



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JOÃO PAULO MENDES

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE
GRANDES DIMENSÕES**

MARINGÁ
2022



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE NÃO-LINEAR DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE GRANDES DIMENSÕES

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Aluno: João Paulo Mendes
Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

MARINGÁ
2022

Dados Internacionais de Catalogação-
na-Publicação (CIP) (Biblioteca
Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

M538a

Mendes, João Paulo

Análise não-linear de vigas de concreto armado de grandes dimensões / João Paulo Mendes. -- Maringá, PR, 2022.
182 f.: il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2022.

1. Vigas de concreto armado - Grandes dimensões. 2. Força cortante. 3. Efeito escala. 4. Modelos analíticos. 5. Modelos numéricos. I. Souza, Rafael Alves de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 23.ed. 624.18341



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JOÃO PAULO MENDES

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE VIGAS DE CONCRETOARMADO DE GRANDES
DIMENSÕES**

Dissertação de Mestrado apresentada no dia 04/03/2022, julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final, como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Rafael Aíves de Souza
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá
Orientador

Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Federal do Pará

Prof. Dr. João da Costa Pantoja
Programa de Pós-Graduação Faculdade de Arquitetura e Urbanismo
Universidade de Brasília

À minha família, naturalmente.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por conceder-me o dom da vida e a saúde ao longo destes anos.

À minha mãe Salete, minha avó Helena, meu Tio Valmir pelo incentivo e apoio incondicional durante todas as etapas da minha vida.

À minha companheira Beatriz Falco Knaut, por inspirar-me com seu exemplo de dedicação, pela paciência de ler e contribuir com a realização desse trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael Alves de Souza, por ser uma inspiração como pessoa e como profissional, pela confiança e apoio durante o desenvolvimento e concretização desse trabalho, por todos os ensinamentos adquiridos ao longo desse processo, pelas oportunidades que me ofereceu, por sua amizade, humildade e paciência em transmitir seu conhecimento. Minha eterna gratidão.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, pela contribuição que deram à minha formação profissional.

À Joseane, secretária da Pós-Graduação em Engenharia Civil, por sua preocupação e disponibilidade com que sempre me atendeu e ajudou.

Aos membros da banca, pela disponibilidade e contribuições pertinentes ao trabalho.

Aos meus colegas do PCV, pelo conhecimento e experiências que compartilhamos ao longo desse processo.

À CAPES –Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo incentivo financeiro concedido durante o período de realização desse trabalho.

À Universidade Estadual de Maringá, pela oportunidade de cursar a graduação e o mestrado em uma instituição pública e de qualidade.

A todos que acreditaram em mim, e de alguma forma contribuíram para a concretização desse trabalho.

“Se eu vi mais longe foi por estar de pé sobre
ombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMO

Discussões sobre os efeitos da força cortante em vigas de concreto armado têm se desenvolvido nos últimos anos. A teoria utilizada para o projeto de vários elementos estruturais é a de que as seções transversais se mantêm planas após a deformação, chamada de Hipótese de Bernoulli. Todavia, alguns elementos estruturais com maiores dimensões podem apresentar um comportamento distinto devido à introdução do efeito de escala. Compreender os efeitos da força cortante em vigas permite estabelecer uma relação entre carga de ruptura real e prevista, que seja estruturalmente segura e eficiente. Desta maneira, este trabalho tem por objetivo avaliar o comportamento de vigas de concreto armado, com grandes dimensões apresentadas nos trabalhos de Moehle e Zhai (2021), Collins et al. (2015) e GCONS (2020), por meio da determinação da carga de ruína obtida através de modelos analíticos das normas NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 e CSA A23.3/2014, e modelos numéricos através de recursos de análise não-linear utilizando-se os programas computacionais ATENA e JCONC, empregando-se recursos com a Modified Compression Field Theory MCFT), além de avaliar os parâmetros que mais possam afetar a resistência à força cortante das vigas analisadas. Os resultados demonstraram que a norma brasileira apresentou carga de ruína devida à força cortante superior ao valor experimental para as Vigas A, B e C, a norma europeia e estadunidense forneceu carregamento superior ao experimental para a Viga C, e a norma canadense apresentou o melhor comportamento com cargas próximas aos valores experimentais. Pode-se constatar também que para algumas vigas, normas como NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 apresentaram curvas “carga/altura útil”, com comportamento superior ao ponto experimental de referência. As ferramentas computacionais apresentaram valores de carga de ruína com melhor comportamento para a Viga C e para as seções sem estribos das vigas A e B, além disso demonstraram ser verdadeiros laboratórios virtuais, auxiliando no comportamento em relação à força cortante em vigas de concreto armado de grandes dimensões.

Palavras-chave: *Força cortante; Vigas de concreto armado; Efeito escala; Modified Compression Field Theory; ATENA e JCONC.*

ABSTRACT

Discussions about the effects of shear force in reinforced concrete beams have been developed in recent years. The theory used for the design of various structural elements is that the cross-sections remain flat after deformation, called Bernoulli's Hypothesis. However, some structural elements with larger dimensions may exhibit different behavior due to the introduction of the size effect. Understanding the effects of shear force in beams allows establish a relationship between actual and predicted failure load that is structurally safe and efficient. Thus, this work aims to evaluate the behavior of reinforced concrete beams, with large dimensions presented in the works of Moehle and Zhai (2021), Collins et al. (2015), and GCONS (2020), by determining the failure load obtained through analytical models of NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 and CSA A23. 3/2014, and numerical models through nonlinear analysis resources using the computer programs ATENA and JCONC, employing resources with the Modified Compression Field Theory MCFT), besides evaluating the parameters that can most affect the shear force resistance of the analyzed beams. The results showed that the Brazilian standard showed a failure load due to shear force higher than the experimental value for Beams A, B, and C, the European and American standards provided loading higher than the experimental value for Beam C, and the Canadian standard showed the best behavior with loads close to the experimental values. It can also be seen that the standards such as the NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 standards summarized for some “payload/height” curves, with behavior higher than the experimental reference point. The computational tools showed values of failure load with better behavior for beam C and for the sections without stirrups of beams A and B and also proved to be true virtual laboratories, helping in the behavior regarding shear force in reinforced concrete beams of large dimensions.

Keywords: *Shear force; Reinforced concrete beams; Size effect; Modified Compression Field Theory; ATENA and JCONC.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Hangar Wilkins após colapso parcial	22
Figura 2.2 - Vigas da estrutura do Hangar Wilkins em ruína.....	23
Figura 2.3 - Identificação de regiões D	25
Figura 2.4 - Distribuição de tensões em regiões B e D	26
Figura 2.5 - Comportamento de vigas da fissuração à ruptura.....	27
Figura 2.6 - Ruína de viga devido à ruptura do banzo superior	28
Figura 2.7 - Atuação dos estribos no modelo de treliça	29
Figura 2.8 - Mecanismos de transferência de força cortante.....	30
Figura 2.9 - Ação de arco em viga	31
Figura 2.10 - Mecanismo de intertravamento de agregados.....	31
Figura 2.11 - Ação de pino em estruturas.....	32
Figura 2.12- Modos de ruptura pelo efeito pino.....	32
Figura 2.13 - Redução de resistência à força cortante.....	34
Figura 2.14 - Resistência relativa por altura útil para vigas de concreto armado	35
Figura 2.15 - Influência do diâmetro do agregado	36
Figura 2.16 - Esquema de treliça clássica	37
Figura 2.17 - Armadura transversal da viga	38
Figura 2.18 - Esquema de treliça generalizada.....	39
Figura 2.19 - Modelo de treliça idealizado do Eurocode 2/2004	43
Figura 2.20 – Termos usados em equações para cálculo de resistência à força cortante.....	46
Figura 2.21 – Saltos dinâmicos em análise não linear de estruturas	50
Figura 2.22 - Pórtico de carregamento de painéis de concreto.....	52
Figura 2.23 – Esquema de pistões para aplicar tensões de compressão e cisalhamento	53
Figura 2.24 – Condições de carregamento e deformação do elemento de membrana	54
Figura 2.25 – Deformações e Círculo de Mohr para deformações médias	55
Figura 2.26 – Diagrama de corpo livre de elemento de concreto armado sob tensão	56
Figura 2.27 – (a) Elemento de Membrana fissurado e (b) Círculo de Mohr para tensões médias.....	57
Figura 2.28 – Comparação das direções das tensões e deformações principais.....	59
Figura 2.29 – Elemento fissurado sob tensão.....	60
Figura 2.30 – (a) Tensões médias calculadas e (b) Tensões locais na fissura.....	61

Figura 2.31 (a) – Curva tensão-deformação sem “crack check” e (b) Curva tensão-deformação com “crack check”	63
Figura 2.32 – Interface gráfica típica do programa ATENA2D.....	66
Figura 2.33 – Tela de definição das propriedades do concreto do programa ATENA	67
Figura 2.34 – Relação tensão-deformação modelo Sbeta	68
Figura 2.35 – Modelo de abrandamento implantado no programa ATENA.....	69
Figura 2.36 – Etapa característica na formação das fissuras	70
Figura 2.37 – Comportamento pós-pico para concreto em compressão implementado no programa ATENA	72
Figura 2.38 – Modelo de Fissuração Fixa (“Fixed Crack Model”).....	73
Figura 2.39 – Modelo de Fissuração Variável (“Rotated Crack Model”).....	73
Figura 2.40 – Modelos constitutivos para armaduras no programa ATENA.....	74
Figura 2.41 - Modelagem do concreto utilizando no programa JCONC	77
Figura 2.42 - Modelagem das armaduras no JCONC.....	77
Figura 2.43 – Viga Chen et al. (2020)	79
Figura 2.44 – Resultado da análise numérica da viga Chen et al. (2020)	79
Figura 2.45 – Dimensões das vigas e propriedades dos materiais de Demir et al. (2019).....	80
Figura 2.46 – Armadura de flexão e cortante de vigas de Demir et al. (2019)	81
Figura 2.47 – Execução de ensaio de três pontos de Demir et al. (2019)	81
Figura 2.48 – Resultados dos ensaios de Demir et al. (2019)	82
Figura 2.49 – Dimensões das vigas e resultados dos ensaios.....	83
Figura 2.50 – Esquema de armação das vigas de Ismail et al. (2016).....	83
Figura 2.51 – Determinação da capacidade de carga com códigos normativos.....	84
Figura 2.52 – Análise numérica de Ismail et al. (2016)	85
Figura 2.53 – Dimensões e armaduras das vigas de Souza e Breña (2016)	86
Figura 2.54 – Padrão de fissuração experimental e numérico da viga DB1.0-0.75	88
Figura 3.1 – Fluxograma das etapas do trabalho	91
Figura 3.2 – Ensaio experimental da Viga A	92
Figura 3.3 – Características gerais da Viga A	93
Figura 3.4 – Resistência à compressão do concreto utilizado na Viga A.....	94
Figura 3.5 – Ruptura experimental da seção leste da Viga A	95
Figura 3.6 – Curva carga/deslocamento experimental da seção leste da Viga A	95
Figura 3.7 – Ruptura experimental da seção leste da Viga A	96
Figura 3.8 – Curva carga/deslocamento experimental da seção leste da Viga A.....	96

Figura 3.9 – Ensaio experimental da Viga B.....	97
Figura 3.10 – Características gerais da Viga B	97
Figura 3.11 – Carregamentos e abertura de fissuras do lado leste Viga B.....	98
Figura 3.12 – Resultado de concurso para lado leste da Viga B	99
Figura 3.13 – Dados experimentais do lado oeste da Viga B.....	100
Figura 3.14 – Ensaio da seção oeste da Viga B.....	101
Figura 3.15 – Resultado de concurso para seção oeste da Viga B	101
Figura 3.16 – Ensaio experimental da Viga C.....	102
Figura 3.17 – Dimensões e armaduras da Viga C	102
Figura 3.18 – Detalhe dos apoios da Viga C.....	103
Figura 3.19 – Características gerais do concreto da Viga A no ATENA.....	106
Figura 3.20 – Modelo numérico da seção leste da Viga A elaborado no programa ATENA	107
Figura 3.21 – Método de solução de equações admitido para a seção leste da Viga A no ATENA.....	107
Figura 3.22 – Critério de parada para as iterações numéricas da Viga A no ATENA	108
Figura 3.23 – Modelo numérico da seção oeste da Viga A elaborado no ATENA	109
Figura 3.24 – Características gerais do concreto da Viga B no ATENA.....	110
Figura 3.25 – Modelo numérico da seção leste da Viga B elaborado no ATENA	111
Figura 3.26 – Método de solução de equações admitido para a Viga B no ATENA.....	111
Figura 3.27 – Critério de parada para as iterações numéricas da Viga B no ATENA	112
Figura 3.28 – Modelo numérico da seção oeste da Viga B elaborado no ATENA.....	113
Figura 3.29 – Características gerais do concreto da Viga C no ATENA.....	114
Figura 3.30 – Modelo numérico inicial da Viga C elaborado no ATENA.....	116
Figura 3.31 – Deslocamentos prescritos no ponto de carregamento da Viga C.....	116
Figura 3.32 – Método de solução de equações admitido para a Viga C no ATENA.....	117
Figura 3.33 – Critério de parada para as iterações numéricas da Viga C no ATENA	117
Figura 3.34 – Modelagem inicial da seção leste da Viga A no JCONC	118
Figura 3.35 – Modelagem inicial da seção oeste da Viga A no JCONC	118
Figura 3.36 – Seção leste da Viga A modelada no JCONC	119
Figura 3.37 – Seção oeste da Viga A modelada no JCONC	119
Figura 3.38 – Modelagem inicial da seção leste da Viga B no JCONC.....	120
Figura 3.39 – Modelagem inicial da seção oeste da Viga B no JCONC.....	121
Figura 3.40 – Seção leste da Viga B modelada no JCONC	121
Figura 3.41 – Seção oeste da Viga B modelada no JCONC	121

Figura 3.42 – Modelagem inicial da Viga C no JCONC.....	123
Figura 3.43 – Viga C modelada no JCONC	123
Figura 4.1 – Curva carga de ruptura x altura útil para a seção leste da Viga B	136
Figura 4.2 – Curva carga x altura útil para a seção oeste da Viga B.....	137
Figura 4.3 – Curva carga x altura útil para a Viga C.....	138
Figura 4.4 – Curva carga/deslocamento para a seção leste da Viga A.....	139
Figura 4.5 – Instante de início de fissuração da seção leste da Viga A.....	139
Figura 4.6 – Instante de ruptura da seção leste da Viga A	140
Figura 4.7 – Curva carga/deslocamento para a seção oeste da Viga A.....	141
Figura 4.8 – Instante de início de fissuração da seção oeste da Viga A.....	141
Figura 4.9 – Instante de ruptura da seção oeste da Viga A	142
Figura 4.10 – Curva carga/deslocamento para $\beta=1$ da Viga B.....	142
Figura 4.11 – Panorama de fissuração para Viga B para $\beta=1$	143
Figura 4.12 – Curva carga x deslocamento da Viga B para $\beta=0,001$	143
Figura 4.13 – Panorama de fissuração para Viga B para $\beta=0,001$ da Viga B.....	143
Figura 4.14 – Curva carga-deslocamento da Viga B para SF =200	144
Figura 4.15 – Instante de início de fissuração e ruptura da seção leste da Viga B.....	144
Figura 4.16 – Curva carga/deslocamento para a seção oeste da Viga B	145
Figura 4.17 – Instante de início de fissuração da seção oeste da Viga B.....	146
Figura 4.18 – Instante da ruptura da seção oeste da Viga B.....	146
Figura 4.19 – Curva carga-deslocamento da Viga C para $\beta =1$	147
Figura 4.20 – Panorama de fissuração para Viga C para $\beta=1$	147
Figura 4.21 – Curva carga-deslocamento da Viga C para $\beta =0,001$	148
Figura 4.22 – Instante de início de fissuração e ruptura da Viga C.....	148
Figura 4.23 – Diagrama relative stress da seção leste da Viga A.....	149
Figura 4.24 – Posição do elemento 409 da Viga seção leste da Viga A no JCONC.....	150
Figura 4.25 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC para a seção leste da Viga A	150
Figura 4.26 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção leste da Viga A	151
Figura 4.27 – Curva carga-deslocamento da seção leste da Viga A fornecida pelo JCONC	152
Figura 4.28 – Deformação da seção leste da Viga A fornecida pelo JCONC.....	152
Figura 4.29 – Diagrama relative stress da seção oeste da Viga A.....	153
Figura 4.30 – Posição do elemento 136 da seção oeste da Viga A no JCONC.....	154
Figura 4.31 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC para a seção oeste da Viga A	154
Figura 4.32 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção oeste da Viga A	155

