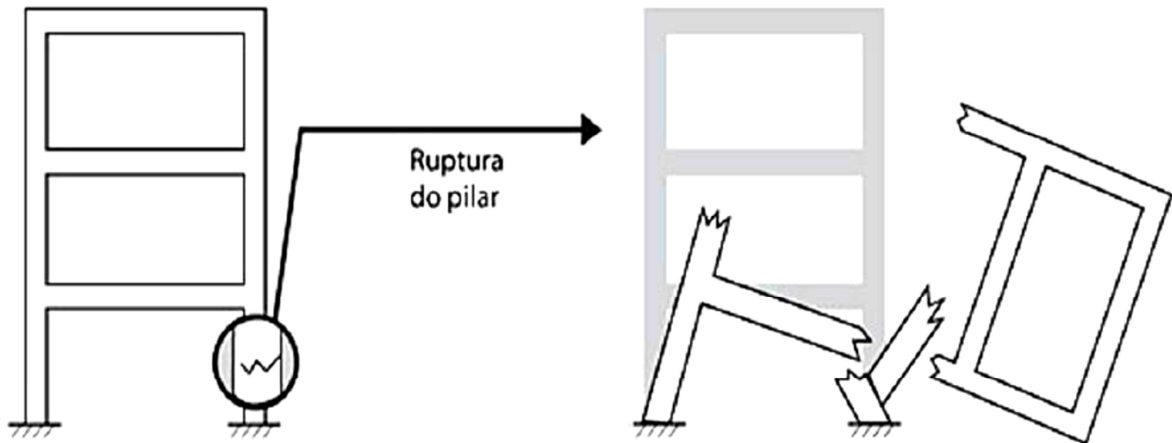
Com o intuito de analisar a segurança e o desempenho das estruturas de forma diferenciada, os estados limites são subdivididos em: estado limite último e estado limite de serviço.

### 2.1.2.1 Estado Limite Último (ELU)

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, esse estado é caracterizado pela paralização do uso da estrutura devido ao colapso parcial ou total da mesma (e. g., ruína de um pilar que provoca o esgotamento da estrutura, deterioração de uma laje devido à retirada prematura do escoramento).

Logo, o ELU está relacionado à resistência da estrutura e pode ser representado conforme a Figura 2.4.

**Figura 2.4 - Exemplo de estado limite último**

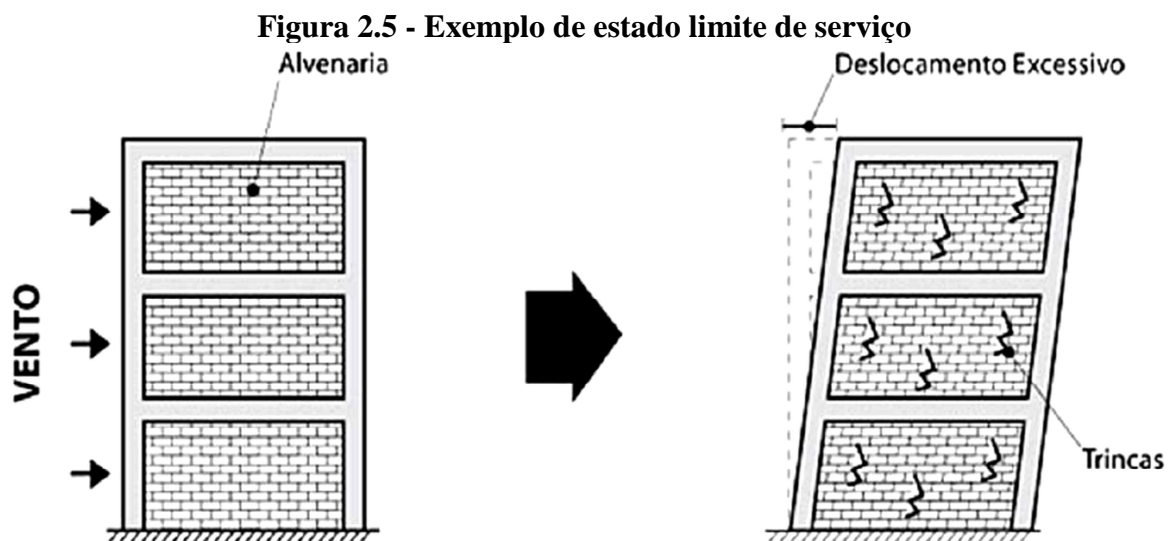


Fonte: Kimura (2007)

### 2.1.2.2 Estado Limite de Serviço (ELS)

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, esse estado é atingido quando as condições de utilização da edificação são afetadas pelo mau comportamento da estrutura, ainda que não seja a ruína da mesma (e. g., fissuras visíveis em vigas, trincas em alvenarias devido a deslocamentos excessivos). Associa-se também à durabilidade e aparência das estruturas, onde o conforto do usuário deve ser levado em conta.

Logo, o ELS está relacionado ao funcionamento da estrutura e pode ser representado conforme a Figura 2.5.



Fonte: Kimura (2007)

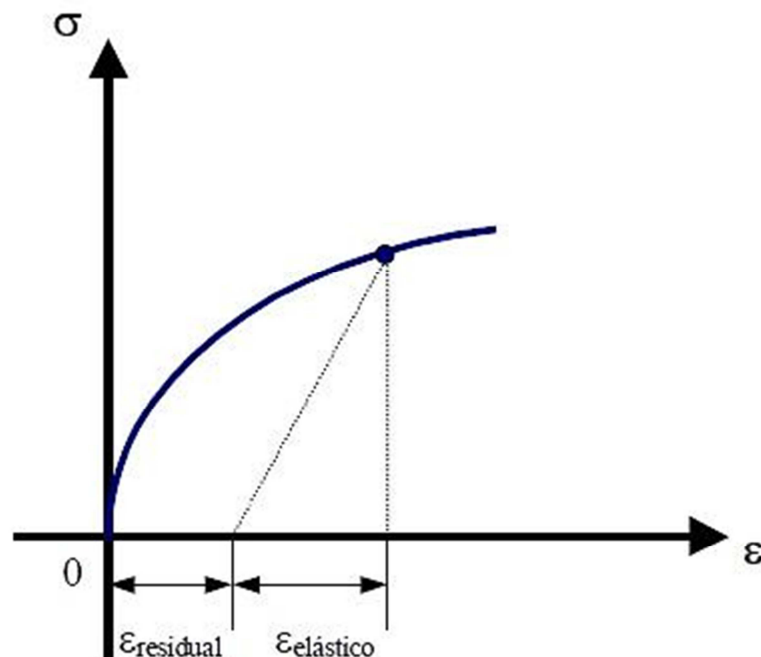
## 2.2 EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM

Com a definição das ações atuantes na edificação e dos estados limites ELU e ELS, pode-se iniciar a análise da estrutura. Porém, cabe destacar que, a consideração das características físicas dos materiais empregados e das condições de comportamento geométrico da estrutura tem grande importância nos resultados da análise.

Segundo Borges (1999), o conceito de linearidade, ocasionalmente, é confundido com o conceito de elasticidade. Ou seja, se é dito que um determinado material é elástico-linear, deve-se ter em mente que os comportamentos elástico e linear são distintos. Uma barra é de material elástico quando, cessado o carregamento inicial, ela retorna ao seu comprimento original – portanto, quando a tensão retorna ao valor nulo, a deformação também o faz, não originando deformação residual.

Conforme a Figura 2.6, para o caso em que, ao se retirar o carregamento, a deformação resultante é nula e, conseqüentemente, a relação tensão-deformação retrocede pela curva em traço cheio, têm-se um material com comportamento elástico. No entanto, se a relação retrocede pela linha tracejada, têm-se um material com comportamento inelástico, pois existe uma deformação residual. O fato de o diagrama ser curvilíneo caracteriza que o material não tem comportamento linear, ou seja, não existe proporcionalidade entre tensão e deformação.

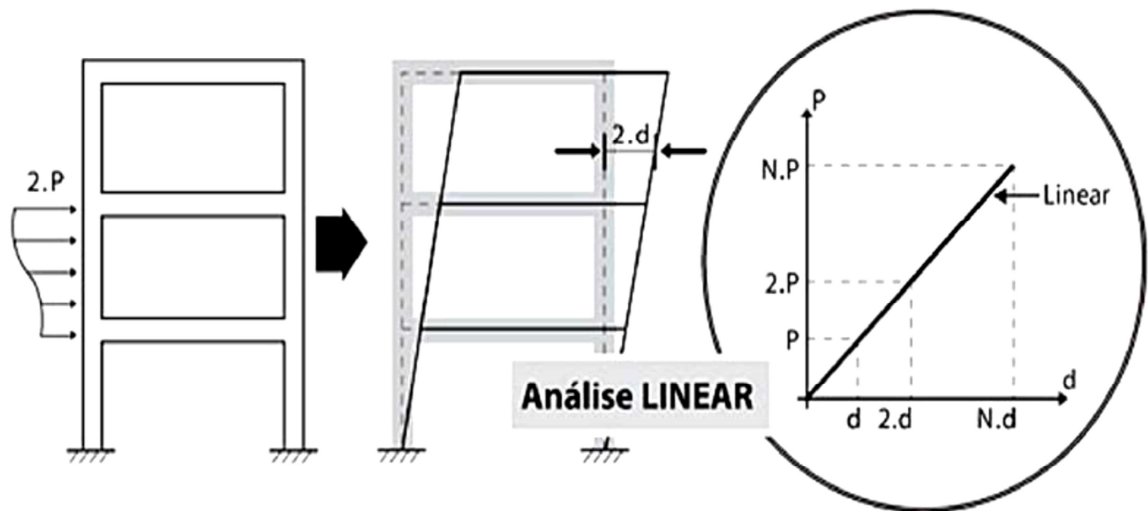
**Figura 2.6 - Diagrama tensão-deformação de um material não-linear**



Fonte: Scadelai (2004)

De acordo com Casagrande e Silva (2011), em fase inicial, os esforços atuantes na estrutura são considerados com linearidade física (material) e geométrica (estrutura), admitindo que as deformações geradas não tenham influência na distribuição de tensões em uma análise preliminar. Esse estágio primário é denominado como “efeitos de primeira ordem” e é analisado com a configuração geométrica dos elementos em seu estado indeformado, conforme exemplificado na Figura 2.7.

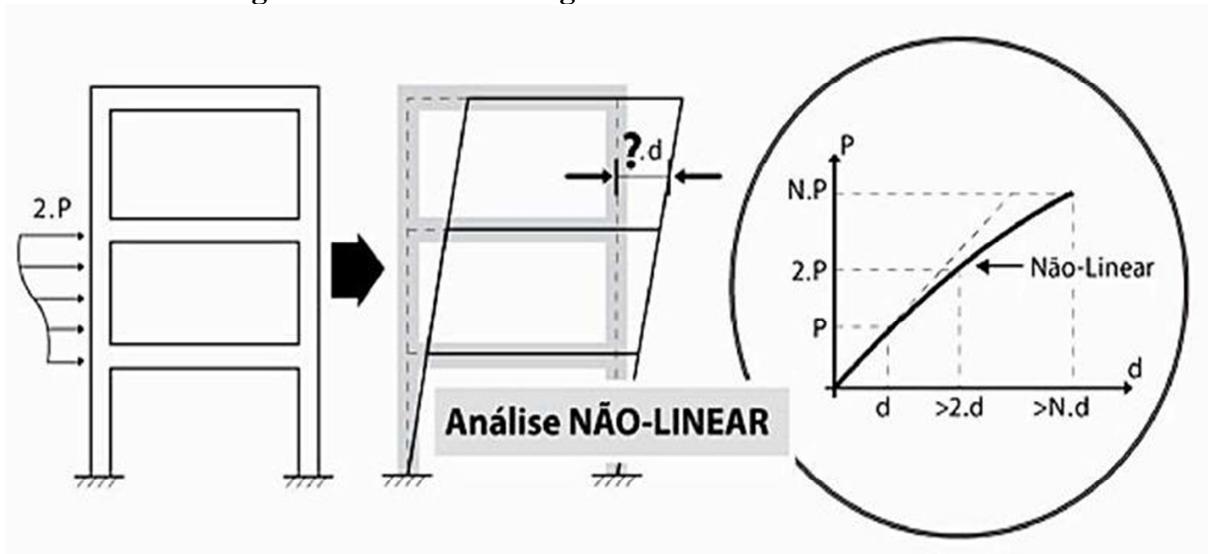
**Figura 2.7 - Efeitos de primeira ordem em uma estrutura**



Fonte: Kimura (2007)

Com a atuação desses esforços na estrutura em seu estado deformado, há o surgimento de acréscimos de momentos e tensões significativas de flexão, que não eram considerados na fase inicial e que devem ser agregados ao estágio primário. A partir disto, surge um estágio secundário denominado de “efeitos de segunda ordem”. Este estágio considera a não-linearidade física (relação não-linear entre tensão e deformação do material) e a não-linearidade geométrica (deslocamentos não-lineares gerados na estrutura), conforme exemplificado na Figura 2.8.

**Figura 2.8 - Efeitos de segunda ordem em uma estrutura**



Fonte: Kimura (2007)

Para Pinto (1997), na análise estrutural de edifícios de concreto armado, os deslocamentos laterais devem ser avaliados da melhor maneira possível. Pois, os efeitos de segunda ordem da estrutura só podem ser corretamente avaliados se a posição final desta for determinada de forma satisfatória.

Os efeitos de segunda ordem podem ser classificados em globais, locais ou localizados, de acordo com o objeto de análise. Quando se analisa estruturas reticuladas, considerando barras ligadas por nós formando pórticos, trata-se dos efeitos globais; nos casos onde o elemento verificado é a barra de uma estrutura, como em um lance de pilar, surgem os efeitos locais; e para situações específicas onde podem surgir efeitos concentrados nas extremidades dos elementos de superfície, como nos casos de pilar-parede, são efeitos localizados.

Neste trabalho, a investigação é direcionada para a análise dos efeitos globais de segunda ordem.

### 2.2.1 Não-linearidade física

A não-linearidade física (NLF) está associada ao comportamento do material constituinte da estrutura analisada. Para o concreto armado, a rigidez dos materiais envolvidos (concreto e aço) se altera à medida que o carregamento é aplicado, gerando uma resposta não-linear.

De acordo com Bueno (2014) a fissuração, a fluência do concreto e a presença de armadura são alguns aspectos que caracterizam o comportamento do concreto como não-linear, pois induzem mudanças na seção transversal dos elementos e, conseqüentemente, na resposta estrutural. Logo, de acordo com o nível de carregamento, a estrutura se torna mais ou menos deslocável, devido aos efeitos da NLF.

Com isso, podem-se citar duas metodologias mais usuais para a avaliação da NLF, que são: diagramas de M-1/r e N-M-1/r, e redução aproximada da rigidez à flexão.

### 2.2.1.1 Diagramas M-1/r e N-M-1/r

A curvatura de uma barra pode ser descrita conforme a equação diferencial definida na Equação 2.4.

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{E \cdot I} \quad (2.4)$$

em que:  $M$ : momento fletor atuante;  
 $E \cdot I$ : produto inercial à rigidez ao plano de flexão;  
 $1/r$ : curvatura do elemento (inverso do raio de curvatura).

No entanto, considerando que  $(dy/dx)^2$  seja de pequena magnitude em relação à unidade, esta expressão pode ser descrita conforme a Equação 2.5.

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot I} \quad (2.5)$$

Logo, isolando-se o momento fletor atuante, obtém-se a Equação 2.6:

$$M = (E \cdot I) \cdot \frac{1}{r} \quad (2.6)$$

De acordo com Bueno (2014), pode-se relacionar a curvatura de um elemento estrutural com as deformações que ocorrem no concreto e no aço, com o momento fletor



atuante e a rigidez à flexão da barra. Para isto, as seguintes hipóteses simplificadoras devem ser admitidas:

- As seções transversais ao eixo da barra indeformada, inicialmente planas, permanecem planas e normais ao eixo da barra deformada, desprezando-se assim as deformações por cisalhamento;
- Os deslocamentos transversais do eixo da barra são pequenos em relação ao seu comprimento, o que leva a rotações do eixo da barra pequenas em relação à unidade ( $\theta = \text{tg } \theta = 1$ ).

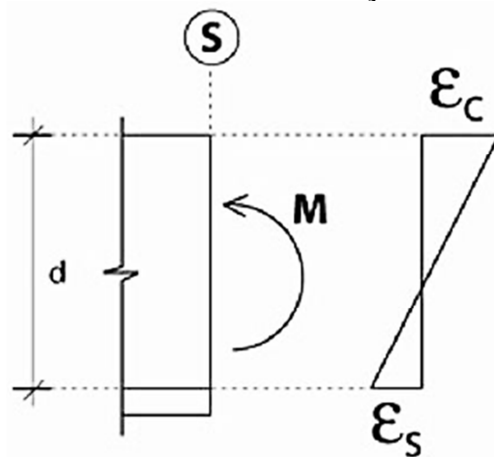
Desta forma, a definição da curvatura através das deformações específicas que ocorrem na seção transversal de um elemento, pode ser descrita conforme a Equação 2.7.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_s}{d} \quad (2.7)$$

em que:  $1/r$ : curvatura do elemento (inverso do raio de curvatura);  
 $\varepsilon_c$ : deformação específica do concreto;  
 $\varepsilon_s$ : deformação específica do aço;  
 $d$ : altura útil da seção.

Na Figura 2.9, demonstra-se a relação conferida entre o momento fletor atuante e as deformações nas extremidades da seção, denominada momento-curvatura ( $M-1/r$ ).

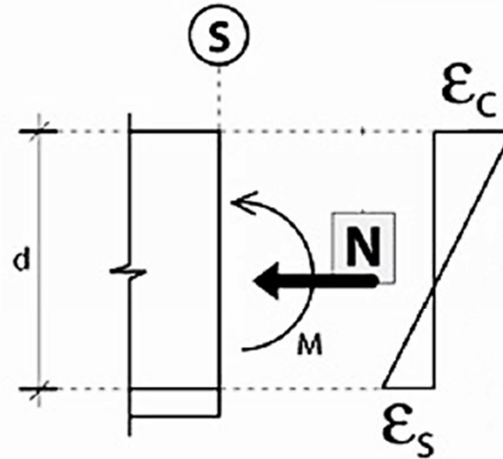
**Figura 2.9 - Momento e deformações do elemento**



Fonte: Kimura (2007)

No diagrama normal-momento-curvatura (N-M-1/r), acrescenta-se uma força normal na seção, conforme ilustrado na Figura 2.10. Lembrando que, a compreensão deste diagrama é extremamente importante para o cálculo de pilares, pois os mesmos estão submetidos à atuação conjunta de momentos fletores e da força normal de compressão.

**Figura 2.10 - Força normal, momento e deformações do elemento**



Fonte: Kimura (2007)

Com a utilização de diagramas M-1/r e N-M-1/r, a NLF pode ser analisada em estruturas reticuladas, como as de concreto armado, estimando-se os deslocamentos dos nós resultantes da análise estrutural, pela sua relação com a rigidez dos membros constituintes. Para que isto seja precisamente determinado, deve-se discretizar os elementos analisados em vários segmentos de barra e definir os valores de suas respectivas dimensões, da armadura supostamente conhecida e, do momento fletor e/ou força normal atuantes. Também é preciso pré-determinar as relações constitutivas dos materiais, critérios de ruína para o conjunto aço-concreto e determinar o equilíbrio interno considerando fissuração, fluência e escoamento da armadura (BUENO, 2014).

#### 2.2.1.2 Redução aproximada da rigidez à flexão

Devido à complexidade para a utilização da metodologia anterior, a ABNT NBR 6118:2014 sugere para análise dos esforços globais de segunda ordem, em estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, a utilização de valores redutores de rigidez ( $EI_{sec}$ ) com o intuito de considerar a não-linearidade física (NLF) de forma aproximada, de acordo com a Equação 2.8.

$$EI_{sec} = \alpha \cdot E_{ci} \cdot I_c \quad (2.8)$$

em que:  $EI_{sec}$  : rigidez secante do elemento estrutural;  
 $E_{ci}$  : módulo de deformabilidade tangente inicial;  
 $I_c$  : momento de inércia da seção bruta de concreto;  
 $\alpha$ : coeficiente redutor de rigidez, onde:

- Lajes:  $\alpha_l = 0,30$ ;
- Vigas:  $\alpha_v = 0,40$  ( $A_s' \neq A_s$ ) ou  $\alpha_v = 0,50$  ( $A_s' = A_s$ );
- Pilares:  $\alpha_p = 0,80$ .

A limitação imposta (no mínimo quatro pavimentos) é devido à falta de estudos em relação aos valores de rigidez a serem adotados em edificações com menos de quatro pavimentos.

Em contrapartida, conforme o IBRACON (2015), para análise de edifícios com menos de quatro pavimentos, pode-se adotar valores de rigidez para as vigas, de acordo com o trabalho de Crespo (2002), onde:

- $\alpha_v = 0,3 \rightarrow \rho_c < 0,75\%$ ;
- $\alpha_v = 0,3$  a  $0,7 \rightarrow 0,75\% \leq \rho_c \leq 2,55\%$ .

em que:  $\rho_c$  : taxa de armadura média do conjunto de vigas da estrutura.

E, para os pilares, pode-se adotar valores de rigidez de acordo com o valor de  $\kappa$  aproximado (item 15.8.3.3.3 da ABNT NBR 6118:2014), que é definido pela Equação 2.9. Para as situações em que a armadura não seja supostamente conhecida, torna-se necessária a utilização da Equação 2.10 de forma complementar.

$$\kappa_{aprox} = 32 \cdot \left( 1 + 5 \cdot \frac{M_{rd,tot}}{h \cdot N_{rd}} \right) \cdot \nu \quad (2.9)$$

$$M_{sd,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{\lambda^2} \geq M_{1d,A} \quad (2.10)$$

$$1 - \frac{1}{120 \cdot (\kappa/\nu)}$$

em que:  $\kappa_{aprox}$  : rigidez adimensional do elemento;

- $\alpha_b$  : coeficiente relacionado ao tipo de vinculação nas extremidades do elemento;
- $M_{rd,tot}$  : momento resistente de cálculo para a armadura conhecida ou, momento total de cálculo ( $M_{sd,tot}$ );
- $N_{rd}$  : força normal resistente de cálculo para a armadura conhecida ou, força normal solicitante de cálculo ( $N_d$ );
- $h$  : altura da seção na direção considerada;
- $\nu$  : força normal adimensional;
- $\lambda$  : índice de esbeltez do elemento.

Onde  $\nu$  é definido pela Equação 2.11:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (2.11)$$

- em que:
- $\nu$  : força normal adimensional;
  - $N_d$  : força normal solicitante de cálculo;
  - $A_c$  : área da seção transversal preenchida com concreto;
  - $f_{cd}$  : resistência característica à compressão do concreto.

E  $\lambda$ , para seções retangulares, é definido pela a Equação 2.12:

$$\lambda = \frac{l_e \cdot \sqrt{12}}{h} \quad (2.12)$$

- em que:
- $\lambda$  : índice de esbeltez do elemento;
  - $l_e$  : comprimento de flambagem do elemento;
  - $h$  : altura da seção na direção considerada.

De acordo com Loureiro (2009), a definição da rigidez  $\kappa$  aproximada está fundamentada em estudos analíticos e carece de comprovação experimental para verificação de seu grau de confiabilidade. Desta forma, a metodologia sugerida pelo IBRACON (2015) para obtenção dos valores de rigidez para os pilares não demonstra ser uma escolha confiável.

## 2.2.2 Não-linearidade geométrica

A não-linearidade geométrica (NLG) também gera uma resposta não-linear à estrutura ou elemento analisado, no entanto, esse comportamento ocorre em razão de mudanças na geometria do elemento estrutural estudado ou na estrutura como um todo (KIMURA, 2007).

Conforme exemplificado na Figura 2.8, a mudança na geometria da estrutura não apresenta proporcionalidade entre carga e deslocamento, resultando em um diagrama não-linear.

Cabe enfatizar que, a avaliação da NLG depende essencialmente de uma boa avaliação da deformada da estrutura, ou seja, da correta consideração da NLF.

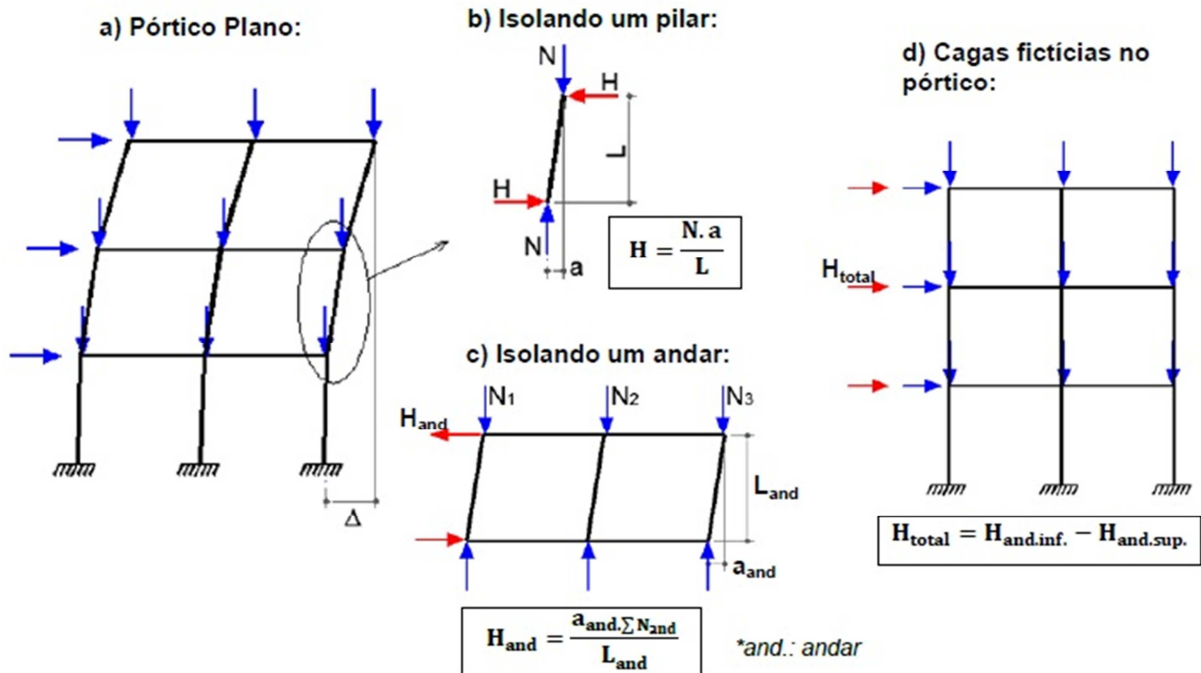
Para a avaliação da NLG existem diversos métodos consagrados, onde os mais usuais são: processo P- $\Delta$ , método da matriz de rigidez geométrica e majoração por  $0,95 \cdot \gamma_z$ .

### 2.2.2.1 Processo P- $\Delta$

P- $\Delta$  é um efeito que ocorre em estruturas em que seus elementos estão submetidos a forças axiais, ou seja, forças na direção longitudinal da peça. Logo, pode-se evidenciar que é um processo que relaciona a carga axial (P) com o deslocamento horizontal ( $\Delta$ ).

Para Junges, La Rovere e Loriggio (2012), o processo P- $\Delta$  baseia-se na adição de cargas externas equivalentes ao vetor de forças externas, de forma a representar o efeito P- $\Delta$ . Na Figura 2.11, pode-se observar que a força horizontal fictícia (H) é adicionada com o intuito de representar o efeito P- $\Delta$  na barra vertical do pórtico.

Figura 2.11 - Descrição do Processo P-Δ em um pórtico plano



Fonte: Junges, La Rovere e Loriggio (2012)

Utilizando-se a análise matricial baseada no método dos deslocamentos, o sistema de equações de equilíbrio de uma estrutura, discretizada em elementos ligados por nós, pode ser definido de acordo com a Equação 2.13:

$$\{\delta\} = [K]^{-1} \cdot \{\{F\} - \{F_0\} + \{H\}\} \quad (2.13)$$

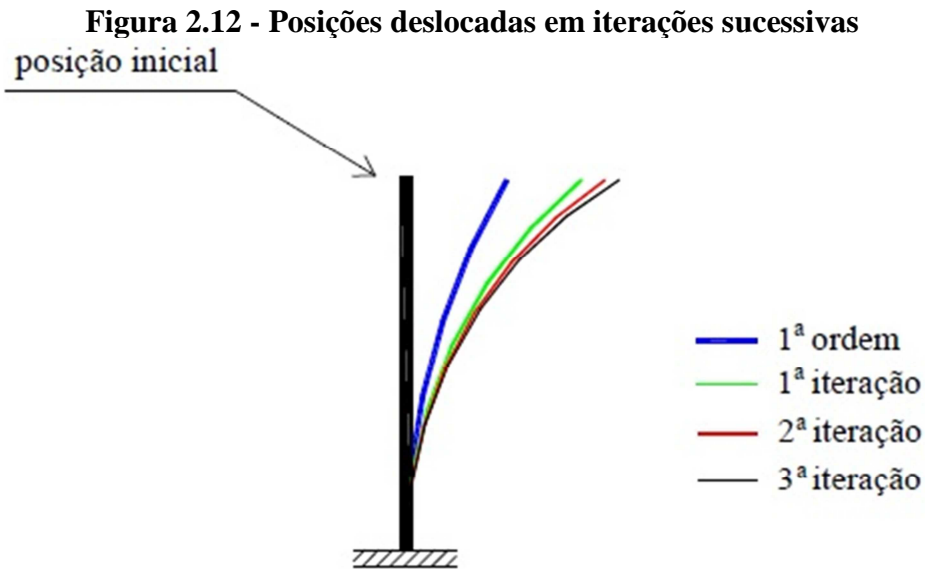
em que:

- $\{\delta\}$ : vetor dos deslocamentos;
- $[K]$ : matriz de rigidez da estrutura;
- $\{F\}$ : vetor dos esforços externos aplicados por nós;
- $\{F_0\}$ : vetor dos esforços nodais equivalentes a cargas aplicadas ao longo dos elementos da estrutura;
- $\{H\}$ : vetor dos esforços horizontais equivalentes aos efeitos da não-linearidade geométrica, modificados a cada iteração.

A resolução do sistema de equações ocorre através de um procedimento iterativo de acordo com os seguintes passos:

1. Análise elástico-linear, considerando a NLF de forma aproximada;
2. Análise elástico-linear com esforços fictícios calculados a partir do passo 1;
3. Análise elástico-linear com esforços fictícios calculados a partir do passo anterior.

Onde, o passo 3 é repetido pelo número de vezes necessárias para se obter a convergência dos resultados. Na Figura 2.12, pode-se observar o efeito do processo iterativo na determinação do deslocamento em uma estrutura.



Fonte: Lima (2001)

#### 2.2.2.2 Método da matriz de rigidez geométrica

Para Banki (1999), no método da matriz de rigidez geométrica, a relação entre os esforços internos e os deslocamentos nas extremidades de um elemento de barra é definida por meio de um conjunto de equações de equilíbrio. Onde, quando dispostas na forma matricial, têm seus coeficientes integrados na matriz de rigidez da barra.

Considerando-se a aplicação de uma carga normal, os esforços necessários para gerar um deslocamento unitário em um dos graus de liberdade da barra são alterados. Logo, os coeficientes da matriz de rigidez se modificam, originando a adição de uma matriz de rigidez geométrica. Na Equação 2.14, têm-se o sistema de equações em sua forma matricial.

$$\{[K] + [K_G]\} \cdot \{\delta\} = \{F\} - \{F_0\} \quad (2.14)$$

em que:

- $\{\delta\}$ : vetor dos deslocamentos;
- $[K]$ : matriz de rigidez elástica da estrutura;
- $[K_G]$ : matriz de rigidez geométrica da estrutura;
- $\{F\}$ : vetor dos esforços externos aplicados por nós;

$\{F_0\}$ : vetor dos esforços nodais equivalentes a cargas aplicadas ao longo dos elementos da estrutura.

A matriz de rigidez geométrica  $[K_G]$  pode ser definida pela Equação 2.15:

$$[K_G] = -\frac{P}{L} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2 \cdot L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2 \cdot L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

em que:  $P$ : esforço normal;  
 $L$ : comprimento do elemento.

A resolução do sistema de equações ocorre através de um procedimento iterativo de acordo com os seguintes passos:

1. Análise elástico-linear, considerando a NLF de forma aproximada, obtendo-se os deslocamentos e esforços internos em cada barra;
2. Calcula-se a matriz de rigidez geométrica  $[K_G]$  para cada elemento de barra;
3. Adiciona-se a matriz  $[K_G]$  à matriz de rigidez elástica  $[K]$ ;
4. Constrói-se a nova matriz de rigidez corrigida da estrutura;
5. Calculam-se os novos deslocamentos e esforços internos.

Onde, repetem-se os passos de 1 a 5 por sucessivas vezes, até que a diferença nos deslocamentos nodais entre uma iteração e outra, medido em cada nó, seja desprezível (baseado em um critério de convergência).

### 2.2.2.3 Majoração por $0,95 \cdot \gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$  pode ser utilizado para se estimar os esforços globais de segunda ordem por uma simples majoração dos esforços de primeira ordem pelo seu valor. A formulação do coeficiente  $\gamma_z$  é descrita no item 2.3.1.



De acordo com o item 15.7.2 da ABNT NBR 6118:2014, a majoração deve ser efetuada com o valor resultante do produto de  $0,95 \cdot \gamma_z$  e nas situações em que o valor de  $\gamma_z$  seja menor ou igual a 1,3.

## 2.3 ESTABILIDADE GLOBAL

A apuração da estabilidade global de um edifício visa garantir a segurança do mesmo quanto ao estado limite último de instabilidade, que representa o extravio da capacidade resistente da estrutura, devido ao aumento das deformações (MONCAYO, 2011).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, podem-se adotar dois parâmetros para essa avaliação: coeficiente  $\gamma_z$  e/ou parâmetro de instabilidade  $\alpha$ . A utilização destes visa verificar a possibilidade de dispensa da consideração dos esforços globais de segunda ordem, ou seja, para indicar se a estrutura será de “nós fixos”. Quando os valores limites dos parâmetros são excedidos, a estrutura é classificada como de “nós móveis” e os esforços globais de segunda ordem devem ser considerados.

### 2.3.1 Coeficiente $\gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$  foi idealizado por Franco e Vasconcelos (1991). Além da possibilidade de ser utilizado na avaliação da estabilidade global, também se apresenta como uma metodologia de cálculo dos esforços globais de segunda ordem, conforme explicado no item 2.2.2.3. A seguir, são apresentados alguns exemplos para esclarecer o significado de seus resultados:

- $\gamma_z = 1,05$ : significa que os esforços globais de segunda ordem correspondem em torno de 5% aos esforços globais de primeira ordem;
- $\gamma_z = 1,10$ : significa que os esforços globais de segunda ordem correspondem em torno de 10% aos esforços globais de primeira ordem;
- $\gamma_z = 1,30$ : significa que os esforços globais de segunda ordem correspondem em torno de 30% aos esforços globais de primeira ordem.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser adotado em estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos. Os valores de rigidez dos elementos

estruturais devem ser de acordo com o item 2.2.1.2 deste trabalho (15.7.3 da ABNT NBR 6118:2014).

O valor de  $\gamma_z$  para cada combinação de carregamento é definido por meio da Equação 2.16:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (2.16)$$

em que:  $\gamma_z$  : coeficiente para avaliação da instabilidade;

$\Delta M_{tot,d}$  : somatório dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem;

$M_{1,tot,d}$  : somatório dos momentos de todas as forças horizontais na combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura.

A estrutura é considerada como de “nós fixos”, quando  $\gamma_z \leq 1,1$ .

De acordo com Moncayo (2011), a limitação do coeficiente  $\gamma_z$ , quanto ao seu uso em edifícios de no mínimo quatro pavimentos, é devido à falta de estudos em relação à consideração da NLF aproximada para pilares, vigas e lajes – conforme explicado no item 2.2.1.2.

### 2.3.2 Parâmetro de instabilidade $\alpha$

O parâmetro  $\alpha$  foi idealizado por Beck e König em 1967, baseado na Teoria de Euler (BUENO, 2009). Foi definido como parâmetro de instabilidade por Franco (1985).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, uma estrutura simétrica pode ser admitida como de “nós fixos”, se o valor de  $\alpha$  for menor que o valor limite de  $\alpha_1$ , conforme as Equações 2.17 e 2.18:

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} \cdot I_c}} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= (0,2 + 0,1 \cdot n) \Rightarrow n \leq 3 \\ \alpha_1 &= 0,6 \Rightarrow n \geq 4 \end{aligned} \quad (2.18)$$

em que:  $\alpha$  : parâmetro para avaliação da instabilidade;

- $n$  : número de andares acima da fundação ou de nível pouco deslocável do subsolo;
- $H_{tot}$  : altura total da edificação, medida do topo da fundação ou de nível pouco deslocável do subsolo;
- $N_k$  : somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura com seus valores característicos;
- $I_c$  : momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $E_{cs}$  : módulo de deformabilidade secante do concreto;
- $E_{cs} \cdot I_c$  : somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada. Para estruturas de pórtico, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, o valor da rigidez pode ser transformado para o de um pilar equivalente de seção constante.

A rigidez do pilar equivalente pode ser determinada por meio das seguintes etapas:

1. Calcula-se o deslocamento no topo da estrutura de contraventamento, sob a ação do carregamento horizontal na direção considerada;
2. Calcula-se a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , de modo que, sob a ação do mesmo carregamento, tenha o mesmo deslocamento no topo.

O valor limite de  $\alpha_1 = 0,6$  pode ser adotado para estruturais usuais de edifícios, para associações de pilares-parede e para pórticos associados a pilares-parede. Para contraventamentos constituídos exclusivamente de pilares-parede, deve-se utilizar  $\alpha_1 = 0,7$ . Nos casos em que houver apenas pórticos, deve-se adotar  $\alpha_1 = 0,5$ .

Em Franco (1985) pode-se verificar que, na dedução de  $\alpha_1$ , foi levada em conta a carga vertical de cálculo ( $N_d = N_k \cdot 1,4$ ) e a NLF igual a  $0,7 \cdot E_{cs} \cdot I_c$ . Logo, isto explica porque no cálculo do parâmetro  $\alpha$  utilizam-se esforços característicos e rigidez integral da seção.

#### 2.3.2.1 Majoração de $E_{cs}$

No item 15.5.1 da ABNT NBR 6118:2014, sugere-se a majoração do módulo de deformabilidade secante ( $E_{cs}$ ) em 10%. A princípio, com esta majoração, haverá um aumento na rigidez secante ( $E_{cs} \cdot I_c$ ) e, conseqüentemente, um decréscimo no valor do parâmetro  $\alpha$ .

Logo, esse parâmetro se torna menos conservador quanto à classificação da estrutura (nós móveis ou nós fixos).

De acordo com IBRACON (2015), em estruturas com menos de quatro pavimentos, aconselha-se não utilizar a majoração do  $E_{cs}$ . Possivelmente, pelo fato de se desconhecer os valores de rigidez para estruturas desse porte.

### 2.3.3 Coeficiente $R_{m2m1}$

O processo P- $\Delta$  não fornece um coeficiente pelo qual se pode avaliar a relação entre esforços globais de segunda e primeira ordem, ao contrário do que ocorre com o coeficiente  $\gamma_z$ .

De acordo com TQS Informática (2015), com o intuito de suprir essa necessidade, o software CAD/TQS incorpora em seu rol de parâmetros, o coeficiente  $R_{m2m1}$ , que pode ser definido pela Equação 2.19:

$$R_{m2m1} = 1 + \frac{M_2}{M_1} \quad (2.19)$$

em que:  $R_{m2m1}$  : coeficiente para avaliação da instabilidade, baseado em P- $\Delta$ ;  
 $M_2$  : somatória das forças verticais multiplicadas pelo deslocamento dos nós da estrutura sob ação das forças horizontais, resultante do cálculo de P- $\Delta$  em uma combinação não-linear;  
 $M_1$  : momento das forças horizontais em relação à base do edifício.

### 2.3.4 Análise de estruturas de nós móveis

Para as estruturas classificadas como de “nós móveis”, os efeitos globais de segunda ordem devem ser obrigatoriamente considerados para o dimensionamento dos elementos estruturais.

Basicamente, esta análise pode ser realizada por meio de uma das seguintes metodologias:

- a) Utilizando-se o coeficiente  $\gamma_z$  para avaliação da NLG, respeitando-se o limite de  $\gamma_z \leq 1,3$ . A avaliação dos esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) é feita com a multiplicação dos momentos de primeira ordem por  $0,95 \cdot \gamma_z$  e considerando-

- se os valores de rigidez para a NLF, descritos no item 2.2.1.2. Lembrando-se que a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  e dos valores de rigidez são válidos para edificações com no mínimo quatro pavimentos;
- b) Utilizando-se o processo P- $\Delta$  para avaliação da NLG e os valores de rigidez para a NLF, descritos no item 2.2.1.2. Lembrando-se que os valores de rigidez são válidos para edificações com no mínimo quatro pavimentos;
  - c) Realizando-se uma análise não-linear de segunda ordem, onde a NLG é avaliada através de modificações na matriz de rigidez da estrutura, e a NLF através dos diagramas de M-1/r ou M-N-1/r de cada elemento estrutural.

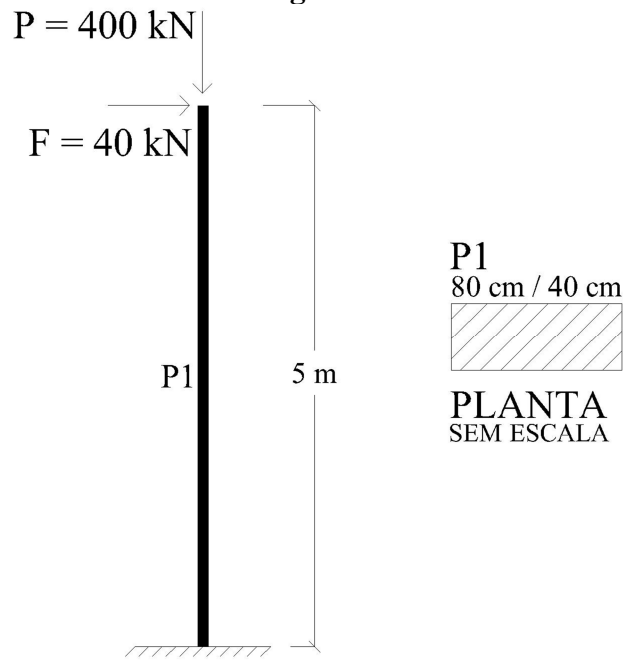
Pode-se observar que, para edificações com menos de quatro pavimentos, apenas o terceiro tipo de análise pode ser realizado, devido às limitações mencionadas. No entanto, no dia a dia, observa-se que os engenheiros calculistas de estruturas que trabalham com edifícios de pequeno porte, nem sempre tem a disposição ferramentas computacionais que realizam operações matemáticas tão complexas quanto às descritas no terceiro tipo de análise. Com isso, os engenheiros são induzidos a projetar estruturas de modo que as mesmas sejam classificadas como de “nós fixos”, onde se limita a capacidade criativa do profissional, pois se adota maiores dimensões para a geometria da estrutura, quando comparadas com as estruturas de “nós móveis”. Para os casos em que o engenheiro queira manter a estrutura classificada como de “nós móveis”, este pode cometer a imprudência na adoção de valores de rigidez sem embasamento científico ou, até mesmo, não considerar os esforços globais de segunda ordem – tratando-se de uma prática que está em desacordo com a ABNT NBR 6118:2014.

Logo, viabilizar a utilização dos demais tipos de análises em edificações com menos de quatro pavimentos, torna-se uma medida de grande contribuição aos profissionais da área. Para isto, devem-se estimar os valores de rigidez a serem adotados em edificações com menos de quatro pavimentos.

### 2.3.5 Exemplos de aplicação dos conceitos abordados

Podem-se calcular os valores de  $\alpha$ ,  $\gamma_z$  e  $R_{m2m1}$  para a estrutura da Figura 2.13, sabendo-se que o concreto possui  $f_{ck} = 25$  MPa, o tipo de agregado é o basalto ( $\alpha_e = 1,2$ ) e o peso próprio da estrutura é desprezível. Considera-se a NLF da estrutura para dois casos:  $(E \cdot I)_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$  e  $(E \cdot I)_{sec} = 0,6 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ .

**Figura 2.13 - Elemento engastado na base e livre no topo**



Fonte: O autor

❖ Inércia do elemento:

$$I_{c,est} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,4 \cdot 0,8^3}{12} \cong 0,017 \text{ m}^4$$

❖ Módulos de deformabilidade tangente inicial e secante:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 1,2 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} = 33600 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = 0,8 + \left( 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) = 0,8 + \left( 0,2 \cdot \frac{25}{80} \right) = 0,8625$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = 0,8625 \cdot 33600 = 28980 \text{ MPa}$$

❖ Cálculo de  $\alpha$ :

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} \cdot I_c}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{400}{28980000 \cdot 0,017}} \cong 0,142$$

$$\alpha_1 = (0,2 + 0,1 \cdot n) = 0,2 + 0,1 \cdot 1 = 0,3$$

Como  $\alpha < \alpha_1$ , a estrutura é classificada como de “nós fixos”. No entanto, considerando a majoração de  $E_{cs}$  em 10%, o cálculo de  $\alpha$  se modifica:

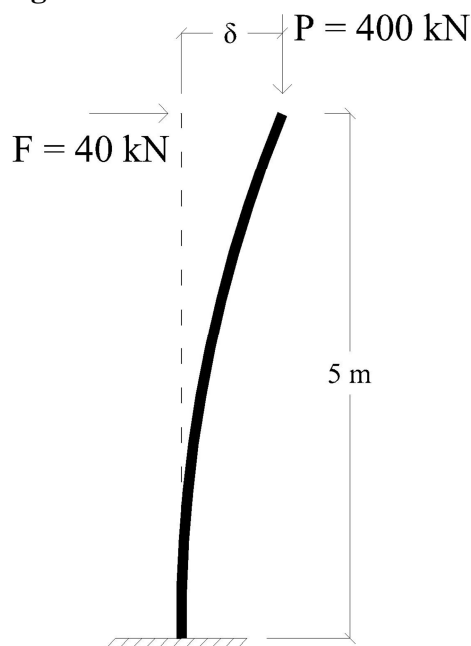
$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{(1,1 \cdot E_{cs}) \cdot I_c}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{400}{(1,1 \cdot 28980000) \cdot 0,017}} \cong 0,136$$

Como  $\alpha < \alpha_1$ , a estrutura ainda é classificada como de “nós fixos”. Porém, verifica-se que a majoração proporciona um acréscimo de rigidez à estrutura, devido ao decréscimo de  $\alpha \cong 0,142$  para  $\alpha \cong 0,136$ .

❖ Cálculo de  $\gamma_z$ :

Considera-se o deslocamento horizontal da estrutura ( $\delta$ ) proveniente da ação do carregamento horizontal, conforme ilustrado na Figura 2.14.

**Figura 2.14 - Estrutura deformada**



Fonte: O autor

Logo, avaliando-se a NLF como  $(E \cdot I)_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ , o deslocamento  $\delta$  da estrutura pode ser determinado pela seguinte expressão, de acordo com Beer et al. (2011):

$$\delta = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c} = \frac{(40 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot 0,8 \cdot 33600000 \cdot 0,017} \cong 0,0051 \text{ m}$$

Com isso, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser calculado:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot \delta}{F_d \cdot l}} = \frac{1}{1 - \frac{(400 \cdot 1,4) \cdot 0,0051}{(40 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - \frac{2,856}{280}} \cong 1,0103$$

Como  $\gamma_z < \gamma_{z,lim} = 1,1$ , a estrutura é classificada como de “nós fixos”. No entanto, considerando-se a NLF como  $(E \cdot I)_{sec} = 0,6 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ , obtêm-se:

$$\delta = \frac{F_d \cdot l^3}{3 \cdot 0,6 \cdot E_{ci} \cdot I_c} = \frac{(40 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot 0,6 \cdot 33600000 \cdot 0,017} \cong 0,0068 \text{ m}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} = \frac{1}{1 - \frac{P_d \cdot \delta}{F_d \cdot l}} = \frac{1}{1 - \frac{(400 \cdot 1,4) \cdot 0,0068}{(40 \cdot 1,4) \cdot 5}} = \frac{1}{1 - \frac{3,808}{280}} \cong 1,0138$$

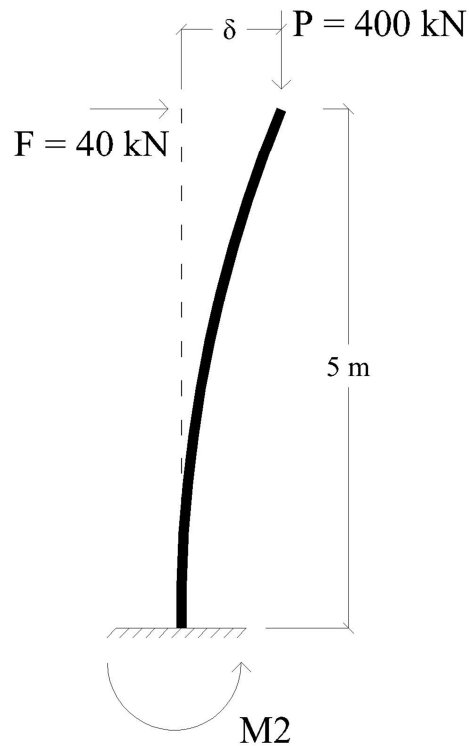
Como  $\gamma_z < \gamma_{z,lim} = 1,1$ , a estrutura ainda é classificada como de “nós fixos”. No entanto, verifica-se que a redução do valor da rigidez à flexão da estrutura proporciona um aumento em seu grau de instabilidade, devido ao acréscimo de  $\gamma_z \cong 1,0103$  para  $\gamma_z \cong 1,0138$ .

#### ❖ Cálculo de $R_{m2m1}$ :

Considerando-se a NLF como  $(E \cdot I)_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ , o deslocamento  $\delta$  provocado na estrutura é o mesmo que o obtido no método anterior. Logo, no cálculo utilizando o processo P- $\Delta$ , o momento na base da estrutura é obtido de acordo com a Figura 2.15.



**Figura 2.15 - Momento na base da estrutura**



Fonte: O autor

$$M_1 = F_d \cdot l = (40 \cdot 1,4) \cdot 5 = 280 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_2 = M_1 + P_d \cdot \delta = 280 + (400 \cdot 1,4) \cdot 0,0051 = 282,856 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

➤ Primeira força fictícia ( $H_1$ ):

Agora, define-se a força horizontal fictícia ( $H_1$ ) que gera o mesmo momento que  $P_d \cdot \delta$  na base da estrutura:

$$H_1 \cdot l = P_d \cdot \delta$$

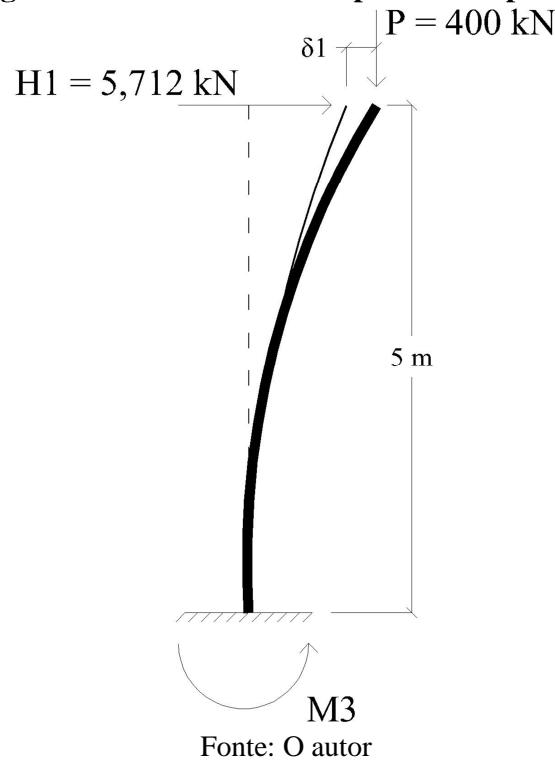
$$H_1 \cdot 5 = (400 \cdot 1,4) \cdot 0,0051$$

$$H_1 = 5,712 \text{ kN}$$

➤ Deslocamento horizontal devido à  $H_1$ :

Logo, o deslocamento horizontal provocado pela força horizontal fictícia, pode ser ilustrado pela Figura 2.16.