Figura 4.33 – Curva carga/deslocamento da seção oeste da Viga A fornecida pelo JCONC	156
Figura 4.34 – Deformação da seção oeste da Viga A fornecida pelo JCONC.....	156
Figura 4.35 – Diagrama relative stress da seção leste da Viga B obtido pelo JCONC	157
Figura 4.36 – Posição do elemento 570 da seção leste da Viga B no JCONC.....	158
Figura 4.37 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC na análise da seção leste da Viga B .	158
Figura 4.38 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção leste da Viga B.....	159
Figura 4.39 – Curva carga/deslocamento da seção leste da Viga B fornecida pelo JCONC	160
Figura 4.40 – Deformação da seção leste Viga B fornecida pelo JCONC.....	160
Figura 4.41 – Diagrama relative stress da seção oeste da Viga B obtido pelo JCONC	161
Figura 4.42 – Posição do elemento 53 da seção oeste da Viga B no JCONC.....	162
Figura 4.43 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC na análise da seção oeste da Viga B	162
Figura 4.44 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção oeste da Viga B.....	163
Figura 4.45 – Curva carga/deslocamento da seção oeste da Viga B fornecida pelo JCONC	164
Figura 4.46 – Deformação da seção oeste Viga B fornecida pelo JCONC.....	164
Figura 4.47 – Diagrama relative stress da Viga C obtido pelo JCONC.....	165
Figura 4.48 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC na análise da Viga C	166
Figura 4.50 – Curva carga/deslocamento da Viga C fornecida pelo JCONC	167
Figura 4.51 – Deformação da Viga C fornecida pelo JCONC	167
Figura 4.52 – Estimativa de carga de ruína para a seção oeste da Viga A.....	168
Figura 4.53 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção oeste da Viga A	169
Figura 4.54 – Estimativa de carga de ruína para a seção leste da Viga A.....	169
Figura 4.55 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção leste da Viga A	170
Figura 4.56 – Estimativa de carga de ruína para a seção oeste da Viga B	171
Figura 4.57 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção oeste da Viga B.....	171
Figura 4.58 – Estimativa de carga de ruína para a seção leste da Viga B	172
Figura 4.59 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção leste da Viga B.....	172
Figura 4.60 – Estimativa de carga de ruína para a Viga C	173
Figura 4.61 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a Viga C	174

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Tensão de cisalhamento na região de fissura.....	65
Tabela 2.2 – Valores base para energia de fraturamento G_{F0}	70
Tabela 2.3 – Resultados experimentais e numéricos usando o ATENA de Souza e Breña (2016)	87
Tabela 3.1 - Dados dos aços empregados na Viga B.....	98
Tabela 3.2 – Propriedades do concreto da Viga C.....	103
Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas das armaduras da Viga C.....	103
Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do concreto do modelo numérico da Viga A.....	108
Tabela 3.5 – Propriedades mecânicas do concreto do modelo numérico da Viga B.....	113
Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas do concreto do modelo numérico da Viga C.....	115

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	18
1.1. JUSTIFICATIVA	20
1.2. OBJETIVO	21
1.2.1. Objetivo geral	21
1.2.1. Objetivos específicos	21
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1. REGIÕES B E D.....	25
2.2. COMPORTAMENTO DE VIGAS DEVIDO A FORÇA CORTANTE.....	26
2.3. MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE FORÇA CORTANTE.....	29
2.3.1. Concreto comprimido não fissurado	30
2.3.2. Ação de arco	30
2.3.3. Intertravamento dos agregados	31
2.3.4. Ação de pino da armadura longitudinal	32
2.3.5. Tensões residuais de tração	33
2.3.6. Armadura de cisalhamento	33
2.4. VIGAS DE GRANDES DIMENSÕES (REGIÕES D).....	33
2.4.1. Influência do tipo de carregamento	33
2.4.2. Influência da geometria	34
2.4.3. Influência da altura da viga e comprimento (Efeito de escala)	34
2.5. DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS DE TRELIÇAS	36
2.5.1. Treliza Clássica de Ritter-Mörsch ($\theta = 45^\circ$)	37
2.5.2. Treliza generalizada (θ variável)	39
2.6. MODELO DE CÁLCULO DA NBR 6118/2014	40
2.6.1. Modelo de Cálculo I	41
2.6.2. Modelo de Cálculo II	42
2.7. MODELO DE CÁLCULO DO EUROCODE 2	43
2.8. MODELO DE CÁLCULO DO ACI 318/2019	44
2.9. MODELO DE CÁLCULO CSA A23.3/2014	45
2.10. MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	47
2.10.1 Aplicação do MEF	48
2.10.2 Análise de estruturas com o MEF	50
2.10.3 Modelagem dos materiais com o MEF	51

2.11. MÉTODOS DOS CAMPOS DE TENSÃO (MCFT)	52
2.11.1. Equações de compatibilidade	54
2.11.2. Equações de equilíbrio	56
2.11.3. Relações constitutivas	58
2.11.4. Transmissão de cargas através das fissuras	60
2.11.5. Procedimento “Crack Check” no MCFT	63
2.12 - PROGRAMA ATENA	65
2.12.1. Modelo constitutivo Sbeta para concreto	68
2.12.2 Modelos de fissuração distribuída	72
2.12.3 Modelagem das armaduras no ATENA	74
2.13. PROGRAMA JCONC	75
2.14. ESTUDOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS SOBRE VIGAS DE GRANDE DIMENSÃO	78
2.14.1. Chen et al. (2020)	78
2.14.2. Demir et al. (2019)	80
2.14.3. Ismail et al. (2016)	82
2.14.4. Souza e Breña. (2016)	85
3. MATERIAIS E MÉTODOS	90
3.1. ESTUDO DE CASO A.....	92
3.2. ESTUDO DE CASO B	97
3.3. ESTUDO DE CASO C.....	102
3.4. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE....	104
3.5 MODELAGEM NUMÉRICA DAS VIGAS	104
3.5.1. Modelagem da Viga A no programa ATENA	105
3.5.2. Modelagem da Viga B no programa ATENA	109
3.5.3. Modelagem da Viga C no programa ATENA	114
3.5.4. Modelagem da Viga A no programa JCONC	118
3.5.5. Modelagem da Viga B no programa JCONC	120
3.5.6. Modelagem da Viga C no programa JCONC	122
4. RESULTADOS	124
4.1. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA A.....	124
4.2. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA A	126

4.3. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA B	128
4.4. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA B.....	130
4.5. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA VIGA C	133
4.6. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA CARGA DE RUPTURA DAS VIGAS B E C CONSIDERANDO INFLUÊNCIA DA ALTURA ÚTIL.....	135
4.7. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA A NO PROGRAMA ATENA	138
4.8. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA A NO PROGRAMA ATENA....	140
4.9. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE VIGA B NO PROGRAMA ATENA.....	142
4.10. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE VIGA B NO PROGRAMA ATENA	145
4.11. ANÁLISE NUMÉRICA DA VIGA C NO PROGRAMA ATENA	146
4.12. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA A NO PROGRAMA JCONC ...	149
4.13. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA A NO PROGRAMA JCONC ..	153
4.14. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE VIGA B NO PROGRAMA JCONC	157
4.15. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE VIGA B NO PROGRAMA JCONC	160
4.16. ANÁLISE NUMÉRICA DA VIGA C NO PROGRAMA JCONC	165
4.17. ANÁLISE DAS CARGAS DE RUÍNA E TENSÕES DE CISALHAMENTO	168
5. CONCLUSÃO.....	175
REFRÊNCIAS	178

1. INTRODUÇÃO

O concreto armado compõe grande parte das edificações, e para garantir a segurança dos usuários são efetuadas diversas verificações fundamentadas nos códigos normativos, sendo elas avaliações em Estado Limite de Serviço (ELS), referentes a garantia do uso proposto para a edificação pelos ocupantes e em Estado Limite Último (ELU), que visa garantir a integridade dos elementos estruturais e a estabilidade da construção perante aos esforços desenvolvidos.

Para efetuar o dimensionamento de vigas em concreto armado com dimensões convencionais, normalmente leva-se em consideração a “Hipótese de Bernoulli - Navier”, a qual assume que a distribuição de deformações ao longo da altura da seção transversal se mantém linear, desde o início do carregamento até a ruptura.

Essa hipótese despreza as deformações de distorção provocadas pela força cortante, o que impossibilita o seu emprego a todos os tipos de elementos estruturais ou todas as regiões de um mesmo elemento estrutural, pois segundo o Princípio de Saint Venant, a distribuição de tensões se dará de maneira não uniforme em regiões com mudança brusca de seção, aberturas, e pontos de aplicação de carga, devendo-se tratá-las de maneira particular afim de atribuir maior confiabilidade à estrutura.

Apesar das normas de projeto apresentarem vários modelos de cálculo para o dimensionamento à força cortante, deve-se ter em vista que alguns desses modelos foram desenvolvidos com base em resultados experimentais de vigas de pequeno porte com altura inferior a 1 m. Assim, quando aplicados a vigas com grandes dimensões, tais modelos podem conduzir a valores de resistência superiores ao real, uma vez que a resistência à força cortante é normalmente dependente da altura útil.

Conforme apresentado no Relatório da Comissão ASCE-ACI 426 (1998), a resistência nominal à força cortante está relacionada com o desenvolvimento de vários mecanismos de transferência de esforços e efeitos como: efeito de escala, intertravamento de agregados, efeito de pino, tipo de introdução de carregamento, etc. Segundo Rao et al. (2007), as opiniões variam sobre a importância relativa de cada mecanismo na resistência total a força cortante, resultando em diferentes modelos de cálculo. Dessa maneira, para vigas de grande porte, análises adicionais devem ser levadas em conta, de maneira a se estimar com maior precisão a capacidade resistente do elemento estrutural.

O efeito de escala foi investigado por Kani (1967), que por sua vez comprovou que o com o aumento da altura útil de uma viga, para uma mesma relação da distância entre aplicação de carga e apoio e a altura útil (a/d), a sua resistência relativa pode decrescer cerca de 40%.

Este fato contraria as expectativas de que ao ampliar a altura de uma viga, sua resistência à força cortante continuará aumentando de maneira linear.

Shioya et al. (1989), conduziu ensaios experimentais de uma série de vigas com carga uniformemente distribuída, de modo a examinar se o efeito de escala “*size effect*” exerce influência na resistência à força cortante em vigas com altura útil “*d*” maior que 100 cm. As vigas possuíam altura útil variando entre 10 cm e 300 cm, largura variando entre 10,8 cm e 150 cm, relação comprimento – altura útil “*l/d*” igual a 12, e taxa de armadura longitudinal igual a 0,40%.

Collins et al. (2015), promoveu um concurso de predição de carga de ruína de uma viga de grande porte, como forma de incentivar o conhecimento e evidenciar a capacidade de engenheiros de várias nacionalidades, em se determinar com precisão a carga de ruína devido a força cortante de vigas com grandes dimensões.

A viga ensaiada experimentalmente possuía 19 m de extensão por 4 m de altura e 0,25 m de largura, armada com estribos em apenas um dos lados, de maneira a ensaiar a viga duplamente. O elemento em questão também atingiu a ruptura com carregamento inferior ao previsto pelos participantes (líderes mundiais nas pesquisas em relação à força cortante) que utilizaram diversos códigos normativos e recursos julgados apropriados (análises não-lineares, modelos próprios, etc).

Pesquisadores do Grupo de Construção (GCONS) da Universidades da Coruña (UDC) iniciaram o Projeto Horvital SP4, buscando compreender melhor o efeito de escala na determinação da resistência à força cortante de vigas de concreto armado (GCONS, (2020)). Devido a magnitude da viga com 2 m de altura, 0,24 m de largura e 12 m de comprimento (maior viga já ensaiada na Europa), o grupo propôs um concurso internacional para determinar a carga de ruína deste elemento estrutural. A viga em questão rompeu com carga inferior a esperada pelo grupo de pesquisadores que compõe o GCONS (UDC), porém até o momento não foi divulgado a previsão de carga do vencedor oficial do concurso.

Conforme o exposto anteriormente, torna-se evidente que a previsão de carga de ruptura por força cortante de uma viga de grande porte é uma tarefa muito mais complexa do que aquela para as vigas convencionais, e que as formulações comumente usadas em normas, conduzem a cargas de ruína superiores a real resistida por vigas de concreto armado com maiores dimensões, o que pode ser crítico para edificações que necessitem de elementos de grande porte.

Deve-se ainda realçar que apesar de serem supostos vários efeitos intervenientes (efeito escala, efeito pino, intertravamento de grãos), há uma corrente na comunidade científica que acredita que os ensaios de vigas de grande porte podem apresentar problemas, levando a

situações de instabilidade lateral fora do plano, por exemplo, o que explicaria as cargas de ruína mais baixas.

Neste trabalho objetiva-se avaliar o comportamento vigas de grandes dimensões, apresentadas nos trabalhos de Moehle e Zhai (2021), GCONS (2020) e Collins et al. (2015), por meio da determinação da carga de ruína por foça cortante.

As análises serão realizadas de maneira analítica pelo método do Modelo de Cálculo I da NBR 6118/2014, ACI 318/2019, Eurocode 2 e CSA A23.3/2014, e de maneira numérica por meio de análises não lineares via Elementos Finitos com os programas computacionais ATENA e JCONC, utilizando-se recursos avançados tais como o emprego da “Modified Compression Field Theory” (MCFT) para avaliação dos modelos.

Neste trabalho também serão avaliados os fatores que mais contribuem na redução da capacidade de carga de vigas com grandes dimensões, concentrando maiores investigações sobre o efeito de escala.

1.1 JUSTIFICATIVA

O trabalho tem como justificativa o fato de que a resistência a força cortante em vigas com grandes dimensões é uma das questões em aberto mais importantes no campo do concreto estrutural. Muitos grupos de referência em todo o mundo investigam esse tópico, porém ainda não há consenso sobre qual o melhor modelo matemático ou método de cálculo conduz a uma solução precisa, uma vez que fenômenos mais complexos intervêm.

Pelo fato de o efeito de escala ser um dos fenômenos mais representativos e influentes na resistência à força cortante de vigas altas, a compreensão este efeito se justifica como meio de conduzir à um correto dimensionamento de tais elementos, e garantir a segurança dos usuários das estruturas.

Ao longo do tempo pesquisas demonstraram que as formulações normativas usadas para prever cargas de ruptura por força cortante, apesar de apresentarem certa precisão para vigas de pequeno porte, superestimam a real capacidade de vigas com grandes dimensões, uma vez que os equacionamentos são geralmente baseados na altura útil.

Dessa maneira, o presente trabalho justifica-se por ser uma contribuição em relação a uma melhor compreensão do efeito de escala, ao validar predições de carga de ruptura por meio de modelos numéricos com análises não lineares de vigas com grandes dimensões, utilizando-se dos programas JCONC e ATENA com dados provenientes de ensaios experimentais.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o comportamento de vigas de concreto armado, com grandes dimensões apresentadas nos trabalhos de Moehle e Zhai (2021), GCONS (2020) e Collins et al. (2015), por meio da determinação da carga de ruína obtida através de modelos analíticos e modelos numéricos por meio de recursos de análise não linear utilizando-se os programas computacionais ATENA e JCONC.

1.2.2 Objetivos específicos

Este trabalho almeja os seguintes objetivos:

- Avaliar os modelos numéricos com recursos de análise não-linear dos programas Atena e JCONC, utilizando-se recursos avançados tais como o emprego da Modified Compression Field Theory (MCFT);
- Avaliar a representatividade de modelos analíticos de normas selecionadas como a NBR 6118/2014, ACI 318/2019, CSA A23.3/2014 e Eurocode2 para a determinação da carga de ruína devido à força cortante das vigas investigadas;
- Avaliar os parâmetros que mais afetam a resistência a força cortante das vigas de grande porte.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na década de 1950 houve grandes debates e esforços para desenvolver métodos de cálculo que pudessem estimar a resistência última para força cortante. Estas discussões receberam impulso em 1955, após o colapso parcial do hangar Wilkins da Força Aérea, em Shelby, Ohio, Estados Unidos (Figura 2.1).

Figura 2.1- Hangar Wilkins após colapso parcial



Fonte: COLLINS et al. (2007).

O colapso foi ocasionado pela ruptura devido à força cortante em vigas de 914 mm de altura, com apenas 0,45% de taxa de armadura longitudinal, e que no local da falha não continham estribos (Figura 2.2). As vigas colapsaram com uma tensão de cisalhamento próxima a 0,5 MPa, enquanto o *American Concrete Institute* (1963), permitia uma tensão de trabalho admissível de 0,62 MPa para o concreto de 20 MPa utilizado (COLLINS; KUCHMA, 1999).

Figura 2.2 - Vigas da estrutura do Hangar Wilkins em ruína



Fonte: BOHIGAS (2002).

A norma americana vigente na época assumia que a resistência máxima a força cortante era diretamente proporcional à resistência do concreto. Após o ocorrido em Shelby, limitou-se a resistência ao cortante para elementos não protendidos, para aproximadamente $0,83\sqrt{f_{c,d}}$ (MPa). O efeito desta mudança foi pequeno, pois na época utilizavam-se concreto de resistência de cerca de 20 MPa, e as equações produziam estimativas confiáveis para o cortante máximo resistido. Entretanto, para concretos mais resistentes, notou-se que a diferença entre a carga prevista e a real era considerável. (COLLINS et al. 2015).

As normas internacionais de projeto para força cortante supõem que a ruptura de elementos sem estribos não ocorre caso as cargas em serviço sejam menores que uma parcela da resistência à compressão do concreto. Caso a força cortante gere uma tensão maior que a estabelecida por uma parcela da tensão de compressão do concreto, a armadura de cisalhamento (estribos) deve ser adicionada para resistir à parcela da carga excedente. Essa capacidade resistente dos estribos, foi elaborada tendo como base o modelo de treliça idealizada de Ritter e Morsch.

A analogia clássica de viga fissurada com uma treliça isostática foi introduzida por W. Ritter, e serviu como base teórica para explicar o comportamento de vigas à força cortante. Esse modelo foi melhorado por Morsch, no início do século 20, assumindo que as diagonais

comprimidas podem variar seu ângulo entre 30° e 45° . Os estribos devem estar próximos entre si a fim de interceptarem fissuras inclinadas, geradas por tensões transversais de tração devido à compressão do concreto. Considerando-se a existência de múltiplos estribos, pode-se assumir a viga como sendo uma superposição de várias treliças isostáticas.

A NBR 6118/2014 (item 17.4.1) descreve que o dimensionamento de vigas à força cortante pode ser feito segundo dois modelos de cálculo. A treliça clássica é admitida pela norma para o Modelo de Cálculo I, o qual será utilizado neste trabalho, onde o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas (escoras) é fixo com valor de 45° , e a treliça generalizada é a admitida para o Modelo de Cálculo II, que permite a variação do ângulo das escoras.

Apesar de os códigos normativos apresentarem vários modelos de cálculo para força cortante, deve-se ter em vista que os equacionamentos são baseados na altura útil da viga. Kani (1967) demonstrou com ensaios experimentais que vigas sem estribos atingiram a ruína devido à força cortante, com carregamentos menores à medida que a relação de distância de aplicação de carga em relação ao apoio e a altura útil (a/d) aumenta. As vigas possuíam características de relação $a/d=3$ e profundidade efetiva de até 109 mm, e obteve o caso crítico de redução da resistência ao cortante de aproximadamente 40%.

Shioya et al. (1989), em sua investigação experimental de vigas com alturas e diâmetros de agregados diferentes, observou que a força cortante resistida diminui à medida que a profundidade da viga aumenta, e o tamanho máximo do agregado diminui.

Bentz e Collins (2018), após a realização de ensaios experimentais verificaram que normas como o ACI 318/2014, ao ser utilizada para estimar a capacidade de carga das vigas investigadas, superestimava em até 3,8 vezes a carga de ruptura obtida no experimento.

Segundo Collins, Quach e Bentz (2020), vigas altas desenvolvem fissuras com maiores aberturas e próximas a sua altura média, pois é a região em que ocorre o maior espaçamento de fissuras. Ao se analisar duas vigas, uma delas possuindo o dobro da altura da outra, e ambas com a mesma tensão na armadura de flexão, a viga mais alta irá apresentar fissuras na altura média, aproximadamente duas vezes maiores que as desenvolvidas na viga de menor altura. Por conta das fissuras com maiores aberturas, devido a uma distribuição não uniforme de tensões, a viga mais alta atingirá a ruína para força cortante menor, esse fenômeno é conhecido como efeito de escala, e será melhor detalhado mais adiante no trabalho.

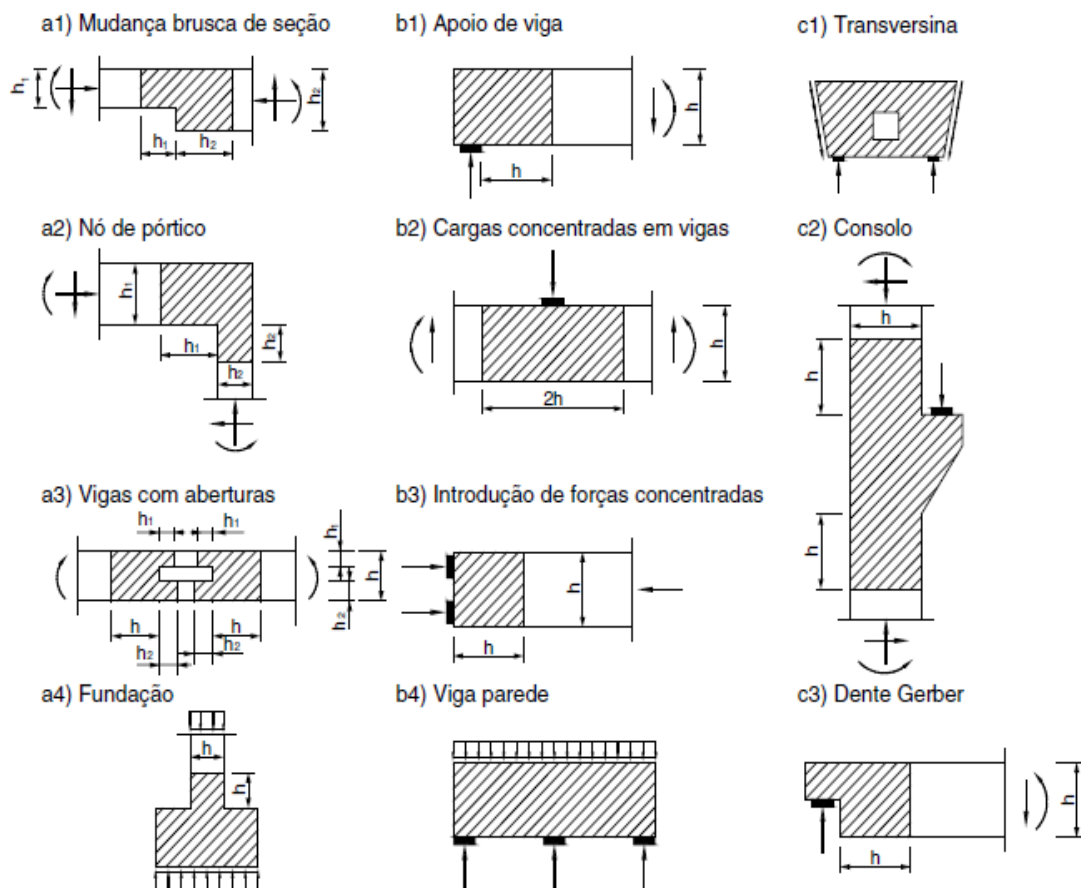
Dessa maneira, verifica-se que alguns elementos estruturais, como vigas com grandes dimensões, apresentam um comportamento particular, e devem ser identificados para que se dê o devido tratamento. Neste sentido, o item a seguir apresenta a maneira de identificar as regiões e elementos estruturais perturbados pela distribuição não linear de tensões.

2.1. REGIÕES B E D

Segundo Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), pode-se dividir uma estrutura em regiões contínuas, Regiões B (Hipótese de Bernoulli - Navier é válida), e regiões descontínuas, Regiões D (Hipótese de Bernoulli - Navier não é satisfeita) em que a distribuição de deformações ao longo do elemento é não linear.

Em geral, as regiões D são identificadas a partir de perturbações de ordem estática (carregamentos pontuais elevados) e geométrica (mudanças bruscas na geometria), sendo que o comprimento dessas regiões pode ser definido aproximadamente a partir da altura do elemento estrutural, conforme ilustrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 - Identificação de regiões D

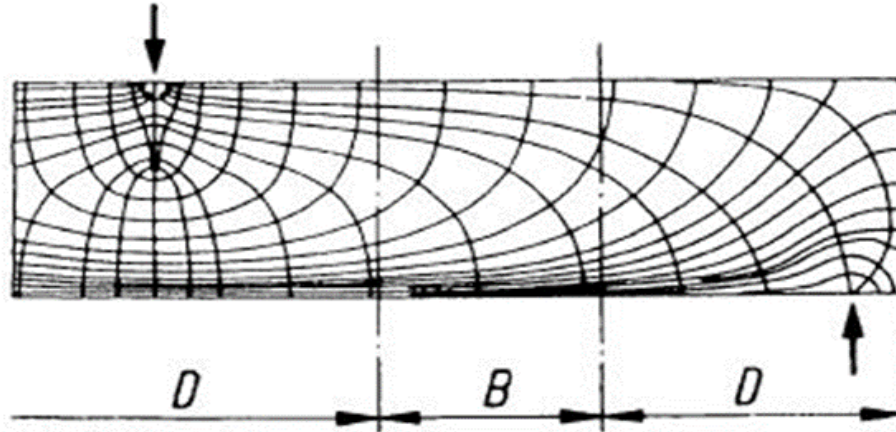


Fonte: Adaptado de SCHLAICH, SCHÄFER E JENNEWEIN (1987).

Nessas regiões de perturbação, as deformações provocadas pela força cortante apresentam valores significativos, o que obriga a sua consideração no dimensionamento do elemento estrutural. Dessa maneira, a aplicação dos métodos convencionais de dimensionamento a força cortante em regiões D, podem conduzir a soluções inseguras.

As regiões B apresentam tensões e trajetórias bem comportadas quando comparadas as que são desenvolvidas nas regiões D. A Figura 2.4 ilustra a distribuição de tensões em região de aplicação de carregamento e apoio. (SCHLAICH; SCHÄFER; JENNEWEIN (1987)).

Figura 2.4 - Distribuição de tensões em regiões B e D



Fonte: Adaptado de SCHLAICH; SCHÄFER; JENNEWEIN (1987).

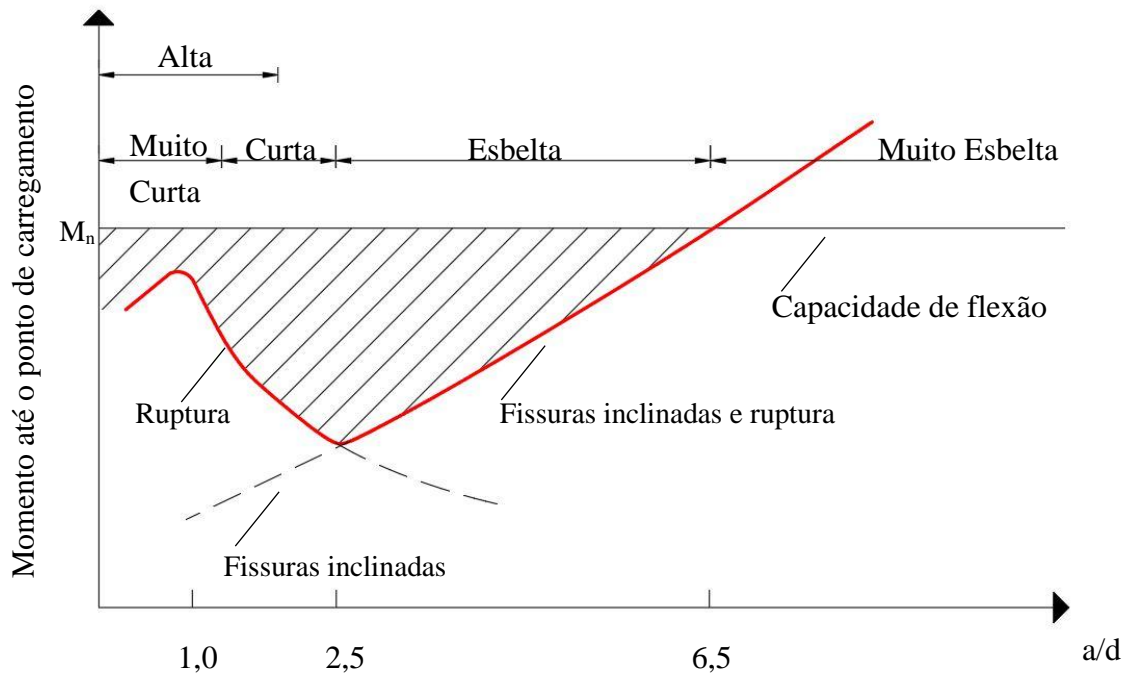
O processo de caracterização das regiões consiste em inicialmente substituir o elemento estrutural real, por um modelo fictício carregado, de forma a atender à Hipótese de Bernoulli e promover o equilíbrio de tensões na seção transversal. Em seguida, deve-se selecionar o estado auto-equilibrado de tensões, que satisfaça as condições de contorno reais e aplicar então o Princípio de Saint-Venant, verificando a distância para qual a zona do corpo não seja mais afetado por forças de auto-equilíbrio na superfície (SCHLAICH; SCHÄFER; JENNEWEIN, 1987).

2.2. COMPORTAMENTO DE VIGAS DEVIDO À FORÇA CORTANTE

O comportamento de vigas que alcançam a ruína devido à força cortante varia amplamente, pois depende das contribuições relativas de cada mecanismo de transferência de força.

Para compreender o comportamento de vigas em relação ao cortante, faz-se necessário classificá-las previamente quanto à relação a/d (distância entre ponto de aplicação de carga e apoio/ altura útil). Wight e Macgregor (2012) sugerem que as vigas podem ser classificadas em três categorias: viga curta ($0 < a/d < 2,5$), viga esbelta ($2,5 < a/d < 6,5$) e viga muito esbelta ($a/d > 6,5$). A Figura 2.5 apresenta as características generalizadas, para vigas sem estribos, dos momentos de fissuração à ruptura que se desenvolvem em cada classe. Neste caso a seção transversal da viga permanece constante à medida que a relação a/d varia. A área hachurada nesta figura corresponde à redução na resistência devido ao cortante.

Figura 2.5 - Comportamento de vigas da fissuração à ruptura



Fonte: Adaptado de WIGHT e MACGREGOR (2012).