**Figura 2.16 - Deslocamento provocado por  $H_1$**



$$\delta_1 = \frac{H_{1,d} \cdot l^3}{3 \cdot 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c} = \frac{(5,712 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot 0,8 \cdot 33600000 \cdot 0,017} \cong 0,00073 \text{ m}$$

➤ Novo momento na base do pilar:

$$M_3 = M_2 + P_d \cdot \delta_1 = 282,856 + (400 \cdot 1,4) \cdot 0,00073 \cong 283,265 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Com isso, pode-se avaliar a precisão do momento obtido, admitindo-se um erro a cada iteração. Deste modo, adota-se um erro de 0,01% como critério de parada, de acordo a Equação 2.20:

$$e = \left( \frac{M_{i+1} - M_i}{M_{i+1}} \right) \cdot 100 \quad (2.20)$$

Logo, para o momento obtido anteriormente, têm-se:

$$e = \left( \frac{M_3 - M_2}{M_3} \right) \cdot 100 = \left( \frac{283,265 - 282,856}{283,265} \right) \cdot 100 \cong 0,144\%$$

➤ Segunda força fictícia ( $H_2$ ):

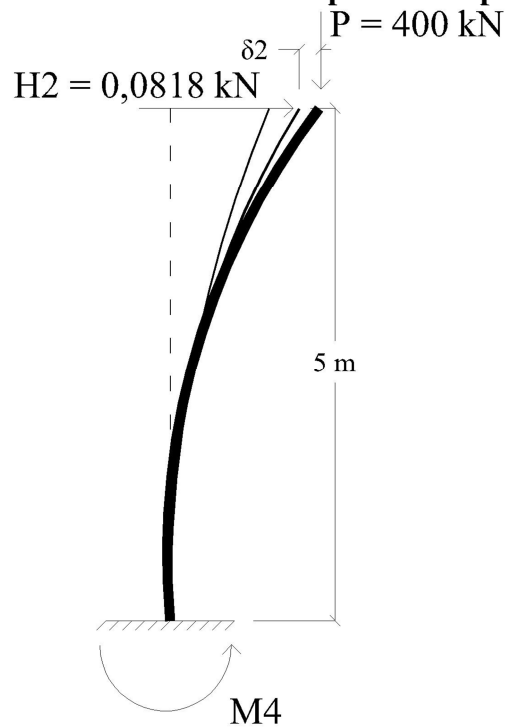
$$H_2 \cdot l = P_d \cdot \delta_1$$

$$H_2 \cdot 5 = (400 \cdot 1,4) \cdot 0,00073$$

$$H_2 \cong 0,0818 \text{ kN}$$

➤ Deslocamento horizontal devido à  $H_2$  (Figura 2.17):

**Figura 2.17 - Deslocamento provocado por  $H_2$**



Fonte: O autor

$$\delta_2 = \frac{H_{2,d} \cdot l^3}{3 \cdot 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c} = \frac{(0,0818 \cdot 1,4) \cdot 5^3}{3 \cdot 0,8 \cdot 33600000 \cdot 0,017} \cong 0,0000104 \text{ m}$$

➤ Novo momento na base do pilar:

$$M_4 = M_3 + P_d \cdot \delta_2 = 283,265 + (400 \cdot 1,4) \cdot 0,0000104 \cong 283,271 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$e = \left( \frac{M_4 - M_3}{M_4} \right) \cdot 100 = \left( \frac{283,271 - 283,265}{283,271} \right) \cdot 100 \cong 0,00212\%$$

Como,  $e < e_{\min} = 0,01\%$ , encerra-se o processo iterativo e define-se  $M_4 = 283,271 \text{ kN} \cdot \text{m}$  como o momento final.

Utilizando-se a formulação presente no item 2.3.3, obtém-se:

$$R_{m2m1} = 1 + \frac{M_2}{M_1} = 1 + \frac{P_d \cdot (\delta + \delta_1 + \delta_2)}{F_d \cdot l} = 1 + \frac{(400 \cdot 1,4) \cdot (0,0051 + 0,00073 + 0,0000104)}{(40 \cdot 1,4) \cdot 5} \cong 1,0117$$

❖ Análise dos resultados obtidos em cada exemplo:

Analisando-se os valores obtidos,  $R_{m2m1} \cong 1,0117$  e  $\gamma_z \cong 1,0103$ , para a NLF igual à  $(E \cdot I)_{\text{sec}} = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ , verifica-se que o coeficiente  $\gamma_z$  resulta em um valor menos conservador, pois caracteriza a estrutura como mais rígida em confronto com o coeficiente  $R_{m2m1}$ .

Em relação aos valores dos momentos globais de segunda ordem obtidos, têm-se:

$$R_{m2m1} \rightarrow M_{2,d} = M_4 \cong 283,271 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\gamma_z \rightarrow M_{2,d} = (F_d \cdot l) \cdot \gamma_z = ((40 \cdot 1,4) \cdot 5) \cdot 1,0103 \cong 282,884 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$0,95 \cdot \gamma_z \rightarrow M_{2,d} = (F_d \cdot l) \cdot (0,95 \cdot \gamma_z) = ((40 \cdot 1,4) \cdot 5) \cdot (0,95 \cdot 1,0103) \cong 268,740 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Observa-se que, utilizando-se a sugestão da ABNT NBR 6118:2014 que implica na adoção de  $0,95 \cdot \gamma_z$  para o cálculo dos esforços de segunda ordem, o momento global de segunda ordem deste é inferior ao obtido utilizando-se apenas  $\gamma_z$  e, apresenta uma diferença em relação ao valor obtido pelo processo P- $\Delta$  ( $R_{m2m1}$ ) ainda maior, caracterizando-se como uma medida contra a segurança da estrutura. Esta evidência também foi constada por Lima (2001) e Moncayo (2011) em estudos mais aprimorados, onde estes recomendaram a utilização de apenas  $\gamma_z$  como majorador de esforços globais de primeira ordem.

## 2.4 O SISTEMA CAD/TQS

A busca por uma modelagem numérica que produza resultados condizentes com o comportamento real de uma edificação em concreto armado é um dos paradigmas da Engenharia de Estruturas, pois a análise estrutural tem influência direta e significativa na

segurança das estruturas, no conforto dos usuários e no consumo de materiais utilizados na sua concepção.

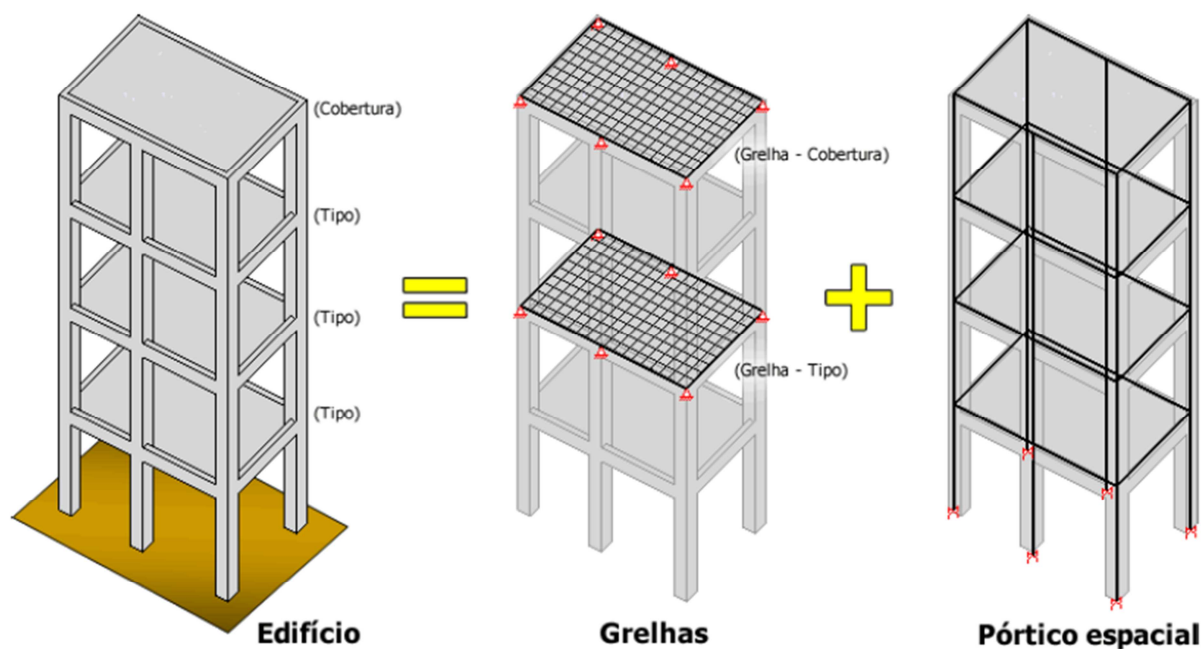
De acordo com TQS Informática (2015), a modelagem estrutural efetuada pelo sistema CAD/TQS está dirigida para a análise de edifícios de concreto armado compostos por múltiplos pavimentos, sejam eles de pequeno ou de grande porte.

#### 2.4.1 O modelo IV

A modelagem estrutural de um edifício de concreto armado composto por múltiplos pavimentos pode ser ilustrada através da Figura 2.18 e realizada da seguinte forma no sistema:

- Cada pavimento existente na edificação é modelado de forma independente (grelha, grelha somente de vigas ou, vigas contínuas e lajes por processo simplificado);
- A estrutura do edifício em todo o seu conjunto é modelada espacialmente com todos os pavimentos existentes na estrutura de forma integrada (pórtico espacial).

**Figura 2.18 - Modelagem de uma edificação no CAD/TQS**



Fonte: TQS Informática (2015)

Nas situações em que os pavimentos são calculados por grelha, o edifício por pórtico espacial e o modelo global adotado é o modelo IV, leva-se em conta a interação entre os modelos dos pavimentos e o modelo global.

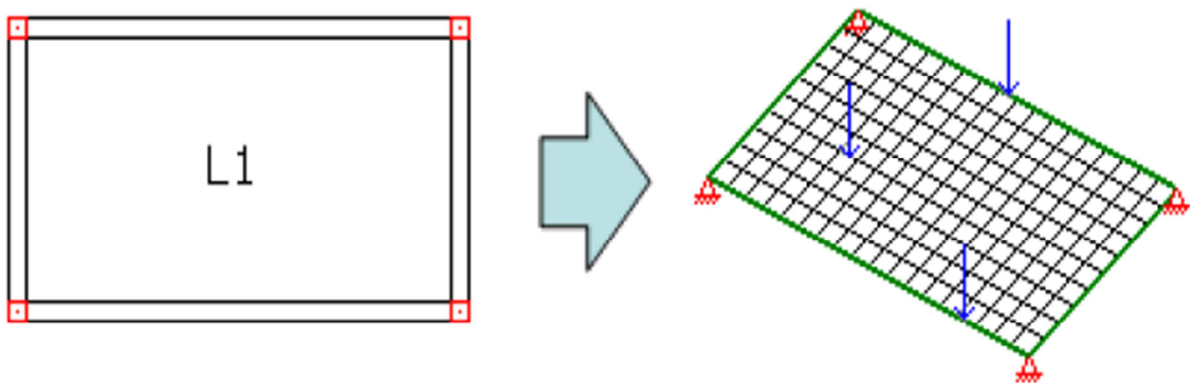
As hipóteses básicas, como as condições de equilíbrio e de compatibilidade são devidamente respeitadas.

Na análise de edificações de concreto armado, sempre que possível, deve-se evitar o uso de modelos puramente elásticos, já que os mesmos deixam de considerar características importantes em relação ao real funcionamento estrutura.

#### 2.4.1.1 Grelhas

De acordo com TQS Informática (2015), trata-se de um modelo composto por elementos lineares (barras) dispostos num mesmo plano horizontal, que possibilita a avaliação do comportamento de um piso, ou seja, do conjunto formado pelas vigas e lajes de um pavimento, perante a atuação de ações verticais. Os pilares são simulados por apoios e as ações horizontais não podem ser consideradas na análise. Na Figura 2.19, exemplifica-se o que foi explicado.

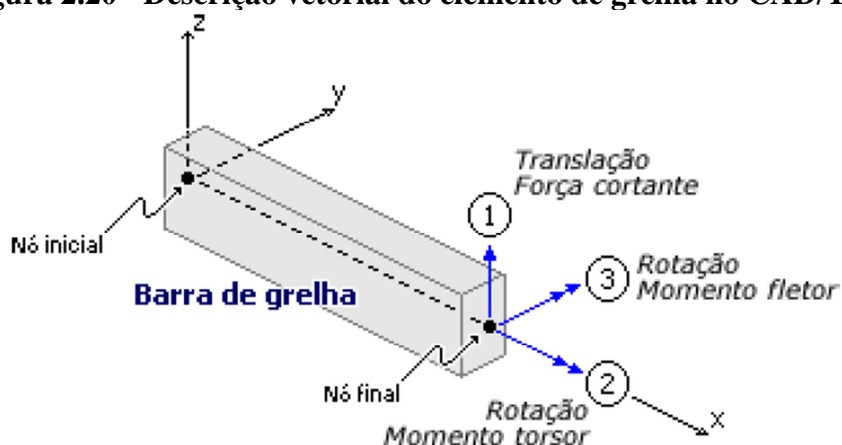
**Figura 2.19 - Modelagem por grelha no CAD/TQS**



Fonte: TQS Informática (2015)

Cada nó da grelha possui 3 graus de liberdade (1 de translação e 2 de rotação), possibilitando a obtenção dos deslocamentos e dos esforços (força cortante, momentos fletor e torção) em cada extremidade de um elemento, conforme ilustrado na Figura 2.20.

**Figura 2.20 - Descrição vetorial do elemento de grelha no CAD/TQS**



Fonte: TQS Informática (2015)

As principais finalidades para utilização do modelo de grelha são:

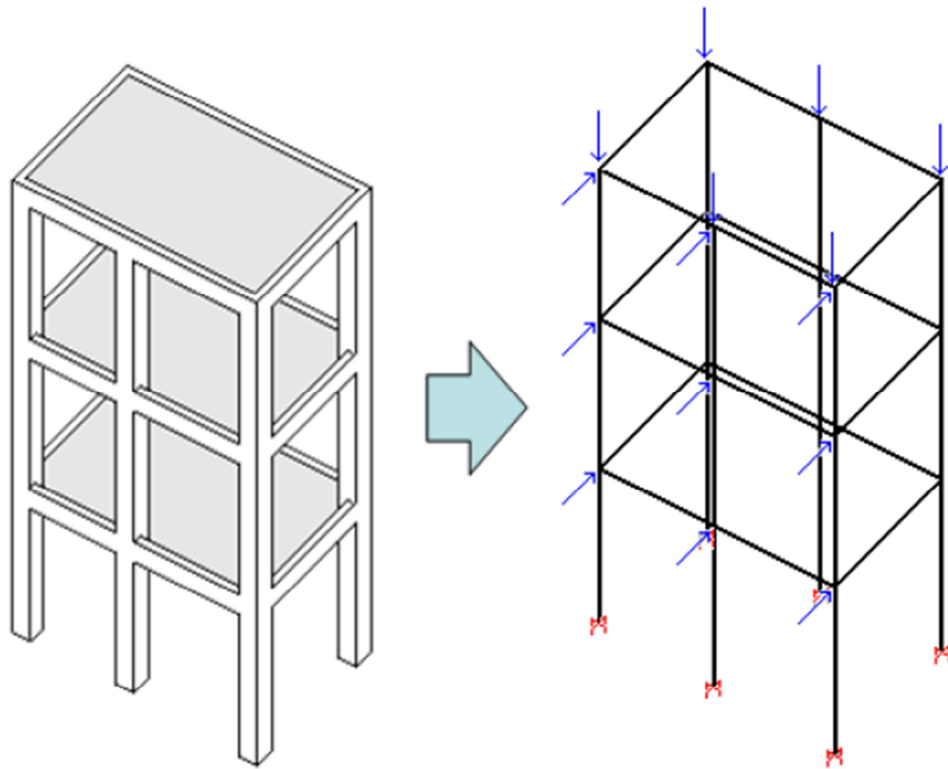
- Obtenção dos esforços para o dimensionamento das lajes (ELU);
- Obtenção das deformações nas vigas e lajes para avaliação do desempenho em serviço (ELS).

#### 2.4.1.2 Pórtico espacial

De acordo com a TQS Informática (2015), trata-se de um modelo tridimensional composto por elementos lineares (barras), que possibilita a avaliação do comportamento global de estrutura, ou seja, de todo conjunto formado pelas vigas e pilares do edifício, perante a atuação de ações verticais e horizontais, conforme ilustrado na Figura 2.21.

As lajes são consideradas como diafragmas rígidos, que são elementos capazes de compatibilizar a resposta horizontal em todos os pontos pertencentes a um pavimento de uma forma equivalente. No pórtico espacial, essa característica pode ser simulada por diversas formas (Ex.: enrijecimento lateral de vigas, definição de barras com grande rigidez axial e pequena rigidez à flexão, etc.).

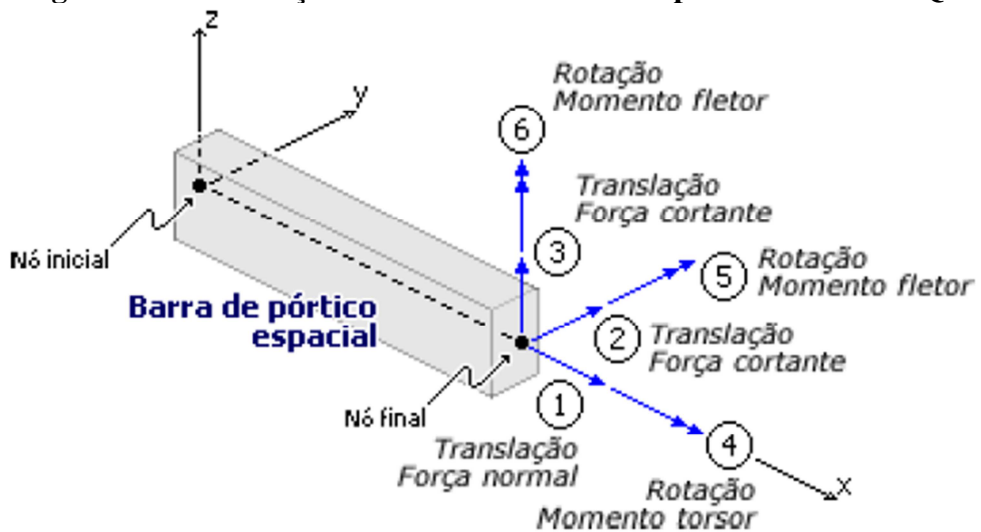
**Figura 2.21 - Modelagem por pórtico espacial no CAD/TQS**



Fonte: TQS Informática (2015)

Cada nó do pórtico espacial possui 6 graus de liberdade (3 de translação e 3 de rotação), possibilitando a obtenção dos deslocamentos e dos esforços (força normal, cortantes, momentos fletores e torçor) em cada extremidade de um elemento, conforme ilustrado na Figura 2.22.

**Figura 2.22 - Descrição vetorial do elemento de pórtico no CAD/TQS**



Fonte: TQS Informática (2015)



### 2.4.1.3 Características complementares

De acordo com TQS Informática (2015), apesar de se basearem nos modelos clássicos de grelha e pórtico espacial, a Grelha-TQS e o Pórtico Espacial-TQS possuem características especiais que os tornam adequados para análise de estruturas de concreto. Algumas dessas características presentes em sua modelagem são: consideração de efeitos construtivos, flexibilização das ligações viga-pilar, redistribuição de esforços, plastificações, fissuração, existência de trechos rígidos, consideração da fluência do concreto, tratamento especial para vigas de transição e tirantes, etc.

O cálculo da estrutura é gerado de forma automática pelo sistema CAD/TQS, de acordo com o lançamento de dados iniciais (geometria do edifício e cargas) e a escolha de critérios definidos pelo usuário. Por exemplo:

- A discretização da malha de barras oriunda das grelha em cada pavimento é gerada de forma automática;
- A geração do modelo de pórtico espacial é automatizada com barras que simulam as vigas e pilares da edificação;
- As forças para cada combinação de ações que simulam a ação do vento no edifício é realizada de forma automática.

A análise não-linear é adequadamente considerada no cálculo da estrutura, em seus respectivos modelos em ELU e ELS. A seguir, apresentam-se algumas características:

- Não-linearidade física refinada baseada no cálculo de rigidez por meio da montagem de diagramas N-M-1/r e M-1/r;
- Não-linearidade física aproximada por intermédio da definição de coeficientes redutores de rigidez;
- Não-linearidade geométrica refinada baseada na correção numérica da posição deformada da estrutura, denominado processo P- $\Delta$ ;
- Não-linearidade geométrica aproximada por intermédio da majoração  $0,95 \cdot \gamma_z$  e outras formulações matemáticas particulares.

Os efeitos de 2ª ordem globais podem ser analisados pelo método aproximado especificado na ABNT NBR 6118:2014 ( $0,95 \cdot \gamma_z$ ) ou pelo processo P- $\Delta$  em dois passos (considera os efeitos construtivos da estrutura).

Os efeitos de 2ª ordem locais e localizados, específicos para pilares e pilares-parede, podem ser calculados pelos 4 métodos presentes na ABNT NBR 6118:2014 (pilar-padrão com  $1/r$  aproximada, pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, pilar-padrão acoplado a diagramas N, M,  $1/r$  e método geral).

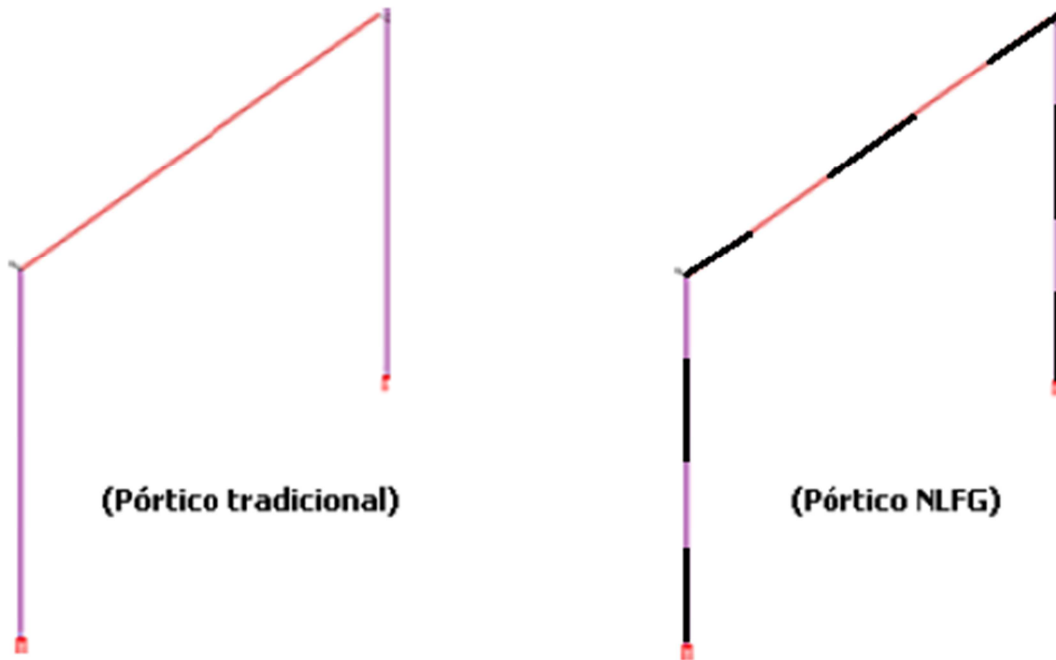
#### 2.4.2 Pórtico não-linear físico e geométrico (PNLFG)

Trata-se um modelo espacial que abrange toda a estrutura composta pelas vigas e pilares de uma edificação, e que pode ser utilizado na verificação desses elementos perante as solicitações normais no ELU.

De acordo com TQS Informática (2015), nesse modelo, cada vão de viga e lance de pilar é dividido em inúmeras barras, cuja rigidez à flexão é calculada a partir de relações M- $1/r$  ou N-M- $1/r$ , obtidas de acordo com a geometria, armadura detalhada e esforços atuantes nesses elementos. A posição final de equilíbrio da estrutura é calculada iterativamente, levando-se em conta os efeitos globais e locais de segunda ordem de forma integrada.

Na Figura 2.23, pode-se visualizar a diferença entre o pórtico tradicional e o pórtico discretizado.

**Figura 2.23 - Pórticos no CAD/TQS**



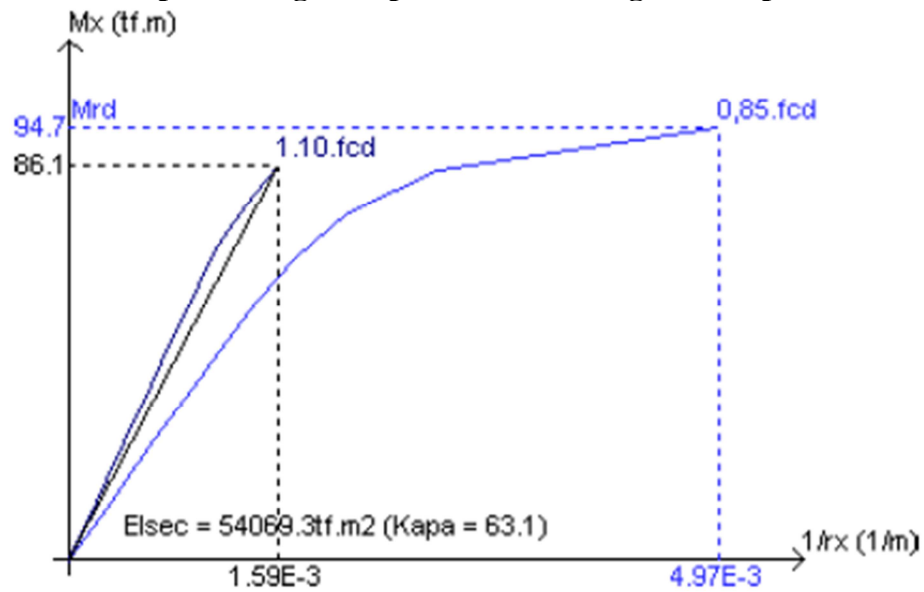
Fonte: TQS Informática (2015)

Por consistir essencialmente em um processo de verificação, o modelo global (e.g., modelo IV, modelo VI) e as armaduras nos elementos necessitam estar previamente definidos. Ou seja, o edifício necessita estar processado globalmente antes de iniciar a análise pelo Pórtico NLFG, inclusive, com o dimensionamento e detalhamento de vigas e pilares.

Para os pilares, calculam-se as rigidezes à flexão nas duas direções ( $EI_y$  e  $EI_z$ ). Para as vigas, calcula-se apenas a rigidez à flexão  $EI_y$ . A rigidez lateral  $EI_z$ , comumente modificada para simular o efeito de diafragma rígido das lajes, é mantida idêntica ao pórtico ELU do edifício.

No caso dos pilares, as rigidezes são calculadas exatamente de acordo com o diagrama N-M-1/r definido no item 15.3.1, da ABNT NBR 6118:2014. Ou seja, considera-se uma resistência de cálculo igual a  $1,1 \cdot f_{cd}$ , considerando-se  $\gamma_{f3} = 1,1$ , conforme exemplificado na Figura 2.24.