O termo *deep beams* também é utilizado para se referir às vigas paredes, e devido à pequena relação a/d , desenvolvem fissuras inclinadas ligando o ponto de aplicação de carga e apoio. Essas fissuras dificultam o fluxo horizontal de tensão, alterando o comportamento de ação em viga para ação em arco. Assim a armadura positiva de flexão serve como um tirante de um arco, com uma força de tração uniforme entre apoios.

Para vigas com $0 < a/d < 1$, o modo de ruptura comumente observado é uma falha de ancoragem nas extremidades do tirante. Já para vigas com relação $1 < a/d < 2,5$, desenvolvem fissuras inclinadas e, após uma redistribuição de forças internas, são capazes de transportar carga adicional, em parte pela ação do arco. Neste caso, a ruptura se dará por falha de aderência, separação de seções ou por esmagamento da zona comprimida no topo da seção. Pois a fissura inclinada se prolonga comprometendo a altura útil comprimida e a ruptura se dá para um momento de flexão menor do que o esperado.

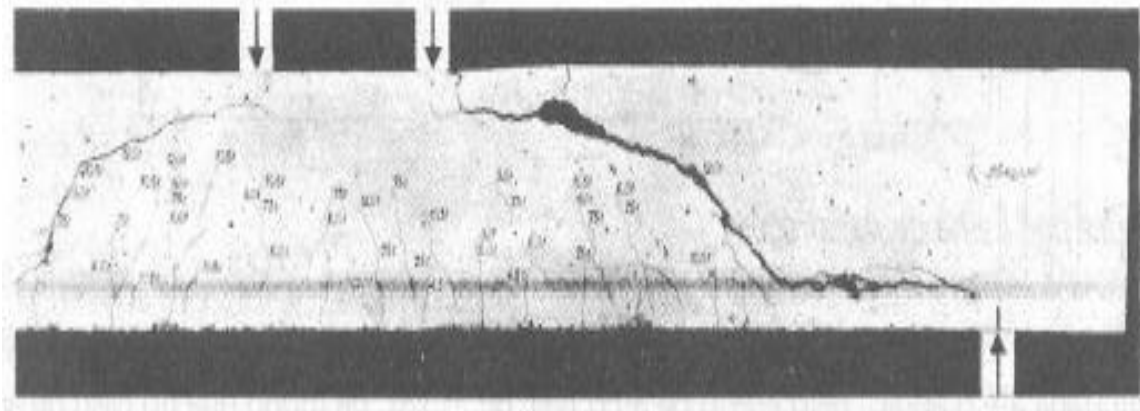
Em vigas com relação a/d entre 2,5 até 6, as fissuras perturbam o equilíbrio da seção de maneira acentuada, ao ponto de a ruptura se dar pela fissura inclinada gerada no ponto de carregamento. Para vigas com relação a/d maior que 6,0, a ruptura se dará por flexão antes do aparecimento de fissuras inclinadas.

Segundo Leonhardt e Mönning (1982), de maneira geral quando as tensões principais de tração inclinadas alcançam a resistência do concreto à tração, nas regiões próximas ao apoio da viga, desenvolvem-se as primeiras fissuras inclinadas. Conforme o carregamento sobre a viga

aumenta, novas fissuras surgem, provocando uma redistribuição de esforços internos, e a armadura transversal, caso possua, e as diagonais comprimidas passam a atuar efetivamente, sendo essa redistribuição dependente dos fatores mencionados na seção anterior.

Se a armadura transversal for insuficiente, o aço atinge a deformação de início de escoamento, e as fissuras devido à força cortante desenvolvem-se em direção ao banzo comprimido. Aumentando a abertura da fissura, o atrito nas interfaces diminui o que leva a um aumento da força transferida pelo concreto do banzo comprimido e da ação de pino. Diminuindo a seção resistente do banzo, pode ocorrer à ruptura do concreto bruscamente, em vigas sem estribos, o concreto é quem resistirá às forças de tração e a ruptura também se dará desta maneira. Além disso, a fissura pode propagar-se pela armadura longitudinal positiva nas proximidades do apoio (Figura 2.6), separando-a do restante da viga (LEONHARDT e MÖNNIG, 1982).

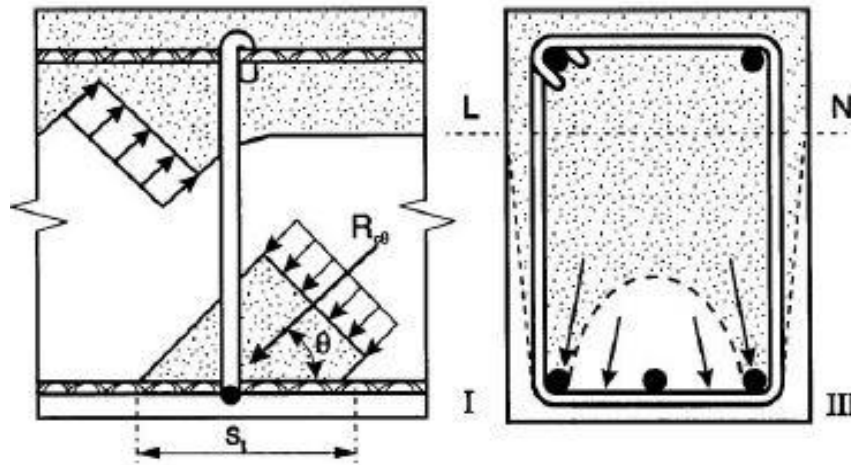
Figura 2.6 - Ruína de viga devido à ruptura do banzo superior



Fonte: LEONHARDT e MÖNNIG (1982).

A atuação dos estribos fechados é demonstrada na Figura 2.7, na região inferior da viga, o estribo entrelaça a armadura longitudinal tracionada enquanto na região superior o estribo ancora-se no concreto do banzo comprimido e na armadura longitudinal superior.

Figura 2.7 - Atuação dos estribos no modelo de treliça



Fonte: FUSCO (2008).

As bielas comprimidas apoiam-se nas barras da armadura longitudinal positiva, no trecho inferior dos ramos verticais dos estribos, e também nos ramos horizontais, principalmente na intersecção do estribo com as barras longitudinais dos vértices, onde as tensões se inclinam e originam tensões de tração.

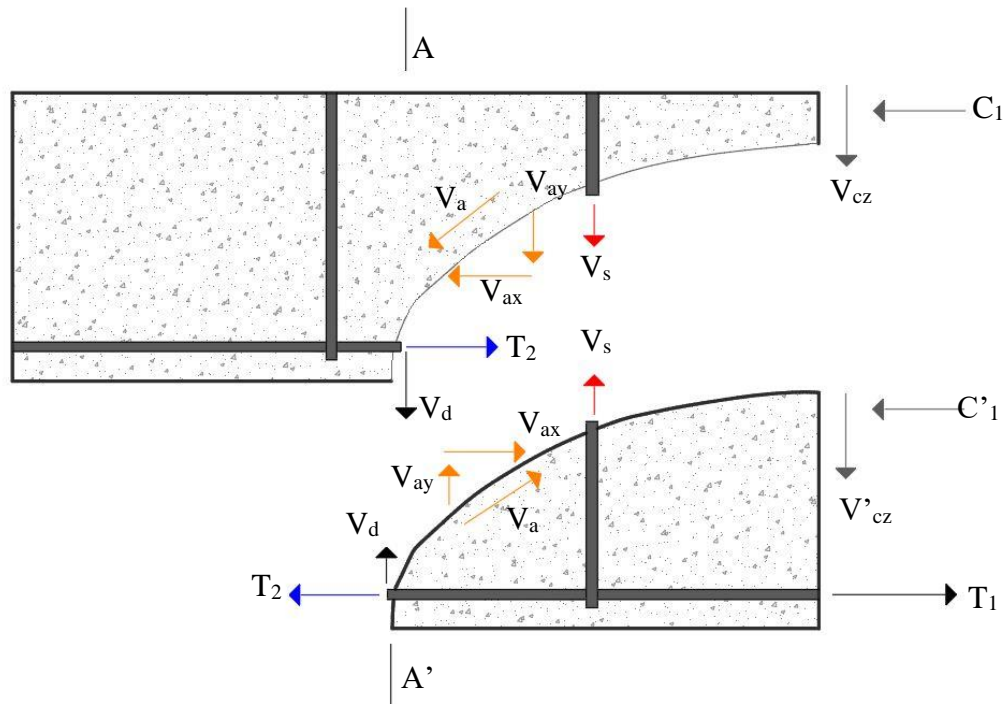
Nos vértices superiores do estribo, as barras longitudinais também atuam para evitar o esmagamento do concreto, que pode ser provocado pelo gancho do estribo ao aplicar tensões de tração num pequeno volume de concreto. Segundo Halkins et al. (2005), o ramo horizontal superior do estribo não é imprescindível no caso da resistência à força cortante, porém, sua disposição é indicada para facilitar a montagem de barras longitudinais internas e para proporcionar resistência a esforços de torção caso ocorram.

2.3. MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE FORÇA CORTANTE

Os mecanismos responsáveis pela transferência da força cortante são variados, e segundo Rao (2007), complexos e não há consenso sobre quanto cada um pode influenciar, devido à redistribuição de esforços após o surgimento das fissuras inclinadas.

Cada mecanismo tem uma importância relativa. Excluindo-se a armadura transversal (estribos) são cinco os mecanismos mais importantes (Figura 2.8): força cortante na zona de concreto não fissurado (banzo de concreto comprimido - V_{cz} ; intertravamento dos agregados ou atrito das superfícies nas fissuras inclinadas - V_{ay} ; ação de pino da armadura longitudinal - V_d ; ação de arco; tensão de tração residual transversal existente nas fissuras inclinadas (MACGREGOR et al., 2005).

Figura 2.8 - Mecanismos de transferência de força cortante



Fonte: Fonte: Adaptado de WIGHT e MACGREGOR (2012).

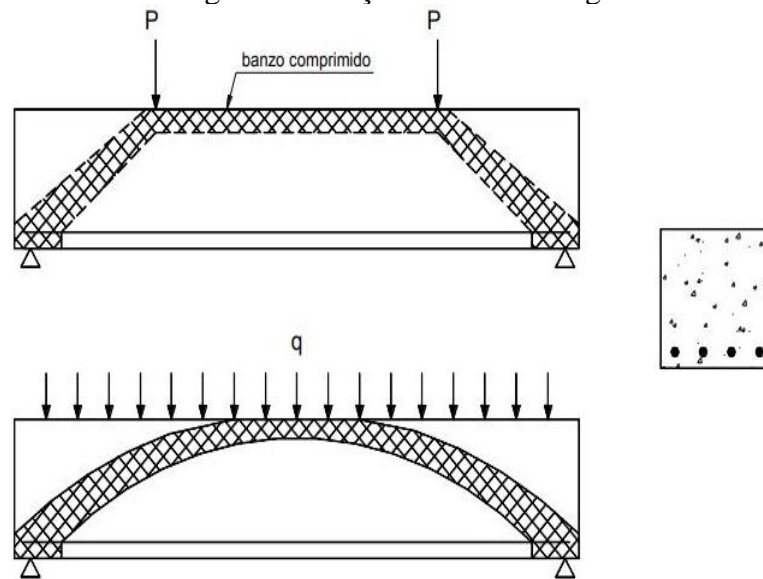
2.3.1. Concreto comprimido não fissurado

Segundo Reineck (1991), a contribuição proporcionada pelo banzo comprimido depende principalmente da altura da zona comprimida, de modo que vigas retangulares com pequena altura e sem força axial de compressão apresentam pequena contribuição, porque a altura do banzo é relativamente pequena.

2.3.2. Ação de arco

O banzo comprimido curva-se em direção aos apoios, formando um arco, cuja estrutura denominada, biela comprimida (Figura 2.9). A formação do arco requer uma reação horizontal no apoio, que em vigas biapoiadas pode ser fornecida pela armadura longitudinal positiva, que deve ser cuidadosamente ancorada nas extremidades da viga para cumprir com esta função (LEONHARDT e MÖNNIG,1982).

Figura 2.9 - Ação de arco em viga

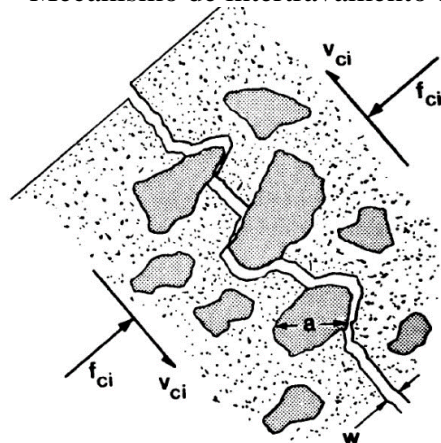


Fonte: LEONHARDT E MÖNNIG (1982).

2.3.3. Intertravamento dos agregados

Outra contribuição dá-se pelo intertravamento dos agregados incorporados no concreto. Devido à rugosidade propiciada por esses elementos, a propagação da fissura tende a ser dificultada, e isso evita o distanciamento e o deslizamento entre as duas superfícies (POLI, 1987). A Figura 2.10 ilustra a contribuição deste mecanismo.

Figura 2.10 - Mecanismo de intertravamento de agregados

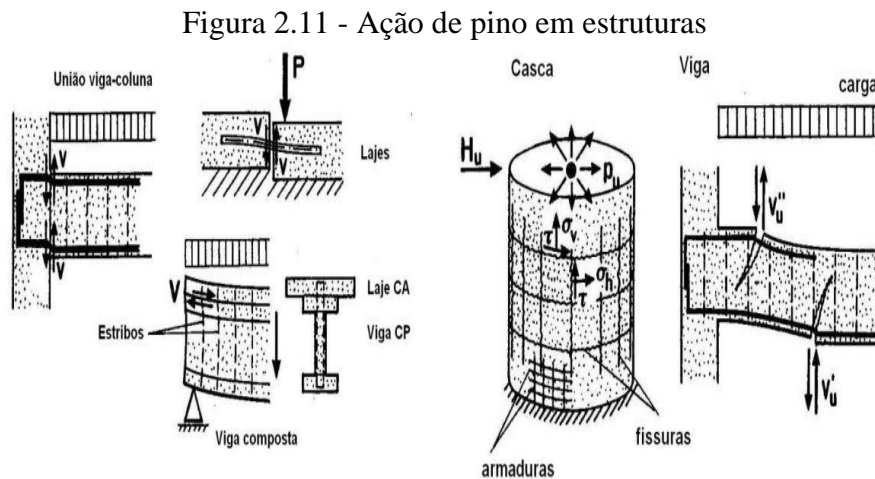


Fonte: VECCHIO E COLLINS (1986).

Vale destacar que o diâmetro dos agregados presentes no concreto, influencia diretamente no desempenho deste mecanismo. Quanto maior o diâmetro do agregado empregado, maior será a contribuição desse mecanismo.

2.3.4. Ação de pino da armadura longitudinal

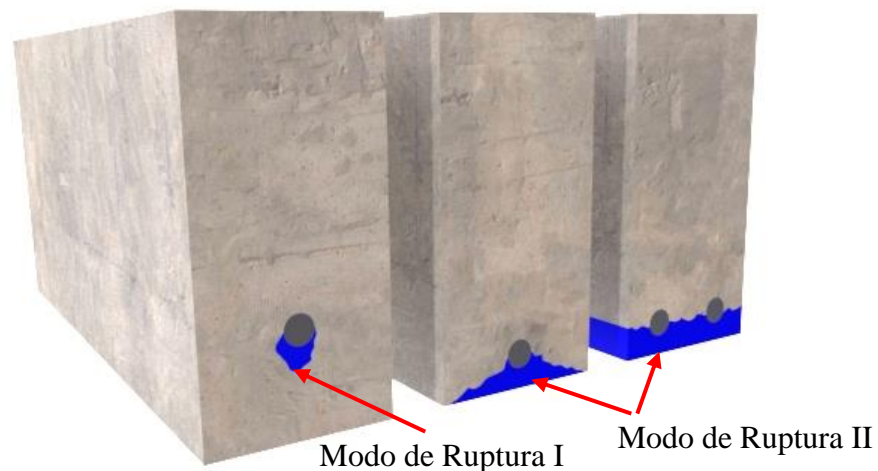
Para Fusco (2008), a armadura longitudinal exerce contribuição na resistência ao cisalhamento controlando a abertura de fissuras, e está intimamente ligada à altura da viga. Conforme a altura da peça aumenta, a distância entre esta armadura e a região superior torna-se maior, reduzindo a capacidade de controle de fissuras atribuída à armadura longitudinal. As regiões em que se verifica este efeito são apresentadas na Figura 2.11.