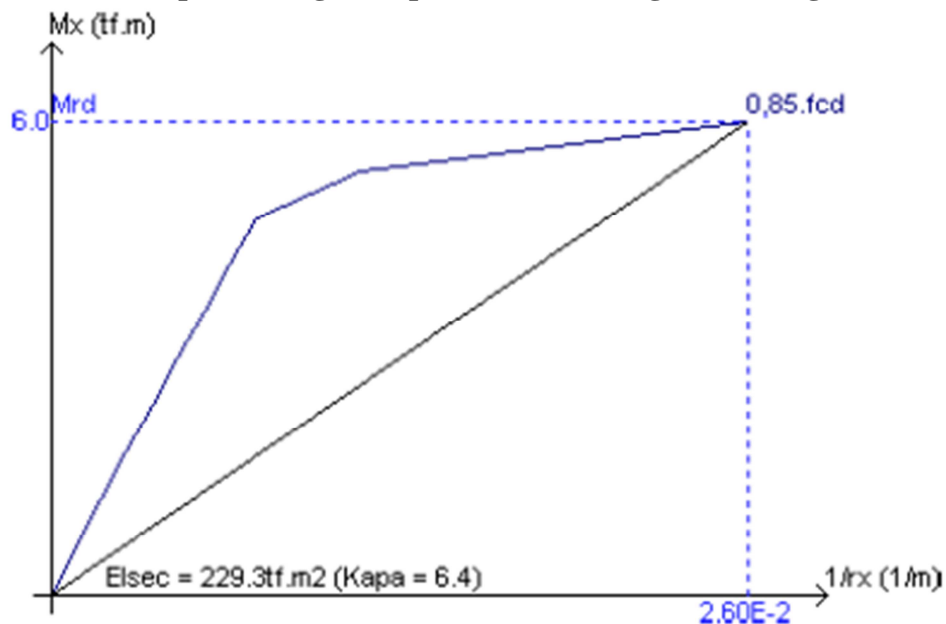
**Figura 2.24 - Exemplo de diagrama para cálculo de rigidez dos pilares no CAD/TQS**



Fonte: TQS Informática (2015)

Enquanto que, para as vigas, as rigidezes são obtidas com o diagrama calculado com  $0,85 \cdot f_{cd}$  e  $\gamma_{f3} = 1,0$ , conforme exemplificado na Figura 2.25. As forças normais nas vigas também são consideradas.

**Figura 2.25 - Exemplo de diagrama para cálculo de rigidez das vigas no CAD/TQS**



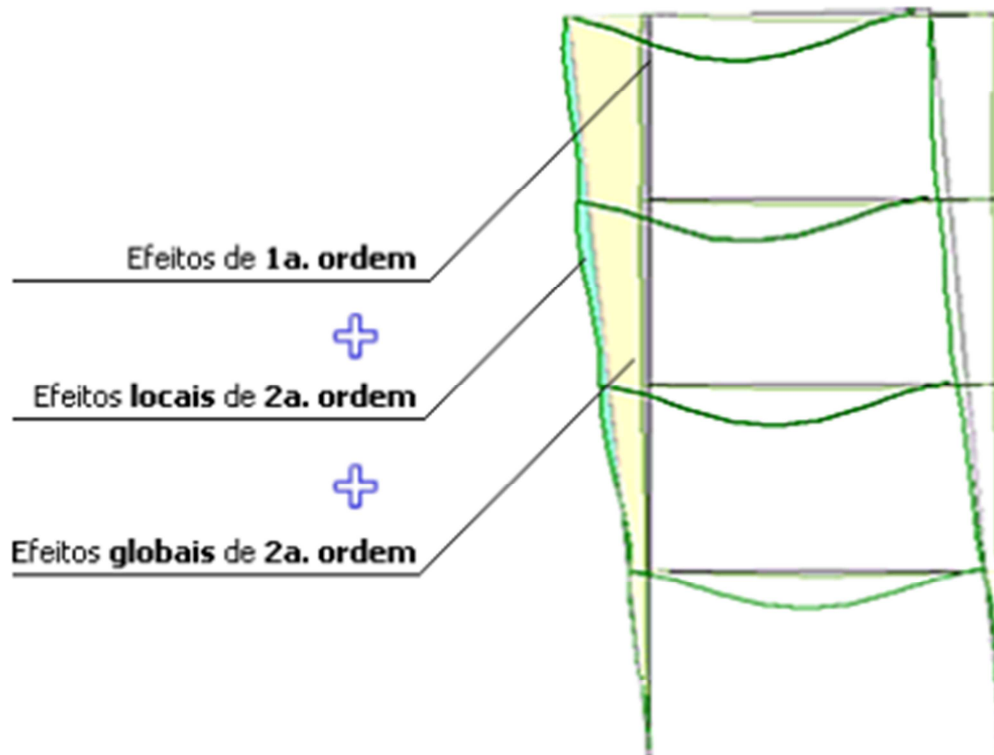
Fonte: TQS Informática (2015)

Seja para as vigas ou para os pilares, as rigidezes podem ser obtidas por meio da linearização dos diagramas N-M-1/r e M-1/r, na qual as duas direções são desacopladas (reta),

ou por meio da curva oblíqua obtida com os esforços solicitantes concomitantes nas duas direções.

A avaliação da NLG é realizada iterativamente pelo processo P- $\Delta$  e, como cada lance de pilar e vão de viga é discretizado em inúmeras barras, além dos efeitos de 2ª ordem globais, são considerados também os efeitos de 2ª ordem locais, de forma integrada e concomitante, conforme ilustrado na Figura 2.26.

**Figura 2.26 - Efeitos de segunda ordem no PNLF**

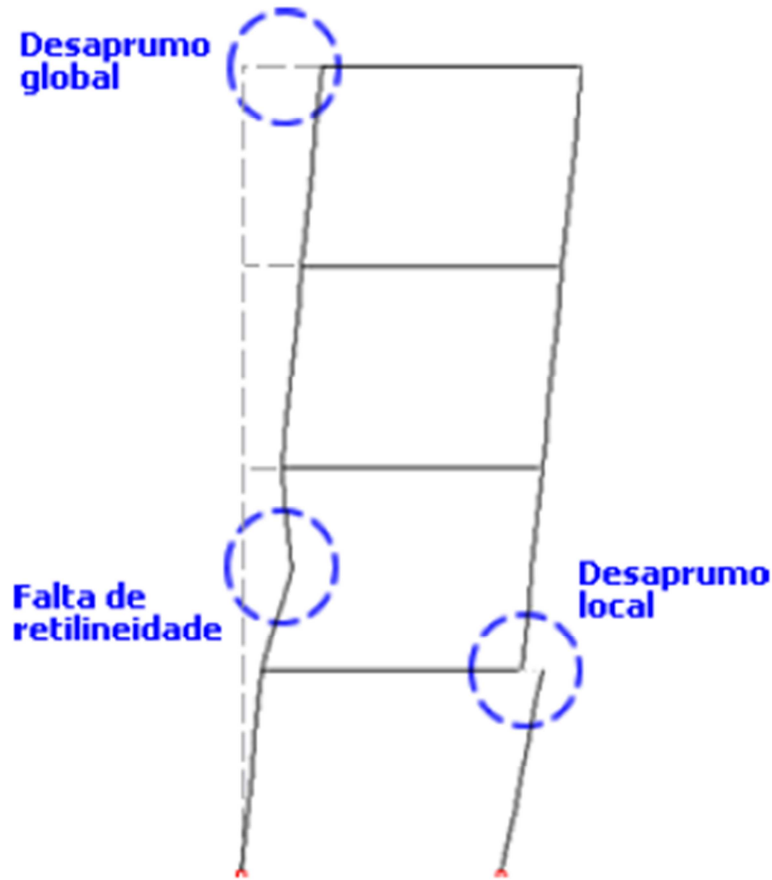


Fonte: TQS Informática (2015)

As vinculações nos extremos de cada lance de pilar no cálculo dos efeitos de 2ª ordem locais são estimadas de forma mais realista, logo, não há a aproximação de considerar cada trecho biapoiado ou engastado na base.

As imperfeições geométricas locais e globais são impostas no modelo através da alteração direta da geometria da estrutura. Desta forma, os efeitos gerados pelas imperfeições locais passam a ser absorvidas por todo conjunto de vigas e pilares, e apenas por um lance de forma isolada, conforme ilustrado na Figura 2.27.

**Figura 2.27 - Imperfeições geométricas no PNLFG**



Fonte: TQS Informática (2015)

Ao final de seu processamento, o PNLFG também gera alguns relatórios em relação aos resultados obtidos perante a análise efetuada na estrutura em questão. Podem-se destacar os seguintes:

- Relatório referente às barras discretizadas que atenderam, ou não, ao ELU;
- Relatório referente aos valores médios de rigidez à flexão do conjunto de vigas e pilares da estrutura.

## 2.5 RIGIDEZ EFETIVA PARA AVALIAÇÃO DA NLF

De acordo com Macgregor (1993), para a determinação do produto de rigidez efetivo ( $EI_{ef}$ ) – análogo à rigidez secante ( $EI_{sec}$ ) definida em 2.2.1.2 –, consideram-se dois conjuntos de valores: um para a realização da análise global da estrutura e outro para a análise de elementos isolados. Isto ocorre porque as deflexões laterais na análise de uma estrutura são

afetadas pela rigidez de todos os seus elementos e, conseqüentemente, os valores de  $EI_{ef}$  devem se aproximar do valor médio representativo desses elementos. No entanto, quando o objeto de análise é a estabilidade um elemento isolado, o valor de  $EI_{ef}$  deve ser um limite inferior seguro para o elemento.

Kordina (1972, *apud* Macgregor, 1993) e Hage (1974, *apud* Macgregor, 1993) analisaram a variação da rigidez para membros de pórticos sujeitos a momentos devidos a ações verticais, a ações laterais e a uma combinação de ambas. Baseados nesses estudos, Macgregor e Hage (1977) concluíram que uma estimativa razoável do  $EI_{ef}$ , para vigas e pilares, em análises de segunda ordem é de  $0,4 \cdot E_c I_g$  e  $0,8 \cdot E_c I_g$ , respectivamente.

Furlong (1980, *apud* Macgregor, 1993) propôs que o valor do  $EI_{ef}$  de vigas com seção T seja igual ao EI total da alma, mas não inferior a  $0,5 \cdot E_c I_g$  de toda a seção. Para colunas localizadas em níveis inferiores, sugeriu a adoção de  $EI_{ef} = 0,5 \cdot E_c I_g$ , enquanto que para colunas em níveis superiores, sugeriu a adoção de  $EI_{ef} = 0,3 \cdot E_c I_g$ .

Dixon (1985, *apud* Macgregor, 1993) recalculou 13 pórticos que haviam sido testados experimentalmente, utilizando um programa de análise de segunda ordem. Com isso, sugeriu o valor de  $EI_{ef} = 0,5 \cdot E_c I_g$  para as vigas. Em conjunto com este valor, o produto de rigidez para as colunas que conduziu às melhores estimativas conservadoras de deslocamentos laterais medidos, foi de  $EI_{ef} = 0,5 \cdot E_c I_g$ .

Macdonald (1986, *apud* Macgregor, 1993) gerou relações de momento nas extremidades versus rotação para vigas com seção T, lajes armadas em uma direção e colunas. Para as vigas com seção T, com 1,2% de taxa de armadura, o  $EI_{ef}$  variou de  $0,37 \cdot E_c I_g$  a  $0,44 \cdot E_c I_g$ . Para as lajes armadas em uma direção, com 0,5% de taxa de armadura, o  $EI_{ef}$  variou de  $0,16 \cdot E_c I_g$  a  $0,22 \cdot E_c I_g$ . Para as colunas, o  $EI_{ef}$  variou de  $0,66 \cdot E_c I_g$  a  $0,89 \cdot E_c I_g$ . Logo, baseado nesses resultados, propôs valores de coeficientes de redução iguais a  $0,42 \cdot E_c I_g$ ,  $0,20 \cdot E_c I_g$  e  $0,70 \cdot E_c I_g$  para vigas com seção T, lajes armadas em uma direção e colunas, respectivamente.

Franco e Vasconcelos (1991) sugeriram um valor único de  $EI_{ef} = 0,7 \cdot E_c I_g$ , quando considerado apenas as vigas e os pilares (pórtico).

Franco (1995) indicou os valores que, posteriormente, seriam adotados pela ABNT NBR 6118:2014; onde, para as vigas com armaduras nas duas faces da seção transversal, deve-se adotar  $EI_{ef} = 0,5 \cdot E_c I_g$ ; para as vigas armadas em apenas uma face,  $EI_{ef} = 0,4 \cdot E_c I_g$ ; para as lajes,  $EI_{ef} = 0,3 \cdot E_c I_g$ ; e para os pilares,  $EI_{ef} = 0,8 \cdot E_c I_g$ .

Pinto e Ramalho (2002) analisaram vigas e pilares isoladamente através de um modelo matemático aferido por meio de resultados experimentais. Para as vigas, observaram que  $EI_{ef}$  variou entre  $0,40 \cdot E_c I_g$  e  $0,64 \cdot E_c I_g$ , sendo que os valores mais baixos de  $EI_{ef}$  correspondem às vigas com armadura em uma única face e os valores maiores correspondem às vigas com armaduras em ambas as faces. Para os pilares, observaram uma grande influência do esforço normal nos resultados obtidos para  $EI_{ef}$ . Quando o esforço normal era elevado e o momento fletor era de baixa intensidade, o  $EI_{ef}$  permaneceu com valores superiores a  $E_c I_g$ , atingindo até  $1,26 \cdot E_c I_g$ . Por outro lado, quando o momento fletor é predominante, o  $EI_{ef}$  apresenta valores menores que  $E_c I_g$ , chegando a um mínimo de  $0,72 \cdot E_c I_g$ .

Pinto e Ramalho (2002) também consideraram vigas e pilares atuando em conjunto, por meio da análise de um pórtico plano de 13 pavimentos. Neste caso, os resultados que mais se aproximaram daqueles obtidos pelo processamento teórico, baseado no método dos elementos finitos, são os correspondentes a  $EI_{ef} = 0,6 \cdot E_c I_g$  para as vigas e  $EI_{ef} = 1,0 \cdot E_c I_g$  para os pilares.

Khuntia e Ghosh (2004a) apresentaram valores de  $EI_{ef}$  para vigas e pilares obtidos por meio de uma abordagem analítica. Para tal, realizaram um estudo paramétrico onde as análises de vigas e pilares foram realizadas de forma distinta com o intuito de investigar a dependência existente entre a rigidez à flexão e outros parâmetros relevantes.

Para os pilares, as variáveis analisadas foram: taxa de armadura ( $\rho_g$ ), resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), relação carga axial/carga última ( $P_u/P_o$ ) e taxa de excentricidade ( $e/h$ ). A rigidez efetiva foi calculada por meio de diagramas N-M-1/r, onde os esforços foram considerados até o ponto de escoamento da armadura. Com isso, verificaram que o momento de inércia dos pilares é sensível as seguintes características:

- $EI_{ef}$  aumenta com o acréscimo de  $\rho_g$ ;
- O aumento da  $e/h$  proporciona um acréscimo no momento fletor para uma determinada carga axial, o que implica em fissuração por flexão mais acentuada e, conseqüentemente, redução do  $EI_{ef}$ ;
- A relação entre o aumento da carga axial e a deformação correspondente à fibra mais externa não é proporcional, resultando em deformações maiores. Logo, o aumento da relação  $P_u/P_o$  sempre resulta na redução do  $EI_{ef}$  para pilares;
- O aumento do  $f_{ck}$  é associado ao aumento de  $EI_{ef}$ .



Deste modo, Khuntia e Ghosh (2004a) propuseram uma equação para o cálculo de  $EI_{ef}$  para pilares, de acordo com a equação 2.21.

$$EI_{ef} = E_c I_g \cdot (0,80 + 25 \cdot \rho_g) \cdot \left( 1 - \frac{e}{h} - 0,5 \cdot \frac{P_u}{P_o} \right) \quad (2.21)$$

em que:

- $EI_{ef}$  : produto de rigidez efetivo;
- $E_c \cdot I_g$  : produto de rigidez integral;
- $\rho_g$  : taxa de armadura;
- $e/h$  : taxa de excentricidade;
- $P_u$  : carga axial;
- $P_o$  : carga última.

Para as vigas, as seguintes variáveis foram investigadas: taxa de armadura ( $\rho_g$ ), resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), relação base/altura ( $b/h$ ), presença de armadura de compressão ( $\rho'$ ) e consideração da mesa para vigas com seção T (com variação entre a espessura da mesa e a altura da viga). Com isso, verificaram que o momento de inércia das vigas é sensível as seguintes características:

- $EI_{ef}$  aumenta com o acréscimo da  $\rho_g$ . No entanto, observaram que, para  $\rho_g$  com até 1,5%, o  $EI_{ef}$  não depende da magnitude da sollicitação atuante na viga, pois a deformação na fibra mais comprimida é relativamente pequena. No entanto, para  $\rho_g$  maiores que 2,0%, o  $EI_{ef}$  tende a diminuir com o aumento do momento fletor aplicado na viga, pois as deformações nas fibras mais comprimidas tendem a serem significativas;
- A presença de  $\rho'$  não proporciona variações no  $EI_{ef}$ ;
- Para  $\rho_g$  e  $b$  constantes, o decréscimo na taxa  $b/h$  proporciona um aumento no  $EI_{ef}$ ;
- A variação do  $f_{ck}$  é um fator considerável, pois a profundidade das fissuras de flexão para valores mais altos de resistência é maior devido à redução do valor da linha neutra, o que proporciona valores menores de  $EI_{ef}$ . O aumento do  $f_{ck}$  leva a um acréscimo no módulo de deformabilidade, no entanto, as análises demonstraram que para concretos de alta resistência, o  $EI_{ef}$  tende a ser menor do que para concretos com resistências menores, especialmente para baixos valores de  $\rho_g$ ;

- O aumento da espessura da mesa em vigas com seção T proporciona um acréscimo no  $EI_{ef}$ . Porém, para os casos de viga T invertida, o comportamento da rigidez é semelhante aos de viga retangular, pois a mesa tracionada não propicia influências significativas nos resultados.

De acordo com esses resultados, Khuntia e Ghosh (2004a) propuseram expressões para as seguintes situações:

- Para vigas retangulares com  $f_{ck} \leq 41,4$  MPa, o  $EI_{ef}$  pode ser calculado pela equação 2.22 ou pela equação 2.23, que considera o momento de inércia da seção fissurada.

$$EI_{ef} = E_c I_g \cdot (0,10 + 25 \cdot \rho_g) \cdot \left( 1,2 - 0,2 \cdot \frac{b}{d} \right) \leq 0,6 \cdot E_c I_g \quad (2.22)$$

$$I_{cr} = \frac{b \cdot c^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - c)^2 \quad (2.23)$$

em que:

- $EI_{ef}$  : produto de rigidez efetivo;
- $E_c \cdot I_g$  : produto de rigidez integral;
- $\rho_g$  : taxa de armadura;
- $b$  : largura da base da viga;
- $d$  : altura útil da seção;
- $c$  : profundidade da linha neutra;
- $n$  : relação entre os módulos de deformabilidade do aço e do concreto;
- $A_s$  : área de aço da armadura positiva.

- Para vigas retangulares com  $f_{ck} > 41,4$  MPa, o  $EI_{ef}$  pode ser calculado pela equação 2.24.

$$EI_{ef} = E_c I_g \cdot (0,10 + 25 \cdot \rho_g) \cdot \left( 1,2 - 0,2 \cdot \frac{b}{d} \right) \cdot \left[ 1,15 - (4 \cdot 10^{-5}) \cdot f_c' \right] \leq 0,6 \cdot E_c I_g \quad (2.24)$$

em que:

- $EI_{ef}$  : produto de rigidez efetivo;
- $E_c \cdot I_g$  : produto de rigidez integral;
- $\rho_g$  : taxa de armadura;
- $b$  : largura da base da viga;
- $d$  : altura útil da seção;

$f_c'$  : área de aço da armadura positiva.

- III. Para vigas com seção T e mesa comprimida, o  $EI_{ef}$  pode ser calculado pela equação 2.25.

$$\frac{EI_{efT}}{EI_{ef}} = \left( 1,0 + 2 \cdot \frac{t_f}{h} \right) \leq 1,4 \quad (2.25)$$

em que:  $EI_{efT}$  : produto de rigidez efetivo para vigas com seção T;  
 $EI_{ef}$  : produto de rigidez efetivo para vigas retangulares;  
 $t_f$  : largura da mesa;  
 $h$  : altura da seção.

Por fim, Khuntia e Ghosh (2004a) sugerem uma metodologia para consideração dos valores de  $EI_{ef}$  para vigas e pilares de pórtico, com ênfase aos que possuem pilares esbeltos:

1. Na análise de pórticos, para consideração dos esforços globais de primeira e segunda ordem, podem-se assumir inicialmente os valores de  $EI_{ef} = 0,35 \cdot E_c I_g$  para as vigas e  $EI_{ef} = 0,7 \cdot E_c I_g$  para os pilares;
2. Ao final desta primeira análise, recalcula-se o valor de  $EI_{ef}$  para as vigas e os pilares de acordo com as equações 2.21 e 2.22. Se os valores obtidos forem superiores a 15% dos valores iniciais considerados, recomenda-se realizar uma nova análise utilizando-se os valores obtidos pelas equações. Caso contrário, não há necessidade de se realizar uma nova análise.

Khuntia e Ghosh (2004b) validaram a abordagem analítica idealizada em Khuntia e Ghosh (2004a) por meio de análises experimentais.

Martins (2008) analisou vigas de concreto armado, biapoiadas e biengastadas, com diferentes taxas de armadura e de carregamentos distribuídos, utilizando-se uma formulação em elementos finitos, com consideração do concreto íntegro entre fissuras como fator contribuinte (*tension stiffening*) e diagramas de  $M-1/r$ , de modo a avaliar o  $EI_{ef}$  das vigas nas duas situações de vinculação supracitadas. Para as vigas biapoiadas, os valores obtidos foram  $0,41 \cdot E_{ci} I_c \leq EI_{ef} \leq 0,54 \cdot E_{ci} I_c$ . Enquanto que, para as vigas biengastadas, os valores obtidos foram  $0,57 \cdot E_{ci} I_c \leq EI_{ef} \leq 0,64 \cdot E_{ci} I_c$ . Como a vinculação das vigas em edifícios de concreto armado deve ser uma situação intermediária em relação às analisadas, ponderou que

o  $EI_{ef}$  aproximado para vigas deve ser de  $0,54 \cdot E_{ci}I_c$ . No entanto, de acordo com os resultados obtidos, enfatizou que o  $EI_{ef}$  deve ser diferenciado para as vigas com armaduras inferior e superior iguais, e para as vigas com armaduras superior e inferior diferentes.

De acordo com ACI 318:2014 sugere-se a utilização das equações 2.21 e 2.22 propostas por Khuntia e Ghosh (2004a) para o cálculo de  $EI_{ef}$  para pilares e vigas, respectivamente. Porém, para os pilares, definem-se os limites de  $0,35 \cdot E_c I_g \leq EI_{ef} \leq 0,875 \cdot E_c I_g$ . E, para as vigas, os limites são  $0,25 \cdot E_c I_g \leq EI_{ef} \leq 0,50 \cdot E_c I_g$ . Os valores finais de  $EI_{ef}$  também devem ser multiplicados pelo fator de redução  $\phi_k = 0,875$ . De acordo com Franco (1995), essa redução só faz sentido para a formulação geral da norma americana.

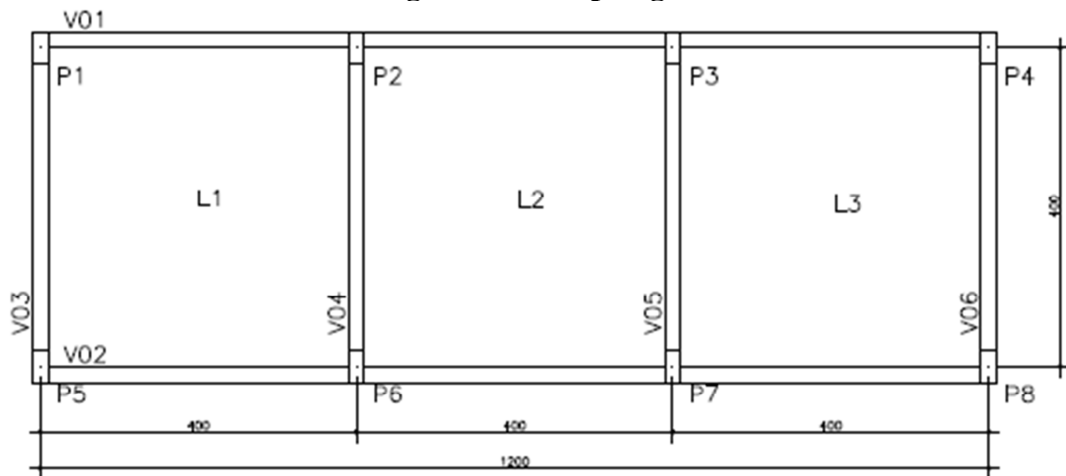
Bueno (2014) determinou valores de rigidez a serem adotados para vigas ( $EI_{sec} = \alpha_v \cdot E_{ci}I_c$ ) e pilares ( $EI_{sec} = \alpha_p \cdot E_{ci}I_c$ ) em edificações com menos de quatro pavimentos, de modo a considerar a NLF de forma aproximada na avaliação da estabilidade global.

Para a obtenção desses valores, idealizou dezenas de exemplos e realizou suas respectivas análises através do software CAD/TQS, versão 16.9.79, onde adotou o modelo global IV. Os exemplos foram concebidos combinando-se aleatoriamente as seguintes características:

- Número de pavimentos: 3, 4, 5 e 8;
- Seção das vigas (cm):  $V_1 = 20 \times 40$  e  $V_2 = 20 \times 55$ ;
- Seção dos pilares (cm):  $P_1 = 20 \times 40$  e  $P_2 = 25 \times 60$ ;
- Altura piso a piso (m): 3, 4 e 5;
- Vãos das vigas (m): 4 e 6;
- Direção dos pilares centrais:  $0^\circ$  e  $90^\circ$ ;
- Velocidade básica do vento (m/s): 35 e 45;
- Carga permanente/acidental ( $kN/m^2$ ): 2,0/3,0 e 5,0/5,0;
- Resistência característica do concreto –  $f_{ck}$  (MPa): 25 e 50.

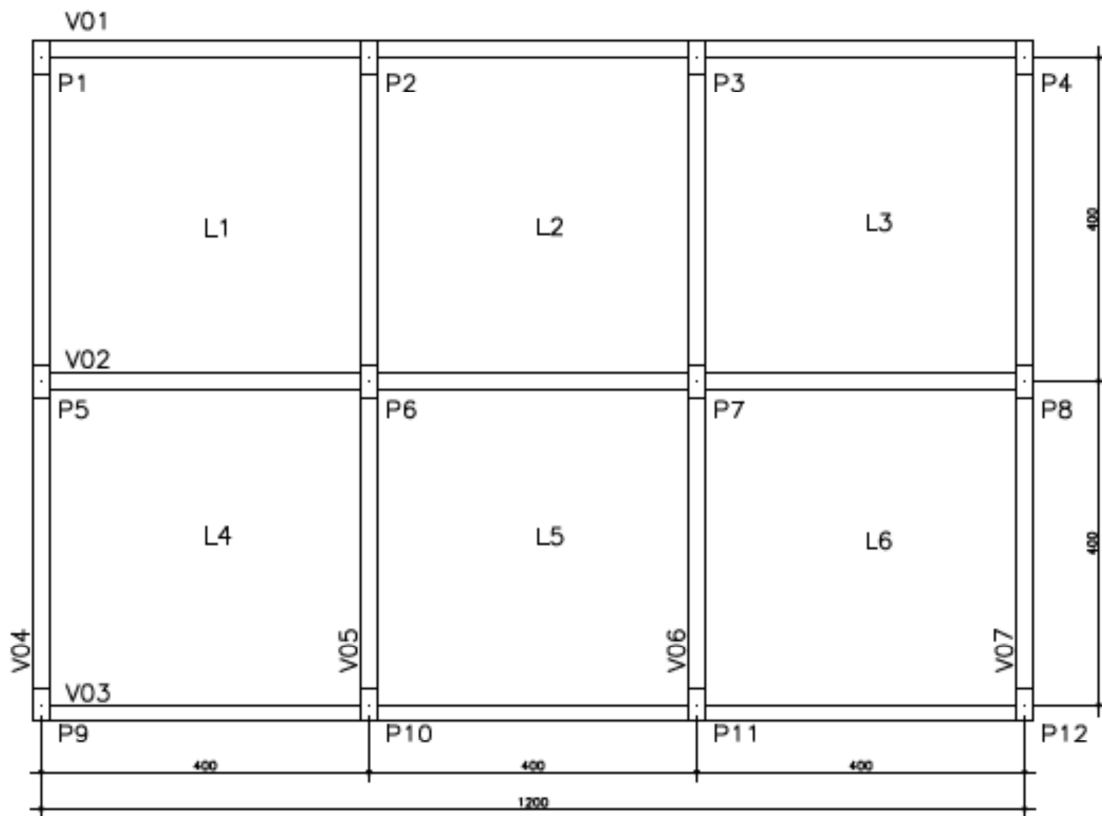
Também concebeu duas tipologias de plantas de forma para os pavimentos, conforme as Figuras 2.28 e 2.29.

**Figura 2.28 - Tipologia 1**



Fonte: Bueno (2014)

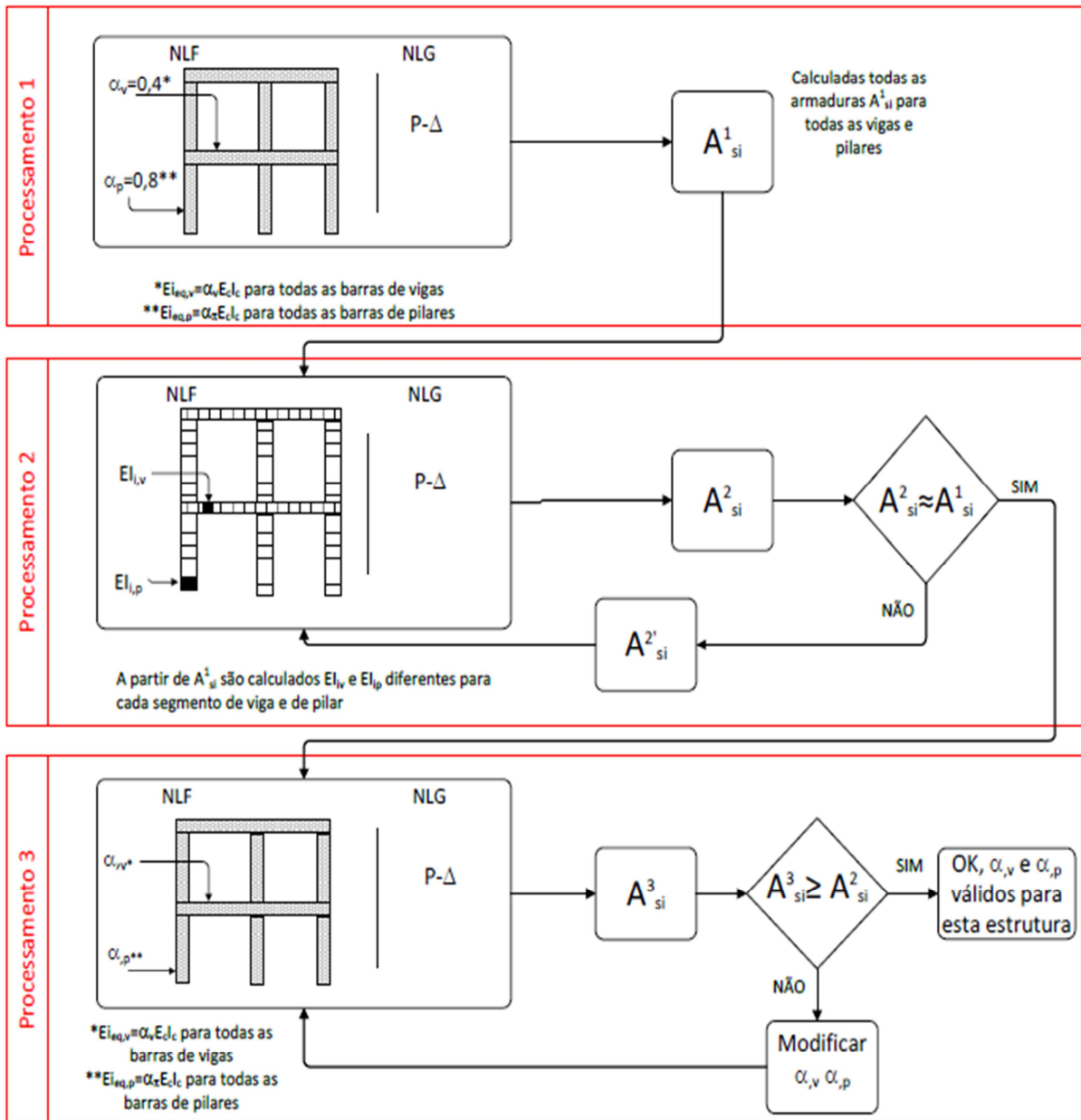
**Figura 2.29 - Tipologia 2**



Fonte: Bueno (2014)

Posteriormente, cada exemplo foi analisado de acordo com a metodologia de análise descrita na Figura 2.30.

Figura 2.30 - Metodologia inicial de análise de Bueno

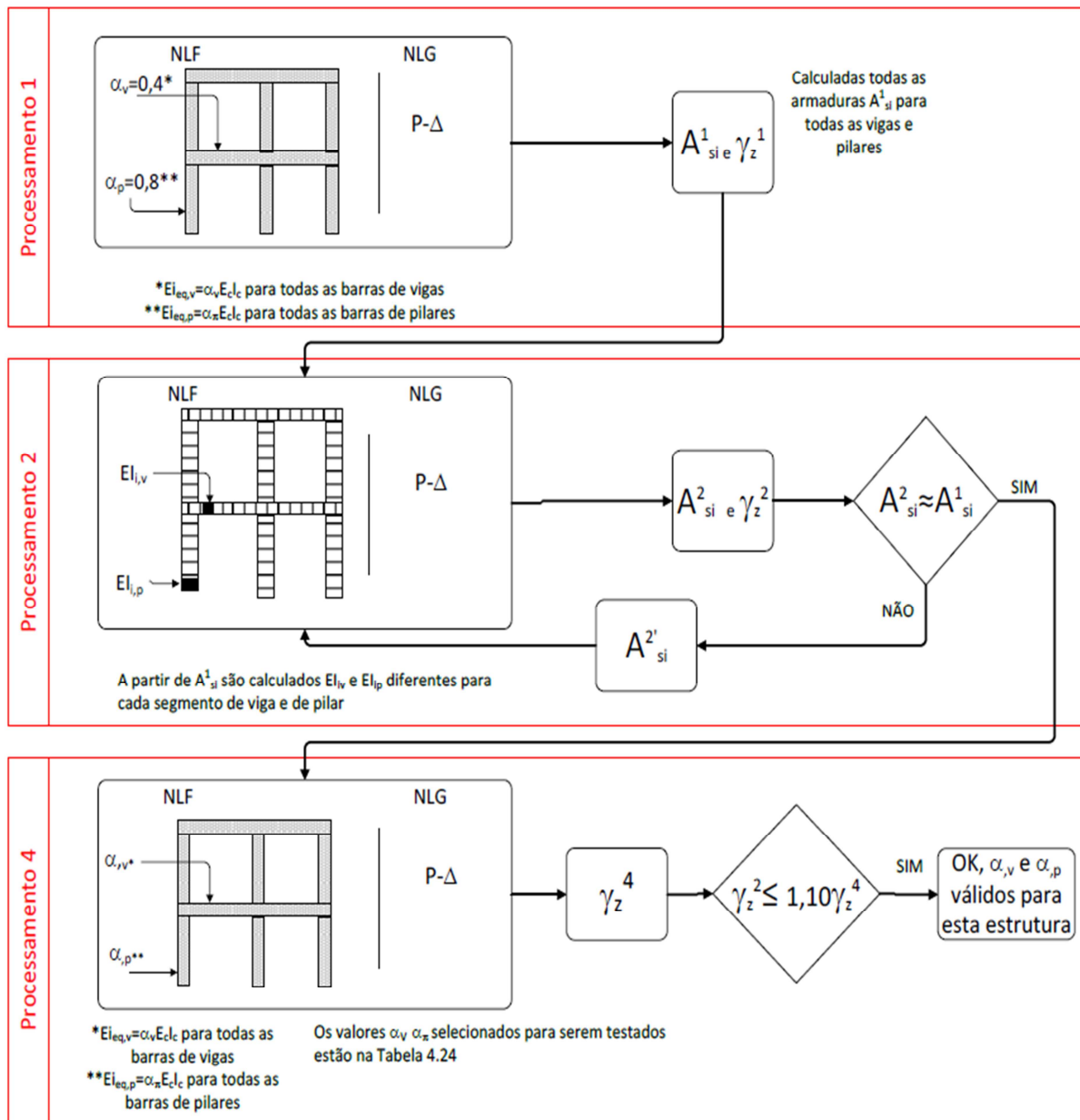


Fonte: Bueno (2014)

No entanto, após a obtenção e tratamento dos resultados preliminares, percebeu oportunidades de melhoria para a metodologia e, deste modo, adicionou um novo passo, denominado processamento 4.

Na Figura 2.31, pode-se visualizar o que foi modificado.

Figura 2.31 - Metodologia final de análise de Bueno



Fonte: Bueno (2014)

No processamento 1, para cada exemplo estudado, a NLF foi considerada de forma aproximada, onde utilizou os valores de rigidez fornecidos pela ABNT NBR 6118:2014 de ( $EI_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci} I_c$ ) e ( $EI_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci} I_c$ ) para vigas e pilares, respectivamente. Como se trata de um dimensionamento inicial, não considerou o limite imposto para utilização dos valores de rigidez em edifícios com no mínimo quatro pavimentos. A NLG foi considerada utilizando-se o processo P- $\Delta$ . Com isso, calculou os esforços de segunda ordem e prosseguiu ao dimensionamento da estrutura.

No processamento 2, com o detalhamento da armadura, utilizou o PNLFG para discretização de vigas e pilares em elementos de barra com 50 cm de comprimento, para posteriormente, obter a rigidez de cada elemento. Como o PNLFG adota um processo mais refinado na consideração da NLF, algumas barras discretizadas não atenderam ao ELU e, com intuito de atendê-lo, alterou manualmente a seção transversal das armaduras dos elementos estruturais nos quais as barras anômalas estavam dispostas. Posteriormente, o PNLFG gerou um relatório com as rigidezes médias do conjunto de vigas e pilares da estrutura, considerando as rigidezes de cada barra discretizada.

No processamento 3, adotou os valores redutores de rigidez obtidos no processamento anterior e efetuou um novo processamento similar ao processamento 1, mas com uma comparação em relação às taxas de armadura obtidas em cada processamento de modo a validar os valores obtidos por meio do processamento 2, conforme demonstrado na Figura 2.30. Logo, com os resultados obtidos, idealizou três propostas, conforme descrito nas Tabelas 2.1, 2.2 e 2.3.

**Tabela 2.1 - Proposta 1 de Bueno**

Processamento 3a	Pavimentos	$\alpha_v$	$\alpha_p$	$\gamma_{z,lim}$
	1	0,20	0,60	1,2
2	0,30	0,60		
3	0,30	0,70		
4	0,40	0,80	1,3	
5	0,40	0,80		
6	0,40	0,80		
7	0,40	0,80		
8 ou mais	0,40	0,80		

Fonte: Bueno (2014)

**Tabela 2.2 - Proposta 2 de Bueno**

Processamento 3b	Pavimentos	$\alpha_v$	$\alpha_p$	$\gamma_{z,lim}$
	1	0,20	0,60	1,2
2	0,25	0,65		
3	0,30	0,70		
4	0,35	0,75	1,3	
5	0,40	0,80		
6	0,40	0,80		
7	0,40	0,80		
8 ou mais	0,40	0,80		

Fonte: Bueno (2014)



**Tabela 2.3 - Proposta 3 de Bueno**

Processamento 3c	Pavimentos	$\alpha_v$	$\alpha_p$	$\gamma_{z,lim}$
	1	0,20	0,60	1,2
	2	0,25	0,60	
	3	0,25	0,60	
	4	0,25	0,60	
	5	0,30	0,70	1,3
	6	0,30	0,70	
	7	0,40	0,80	
	8 ou mais	0,40	0,80	

Fonte: Bueno (2014)

No processamento 4, de acordo com a Figura 2.31, com os valores obtidos nas propostas acima, efetuou um novo processamento no qual foi realizado apenas uma análise da estabilidade global com o intuito de se obter o valor do coeficiente  $\gamma_z$ , denominado  $\gamma_z^4$ . Em relação à equação condicional presente no processamento 4 ( $\gamma_z^2 \leq 1,10 \cdot \gamma_z^4$ ), a utilização do valor de 1,10 se dá em alusão ao limite de 10% presente na ABNT NBR 6118:2014 quanto à consideração dos efeitos globais de segunda ordem e, o coeficiente  $\gamma_z^2$  considera a carga de vento para o cálculo de  $M_{1,d}$  e o deslocamento no pórtico da análise não-linear física e geométrica para o cálculo de  $\Delta M_{2,d}$ . A formulação de  $\gamma_z^2$  é análoga a que foi definida para  $R_{m2m1}$  no item 2.3.3, enquanto que, o coeficiente  $\gamma_z^4$  é análogo ao coeficiente  $\gamma_z$ , definido em 2.3.1.

Portanto, a equação ( $\gamma_z^2 \leq 1,10 \cdot \gamma_z^4$ ) teve por objetivo selecionar os exemplos que atenderam a relação, “validando” seus respectivos coeficientes redutores de rigidez relativos à NLF para vigas e pilares.

Por fim, após a análise por meio do processamento 4, concretizou a proposta final quanto aos valores dos coeficientes de rigidez a serem utilizados de acordo com o número de pavimentos, na avaliação da estabilidade global. Na Tabela 2.4, pode-se contemplar a proposta final de Bueno (2014).

**Tabela 2.4 – Proposta final de Bueno**

PAVIMENTOS	$\alpha_v$	$\alpha_p$	$\gamma_{z,lim}$
<b>1</b>	0,2	0,6	1,3
<b>2</b>	0,3	0,6	
<b>3</b>	0,3	0,7	
<b>4 a 10</b>	0,4	0,8	

Fonte: Bueno (2014)

### 3 METODOLOGIA

Neste trabalho, procura-se definir uma metodologia de análise diferente da empregada por Bueno (2014), com o intuito de ampliar a investigação da NLF aproximada na avaliação da estabilidade global. Lembrando que, conforme o que foi definido nos objetivos, tem-se por propósito definir os valores de rigidez de vigas ( $EI_{sec} = \alpha_v \cdot E_{ci}I_c$ ) e pilares ( $EI_{sec} = \alpha_p \cdot E_{ci}I_c$ ) para edificações com menos de quatro pavimentos.

Desta forma, utilizou-se o software CAD/TQS, versão 18.11.53, disponibilizado pelo Departamento de Engenharia Civil (DEC) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo fato de dispor de métodos de análise avançados e automatizados.

Cabe esclarecer que a avaliação da rigidez à flexão das lajes não foi incorporada ao estudo porque o modelo global IV e o PNLFG, do CAD/TQS, realizam uma análise mais refinada quanto à NLF apenas para vigas e pilares atuando em conjunto. Ou seja, a análise e o dimensionamento dos exemplos ocorrem por meio de uma avaliação diferenciada entre o modelo de pórtico e o modelo de grelha, para depois, compatibilizar os esforços obtidos em ambos – logo, as lajes são tratadas apenas como diafragmas rígidos. Por outro lado, o modelo global VI, que não foi utilizado neste trabalho, adota um modelo integrado de pórtico e grelha que, conseqüentemente, detém as características necessárias para a avaliação da rigidez transversal das lajes na análise e dimensionamento da estrutura. Porém, a versão adotada neste trabalho do CAD/TQS não permite a utilização do PNLFG (pois o mesmo não está adaptado para a utilização do modelo integrado) no modelo VI, o que inviabiliza a proposta deste trabalho e justifica a adoção do modelo global IV.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS EXEMPLOS ESTUDADOS

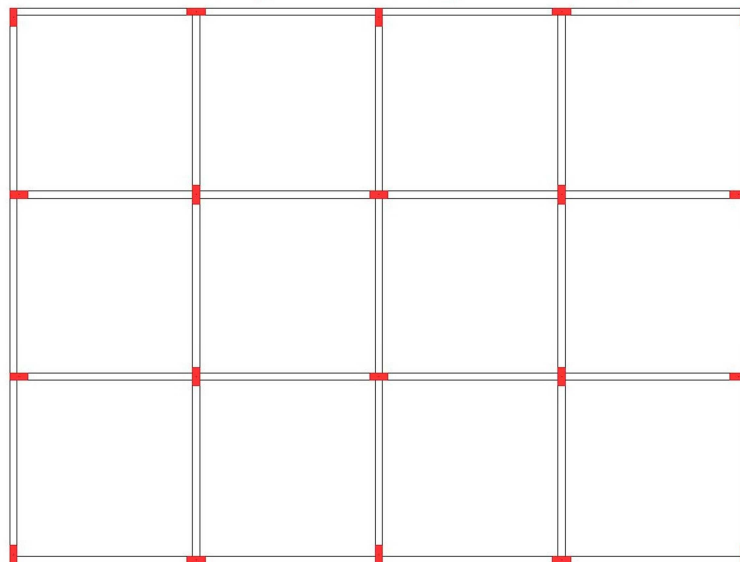
Os exemplos estudados são referentes a edificações com 1, 2 e 3 pavimentos. A seguir, são descritas algumas características fixas adotadas em todos os exemplos:

- Para a classificação da agressividade ambiental, escolheu-se a classe II;
- Foi considerada a presença de paredes em alvenaria sobre todas as vigas em todos os pavimentos (nos pavimentos de cobertura, a altura das paredes foi de 1 metro), sendo compostas por blocos de concreto com 14 e 19 cm de largura para as vigas com 15 e 20 cm de largura, respectivamente;

- As lajes do pavimento tipo detêm 12 cm de espessura com 2,0 e 3,0 kN/m<sup>2</sup> de carga permanente e acidental, respectivamente. Enquanto que, as lajes do pavimento de cobertura detêm 12 cm de espessura com 3,0 kN/m<sup>2</sup> de carga permanente e acidental;
- Considerou-se a ação do vento e do desaprumo atuando nas quatro direções (0°, 90°, 180° e 270°), resultando em 83 combinações de ações para análise.

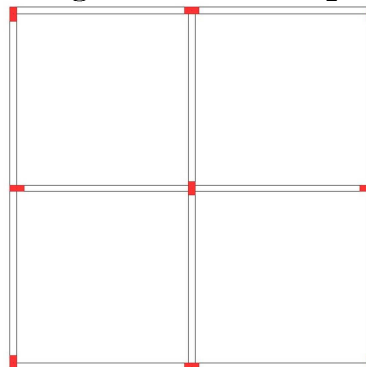
Para a análise de cada porte de edificação foram concebidos 16 exemplos que se baseiam em diferentes tipos de plantas de forma, configurações estruturais, velocidades básicas do vento e resistências características do concreto. Nas Figuras 3.1 e 3.2 e nas Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, são apresentadas estas características.

**Figura 3.1 - Planta T<sub>1</sub>**



Fonte: O Autor

**Figura 3.2 - Planta T<sub>2</sub>**



Fonte: O Autor

**Tabela 3.1 - Tipos de configurações estruturais**

<b>Nomenclatura</b>	<b>Vigas (cm x cm)</b>	<b>Pilares (cm x cm)</b>	<b>Altura piso a piso (m)</b>	<b>Vão entre vigas (m)</b>
E	20 x 50	20 x 50	4	5
F	20 x 40	20 x 40	3	4
G	20 x 40	20 x 40	4	5
H	15 x 40	15 x 40	3	4
I	20 x 40	20 x 35	4	5
J	15 x 30	15 x 25	3	4

Fonte: O Autor

**Tabela 3.2 - Tipos de velocidade básica do vento ( $V_0$ )**

<b>Nomenclatura</b>	<b>Velocidade básica do vento (m/s)</b>
$v_1$	30
$v_2$	50

Fonte: O Autor

**Tabela 3.3 - Tipos de resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ )**

<b>Nomenclatura</b>	<b>Resistência características do concreto (MPa)</b>
f	25
g	40

Fonte: O Autor

Cabe ressaltar que as configurações estruturais da tabela 3.1, de nomenclaturas E e F, são utilizadas apenas nos exemplos com 3 pavimentos. As de nomenclaturas G e H são utilizadas nos exemplos com 2 pavimentos. E, as de nomenclaturas I e J são utilizadas nos exemplos com 1 pavimento. Esta diferenciação foi aplicada para vislumbrar características compatíveis com o que é empregado nas edificações reais, no que concerne aos valores de máximo e mínimo adotados.

Com isso, na Tabela 3.4, pode-se visualizar a lista de exemplos a serem simulados. Para compreender a simbologia adotada, convém observar a Tabela 3.5.

**Tabela 3.4 - Exemplos para simulação**

<b>COMBINAÇÕES</b>			
3T <sub>1</sub> Ev <sub>1</sub> f	3T <sub>1</sub> Ev <sub>1</sub> g	3T <sub>1</sub> Ev <sub>2</sub> f	3T <sub>1</sub> Ev <sub>2</sub> g
3T <sub>1</sub> Fv <sub>1</sub> f	3T <sub>1</sub> Fv <sub>1</sub> g	3T <sub>1</sub> Fv <sub>2</sub> f	3T <sub>1</sub> Fv <sub>2</sub> g
3T <sub>2</sub> Ev <sub>1</sub> f	3T <sub>2</sub> Ev <sub>1</sub> g	3T <sub>2</sub> Ev <sub>2</sub> f	3T <sub>2</sub> Ev <sub>2</sub> g
3T <sub>2</sub> Fv <sub>1</sub> f	3T <sub>2</sub> Fv <sub>1</sub> g	3T <sub>2</sub> Fv <sub>2</sub> f	3T <sub>2</sub> Fv <sub>2</sub> g
2T <sub>1</sub> Gv <sub>1</sub> f	2T <sub>1</sub> Gv <sub>1</sub> g	2T <sub>1</sub> Gv <sub>2</sub> f	2T <sub>1</sub> Gv <sub>2</sub> g
2T <sub>1</sub> Hv <sub>1</sub> f	2T <sub>1</sub> Hv <sub>1</sub> g	2T <sub>1</sub> Hv <sub>2</sub> f	2T <sub>1</sub> Hv <sub>2</sub> g
2T <sub>2</sub> Gv <sub>1</sub> f	2T <sub>2</sub> Gv <sub>1</sub> g	2T <sub>2</sub> Gv <sub>2</sub> f	2T <sub>2</sub> Gv <sub>2</sub> g
2T <sub>2</sub> Hv <sub>1</sub> f	2T <sub>2</sub> Hv <sub>1</sub> g	2T <sub>2</sub> Hv <sub>2</sub> f	2T <sub>2</sub> Hv <sub>2</sub> g
1T <sub>1</sub> lv <sub>1</sub> f	1T <sub>1</sub> lv <sub>1</sub> g	1T <sub>1</sub> lv <sub>2</sub> f	1T <sub>1</sub> lv <sub>2</sub> g
1T <sub>1</sub> Jv <sub>1</sub> f	1T <sub>1</sub> Jv <sub>1</sub> g	1T <sub>1</sub> Jv <sub>2</sub> f	1T <sub>1</sub> Jv <sub>2</sub> g
1T <sub>2</sub> lv <sub>1</sub> f	1T <sub>2</sub> lv <sub>1</sub> g	1T <sub>2</sub> lv <sub>2</sub> f	1T <sub>2</sub> lv <sub>2</sub> g
1T <sub>2</sub> Jv <sub>1</sub> f	1T <sub>2</sub> Jv <sub>1</sub> g	1T <sub>2</sub> Jv <sub>2</sub> f	1T <sub>2</sub> Jv <sub>2</sub> g

Fonte: O Autor

**Tabela 3.5 - Descrição da simbologia adotada na tabela 3.4**

<b>SIMBOLOGIA</b>	
<b>Número de pavimentos</b>	1, 2, 3
<b>Tipos de plantas de forma</b>	T <sub>1</sub> , T <sub>2</sub>
<b>Tipos de configurações estruturais</b> (dimensões de vigas, pilares e lajes; altura de piso a piso; vãos entre vigas)	E, F, G, H, I, J
<b>Tipos de V<sub>0</sub></b>	v <sub>1</sub> , v <sub>2</sub>
<b>Tipos de f<sub>ck</sub></b>	f, g

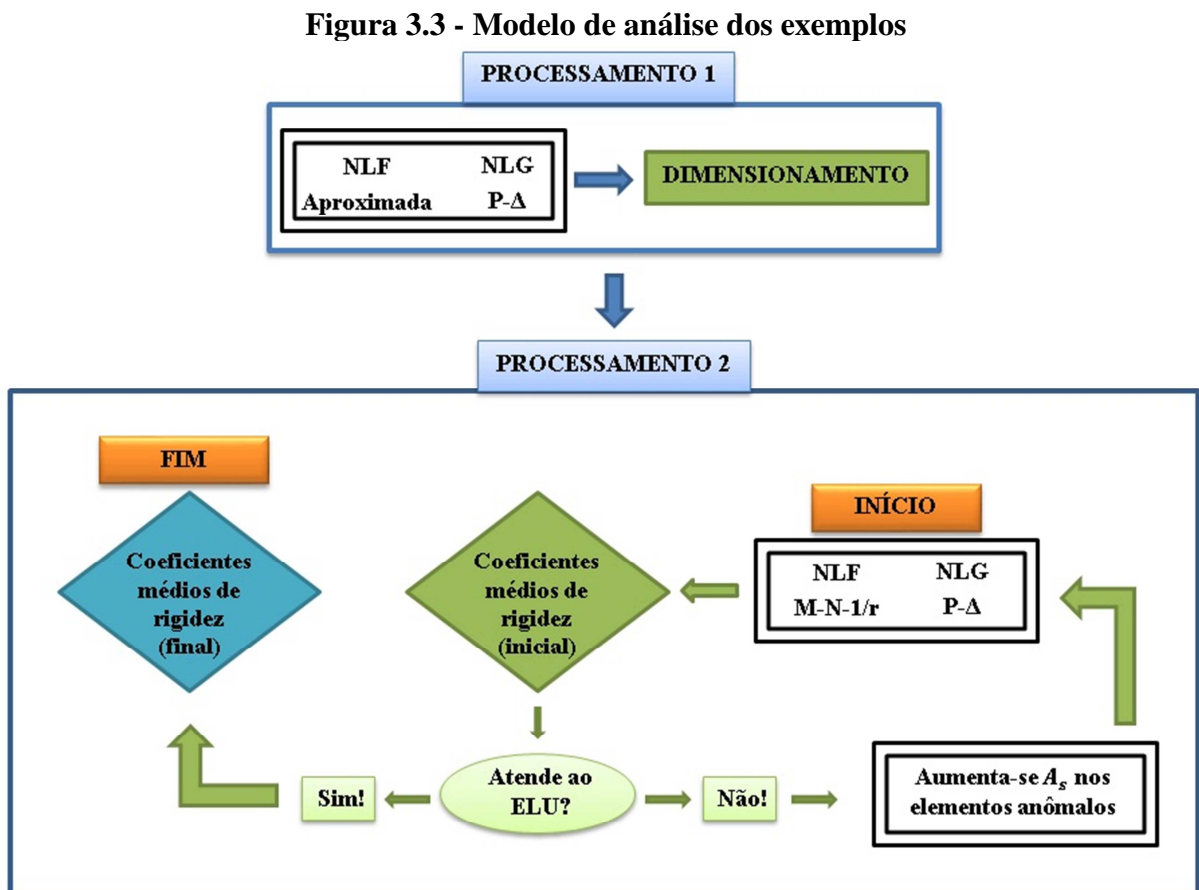
Fonte: O Autor

A variabilidade aplicada na concepção dos exemplos é adotada para que se obtenham diferentes detalhamentos de armaduras nos elementos estruturais de cada um destes e, conseqüentemente, diferentes taxas de armadura. Lembrando que, a rigidez dos elementos estruturais é sensível à variação da taxa de aço definida para cada elemento estrutural.