Fonte: POLI et al. (1987).

A atuação deste mecanismo depende de vários fatores para que sua contribuição possa ser evidenciada. Conforme apresentado por Vintzileou (1997), pode-se destacar: a quantidade de armadura; diâmetro da barra; espaçamento entre as barras; espessura do cobrimento de concreto da barra de aço; propriedades do concreto; tensões axiais na armadura; existência de armadura transversal impedindo o deslocamento da barra longitudinal, gerando assim dois modos de ruptura que podem ocorrer devido à atuação deste mecanismo (Figura 2.12).

Figura 2.12- Modos de ruptura pelo efeito pino



Fonte: O Autor.

O modo de ruptura do tipo I ocorre para pequenas espessuras de cobrimento, em que se identifica o aparecimento de fissuras no concreto próximo à barra. O modo de ruptura II dá-se para grandes cobrimentos, em que se verifica o esmagamento do concreto sob a armadura longitudinal. Conforme apresentado por Krefeld (1966), a eficiência do efeito pino não é proporcional ao aumento do diâmetro da barra, caso este não seja proporcional à escala do elemento.

2.3.5. Tensões residuais de tração

Segundo Reineck (1991), fissuras com aberturas entre 0,05 mm e 0,15 mm ainda possibilitam a transmissão de forças de tração, devido à presença de pequenas partículas existentes no concreto. As tensões de tração residuais fornecem uma parcela da resistência à força cortante de elementos com alturas menores que 100 mm, onde a abertura das fissuras inclinadas e de flexão é pequena.

2.3.6. Armadura de cisalhamento

Segundo Leonhardt e Mönning (1982), após ocorrer o início da fissuração inclinada é que os estribos passam a transferir força cortante, eles atuam diminuindo o crescimento e a abertura das fissuras inclinadas, proporcionando uma ruptura dúctil às vigas. A presença de estribos gera uma diferente contribuição de cada mecanismo de resistência à força cortante.

A contribuição da armadura transversal à resistência ao cortante da viga, pode ser calculada segundo os modelos de cálculo de treliça clássica ou generaliza, somando-se também a contribuição do concreto.

Os estribos também podem desenvolver uma ação de pino, e gerar uma parcela adicional de contribuição na resistência à força cortante, favorecendo a zona comprimida de concreto pelo confinamento promovido.

2.4. VIGAS DE GRANDES DIMENSÕES (REGIÕES D)

Segundo Leonhardt e Mönning (1982), existem vários fatores que podem influenciar a resistência à força cortante (cerca de 20), devido à quantidade, serão apresentados os mais relevantes, destacando-se o efeito de escala.

2.4.1. Influência do tipo de carregamento

Leonhardt e Mönning (1982) verificaram em ensaios, com vigas esbeltas sem estribos, que carregamentos uniformemente distribuídos, conduziam a uma resistência à força cortante de 20 % a 30% maior quando comparado a vigas com carregamentos concentrados. Entretanto,

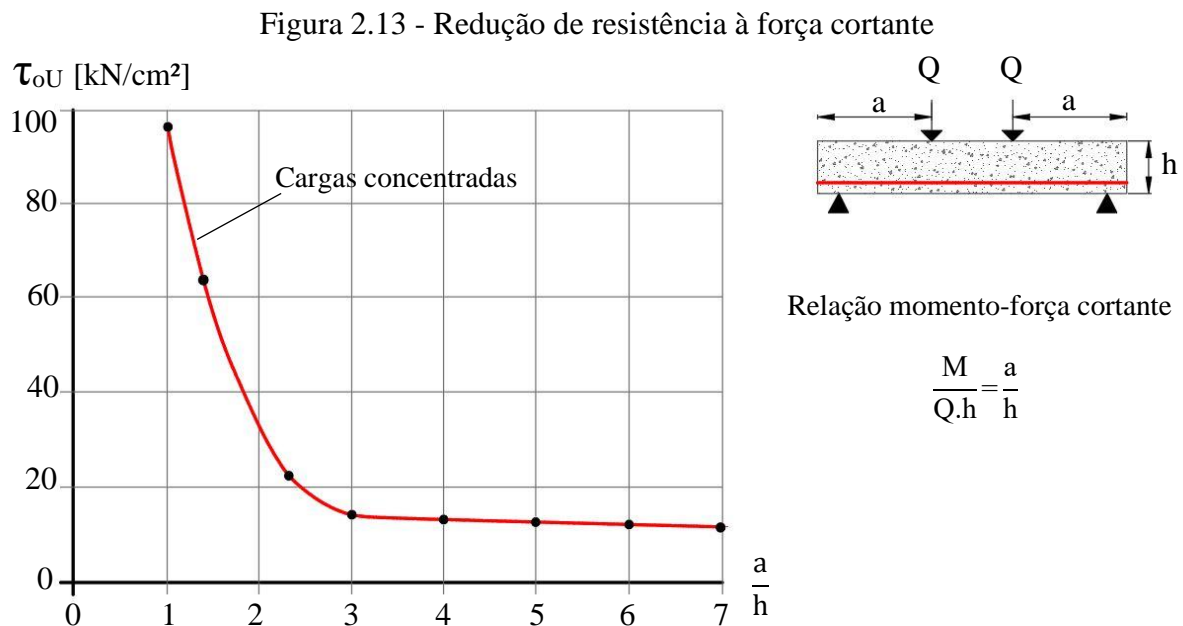
pela dificuldade em garantir uma distribuição uniforme de carregamento, deve-se considerar os resultados mais desfavoráveis referentes às cargas concentradas.

2.4.2. Influência da geometria

Nos ensaios realizados por Leonhardt e Mönnig (1982), observou-se que em ligações entre vigas em que a transferência de cargas ocorre ao longo de toda a altura, é necessária uma armadura de suspensão, que deve ser dimensionada para a força total atuante no apoio ou nó. As cargas atuantes na região inferior de uma viga produzem tração na alma, e devem ser transferidas pelas barras de tração da alma ao banzo comprimido. Essa armadura de suspensão é adicional, e atua também como armadura transversal normal para a força cortante.

2.4.3. Influência da altura da viga e comprimento (Efeito de escala)

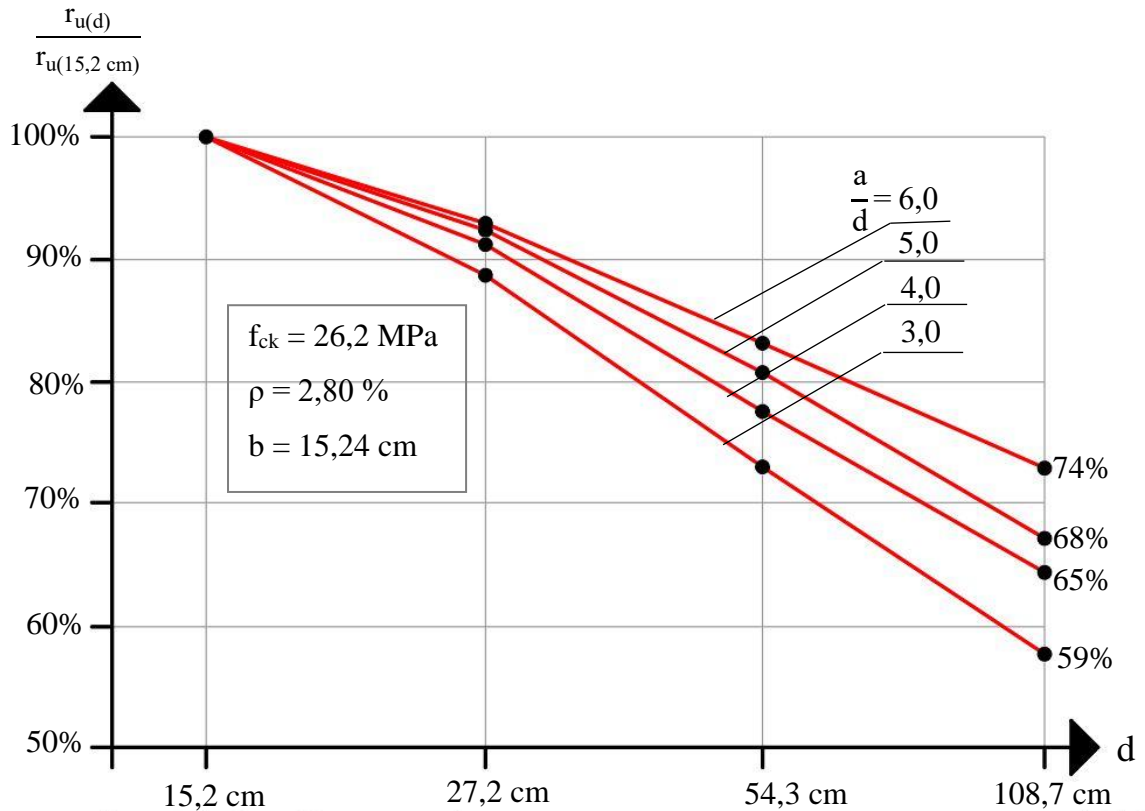
Leonhardt (1964) e Kani (1979), demonstraram com ensaios experimentais que elementos como lajes e vigas sem armadura de cisalhamento atingem a ruína com tensão de cisalhamento, devido à força cortante, mais baixa à medida que a relação a/d aumenta (Figura 2.13).



Fonte: Adaptado de LEONHARDT (1979).

Kani (1967) ensaiou experimentalmente vigas com características de relação $a/d=3$ e profundidade efetiva de até 109 mm, e obteve o caso crítico de redução da resistência à força cortante de aproximadamente 40%. A Figura 2.14 ilustra o decréscimo de resistência relativa em relação ao aumento da altura efetiva para várias relações a/d .

Figura 2.14 - Resistência relativa por altura útil para vigas de concreto armado



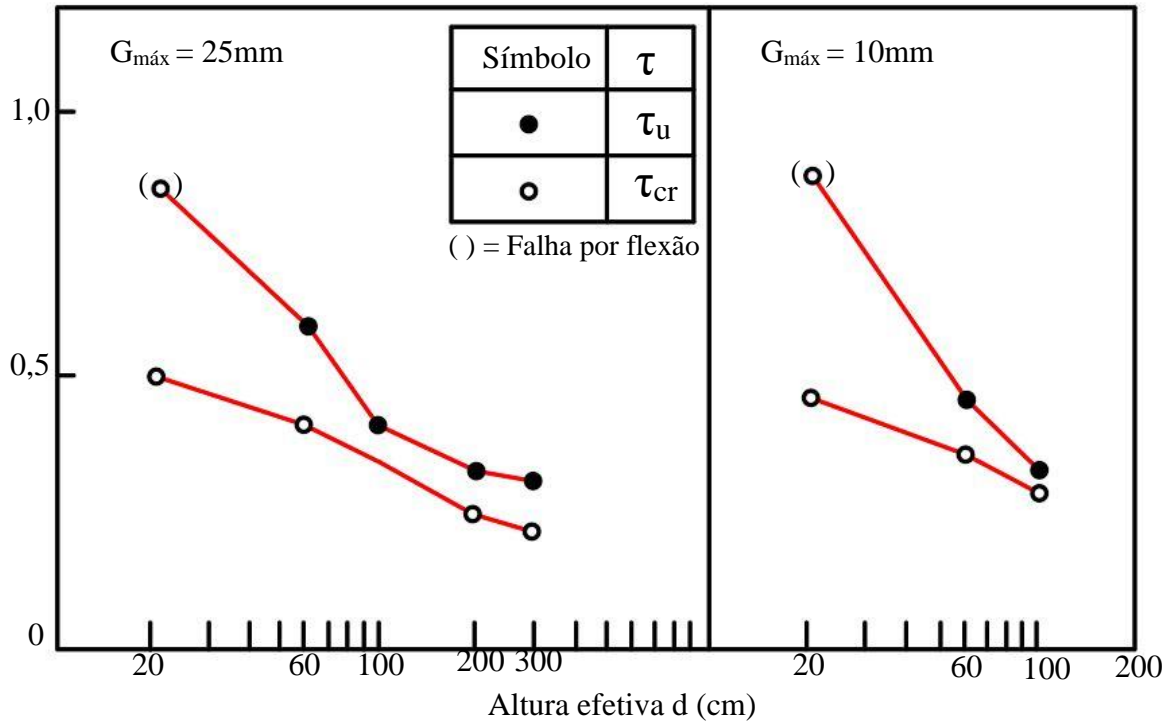
Fonte: Adaptada de Kani (1967).

As larguras das fissuras aumentam aproximadamente de maneira linear, tanto com a tensão de tração na armadura, quanto com o espaçamento entre as fissuras. O espaçamento das fissuras na altura média das vigas, é aproximadamente igual à metade da altura dos elementos. Assim, para uma mesma tensão na armadura, dobrar a altura da viga dobrará a espessura das fissuras (SHIOYA et al. 1989).

Shioya et al. (1989), em sua investigação experimental observou que a força cortante resistida, diminui à medida que a profundidade da viga aumenta e o tamanho máximo do agregado diminui.

Foram ensaiadas vigas com alturas e diâmetros de agregados diferentes, e pode-se verificar que o intertravamento dos agregados contribui para a resistência ao cisalhamento, e é influenciado pelo diâmetro da brita empregada. A Figura 2.15 ilustra os resultados dos ensaios experimentais apresentados por Shioya et al. (1989).

Figura 2.15 - Influência do diâmetro do agregado



Fonte: Adaptado de SHIOYA et al. (1987).

Diante disto, verifica-se que caso as dimensões dos materiais que constituem uma viga não sejam proporcionais à sua altura, este efeito de escala pode conduzir a uma ruptura prematura, por conta da incapacidade de atuação dos mecanismos de resistência à força cortante.

2.5. DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS DE TRELIÇAS

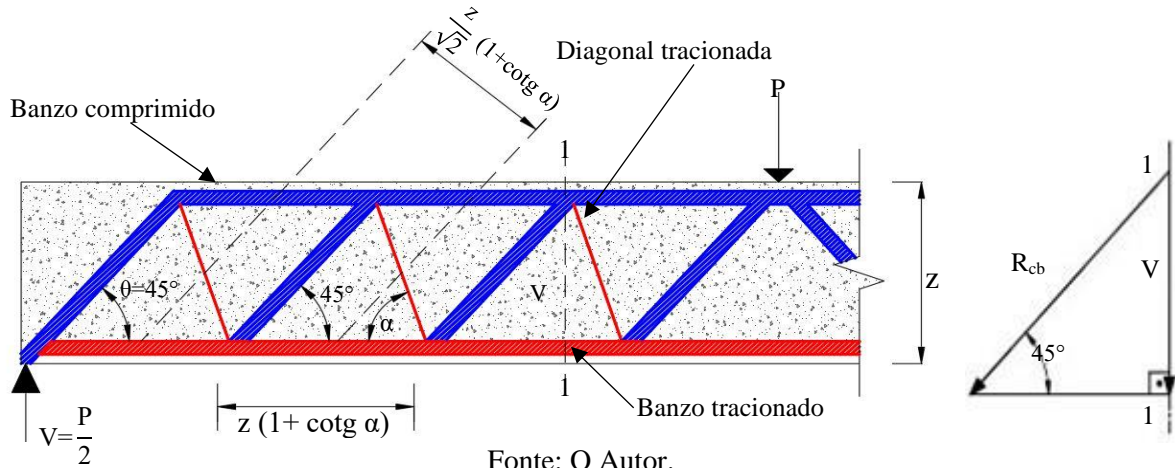
Cada elemento da treliça representa uma parte de uma viga simples: o banzo inferior é a armadura longitudinal de tração, o banzo superior é o concreto comprimido pela flexão, as diagonais inclinadas de 45° representam o concreto comprimido (bielas comprimidas) entre as fissuras de cisalhamento, e as diagonais tracionadas inclinadas os estribos.