### 3.2 MODELO DE ANÁLISE DOS EXEMPLOS

Com os exemplos definidos, o próximo passo é demonstrar como os mesmos foram analisados. O modelo de análise desenvolvido se baseia em um processo iterativo para a obtenção dos resultados. Onde, após a convergência, os valores médios de rigidez obtidos para vigas e pilares representam com precisão a NLF de forma aproximada para o determinado exemplo simulado.

Na Figura 3.3, pode-se verificar por meio de um fluxograma, como ocorrem as simulações de todos os exemplos estudados.



Fonte: O Autor

#### 3.2.1 Processamento 1

Inicialmente, avalia-se a NLF de forma aproximada com os valores de rigidez para as vigas ( $EI_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci}I_c$ ) e para os pilares ( $EI_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci}I_c$ ) – lembrando que, estes

valores são usuais para edifícios com quatro pavimentos ou mais, no entanto, foram utilizados como medida inicial. A NLG é analisada pelo processo P- $\Delta$ .

Após a estimativa dos esforços globais (1º ordem + 2º ordem), prossegue-se a análise dos efeitos locais de segunda ordem nos pilares.

Deste modo, definido o valor dos esforços totais em cada elemento, procede-se ao dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais, de acordo com os parâmetros definidos na ABNT NBR 6118:2014.

### 3.2.2 Processamento 2

Com o auxílio do PNLFG efetua-se a avaliação da NLF por diagramas de M-1/r e/ou N-M-1/r para as vigas e os pilares, onde as rigidezes são obtidas por meio da curva oblíqua. Analogamente ao processamento 1, a NLG é avaliada pelo processo P- $\Delta$ .

Este processamento consiste apenas em uma verificação quanto ao ELU e possibilita a obtenção dos valores de rigidez para cada elemento de barra discretizado das vigas e dos pilares.

A discretização destes é realizada em elementos de barra com 50 cm de comprimento, pois em testes preliminares apresentou um desempenho semelhante à discretização em elementos de barras com 10 cm de comprimento e, visando economia no custo computacional, a escolha foi justificada.

Para as barras discretizadas que não atendem ao ELU, efetuam-se, manualmente, acréscimos mínimos nas respectivas áreas de aço e, em seguida, submete-se o exemplo a uma nova análise quanto a NLF e NLG por meio do PNLFG, obtendo-se novos valores de rigidez para cada barra discretizada. Esse processo se repete até que todos os elementos atendam ao ELU.

Posteriormente, anotam-se os valores médios de rigidez do conjunto de vigas e pilares da estrutura, que são fornecidos pelo software através de uma média representativa dos valores obtidos em cada elemento de barra discretizado.

### 3.2.3 Processo iterativo

Com os coeficientes obtidos (valores médios de rigidez), substituem-se os valores iniciais de NLF (vigas:  $EI_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci}I_c$  e pilares:  $EI_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci}I_c$ ) por estes e, deste modo, efetuam-se novamente os processamentos 1 e 2.

Como os valores dos coeficientes são apresentados com uma precisão de duas casas decimais, esse processo iterativo se repete até que os valores de uma iteração sejam iguais aos de uma iteração anterior.

Após a convergência, os valores obtidos representam a avaliação da NLF de forma aproximada para a estrutura analisada.



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, investigam-se os resultados que foram obtidos através do modelo de análise concebido no Capítulo 3, e que estão descritos na Tabela A.1 do Apêndice A.

Pode-se observar que a primeira iteração de todos os exemplos revela algumas peculiaridades que merecem ser discutidas e que evidenciam quais variações nas características da estrutura alteram sua respectiva rigidez, tais como: resistência característica do concreto, velocidade básica do vento, dimensões dos elementos estruturais e área de plantas de forma da estrutura. Cabe ressaltar que estas características são avaliadas apenas na primeira iteração, pois os valores de rigidez adotados inicialmente são iguais em todos os exemplos ( $\alpha_v = 0,4$  e  $\alpha_p = 0,8$ ). Após isso, as sucessivas iterações em cada exemplo resultam em diferentes valores de rigidez para os mesmos. Logo, a partir da primeira iteração, o foco da análise se direciona para a avaliação da rigidez que melhor representa a estrutura em questão.

A rigidez da estrutura que se analisa neste trabalho tem um aspecto global, ou seja, representa o conjunto de vigas e de pilares. Portanto, a influência das variabilidades analisadas na rigidez dos elementos ocorre perante a atuação conjunta de vigas e pilares e, portanto, não se devem utilizar os resultados que serão apresentados a seguir para se analisar vigas e pilares separadamente.

### 4.1 INFLUÊNCIA DAS VARIABILIDADES EMPREGADAS NOS EXEMPLOS EM RELAÇÃO À RIGIDEZ OBTIDA

A influência da resistência característica do concreto na rigidez das vigas e dos pilares demonstrou-se significativa. Pode-se observar que, em todos os exemplos, o aumento do  $f_{ck} = 25$  MPa para  $f_{ck} = 40$  MPa proporcionou um decréscimo considerável na rigidez das vigas – máximo observado de 21,43% – e um acréscimo razoavelmente considerável na rigidez dos pilares – máximo observado de 7,14% –, o que está de acordo com os resultados obtidos por Khuntia e Ghosh (2004a).

Na Tabela 4.1, são apresentadas informações extraídas da Tabela A.1 com o intuito de explicar como essa evidência pode ser observada. De acordo com a simbologia explicada no Capítulo 3, a única diferença entre os dois exemplos é a resistência característica do concreto,

com isso, pode-se observar que  $\alpha_v$  apresenta valor inferior no exemplo da segunda linha em relação ao da primeira linha, enquanto que  $\alpha_p$  apresenta valor superior.

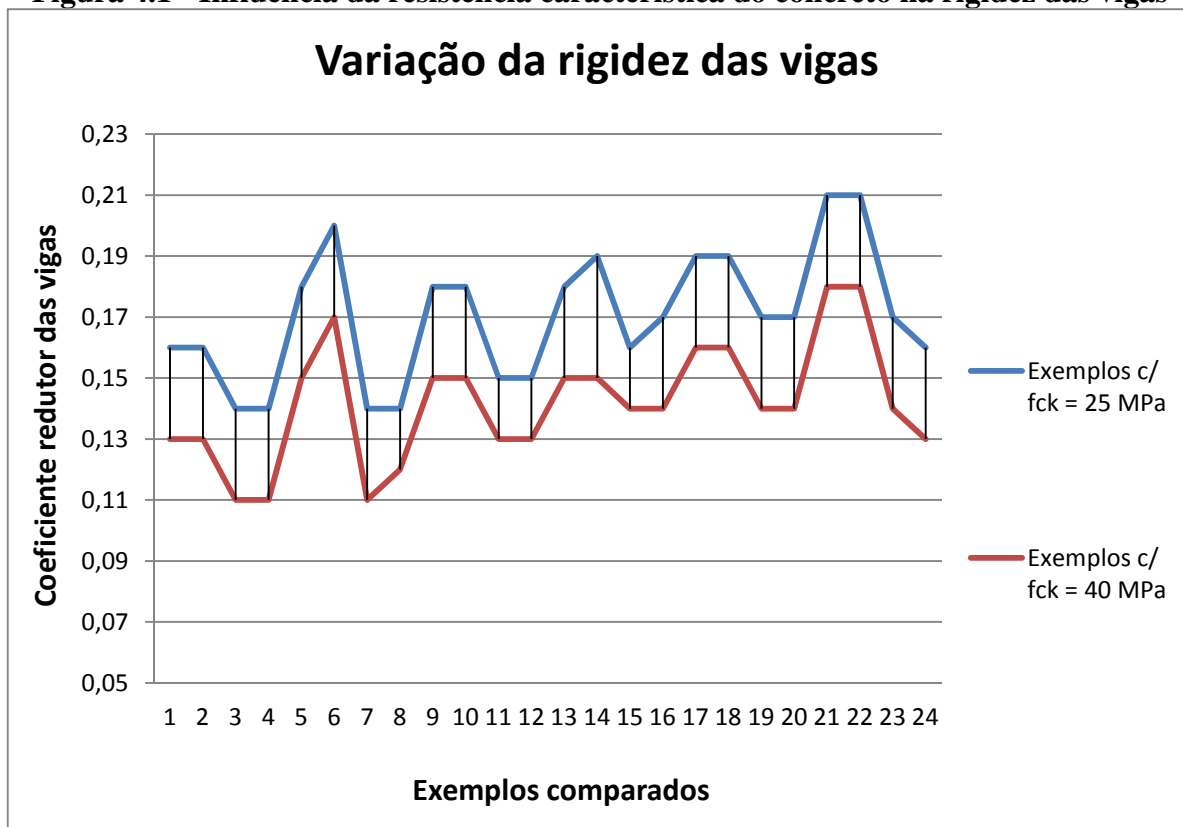
**Tabela 4.1 - Influência da resistência característica do concreto**

Exemplo	1ª iteração
3T1Ev1f	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,75$
3T1Ev1g	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,79$

Fonte: O Autor

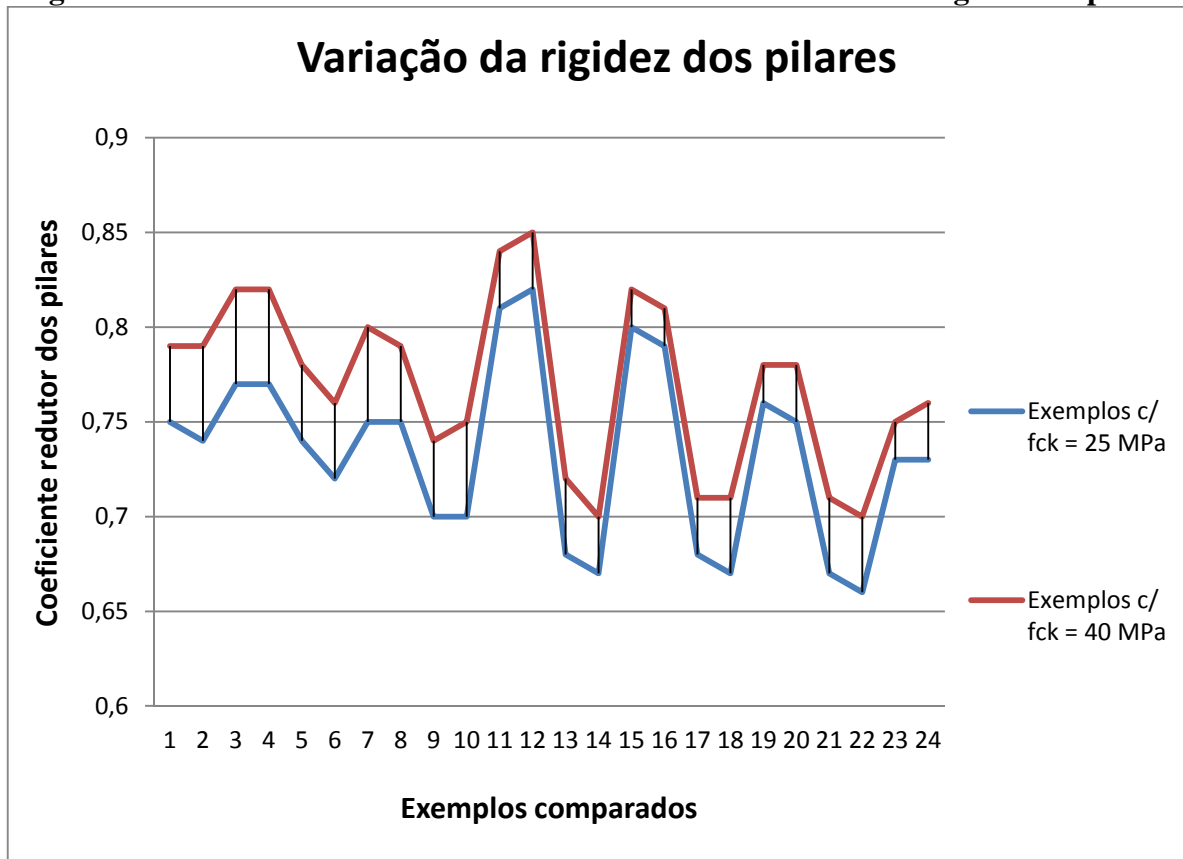
Em todos os gráficos a seguir, as abscissas indicam a comparação entre dois exemplos simulados variando-se determinada característica e, deste modo, têm-se 24 exemplos comparados em cada gráfico, pois no total foram 48 exemplos simulados. Nas Figuras 4.1 e 4.2, pode-se visualizar a variação da rigidez das vigas e dos pilares em todos os exemplos.

**Figura 4.1 - Influência da resistência característica do concreto na rigidez das vigas**



Fonte: O Autor

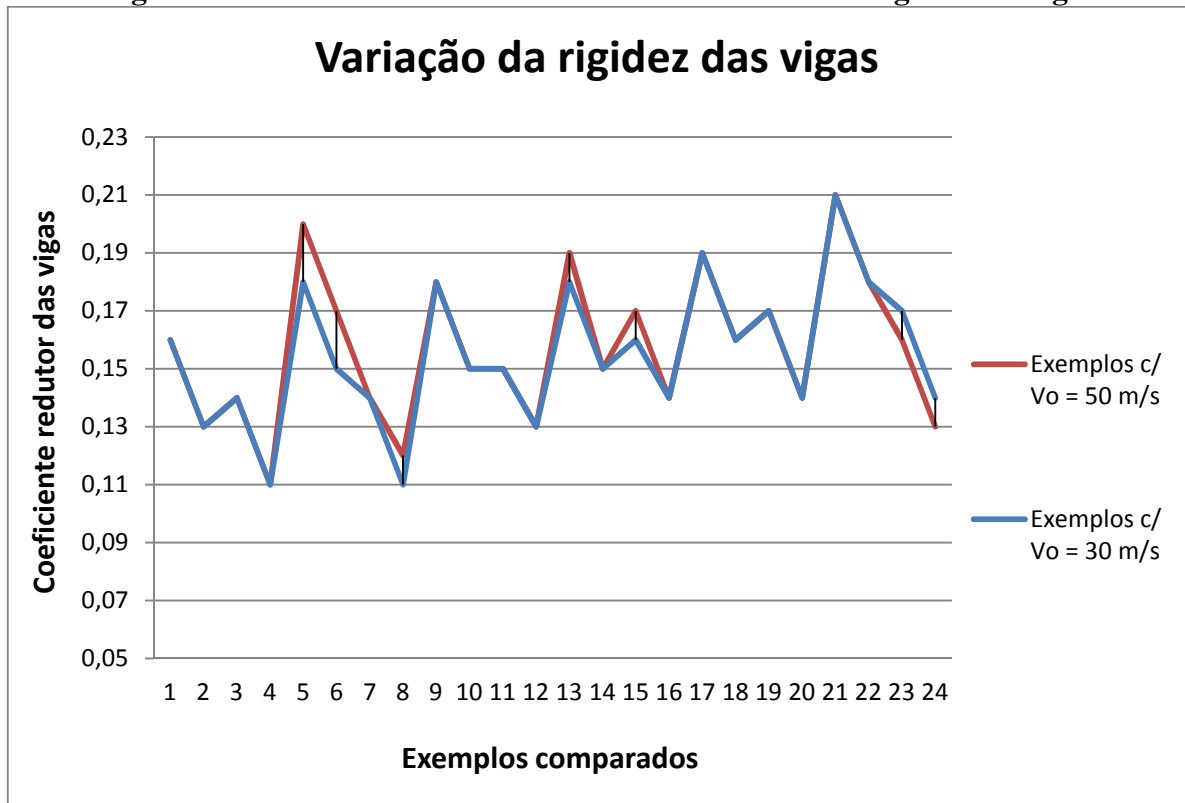
**Figura 4.2 - Influência da resistência característica do concreto na rigidez dos pilares**



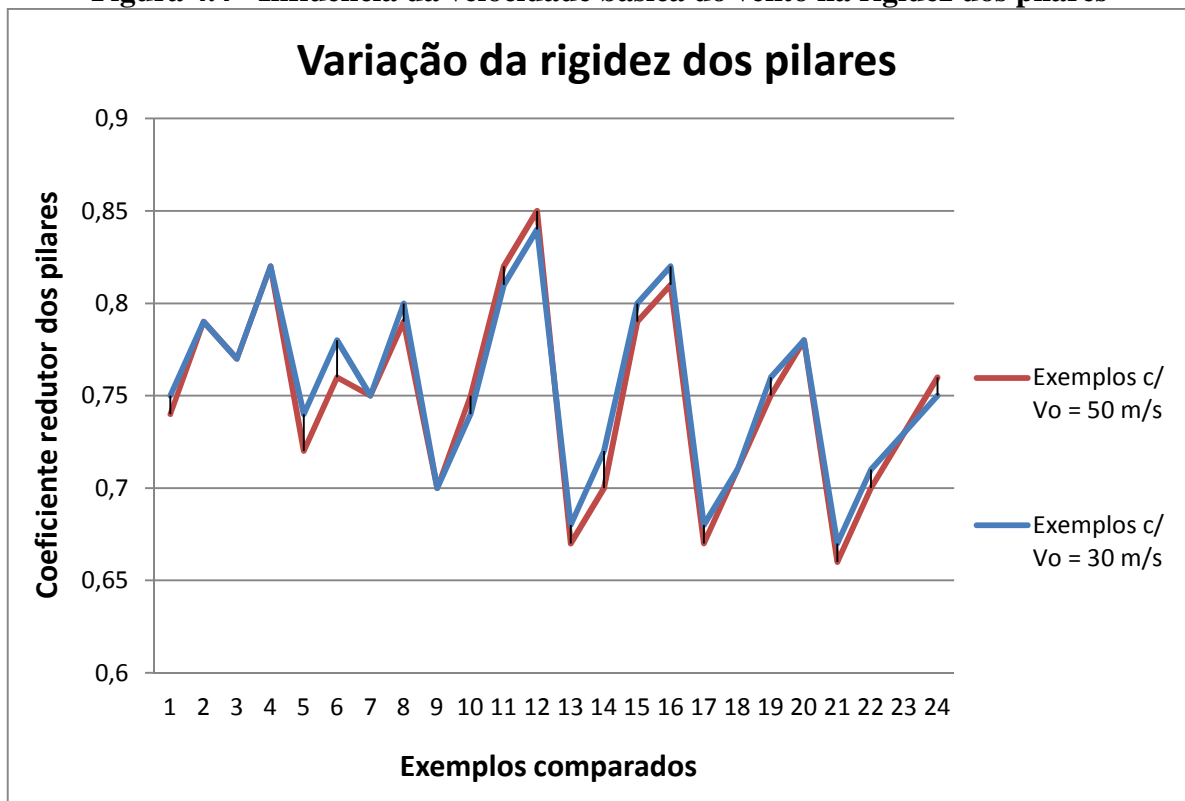
Fonte: O Autor

A influência da velocidade básica do vento na rigidez das vigas e dos pilares demonstrou-se de pequena intensidade, onde, em muitos exemplos, não houve nenhuma interferência. Nos casos em que houve influência, o aumento de  $v_0 = 30$  m/s para  $v_0 = 50$  m/s não proporcionou um padrão de variação, onde se obteve resultados com acréscimo e/ou decréscimo na rigidez das vigas e dos pilares. A maior variação na rigidez das vigas foi de 11,11%, enquanto que, para os pilares, foi de 2,7%. Nas Figuras 4.3 e 4.4, pode-se visualizar a variação da rigidez das vigas e dos pilares em todos os exemplos.

**Figura 4.3 - Influência da velocidade básica do vento na rigidez das vigas**

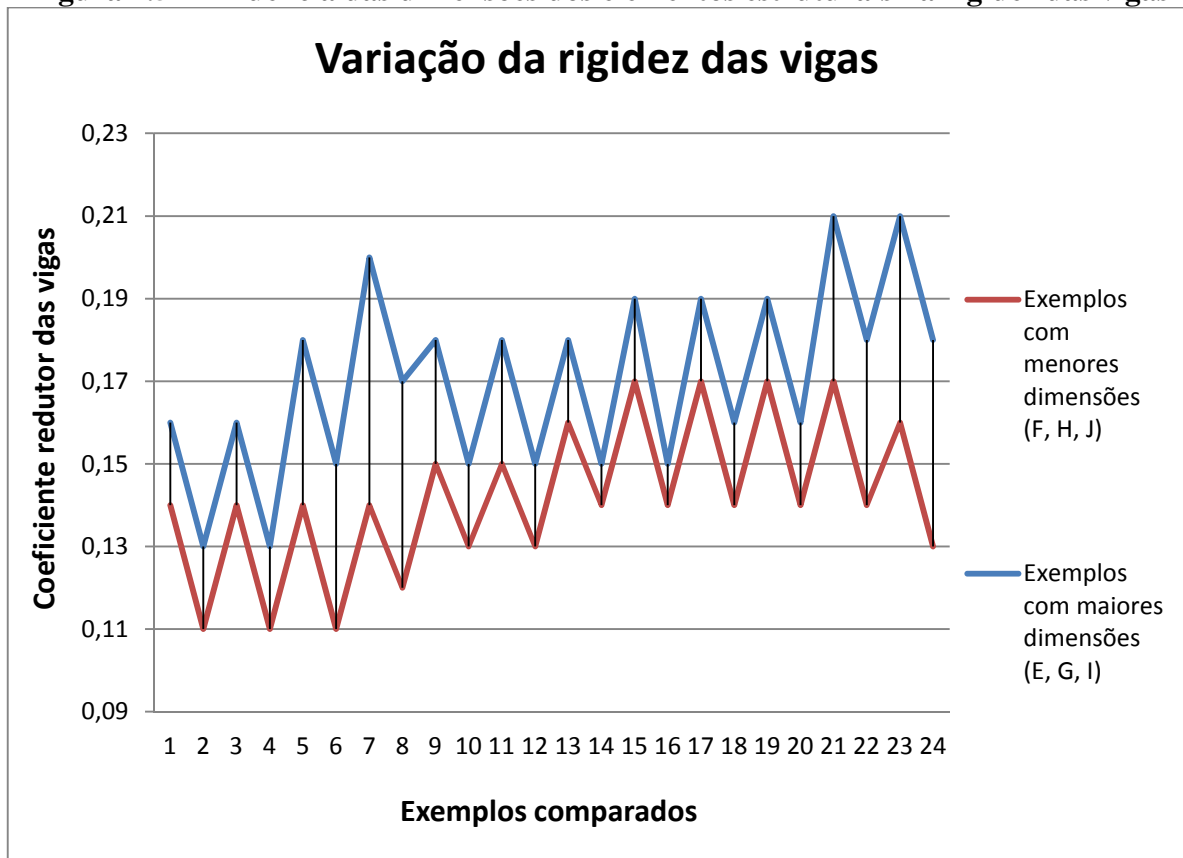


**Figura 4.4 - Influência da velocidade básica do vento na rigidez dos pilares**



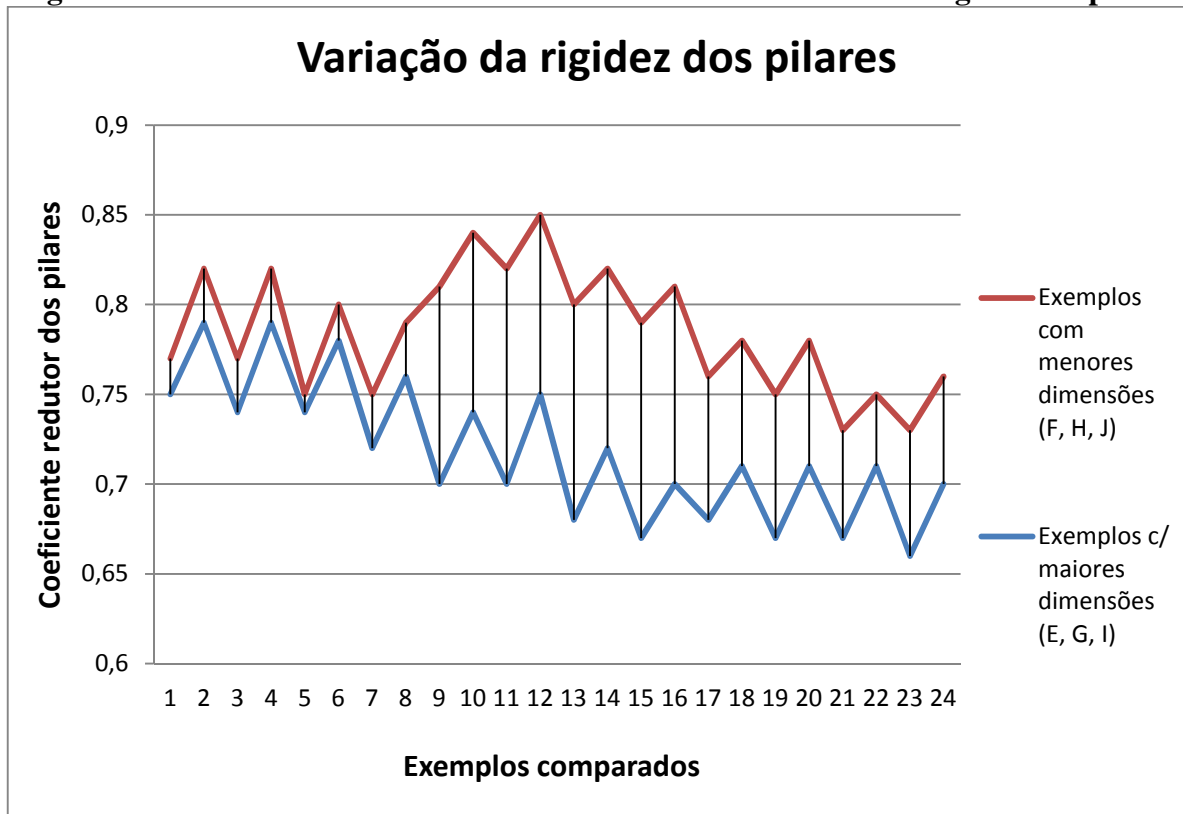
A influência das dimensões dos elementos estruturais demonstrou-se de grande magnitude. Pode-se observar que, em todos os exemplos, a redução da altura, da largura e do comprimento de vigas e de pilares, proporcionou um decréscimo considerável na rigidez das vigas – máximo observado de 30% – e um acréscimo também considerável na rigidez dos pilares – máximo observado de 17,91%. Nas Figuras 4.5 e 4.6, pode-se visualizar a variação da rigidez das vigas e dos pilares em todos os exemplos.

**Figura 4.5 - Influência das dimensões dos elementos estruturais na rigidez das vigas**



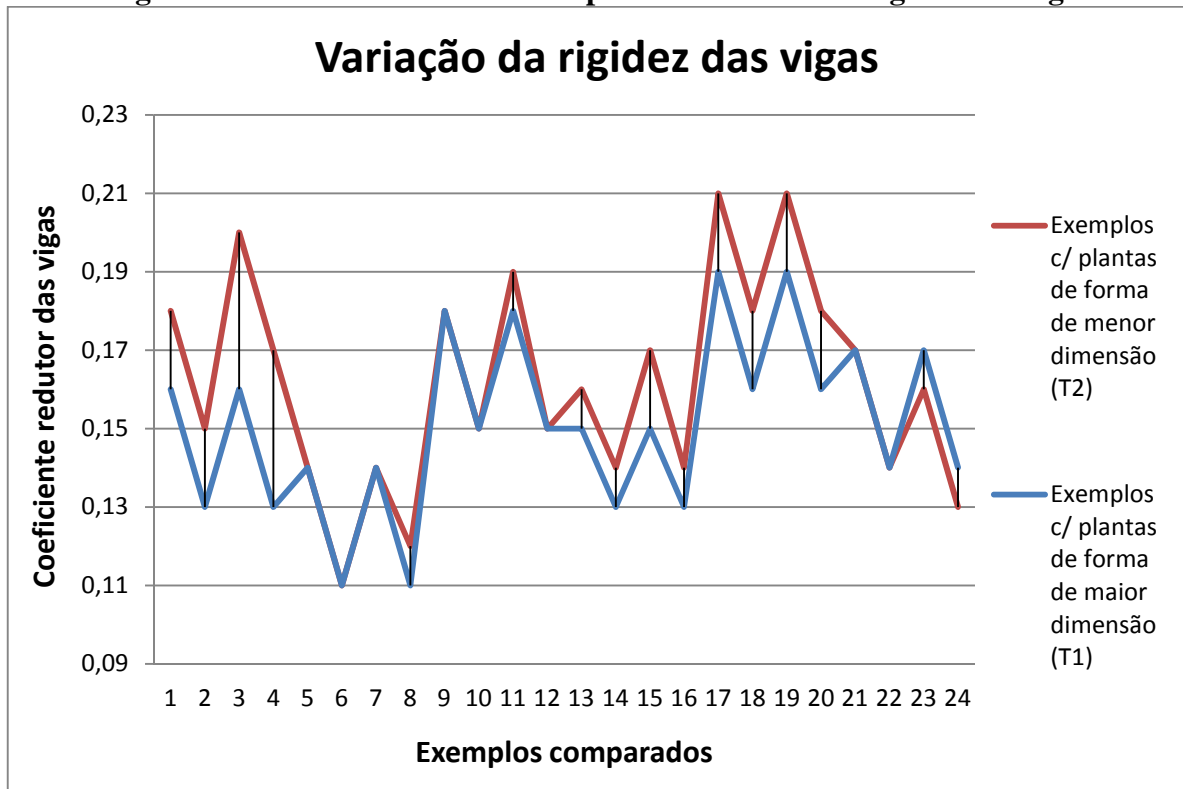
Fonte: O Autor

**Figura 4.6 - Influência das dimensões dos elementos estruturais na rigidez dos pilares**



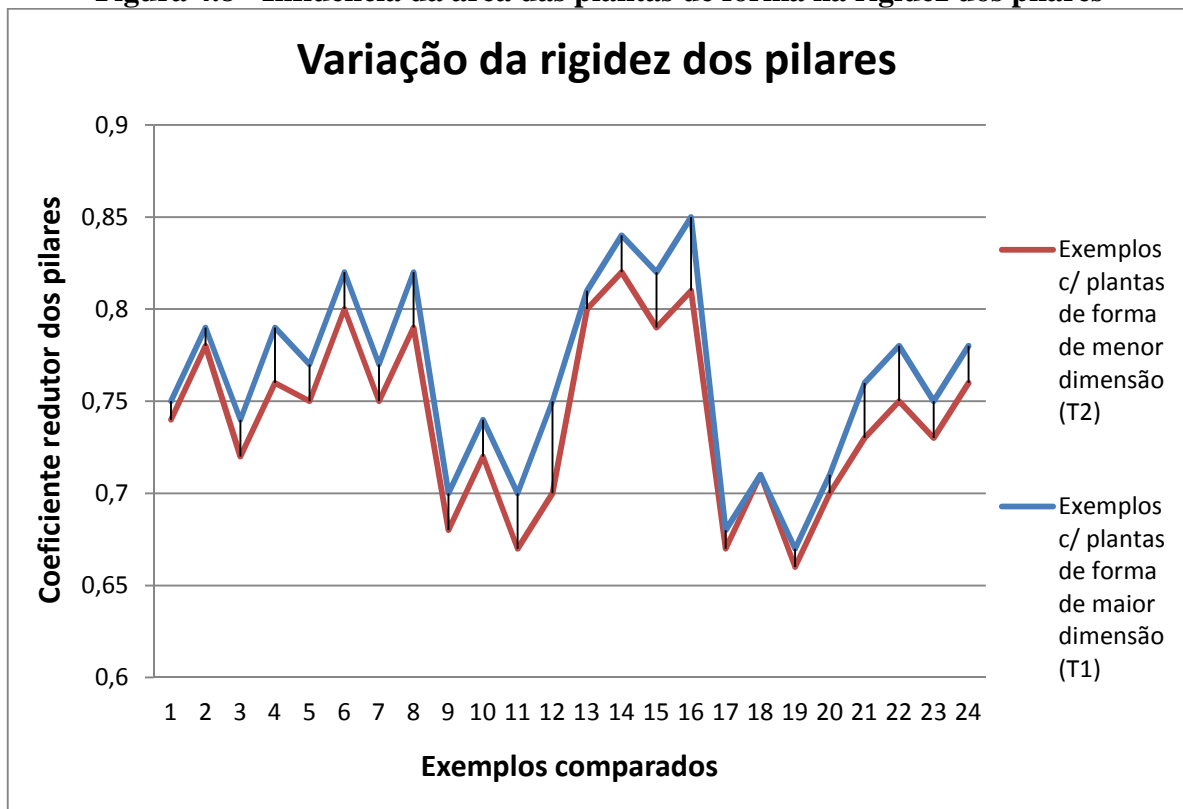
Por fim, a influência da área das plantas de forma na rigidez das vigas e dos pilares demonstrou-se significativa. Pode-se observar que, em quase todos os exemplos, a redução da área das plantas de forma  $T_1$  para as plantas de forma  $T_2$  proporcionou um acréscimo considerável na rigidez das vigas – máximo observado de 30,77% – e um decréscimo razoavelmente considerável na rigidez dos pilares – máximo observado de 6,67%. A exceção ocorreu nas comparações dos exemplos ( $1T_1Jv_2f \rightarrow 1T_2Jv_2f$ ) e ( $1T_1Jv_2g \rightarrow 1T_2Jv_2g$ ), onde houve um decréscimo na rigidez das vigas de 5,88% e 7,14%, respectivamente. Nas Figuras 4.7 e 4.8, pode-se visualizar a variação da rigidez das vigas e dos pilares em todos os exemplos.

**Figura 4.7 - Influência da área das plantas de forma na rigidez das vigas**



Fonte: O Autor

**Figura 4.8 - Influência da área das plantas de forma na rigidez dos pilares**



Fonte: O Autor

## 4.2 TRATAMENTO ESTATÍSTICO DO APÊNDICE A

De posse dos valores estimados dos coeficientes redutores de rigidez de cada exemplo definidos no Apêndice A, realiza-se o tratamento estatístico para obtenção dos valores finais dos coeficientes redutores de rigidez para avaliação da NLF de forma aproximada em edificações com 1, 2 e 3 pavimentos.

Para isto, as medidas utilizadas para descrever o conjunto de valores obtidos em cada exemplo são medidas de tendência central (média representativa) e medidas de dispersão (desvio padrão, coeficiente de variação, valor máximo e mínimo). Também se utilizam gráficos de distribuição de Gauss x Histograma, de modo a comparar a distribuição prevista matematicamente com a que representa os dados obtidos numericamente.

A média representativa é o valor para onde mais se concentram os dados de uma distribuição e, para os fins deste trabalho, pode ser definida pela Equação 4.1.

$$\overline{\alpha_{(v/p)}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \alpha_{(v/p)i} \quad (4.1)$$

em que:  $\overline{\alpha_{(v/p)}}$  : coeficiente médio de redução da rigidez das vigas ou dos pilares;  
 $\alpha_{(v/p)i}$  : coeficiente redutor de rigidez das vigas ou dos pilares, obtido em cada exemplo.

O desvio padrão representa o quanto de variação ou dispersão existe em relação à média para um determinado conjunto de dados e, para os fins deste trabalho, pode ser definido pela Equação 5.2.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\alpha_{(v/p)i} - \overline{\alpha_{(v/p)}})^2} \quad (5.2)$$

em que:  $s$  : desvio padrão;  
 $\overline{\alpha_{(v/p)}}$  : coeficiente médio de redução da rigidez das vigas ou dos pilares;  
 $\alpha_{(v/p)i}$  : coeficiente redutor de rigidez das vigas ou dos pilares, obtido em cada exemplo.

O coeficiente de variação é uma medida de dispersão relativa, utilizada para a precisão de estimativas e representa o desvio padrão expresso como porcentagem da média. Para os fins deste trabalho, pode ser definido pela Equação 5.3.



$$c_v = \frac{s}{\overline{\alpha_{(v/p)}}} \cdot 100 \quad (5.3)$$

em que:  $c_v$  : coeficiente de variação expresso em percentagem (%);  
 $s$  : desvio padrão;  
 $\overline{\alpha_{(v/p)}}$  : coeficiente médio de redução da rigidez das vigas ou dos pilares.

Basicamente, quanto menor o valor do coeficiente de variação, mais homogêneo são os dados, ou seja, menor é a dispersão em torno da média. De forma geral, o coeficiente de variação pode ser avaliado, como:

- $c_v \leq 15\%$ : baixa dispersão (dados homogêneos);
- $15\% < c_v \leq 30\%$ : média dispersão;
- $c_v > 30\%$ : alta dispersão (dados heterogêneos).

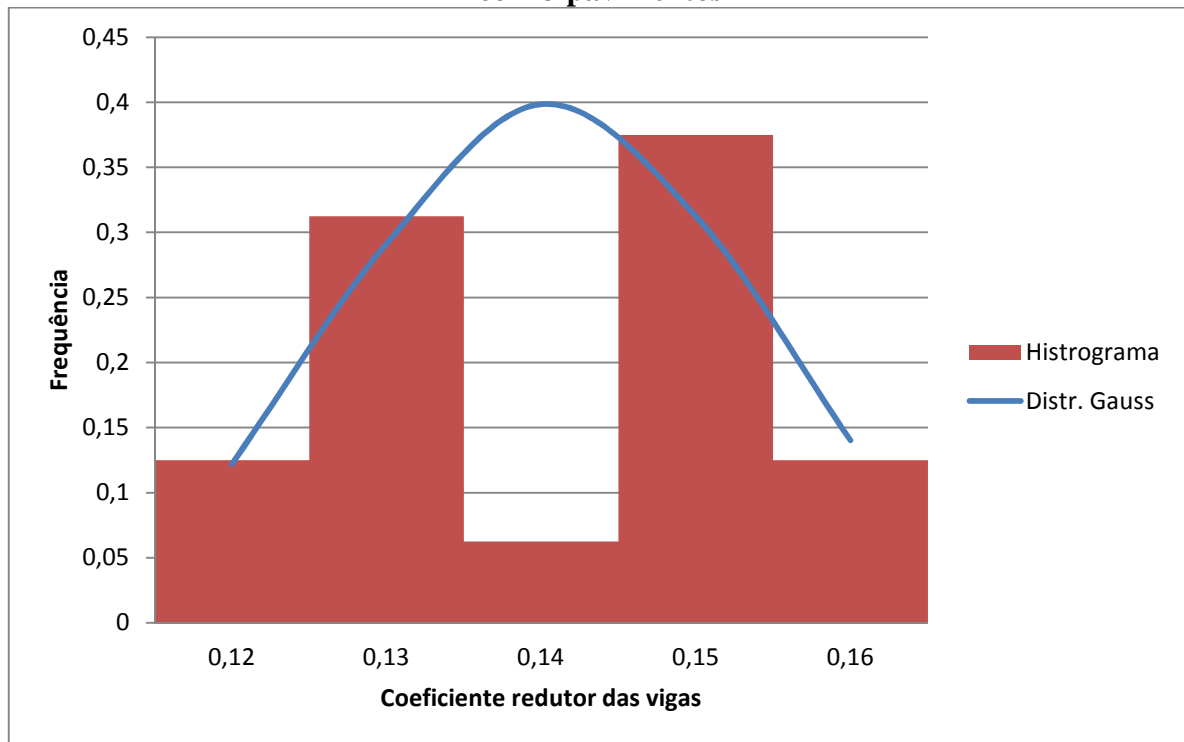
Com as equações oriundas da estatística descritiva, devidamente definidas, pode-se descrever a análise estatística efetuada. Esta foi realizada para os coeficientes das vigas e dos pilares de forma separada e de acordo com o porte dos exemplos idealizados (1, 2 e 3 pavimentos). Desta forma, as seis análises são demonstradas a seguir.

#### 4.2.1 Edificações com 3 pavimentos

##### 4.2.1.1 Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas

Na Figura 4.9, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma referentes à rigidez das vigas para os exemplos com 3 pavimentos e, na Tabela 4.2, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

**Figura 4.9 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 3 pavimentos**



Fonte: O Autor

**Tabela 4.2 - Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 3 pavimentos**

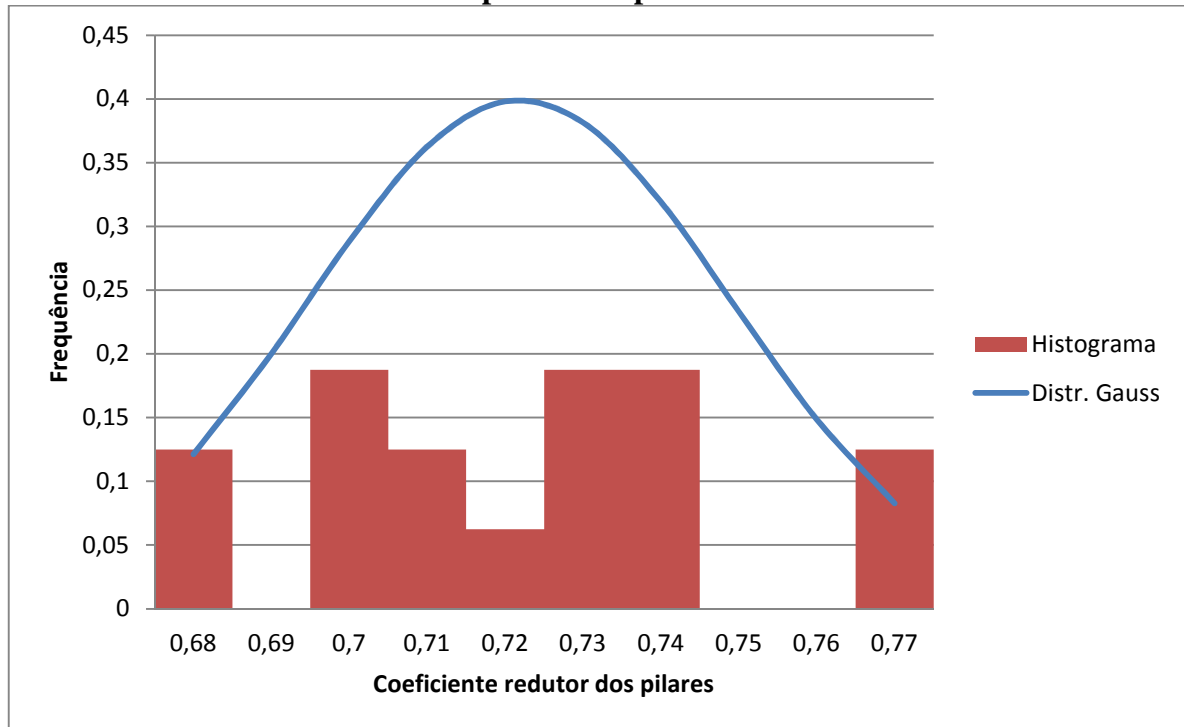
Estatística Descritiva	
Média Representativa	0,140625
Desvio Padrão	0,013400871
Coeficiente de Variação	9,53%
Número de exemplos idealizados	16
Valor mínimo	0,12
Valor máximo	0,16

Fonte: O Autor

#### 4.2.1.2 Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares

Na Figura 4.10, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma referentes à rigidez dos pilares para os exemplos com 3 pavimentos e, na Tabela 4.3, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

**Figura 4.10 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 3 pavimentos**



Fonte: O Autor

**Tabela 4.3 - Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 3 pavimentos**

Estatística Descritiva	
Média Representativa	0,721875
Desvio Padrão	0,027133927
Coeficiente de Variação	3,76%
Número de exemplos idealizados	16
Valor mínimo	0,68
Valor máximo	0,77

Fonte: O Autor

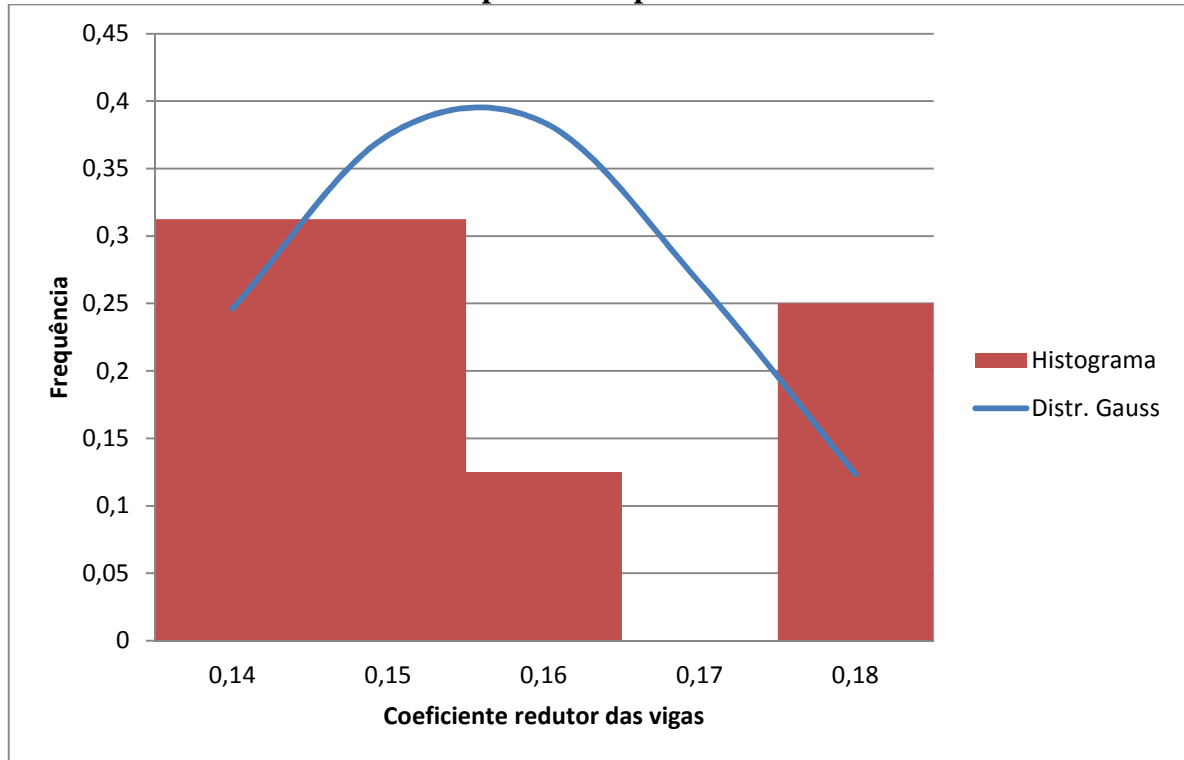
#### 4.2.2 Edificações com 2 pavimentos

##### 4.2.2.1 Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas

Na Figura 4.11, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma referentes à rigidez das vigas para os exemplos com 2 pavimentos e, na Tabela 4.4, estão

dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

**Figura 4.11 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 2 pavimentos**



Fonte: O Autor

**Tabela 4.4 - Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 2 pavimentos**

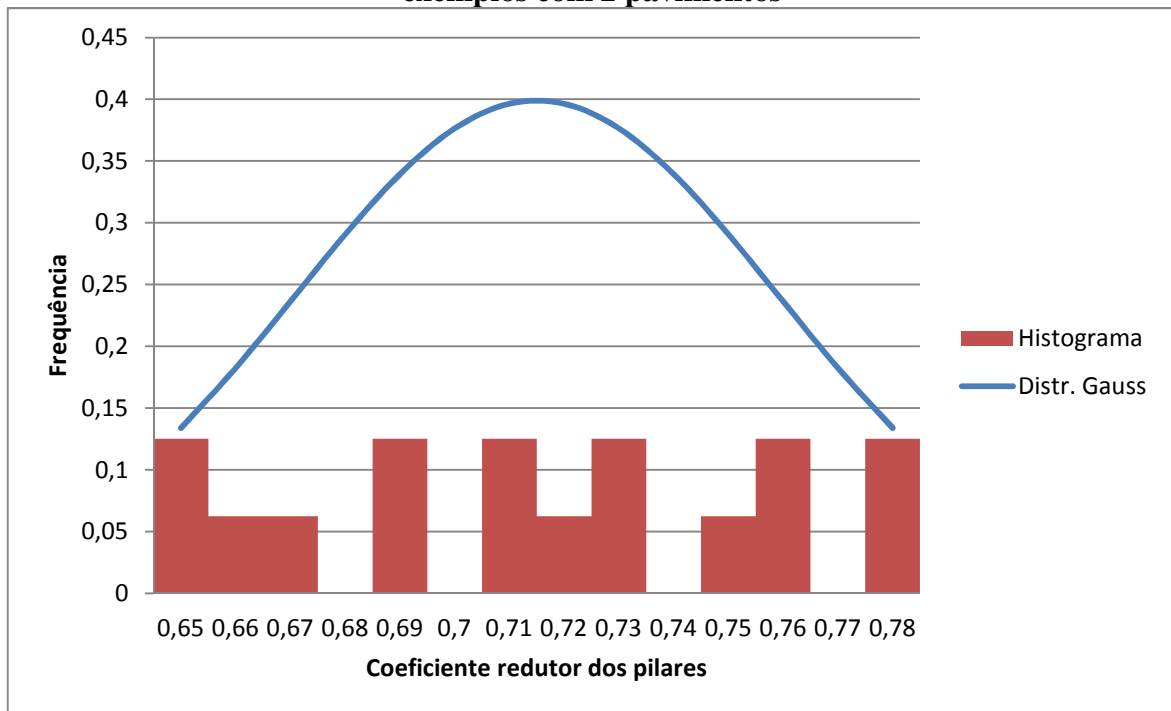
<b>Estatística Descritiva</b>	
Média Representativa	0,155625
Desvio Padrão	0,015903354
Coeficiente de Variação	10,22%
Número de exemplos idealizados	16
Valor mínimo	0,14
Valor máximo	0,18

Fonte: O Autor

#### 4.2.2.2 Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares

Na Figura 4.12, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma referentes à rigidez dos pilares para os exemplos com 2 pavimentos e, na Tabela 4.5, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

**Figura 4.12 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 2 pavimentos**



Fonte: O Autor

**Tabela 4.5 - Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 2 pavimentos**

Estatística Descritiva	
Média Representativa	0,715
Desvio Padrão	0,043969687
Coeficiente de Variação	6,15%
Número de exemplos idealizados	16
Valor mínimo	0,65
Valor máximo	0,78

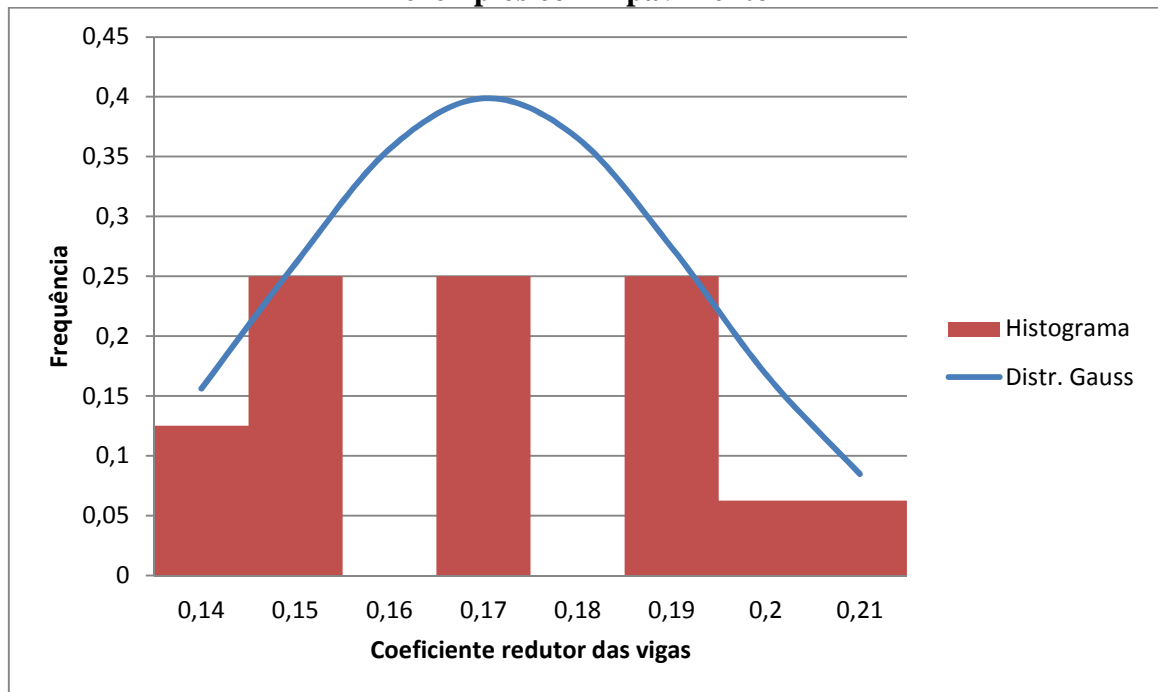
Fonte: O Autor

### 4.2.3 Edificações com 1 pavimento

#### 4.2.3.1 Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas

Na Figura 4.13, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma referentes à rigidez das vigas para os exemplos com 1 pavimento e, na Tabela 4.6, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