Vale ressaltar que as normas de cálculo estrutural podem apresentar equacionamentos diferentes, por conta de algumas considerações relacionadas à garantia de segurança. O que se busca é avaliar se com o aumento da altura útil de uma viga, estes modelos clássicos conduzem a uma estimativa de resistência a força cortante, próxima do valor experimental.

2.5.1. Treliza Clássica de Ritter-Mörsch ($\theta = 45^\circ$)

Considerando a treliza da Figura 2.16 isostática, as forças nas barras são determinadas atribuindo-se as condições de equilíbrio dos nós, a partir da força cortante. Admitindo a atuação da força cortante V , na seção 1-1, a força na diagonal comprimida (biela comprimida - R_{cb}) é:

Figura 2.16 - Esquema de treliza clássica



$$\text{sen } 45^\circ = \frac{V}{R_{cb}} \quad (2.1)$$

$$R_{cb} = \frac{V}{\text{sen } 45^\circ} = \frac{2V}{\sqrt{2}} \quad (2.2)$$

A distância entre duas diagonais comprimidas adjacentes, na direção perpendicular a elas, é:

$$\frac{Z}{\sqrt{2}}(1 + \cot g \alpha) \quad (2.3)$$

A força em cada diagonal comprimida pode ser considerada aplicada na área da biela comprimida:

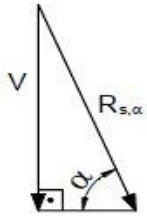
$$b_w \cdot \frac{Z}{\sqrt{2}}(1 + \cot g \alpha) \quad (2.4)$$

Onde b_w é a largura da seção transversal e α é o ângulo de inclinação das diagonais tracionadas. A tensão média de compressão na biela é então dada por:

$$\sigma_{cb} = \frac{R_{cb}}{b_w \cdot \frac{Z}{\sqrt{2}}(1 + \cot g \alpha)} = \frac{\frac{V \cdot \sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{2}}}{b_w \cdot Z(1 + \cot g \alpha)} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{cb} = \frac{2.V}{b_w.Z(1 + \cot\alpha)} \quad (2.6)$$

A força na diagonal tracionada ($R_{s,\alpha}$), inclinada do ângulo α , pode ser determinada fazendo o equilíbrio da seção 1-1 da treliça:

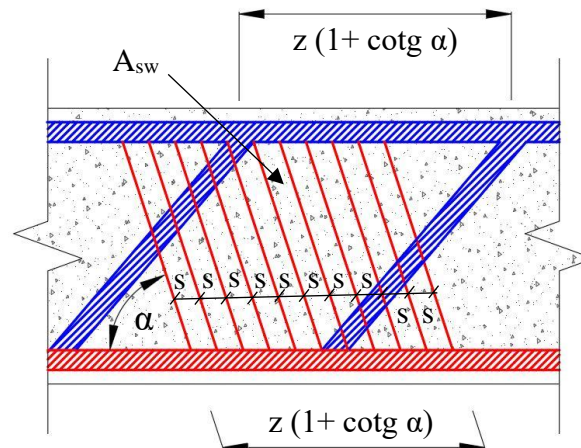


$$\text{sen } \alpha = \frac{V}{R_{s,\alpha}} \quad (2.7)$$

$$R_{s,\alpha} = \frac{V}{\text{sen } \alpha} \quad (2.8)$$

Cada diagonal de tração com força $R_{s,\alpha}$ é relativa a um comprimento da viga, a distância $z(1 + \cot\alpha)$, medida na direção do eixo longitudinal, e deve ser resistida por uma armadura transversal, composta por estribos espaçados pelo comprimento s e inclinadas de um ângulo α , conforme ilustrado na Figura 2.17.

Figura 2.17 - Armadura transversal da viga



Fonte: O Autor.

Considerando A_{sw} a área de aço de um estribo, a área total de armadura no comprimento $z(1 + \cot\alpha)$ é dada por:

$$A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z(1 + \cot\alpha)}{s} \quad (2.9)$$

Onde $z(1 + \cot\alpha)/s$ representa o número de estribos nesse comprimento. A tensão σ_{sw} na armadura transversal resulta:

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{R_{s,\alpha}}{\frac{A_{sw,\alpha} \cdot z(1 + \cot\alpha)}{s}} = \frac{V}{z(1 + \cot\alpha) \cdot \text{sen } \alpha} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad (2.10)$$

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{V}{z \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad (2.11)$$

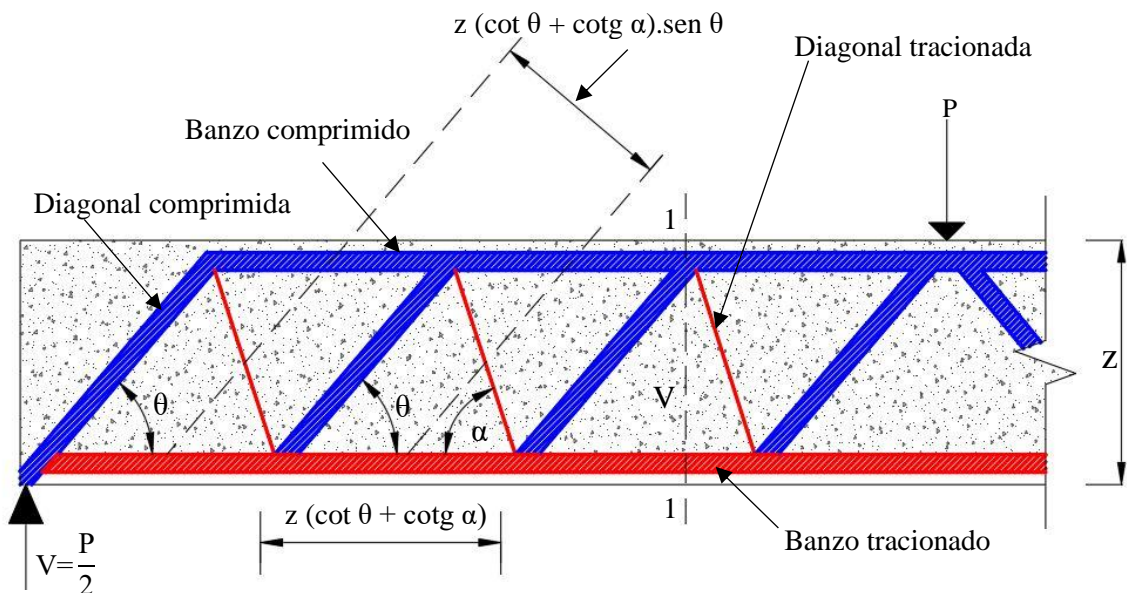
O ângulo α de inclinação da armadura transversal pode variar de 45° a 90° , porém é utilizado com maior frequência o ângulo de 90° .

2.5.2. Treliça generalizada (θ variável)

Com base nos resultados de pesquisas experimentais verificou-se que a inclinação das fissuras é geralmente inferior a 45° , e conseqüentemente as bielas comprimidas têm inclinações menores também, podendo chegar a ângulos de 30° , ou até menores com a horizontal, em função dos fatores influentes na resistência a força cortante já mencionados. Além disso, a treliça não considera a ação de arco nas proximidades dos apoios. Por não fazer essas considerações, a treliça clássica de Ritter-Mörsch foi considerada conservadora, resultando em maior quantidade de armadura transversal.

A dedução das forças para a treliça generalizada é semelhante àquela apresentada no item anterior para a treliça clássica. Sendo V a força cortante que atua na seção 1-1 da treliça da Figura 2.18, a força na diagonal comprimida (R_{cb}) é:

Figura 2.18 - Esquema de treliça generalizada



A distância entre duas diagonais comprimidas, na direção perpendicular a elas, é:

$$z (\text{cotg } \theta + \text{cotg } \alpha) \cdot \text{sen } \theta \quad (2.12)$$

A força em cada diagonal comprimida pode ser considerada aplicada na área da biela:

$$b_w \cdot z (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen \theta \quad (2.13)$$

A tensão média de compressão na biela é dada por:

$$\sigma_{cb} = \frac{R_{cb}}{b_w \cdot z (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen \theta} \quad (2.14)$$

$$\sigma_{cb} = \frac{V}{b_w \cdot z (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen^2 \theta} \quad (2.15)$$

Considerando A_{sw} a área de aço de um estribo, a área total de armadura no comprimento $z (\cotg \theta + \cotg \alpha)$ é dada por:

$$A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z (\cotg \theta + \cotg \alpha)}{s} \quad (2.16)$$

Dessa maneira, tensão σ_{sw} na armadura transversal será:

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{R_{s,\alpha}}{A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z (\cotg \theta + \cotg \alpha)}{s}} \quad (2.17)$$

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{V}{z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen \alpha} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad (2.18)$$

2.6. MODELOS DE CÁLCULO DA NBR 6118/2014

A norma brasileira ABNT NBR 6118/2014 estabelece dois modelos de cálculo para a força cortante que utiliza o modelo de vigas que incorpora a teoria de Bernoulli, a qual assume que as seções transversais se mantêm planas após a deformação.

Segundo a ABNT NBR 6118:2014 item 17.4.2.1, a verificação da resistência do elemento estrutural, em uma determinada seção transversal, em Estado Limite Último (ELU) deve ser considerada satisfatória, quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (2.19)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.20)$$

onde

V_{Sd} : força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça idealizada e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

O código estrutural brasileiro propõe o Modelo de Cálculo I e o Modelo de Cálculo II para satisfazer as condições (2.19) e (2.20).

2.6.1. Modelo de Cálculo I

O Modelo de Cálculo I admite diagonais comprimidas inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, e assume ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independentemente de V_{Sd} .

A verificação da compressão diagonal do concreto é feita pela seguinte equação:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.21)$$

Onde

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250) \text{ com o } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (2.22)$$

O cálculo da armadura transversal é realizado por:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.23)$$

Onde

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (2.24)$$

$V_c = 0$ nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c0} \cdot (1 + M_o / M_{Sd,máx}) \leq 2V_{c0}$ na flexo-compressão

$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$

$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$

Seguindo as orientações presentes no item 8.2.5 da ABNT NBR 6118:2014 o termo $f_{ctk,inf}$ é dado por:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (2.25)$$

Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2.26)$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln.(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (2.27)$$

2.6.2. Modelo de Cálculo II

O Modelo de Cálculo II admite diagonais de compressão inclinadas de θ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com θ variável livremente entre 30° e 45° . Assume ainda que a parcela complementar V_c sofra redução com o aumento de V_{sd} .

A verificação da compressão diagonal do concreto neste segundo modelo é realizada pelo equacionamento a seguir:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad (2.28)$$

O cálculo da armadura transversal para este modelo é realizado pelo equacionamento abaixo:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.29)$$

Onde

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sin \alpha \quad (2.30)$$

$V_c = 0$ em elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c1}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c1} \cdot (1 + M_0 / M_{Sd,m\acute{a}x}) < 2V_{c1}$ na flexo-compressão, com:

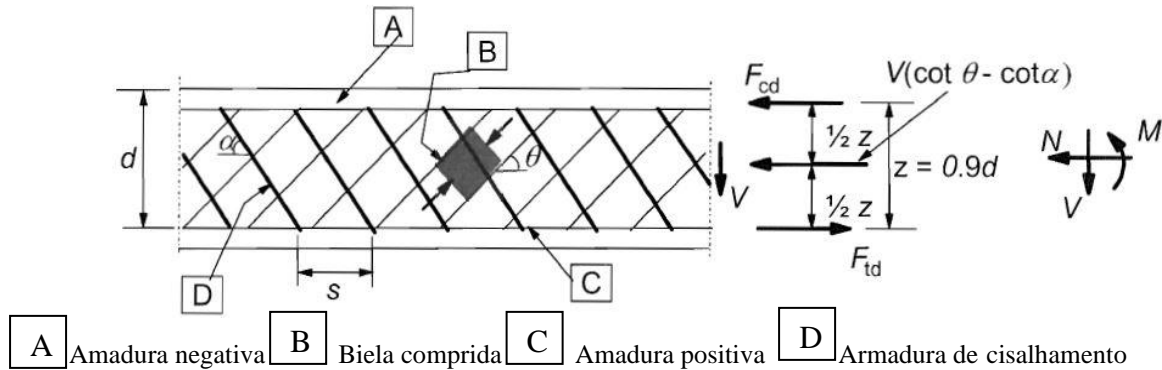
$V_{c1} = V_{c0}$ quando $V_{sd} \leq V_{c0}$

$V_{c1} = 0$ quando $V_{sd} = V_{Rd2}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários.

2.7. MODELO DE CÁLCULO DO EUROCODE 2-2004

A norma europeia que define o procedimento geral de verificação, para a força cortante em vigas de concreto armado, é baseada em um modelo de treliça idealizado (Figura 2.19).

Figura 2.19 - Modelo de treliça idealizado do Eurocode 2/2004



Fonte: Adaptado de EUROCODE 2 (2004).

Segundo o Eurocode 2(2004), para elementos com armaduras verticais, a resistência à força cortante, V_{Rd} , é o menor valor entre (2.31) e (2.32):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot Z \cdot f_{ywd} \cdot \cotg \theta \quad (2.31)$$

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot Z \cdot v_1}{\cotg \theta + \tan \theta} \quad (2.32)$$

$V_{Rd,m\acute{a}x}$ é o valor de projeto da máxima força cortante que pode ser resistida pelo elemento, limitado pelo esmagamento das bielas comprimidas.

O Eurocode 2 (2004), ainda especifica que para elementos com armadura de cisalhamento inclinadas, a resistência a força cortante é o menor valor entre (2.33) e (2.34):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot Z \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen \alpha \quad (2.33)$$

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot Z \cdot v_1 \cdot f_{cd} (\cotg \theta + \cotg \alpha) / (1 + \cotg^2 \theta) \quad (2.34)$$

É especificado também que para concreto de $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$, o valor de, v_1 , deve ser igual a 0,60. Além desta informação, a norma também indica que para elementos sem a atuação de força normal devido a protensão ou carregamento externo, o valor de, α_{cw} , deve possuir módulo igual a unidade.

Para elementos sem estribos, o Eurocode 2 (2004) define que a resistência ao cisalhamento ($V_{Rd,c}$) é dada por:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot K \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (2.35)$$

Com um mínimo de:

$$V_{Rdc} = (V_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (2.36)$$

Para elementos que não necessitam de armadura transversal de cisalhamento, a força cortante V_d calculada, deve de qualquer maneira satisfazer a seguinte condição:

$$V_d = 0,5 * b_w * d * v * f_{cd} \quad (2.37)$$

Onde

f_{ck} em MPa;

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (2.38)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sI}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (2.39)$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad (2.40)$$

2.8. MODELO DE CÁLCULO DO ACI 318/2019

A norma estadunidense determina também que a força cortante atuante é resistida pelo concreto e pela armadura vertical, conforme já apresentado na Equação 2.41. Segundo o ACI 318-19 as dimensões da seção transversal da viga devem satisfazer a seguinte condição:

$$V_u \leq \phi \left(V_c + 0,66 \sqrt{f'} b_w d \right) \quad (2.41)$$

A parcela da força cortante resistida pelo concreto (V_c), na condição $A_v \geq A_{v,min}$, pode ser obtida pelas equações 2.42 ou 2.43. O segundo termo da adição refere-se à situação com atuação de força normal.

$$V_c = \left[0,17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (2.42)$$

$$V_c = \left[0,66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (2.43)$$

Para a condição de $A_v \leq A_{v,\min}$, o ACI 318-19 determina que a parcela da força cortante resistida pelo concreto é obtida pela equação 2.44.

$$V_c = \left[0,66\lambda_s\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d \quad (2.44)$$

Pode-se analisar a presença de um fator λ_s adicional, este refere-se à um coeficiente de modificação que busca incorporar o efeito de escala, que ocorre com o aumento da altura útil da viga. Segundo o ACI 318-19 este fator de modificação pode ser obtido pela equação 2.45 a seguir:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1 \quad (2.45)$$

A determinação da força cortante resistida pela armadura pode ser determinada pela equação a seguir:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sen \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (2.46)$$

Onde “ α ” é o ângulo de inclinação entre os estribos e o eixo longitudinal do elemento, “ s ” o espaçamento entre estribos, e A_v a área efetiva de armadura vertical.