**Figura 4.13 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 1 pavimento**



Fonte: O Autor

**Tabela 4.6 - Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 1 pavimento**

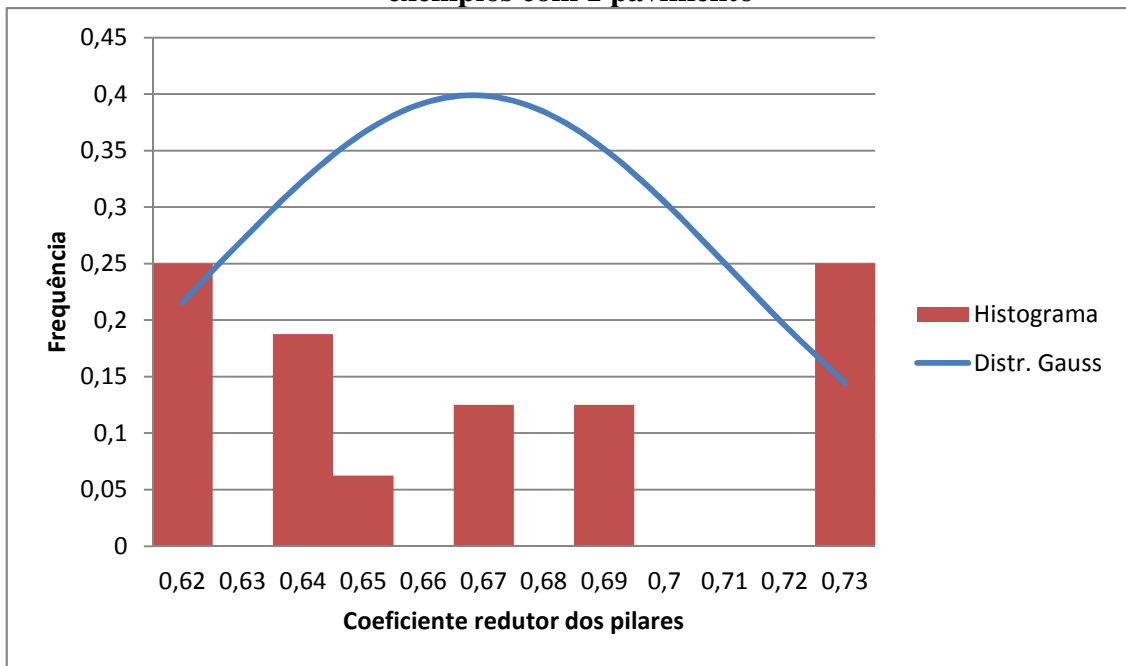
Estatística Descritiva	
Média Representativa	0,170625
Desvio Padrão	0,022351361
Coeficiente de Variação	13,10%
Número de exemplos idealizados	16
Valor mínimo	0,14
Valor máximo	0,21

Fonte: O Autor

#### 4.2.3.2 Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares

Na Figura 4.14, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma referentes à rigidez dos pilares para os exemplos com 1 pavimento e, na Tabela 4.7, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

**Figura 4.14 - Distribuição de Gauss x Histograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 1 pavimento**



Fonte: O Autor

**Tabela 4.7 - Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 1 pavimento**

Estatística Descritiva	
Média Representativa	0,668125
Desvio Padrão	0,043392588
Coeficiente de Variação	6,49%
Número de exemplos idealizados	16
Valor mínimo	0,62
Valor máximo	0,73

Fonte: O Autor

### 4.3 PROPOSTA DE VALORES DE RIGIDEZ PARA VIGAS E PILARES

Como demonstrado ao longo deste trabalho, a definição da rigidez do conjunto de vigas e pilares em uma edificação para a análise global, demonstra-se de grande importância e, ao mesmo tempo, de elevada complexidade.

Na Tabela A.1 do Apêndice A, pode-se observar este efeito, pois cada exemplo possui diferentes características e, conseqüentemente, diferentes valores de rigidez estimados.

Os valores obtidos para cada exemplo estão descritos na coluna “Estimados” da Tabela A.1 do Apêndice A. No entanto, o objetivo é definir valores de rigidez a serem utilizados em edificações com 1, 2 e 3 pavimentos, ou seja, dos valores de rigidez dos 16 exemplos para cada porte de edificação, apenas um valor para as vigas e um valor para os pilares serão idealizados. Logo, procurou-se definir um valor médio que representasse os resultados estimados do Apêndice A e, para tal, no item 4.2 efetuou-se o tratamento estatístico necessário para a obtenção destes valores.

Deste modo, sugere-se a adoção dos coeficientes redutores de rigidez para vigas ( $EI_{sec} = \alpha_v \cdot E_{ci} \cdot I_c$ ) e pilares ( $EI_{sec} = \alpha_p \cdot E_{ci} \cdot I_c$ ) em edificações com menos de quatro pavimentos descritos na Tabela 4.8, de modo a considerar a NLF de forma aproximada na análise global.

**Tabela 4.8 - Proposta de coeficientes redutores de rigidez**

PAVIMENTOS	$\alpha_v$	$\alpha_p$
1	0,17	0,66
2	0,15	0,71
3	0,14	0,72

Fonte: O Autor

Os valores descritos na Tabela 4.8 são as médias representativas das tabelas definidas como “Resultado da análise estatística” do item 4.2. De acordo com os coeficientes de variação obtidos para cada média representativa, os valores dos resultados apresentaram baixa dispersão em torno da média, ou seja, devido à homogeneidade dos dados, os valores apresentados representam de forma satisfatória os valores de rigidez obtidos para cada exemplo idealizado.



#### 4.3.1 Comparação com trabalho de Bueno (2014)

No item 2.5 foram descritas as pesquisas relacionadas ao tema deste trabalho e apenas o trabalho de Bueno (2014) pode ser objeto de comparação direta, pois também teve como objetivo sugerir valores de rigidez para vigas e pilares em edificações com menos de quatro pavimentos. Deste modo, a proposta de Bueno (2014) é novamente descrita através da Tabela 2.4.

**Tabela 2.4 – Proposta final de Bueno**

PAVIMENTOS	$\alpha_v$	$\alpha_p$	$\gamma_{z,lim}$
<b>1</b>	0,2	0,6	1,3
<b>2</b>	0,3	0,6	
<b>3</b>	0,3	0,7	
<b>4 a 10</b>	0,4	0,8	

Fonte: Bueno (2014)

A princípio, pode-se evidenciar que os processamentos 1 e 2 da primeira iteração, relativos ao modelo de análise deste trabalho (Figura 3.3), são correspondentes aos processamentos 1 e 2 da metodologia utilizada por Bueno (2014), conforme Figura 2.31.

No entanto, a partir dessa etapa, as metodologias de análise se diferem, pois no modelo de Bueno (2014), o processamento 4 consisti na comparação dos valores obtidos na avaliação da NLG dos processamentos 4 e 2, por meio da equação  $\gamma_z^2 \leq 1,10 \cdot \gamma_z^4$ . E, apenas os exemplos analisados que atenderam essa relação foram “validados”, lembrando que  $\gamma_z^2$  é oriundo do processo P- $\Delta$  e  $\gamma_z^4$  do próprio  $\gamma_z$ . Ou seja, Bueno (2014) utilizou a avaliação da NLG como um meio de verificar quais exemplos obtiveram melhores avaliações quanto à NLF para, posteriormente, serem realizadas as médias aritméticas dos coeficientes redutores referentes aos valores de rigidez para vigas e pilares, obtidos em cada exemplo.

Porém, neste trabalho, não houve a necessidade de comparação de valores quanto à NLG, pois a “validação” dos coeficientes se dá através de um processo iterativo onde se repetem os processamentos 1 e 2, adotando-se a cada iteração os coeficientes obtidos na iteração anterior. Onde, em todos os casos, houve a necessidade de pelo menos iterações para se obter a convergência.

Logo, o processo iterativo empregado no modelo de análise deste trabalho revela uma menor precisão quanto ao modelo empregado Bueno (2014). Pois, comparando-se ambos, os

valores de NLF obtidos através do modelo de Bueno (2014) são equivalentes aos valores da primeira iteração do modelo de análise deste trabalho. E, como já foi esclarecido, os valores da primeira iteração não são os que melhor representam a estrutura em análise.

Outro fator relevante é que Bueno (2014) idealizou exemplos com 3, 4, 5 e 8 pavimentos. Logo, os valores de rigidez presentes na Tabela 2.4, para as edificações com 1 e 2 pavimentos são apenas conjeturas, pois não foram analisados exemplos para tal. Enquanto que, neste trabalho, foram idealizados exemplos com 1, 2 e 3 pavimentos, resultando-se na proposta descrita na Tabela 4.8.

## 5 CONCLUSÃO

Desde o início, procurou-se evidenciar a importância da consideração da NLF na análise global. Pois, suspeitava-se que os valores sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014, para edificações com no mínimo quatro pavimentos, fossem superiores aos valores a serem empregados para edifícios com até três pavimentos.

Após a fundamentação teórica, elaborada com o intuito de apresentar ao leitor os conhecimentos inerentes à compreensão da pesquisa, descreveu-se uma breve exposição dos trabalhos relacionados ao tema, onde se destacou o trabalho elaborado por Bueno (2014), pois apresentou resultados destinados às edificações de pequeno porte.

Em seguida, apresentou-se a metodologia utilizada para se atender os objetivos descritos inicialmente e, após isso, os resultados e discussões referentes às simulações dos exemplos idealizados.

Os resultados demonstraram que as variações na resistência característica do concreto, nas dimensões dos elementos estruturais e nas dimensões das plantas de forma são de considerável influência na determinação dos valores de rigidez das vigas e dos pilares, enquanto que, a variação da velocidade básica do vento é de pequena influência.

Com o intuito de preencher uma lacuna presente na ABNT NBR 6118:2014, sugere-se uma proposta de coeficientes redutores de rigidez para vigas e pilares a serem adotados na consideração da NLF de forma aproximada ( $EI_{sec} = \alpha_{v/p} \cdot E_{ci}I_c$ ), conforme a seguir: edifícios com 1 pavimento ( $\alpha_v = 0,17$  e  $\alpha_p = 0,66$ ), edifícios com 2 pavimentos ( $\alpha_v = 0,15$  e  $\alpha_p = 0,71$ ) e edifícios com 3 pavimentos ( $\alpha_v = 0,14$  e  $\alpha_p = 0,72$ ).

De acordo com os valores da proposta descrita acima, pode-se iniciar um questionamento quanto aos valores sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014 para edificações com no mínimo quatro pavimentos. Pois, enquanto que o valor para os pilares ( $EI_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci}I_c$ ) seja próximo ao que foi sugerido neste trabalho, o valor para as vigas ( $EI_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci}I_c$ ) é bem distante.

Por fim, os valores sugeridos na proposta proporcionam uma avaliação mais precisa da NLF aproximada em estruturas de pequeno porte, contribuindo-se para a análise dos efeitos globais de segunda ordem de forma mais segura.

## 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o propósito de inspirar o leitor a pesquisar sobre o assunto, sugerem-se alguns temas para trabalhos futuros:

- Utilizar a metodologia de análise deste trabalho, para obtenção da rigidez dos elementos estruturais, em exemplos com outras variabilidades (e. g., edifícios altos, concretos de alta resistência, estruturas com vigas de transição).;
- Investigar os valores de rigidez para vigas, pilares e lajes, utilizando-se a metodologia de análise deste trabalho, de modo a verificar a atuação integrada destes três elementos e sua influência em suas respectivas rigidezes;
- Investigar os valores de rigidez sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014, com o intuito de verificar se estes não conduzem a consideração da NLF de forma contrária à segurança da estrutura, principalmente, para as edificações de quatro a dez pavimentos, onde se suspeita que os valores de rigidez a serem adotados na verificação da estabilidade global possam ser menores;
- Investigar a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  em edificações com menos de quatro pavimentos, utilizando-se os valores de rigidez sugeridos neste trabalho. Pode-se realizar uma análise semelhante à de Moncayo (2011), comparando-se os resultados do coeficiente  $\gamma_z$  com os do coeficiente  $R_{m2m1}$ , oriundo do processo P- $\Delta$ ;
- Investigar os valores de rigidez dos elementos, considerando-se a interação solo-estrutura;
- Realizar uma investigação que tenha como objetivo final definir equações que levem em conta determinadas variáveis (e.g., resistência característica do concreto, dimensões dos elementos estruturais, dimensões das plantas de forma) para o cálculo da rigidez das vigas, pilares e lajes, de modo similar ao que foi feito por Khuntia e Ghosh (2004a).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMMITTEE 318. **Building code requirements for structural concrete and commentary**. Farmington Hills, MI, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Forças devidas ao vento em edificações**, NBR 6123, Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.

BANKI, A.L. **Estudo sobre a inclusão da não linearidade geométrica em projetos de edifícios**. 1999. 291f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. JR; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mecânica dos materiais**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

BORGES, A. C. L. **Análise de pilares esbeltos de concreto armado solicitados à flexo-compressão oblíqua**. 1999. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1999.

BUENO, M. M. E. **Avaliação dos parâmetros de instabilidade global em estruturas de concreto armado**. 2009. 88f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

BUENO, M. M. E. **Estudo de valores aproximados de rigidez equivalentes para vigas e pilares para análises não-lineares globais em estruturas de concreto armado de pequeno porte**. 2014. 238f. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

CASAGRANDE, A. F.; SILVA, D. dos S. **Análise do dimensionamento de pilares de concreto armado pelo método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada e pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada para efeitos de 2º ordem**. 2011. 19f. Artigo (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2011.

CRESPO, S. L. F. **Estudo de valores da rigidez equivalente de tramos de vigas de concreto armado para análises não-lineares**. 2002. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

FRANCO, M. Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado. **In: Reunião Anual do Ibracon: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado**, São Paulo, 1985.

FRANCO, M. Global and local stability of concrete tall buildings. **In: Symposium on Space Structures**, Milan, 1995.

FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. **In: Colloquium on the CEB-FIP MC 90, COPPE/UFRJ**, Rio de Janeiro, 1991.

GONÇALVES, R. M.; SALES, J. J.; MALITE, M.; NETO, J. M. **Ação do vento nas edificações: teoria e exemplos**. 1. ed. São Carlos: EESC-USP, 2004.

IBRACON. **ABNT NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de aplicação**. 1. ed. São Paulo: IBRACON, 2015.

JUNGES, E.; ROVERE, H. L. 1a; LORIGGIO, D. D. Análise de segunda ordem global de estruturas de concreto armado utilizando programas computacionais de dimensionamento. **In: Anais do 54° Congresso Brasileiro do Concreto**, Maceió, 2012.

KHUNTIA, M.; GHOSH, S. K. Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach. **In: ACI Structural Journal**. Vol 101, n. 3, p. 351-363, 2004a.

KHUNTIA, M.; GHOSH, S. K. Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: experimental verification. **In: ACI Structural Journal**. Vol 101, n. 3, p. 364-374, 2004b.

KIMURA, A. E. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. 1. ed. São Paulo: PINI, 2007.

LIMA, J. S. **Verificações da punção e da estabilidade global de edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 2001. 225f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.

LOUREIRO, G. J. Considerações sobre a rigidez k aproximada da NBR 6118. **In: Anais do 51° Congresso Brasileiro do Concreto**, Curitiba, 2009.

MACGREGOR, J. G. Design of slender columns – revisited. **In: ACI Structural Journal**. Vol. 90, n. 3, p. 302-309, 1993.

MACGREGOR, J. G.; HAGE, S. E. Stability analysis and design of concrete frames. **In: Journal of the structural division**, ASCE, v. 103, n. ST10, p. 1953-1970, 1977.

MARTINS, C. H. Consideração da não-linearidade física para as vigas de concreto armado, pelo procedimento refinado da NB1. **In: Acta Scientiarum**, n.1, v. 30, p. 15-18, Maringá, 2008.

MONCAYO, W. J. Z. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. 2011. 219f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2011.

PINTO, R. da S. **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. 1997. 108f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1997.

PINTO, R. S.; RAMALHO, M. A. Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado. **In: Caderno de Engenharia de Estruturas**, n.19, p. 171-206, São Carlos, 2002.

REBELLO, Y. C. P. **A concepção estrutural e a arquitetura**. 1. ed. São Paulo: Ziguarte, 2000.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. 2004. 124f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2004.

TQS INFORMÁTICA. **Manual de usuário do CAD/TQS: análise estrutural**. v.15.X. São Paulo: TQS Informática, 2015.

## APÊNDICE A – RESULTADOS DA NLF APROXIMADA PARA CADA EXEMPLO

Na tabela A.1, descreve-se para cada exemplo, os valores referentes aos coeficientes redutores de rigidez para vigas e pilares obtidos em cada iteração, de acordo com o modelo de análise apresentado no capítulo 4. Com isso, na coluna “Estimados” são descritos os valores estimados do coeficiente redutor de rigidez que melhor representa a NLF de forma aproximada para cada exemplo, e suas respectivas taxas de armadura média do conjunto de vigas e pilares. A variação da taxa de armadura das vigas e dos pilares em cada exemplo é descrita na tabela A.2.

**Tabela A.1 - Resultados das simulações**

Exemplo	1ª iteração	2ª iteração	3ª iteração	4ª iteração	5ª iteração	Estimado	Taxa média de armadura das vigas (%)	Taxa média de armadura dos pilares (%)
3T1Ev1f	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,72$	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,72$	0,92	0,73
3T1Ev1g	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,79$	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,74$	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,74$	-	-	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,74$	0,83	0,5
3T1Ev2f	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,74$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	0,92	0,76
3T1Ev2g	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,79$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	-	-	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	0,92	0,5
3T1Fv1f	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,77$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	0,75	0,59
3T1Fv1g	$\alpha_v: 0,11$ $\alpha_p: 0,82$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	-	-	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	0,69	0,59
3T1Fv2f	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,77$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	0,8	0,6
3T1Fv2g	$\alpha_v: 0,11$ $\alpha_p: 0,82$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	-	-	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	0,72	0,59
3T2Ev1f	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,74$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,68$	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,68$	0,85	0,62
3T2Ev1g	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,78$	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,71$	-	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,71$	0,82	0,5
3T2Ev2f	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,68$	-	-	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,68$	1,03	0,83
3T2Ev2g	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,76$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,70$	-	-	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,70$	0,96	0,56
3T2Fv1f	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,70$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,70$	0,72	0,6
3T2Fv1g	$\alpha_v: 0,11$ $\alpha_p: 0,80$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	-	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	0,68	0,59

Continua...



<b>3T2Fv2f</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,70$	-	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,70$	0,76	0,6
<b>3T2Fv2g</b>	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,79$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	0,72	0,59
<b>2T1Gv1f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	-	-	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	1,34	0,85
<b>2T1Gv1g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,74$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	1,26	0,7
<b>2T1Gv2f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	-	-	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	1,28	0,87
<b>2T1Gv2g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,72$	-	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,72$	1,24	0,74
<b>2T1Hv1f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,81$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,76$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	0,81	1,03
<b>2T1Hv1g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,84$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,78$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	0,81	0,79
<b>2T1Hv2f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,82$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	0,79	1,01
<b>2T1Hv2g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,85$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,79$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	0,83	0,79
<b>2T2Gv1f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	-	-	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	1,27	0,76
<b>2T2Gv1g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,67$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,67$	1,17	0,66
<b>2T2Gv2f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,64$	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	-	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	1,31	0,88
<b>2T2Gv2g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,66$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,66$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,66$	1,26	0,78
<b>2T2Hv1f</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,80$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,73$	0,8	0,93
<b>2T2Hv1g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,82$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	-	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	0,73	0,79
<b>2T2Hv2f</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,79$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,72$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,71$	-	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,71$	0,82	0,93
<b>2T2Hv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,81$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	0,76	0,79
<b>1T1Iv1f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,64$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,65$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,65$	-	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,65$	1,06	0,46
<b>1T1Iv1g</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	-	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	1,12	0,73
<b>1T1Iv2f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,65$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,64$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,64$	-	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,64$	1,09	0,8
<b>1T1Iv2g</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,65$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	-	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	1,07	0,73
<b>1T1Jv1f</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,76$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	1,27	1,42
<b>1T1Jv1g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	1,12	1,25
<b>1T1Jv2f</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	1,25	1,55
<b>1T1Jv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	-	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	1,12	1,29
<b>1T2Iv1f</b>	$\alpha_v: 0,21$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	-	-	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	1,11	0,56

Continua...

<b>1T2Iv1g</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,71$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,63$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	-	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	1,03	0,56
<b>1T2Iv2f</b>	$\alpha_v: 0,21$ $\alpha_p: 0,66$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	-	-	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	1,05	0,59
<b>1T2Iv2g</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,70$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	1,06	0,56
<b>1T2Jv1f</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,21$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,21$ $\alpha_p: 0,69$	-	$\alpha_v: 0,21$ $\alpha_p: 0,69$	1,25	1,35
<b>1T2Jv1g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	1,17	0,94
<b>1T2Jv2f</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,73$	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,69$	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,69$	-	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,69$	1,24	1,4
<b>1T2Jv2g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,76$	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,68$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	-	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	1,15	0,94

Fonte: O Autor

**Tabela A.2 - Variação da taxa de armadura**

<b>Exemplo</b>	<b>Estimado</b>	<b>Variação da taxa armadura das vigas (%)</b>	<b>Variação da taxa de armadura dos pilares (%)</b>	<b>Exemplo</b>	<b>Estimado</b>	<b>Variação da taxa armadura das vigas (%)</b>	<b>Variação da taxa de armadura dos pilares (%)</b>
<b>3T1Ev1f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,72$	0,39 – 1,75	0,47 – 2,95	<b>2T2Gv1f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	0,59 – 2,77	0,59 – 2,36
<b>3T1Ev1g</b>	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,74$	0,39 – 1,43	0,47 – 0,74	<b>2T2Gv1g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,67$	0,59 – 2,6	0,59 – 0,92
<b>3T1Ev2f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	0,39 – 1,75	0,47 – 3,14	<b>2T2Gv2f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,65$	0,59 – 2,72	0,59 – 2,36
<b>3T1Ev2g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	0,39 – 1,75	0,47 – 0,74	<b>2T2Gv2g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,66$	0,59 – 2,97	0,59 – 1,23
<b>3T1Fv1f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	0,39 – 1,1	0,59	<b>2T2Hv1f</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,73$	0,34 – 1,98	0,79 – 3,35
<b>3T1Fv1g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	0,39 – 1,08	0,59	<b>2T2Hv1g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,75$	0,34 – 1,59	0,79
<b>3T1Fv2f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	0,39 – 1,49	0,59 – 0,92	<b>2T2Hv2f</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,71$	0,34 – 2,5	0,79 – 3,35
<b>3T1Fv2g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,77$	0,39 – 1,08	0,59	<b>2T2Hv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	0,34 – 1,72	0,79
<b>3T2Ev1f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,68$	0,39 – 1,75	0,47 – 3,93	<b>1T1Iv1f</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,65$	0,7 – 1,93	0,45 – 0,7
<b>3T2Ev1g</b>	$\alpha_v: 0,12$ $\alpha_p: 0,71$	0,39 – 1,66	0,47 – 1,21	<b>1T1Iv1g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	0,59 – 2,38	0,45 – 0,9
<b>3T2Ev2f</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,68$	0,39 – 2,38	0,47 – 3,93	<b>1T1Iv2f</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,64$	0,7 – 2,1	0,45 – 1,15
<b>3T2Ev2g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,70$	0,39 – 2,06	0,47 – 1,21	<b>1T1Iv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,64$	0,59 – 2,07	0,45 – 0,9
<b>3T2Fv1f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,70$	0,39 – 1,47	0,59 – 0,98	<b>1T1Jv1f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	0,75 – 2,79	0,84 – 2,14
<b>3T2Fv1g</b>	$\alpha_v: 0,13$ $\alpha_p: 0,74$	0,39 – 1,19	0,59	<b>1T1Jv1g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	0,57 – 2,16	0,84 – 2,14
<b>3T2Fv2f</b>	$\alpha_v: 0,16$ $\alpha_p: 0,70$	0,39 – 1,49	0,59 – 0,92	<b>1T1Jv2f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,73$	0,75 – 2,48	0,84 – 2,14

Continua...

<b>3T2Fv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,73$	0,39 – 1,19	0,59	<b>1T1Jv2g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,73$	0,57 – 2,29	0,84 – 2,14
<b>2T1Gv1f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	0,59 – 2,77	0,59 – 1,5	<b>1T2Iv1f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	0,7 – 2,58	0,45 – 0,7
<b>2T1Gv1g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,71$	0,59 – 2,6	0,59 – 1,23	<b>1T2Iv1g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	0,59 – 2,4	0,45 – 0,7
<b>2T1Gv2f</b>	$\alpha_v: 0,18$ $\alpha_p: 0,69$	0,59 – 2,58	0,59 – 1,5	<b>1T2Iv2f</b>	$\alpha_v: 0,19$ $\alpha_p: 0,62$	0,7 – 2,19	0,45 – 0,7
<b>2T1Gv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,72$	0,59 – 2,38	0,59 – 1,23	<b>1T2Iv2g</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,62$	0,59 – 2,4	0,45 – 0,7
<b>2T1Hv1f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	0,43 – 1,6	0,79 – 2,68	<b>1T2Jv1f</b>	$\alpha_v: 0,21$ $\alpha_p: 0,69$	0,75 – 2,88	0,84 – 2,14
<b>2T1Hv1g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	0,43 – 1,49	0,79	<b>1T2Jv1g</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	0,57 – 2,99	0,84 – 1,31
<b>2T1Hv2f</b>	$\alpha_v: 0,15$ $\alpha_p: 0,76$	0,43 – 1,42	0,79 – 2,68	<b>1T2Jv2f</b>	$\alpha_v: 0,20$ $\alpha_p: 0,69$	0,75 – 2,88	0,84 – 2,14
<b>2T1Hv2g</b>	$\alpha_v: 0,14$ $\alpha_p: 0,78$	0,43 – 1,49	0,79	<b>1T2Jv2g</b>	$\alpha_v: 0,17$ $\alpha_p: 0,67$	0,57 – 2,79	0,84 – 1,31

Fonte: O Autor