2.9. MODELO DE CÁLCULO CSA A23.3/2014

A norma canadense determina que a resistência à força cortante é dada pela equação 2.47, como contribuição da resistência do concreto, da armadura vertical e da protensão caso exista.

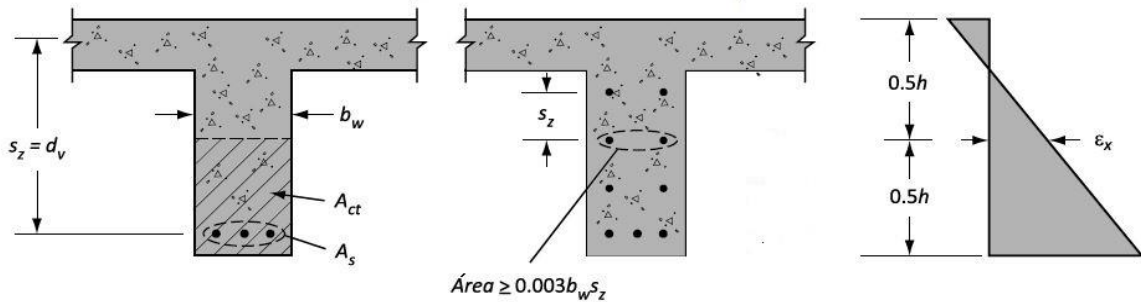
$$V_r = V_c + V_s + V_p \quad (2.47)$$

Entretanto, o valor de V_r não deve exceder o limite superior dado pela equação 2.48.

$$V_{r,máx} = 0,25\phi_c f'_c b_w d_v + V_p \quad (2.48)$$

A Figura 2.20 ilustra os termos utilizados nas equações para determinar a resistência a força cortante com a referida norma.

Figura 2.20 – Termos usados em equações para cálculo de resistência à força cortante



Fonte: Adaptado de CSA A23.3 (2014).

A parcela resistida pelo concreto (V_c) é dada pela equação 2.49 a seguir:

$$V_c = \phi_c \lambda \beta \sqrt{f'_c} b_w d_v \quad (2.49)$$

Segundo a norma CSA A23.3/2014, na determinação de V_c o termo $\sqrt{f'_c}$ não pode ser tomado maior que 8 MPa.

O fator β determinado pela equação 2.50, é o responsável pelo controle de resistência do concreto fissurado.

$$\beta = \frac{0,40}{(1 + 1500\varepsilon_x)} * \frac{1300}{(1000 + s_{ze})} \quad (2.50)$$

O termo ε_x refere-se à deformação longitudinal no ponto médio da seção transversal da viga, e é determinado pela equação 2.51 a seguir:

$$\varepsilon_x = \frac{M_f/d_v + V_f - V_p + 0,5N_f - A_p f_{p0}}{2(E_s A_s + E_p A_p)} \quad (2.51)$$

Já o termo s_{ze} refere-se ao espaçamento entre fissuras influenciado pelo diâmetro do agregado utilizado no concreto, e pode ser obtido empregando a equação 2.52.

$$s_{ze} = \frac{35s_z}{15 + a_g} \quad (2.52)$$

Para vigas com armadura vertical perpendicular ao seu eixo longitudinal, a parcela de resistência V_s , propiciada pelos estribos é dada pela equação 2.53 a seguir:

$$V_s = \frac{\phi_s A_v f_y d_v \cot \theta}{s} \quad (2.53)$$

O ângulo entre a diagonal comprimida e o eixo longitudinal da viga, representado pelo parâmetro θ , pode ser obtido pela equação 2.54.

$$\theta = 29 + 7000\varepsilon_x \quad (2.54)$$

2.10. MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O desenvolvimento dos computadores com elevada capacidade de processamento permitiu o avanço, e a ampla utilização de um método que teve suas ideias iniciais apresentadas nos trabalhos de Turner et al. (1956). O Método dos Elementos Finitos (MEF) é aplicado nas mais diversas áreas do conhecimento, pois possibilita a obtenção de soluções aproximadas para problemas complexos, por meio da subdivisão deste em problemas mais simples.

Segundo Rao (2005), neste método o contínuo real ou corpo da matéria, como sólidos, líquidos ou gases, são representados como um conjunto de subdivisões chamadas elementos finitos. Estes elementos são considerados interconectados por nós que podem constituir elementos lineares, ou de outros formatos dependendo do número de nós.

Como os valores dos campos desejados (tensões e deslocamentos) não são conhecidos internamente no meio contínuo, assume-se que a variação da variável de campo dentro de um elemento finito pode ser aproximada por uma função simples. Essas funções de aproximação (também chamadas de modelos de interpolação) são definidos em termos dos valores das variáveis de campo nos nós.

Resolvendo as equações de campo, que geralmente estão na forma de equações matriciais, os valores nodais da variável de campo serão conhecidos. Uma vez que eles são conhecidos, as funções de aproximação definirão o comportamento de todos os nós da estrutura, e obtém-se a solução aproximada para o elemento contínuo. A seguir são apresentadas as principais características para aplicação desta teoria.

2.10.1 Aplicação do MEF

Segundo Rao (2005) a solução de um problema estático da área de engenharia de estruturas, utilizando o Método dos Elementos Finitos pode ser obtida através dos seguintes passos:

- Passo 1- Discretizar a estrutura:

O primeiro passo para utilização do método consiste em dividir a estrutura em elementos de pequenas dimensões, os quais podem ser lineares, bidimensionais ou tridimensionais. Deve-se atentar que o tamanho desses elementos pode influenciar na resposta final, devendo-se avaliar qual malha de elementos melhor aproxima o comportamento da estrutura. Recomenda-se para elementos bidimensionais e tridimensionais uma razão unitária entre a maior e a menor dimensão do elemento.

A determinação do tamanho dos elementos deve ser pautada pela precisão esperada para o resultado, assim quanto menor forem os elementos a solução tenderá a ser mais precisa. Entretanto, deve-se considerar que quanto menor forem os elementos, mais numerosos estes serão, acarretando em maior esforço computacional e tempo para obtenção dos resultados.

Assim, refinar de maneira demasiada a malha pode conduzir a uma situação em que a precisão atinge um limite significativo, não necessitando de mais divisões do elemento.

- Passo 2 - Seleção de um modelo de deslocamento ou interpolação:

Avaliando que a solução de deslocamento de uma estrutura complexa, sob quaisquer condições de carga especificadas não pode ser prevista com exatidão, assume-se alguma solução adequada dentro de um elemento para aproximar a solução desconhecida. A solução assumida deve ser simples do ponto de vista computacional, mas deve satisfazer certos requisitos de convergência. Em geral, a solução ou o modelo de interpolação é tomado na forma de um polinômio.

- Passo 3 – Obtenção da matriz de rigidez e vetores de carga:

Conforme o modelo de deslocamento assumido, a matriz de rigidez $[K^{(e)}]$ e o vetor de cargas $[P^{(e)}]$ do elemento “e”, são obtidos utilizando equações de equilíbrio ou princípios variacionais.

- Passo 4 - Montagem de equações para obter as equações de equilíbrio geral:

Como a estrutura é formada por vários elementos finitos, as matrizes de rigidez desses elementos individuais e vetores de carga, devem ser agrupadas de maneira adequada e o conjunto equações de equilíbrio devem ser formuladas como:

$$[K].\vec{\Phi} = \vec{P} \quad (2.55)$$

Onde $[K]$ é a matriz de rigidez, $\vec{\Phi}$ é o vetor de deslocamentos nodais e \vec{P} o vetor de forças nodais da estrutura completa.

- Passo 5 - Solução para os deslocamentos nodais desconhecidos

As equações de equilíbrio gerais devem ser transformadas de maneira a considerar as condições de contorno do problema. Feito isso as equações de equilíbrio são expressas por:

$$[K].\vec{\Phi} = \vec{P} \quad (2.56)$$

Para problemas lineares, o vetor $\vec{\Phi}$ pode ser obtido de maneira mais simples. Entretanto para problemas não lineares com o caso em análise, há que se considerar uma nova etapa que envolve a modificação da matriz de rigidez $[K]$, e/ou o vetor de cargas

- Passo 6 – Cálculo das tensões e deformações no elemento estrutural

A partir dos deslocamentos nodais conhecidos, as deformações e tensões do elemento podem ser calculadas usando as equações clássicas da Mecânica dos Materiais.

Grande parte dos programas de elementos finitos são capazes de gerar malhas automaticamente, e fornecem resultados gráficos que auxiliam engenheiros na avaliação dos níveis de tensão e deformação do elemento, propiciando uma espécie de laboratório virtual em que diversas condições de contorno podem ser atribuídas ao modelo, e ensaiadas em pouco tempo e com custo reduzido.

Uma observação interessante é que a NBR 6118/2014 propõe a utilização do MEF para elementos especiais com comportamento não -linear, devido a singularidades geométricas e de carregamento. Entretanto, a referida norma não apresenta diretrizes para a aplicação do MEF, ficando a cargo do engenheiro determinar com auxílio de sua experiência, quais as melhores relações constitutivas para os materiais, e métodos iterativos para resolução dos sistemas de equações.

2.10.2 Métodos de solução de equações

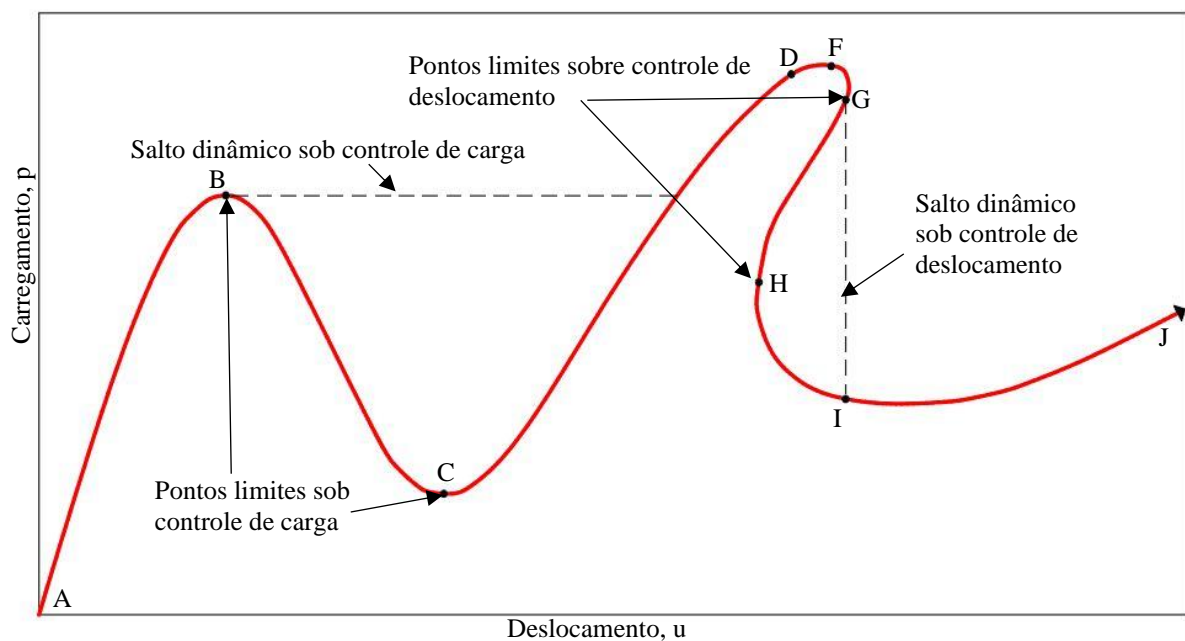
Em análises lineares as equações de equilíbrios são elaboradas com base na geometria inicial da estrutura, antes que a estruturas se deforme. Assim, se a estrutura sofre grandes mudanças em sua geometria, ou se as tensões atuantes se distribuem de maneira não uniforme, as equações de equilíbrio deixam de ser validas necessitando serem reformuladas a cada mudança de geometria, culminando na perda de linearidade nas relações deslocamentos e deformações, e obtendo-se um sistema não linear de equações.

Nas análises com MEF, os métodos que mais se destacam para a solução dos sistemas não lineares são o Método de Newton – Raphson, o Método de Newton – Raphson Modificado e o Método de Comprimento de Arco.

Em análises de estruturas que apresentam pontos de inflexão na curva de equilíbrio, os dois primeiros métodos podem apresentar problemas de convergência, pois são métodos que controlam apenas a carga ou o deslocamento.

Segundo Crisfield (1981), dentro da análise não linear de estruturas, os fenômenos de “salto” dinâmico sob controle de carga (*snap-through*), e “salto” dinâmico sob controle de deslocamento (*snap-back*), são os mais difíceis de serem solucionados. Esses problemas ocorrem quando a curva carga/deslocamento (também chamada de trajetória de equilíbrio) apresentam pontos de máximos e/ou de mínimos (pontos limites ou pontos singulares), como mostra a Figura 2.21.

Figura 2.21 – Saltos dinâmicos em análise não linear de estruturas



Fonte: Adaptado de SOUZA e JÚNIOR (2017).

O método do Comprimento de Arco lida e resolve o problema dos “saltos” de forma muito eficiente, pois proporciona a convergência controlando simultaneamente, a carga e o deslocamento, possibilitando capturar o comportamento pós-pico da estrutura.

Segundo Crisfield (1981), o método consiste na imposição de uma equação de restrição circular, baseada na equação reduzida da circunferência, que tem por objetivo encontrar um parâmetro de carga (ou fator de carga), que limita os resultados dentro de um arco. Esta técnica pode ser associada tanto ao método de Newton-Raphson quanto ao Newton-Raphson Modificado.

Conforme apresentado por Gomes (2001), o critério de convergência baseado em termos energéticos fornece bons resultados, pois considera simultaneamente o efeito de força e deslocamento, e o erro relativo igual a 10^{-4} em termos de energia, conduz a resultados confiáveis.

Souza (2016), apresenta que este valor de erro relativo é uma referência inicial e que se deve testar a sensibilidade da solução ao critério de convergência adotado, mas sempre admitindo tolerâncias relativamente pequenas.

Segundo Souza (2016), a falha de convergência no processo de iteração não significa necessariamente que se obteve o colapso da estrutura. Faz-se necessário gerar e interpretar o diagrama carga-deslocamento, e a partir do ponto máximo introduzir decréscimos de carregamento, visando obter o trecho decrescente da curva. Na hipótese de não obtenção do trecho descendente, o sistema pode divergir antes de atingir a carga máxima, obtendo assim uma resposta errônea e precipitada para a carga de colapso.

2.10.3 Modelagem dos materiais com o MEF

Conforme apresentado por Souza (2016), as estruturas de concreto são caracterizadas pelo comportamento denominado *strain softening*, uma redução da resistência do material com o acréscimo de deformações depois que se atinge determinado limite. Dentre os modelos disponíveis para a simulação do processo de faturamento do concreto pode-se citar o modelo de fissuração discreta (*discrete crack model*), em que a fissura é tratada de maneira real, e uma nova malha é gerada conforme a propagação da fissura, e o modelo de fissuração distribuída (*smeared crack model*), no qual o concreto fissurado é considerado um meio contínuo e as relações de tensão e deformação podem ser aplicadas sem a necessidade de gerar uma nova malha de elementos finitos. Neste trabalho será utilizado o modelo de fissuração distribuída por apresentar maiores facilidade do ponto de vista computacional. Os parâmetros relacionados a

Mecânica da Fratura que fazem parte do modelo de fissuração distribuída são a energia de faturamento (energia dissipada por unidade de área fissurada), o comprimento equivalente (*equivalente length*) e a banda de fissuras (*crack band*).

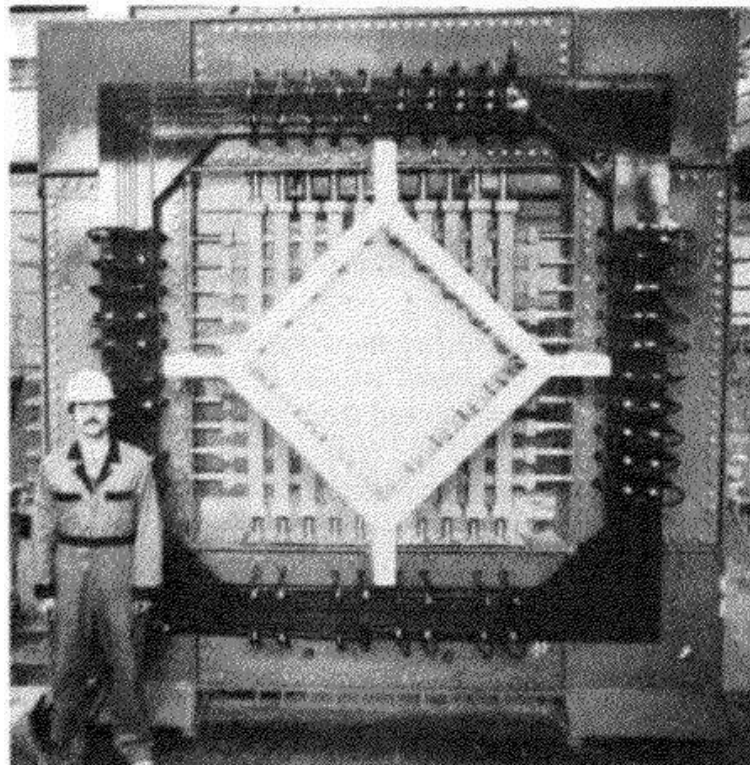
Como neste trabalho serão utilizados os programas ATENA e JCONC para as análises numéricas, as informações relacionadas a modelagem do concreto e das armaduras disponíveis em cada software são apresentadas adiante neste trabalho.

2.11. MÉTODO DOS CAMPOS DE TENSÃO (MCFT)

A Teoria do Campo de Compressão Modificado, ou também Modified Compression Field Theory (MCFT), foi inicialmente proposta por Vecchio e Collins (1982) e possui embasamento na Diagonal Field Theory, apresentada por Mitchel e Collins (1974), e na Compression Field Theory (CFT), introduzido por Vecchio e Collins na década de 1980.

O método definitivo foi proposto por Vecchio e Collins (1986), a partir de um programa de investigação experimental com 30 elementos de membrana de concreto, e consiste em uma teoria generalizada para o comportamento de elementos bidimensionais de concreto armado fissurados submetidos ao cisalhamento. O equipamento criado para a realização do teste é ilustrado na Figura 2.22, e consiste em um pórtico com apoio para o painel de concreto, e uma série de pistões que geram tensões normais e de cisalhamento.

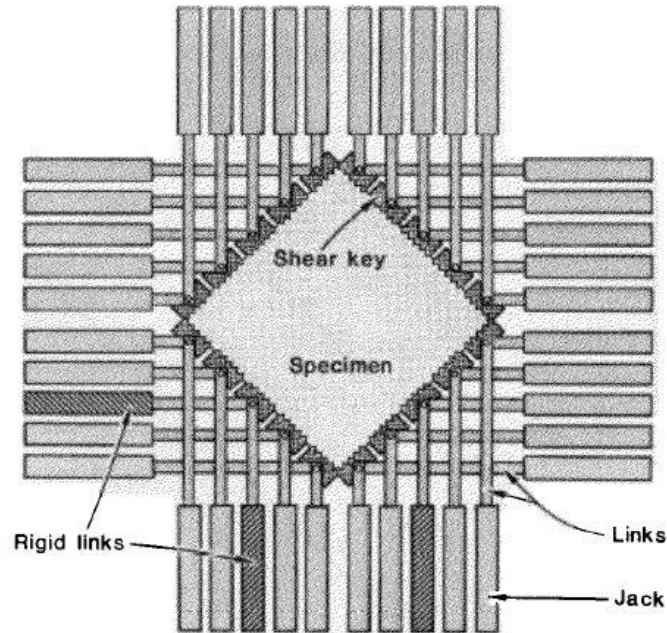
Figura 2.22 - Pórtico de carregamento de painéis de concreto



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

A Figura 2.23 ilustra o esquema de aplicação de cargas dos pistões com dupla ação, pode-se notar que qualquer combinação de tensão de cisalhamento ou compressão pode ser aplicada às amostras manipulando-se a configuração dos êmbolos.

Figura 2.23 – Esquema de pistões para aplicar tensões de compressão e cisalhamento



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

Segundo Vecchio e Collins (1986), em ambos os modelos (CFT e MCFT) o concreto fissurado é tratado como um novo material com suas próprias características de tensão-deformação, equilíbrio, compatibilidade e as relações tensão- deformação são formulados em termos de tensões e deformações médias. O diferencial dos modelos está no fato de que na teoria do campo de compressão original (CFT), ignorou-se a tensão no concreto fissurado. Como o MCFT é uma evolução desta teoria, o novo modelo leva em consideração as tensões de tração no concreto entre as fissuras do elemento estrutural e emprega-se valores médios para relações de tensão e deformação, verificadas experimentalmente para o concreto fissurado.

Conforme apresentado por Souza (2015), ao considerar valores médios de tensão-deformação, as tensões também são médias, e além de incluir implicitamente as tensões entre fissuras, irá considerar tensões nas fissuras, na interface de cisalhamento entre fissuras e o efeito pino propiciado pelas armaduras. Entretanto, o comportamento médio deve ser medido em distâncias que incluam poucas fissuras, para que as tensões e deformações médias possam ser consideradas adequadas.

Segundo Bentz (2000), a aplicação do modelo requer a realização de uma verificação chamada “*crack check*”, que penaliza a utilização de relações tensão-deformação médias, e garante que as tensões médias sejam compatíveis com a condição de fissuração do concreto.

A verificação consiste em limitar a tensão principal de tração do concreto, levando em consideração a tensão de tração na armadura que atravessa a fissura, e a capacidade da superfície fissurada em transmitir tensões de cisalhamento.

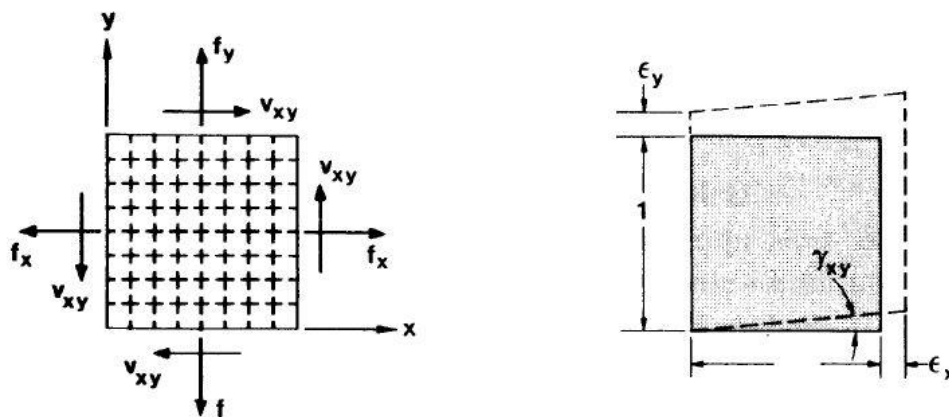
Com esta verificação presente no modelo não se faz necessário o cálculo explícito de efeitos como: efeito pino, tensões de cisalhamento nas fissuras, tensão nas armaduras nas pontas de fissuras, deformações pelo deslizamento das fissuras e tensões de aderência. Assim, o modelo se destaca pela capacidade de considerar efeitos complexos de maneira simples. Os itens a seguir apresentam as principais características para aplicação desta teoria.

2.11.1. Equações de compatibilidade

Para compreensão dos conceitos aqui apresentados deve-se considerar as condições de contorno ilustradas pela Figura 2.24. Esta representa um elemento de membrana de concreto de espessura constante, e com uma malha ortogonal de armaduras cujos eixos são coincidentes com o sistema cartesiano.

Conforme apresentado por Vecchio e Collins (1986), as cargas atuantes nas faces dos elementos são constituídas por tensões normais distribuídas uniformemente (f_x e f_y), e tensões uniformes de cisalhamento (v_{xy}). As deformações dos elementos são assumidas de maneira que os eixos permaneçam paralelos e planos, sendo que a deformada é definida pelas duas deformações normais (ϵ_x e ϵ_y), e pela deformação de cisalhamento (γ_{xy}).

Figura 2.24 – Condições de carregamento e deformação do elemento de membrana



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

Para relacionar as três tensões (f_x , f_y , e v_{xy}) às três componentes de deformação (ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy}) são assumidas as seguintes hipóteses:

- para cada estado de deformação só existe um único estado de tensão, sendo que casos com histórico de carregamento não são tratados;
- tensões e deformações podem ser consideradas em termos de valores médios, quando

consideradas atuando em regiões suficientemente amplas, de maneira a conter várias fissuras;

- O concreto e as armaduras possuem aderência perfeita nos limites do elemento, isto é, não se admite escorregamento das armaduras;
- as armaduras longitudinais e transversais são uniformemente distribuídas ao longo do elemento.
- tensões e deformações de tração são tratadas como valores positivos, enquanto tensões e deformações de compressão são tratadas como valores negativos.

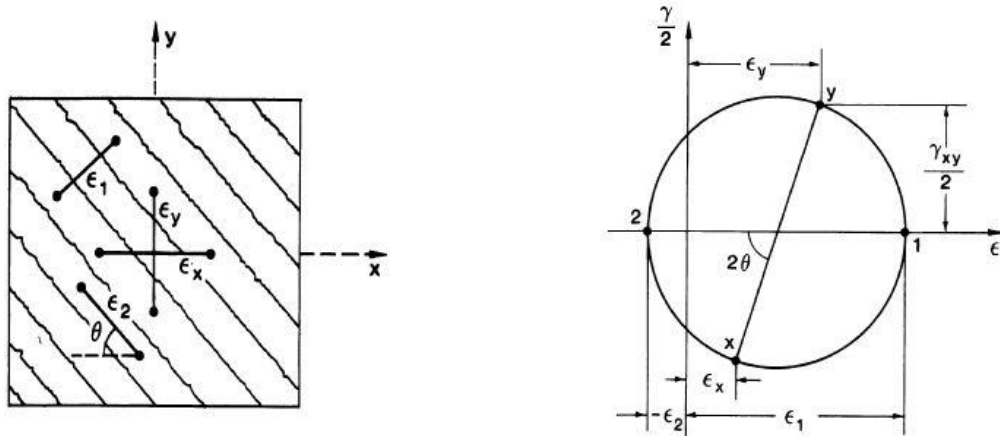
Ao assumir as hipóteses de compatibilidade apresentadas, tem-se que qualquer mudança na deformação do concreto, será acompanhada por uma mudança igual na deformação do aço. Além disso, considera-se que as armaduras não protendidas tem a mesma deformação inicial que o concreto que a envolve. Dessa maneira obtém-se as seguintes equações:

$$\varepsilon_{sx} = \varepsilon_{cx} = \varepsilon_x \quad (2.57)$$

$$\varepsilon_{sy} = \varepsilon_{cy} = \varepsilon_y \quad (2.58)$$

Conhecendo as três componentes de deformação, ε_x , ε_y e γ_{xy} , então as deformações em qualquer direção podem ser determinadas geometricamente ou pelo Círculo de Mohr para deformações, conforme ilustrado na Figura 2.25.

Figura 2.25 – Deformações e Círculo de Mohr para deformações médias



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

Utilizando-se dos conceitos que fundamentam o Círculo de Mohr, pode-se obter as seguintes relações, onde ε_1 é a principal deformação de tração e ε_2 é a principal deformação de compressão.

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\varepsilon_x - \varepsilon_2)}{\tan \theta} \quad (2.59)$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.60)$$

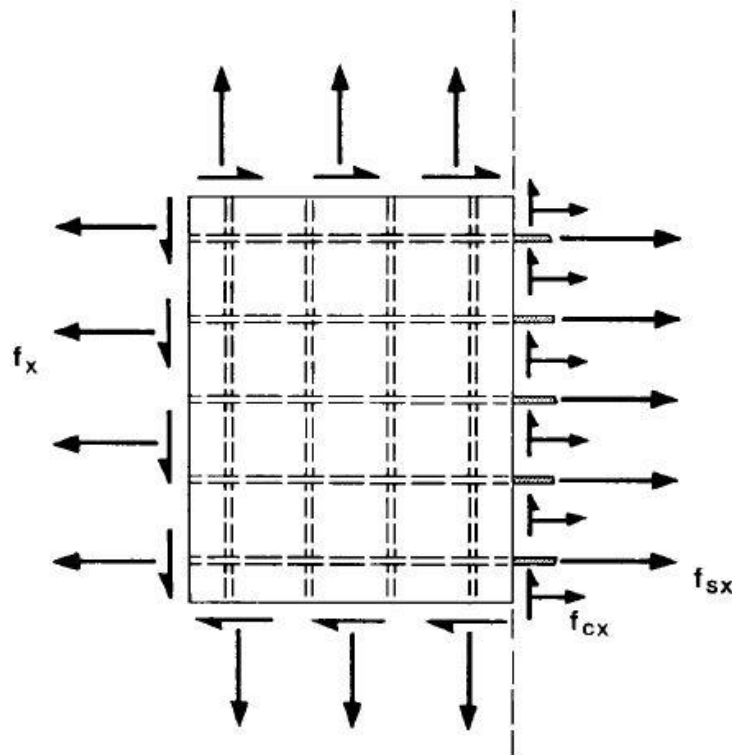
$$\tan^2 \theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_y}{\varepsilon_1 - \varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_y}{\varepsilon_y - \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_x} \quad (2.61)$$

2.11.2. Equações de Equilíbrio

Seguindo com a apresentação da MCFT, para que uma teoria seja considerada completa necessita-se de equações de compatibilidade, equilíbrio e relações constitutivas. Nesse item serão apresentadas as equações de equilíbrio.

Conforme apresentado por Vecchio e Collins (1986), as forças aplicadas ao elemento de membrana são resistidas pelo concreto e pelas armaduras. A Figura 2.26 ilustra o diagrama de corpo livre, com a distribuição da força total pelo concreto e armaduras.

Figura 2.26 – Diagrama de corpo livre de elemento de concreto armado sob tensão



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

A partir do diagrama ilustrado na Figura 2.26 pode-se obter as seguintes relações para as direções x e y.

$$\int_A f_x dA = \int_{A_c} f_{cx} dA_c + \int_{A_s} f_{sx} dA_s \quad (2.62)$$

$$\int_A f_y dA = \int_{A_c} f_{cy} dA_c + \int_{A_s} f_{sy} dA_s \quad (2.63)$$

Além disso, desprezando-se a redução na seção transversal de concreto devido a presença das armaduras, pode-se obter as seguintes equações:

$$f_x = f_{cx} + \rho_{sx} \cdot f_{sx} \quad (2.64)$$

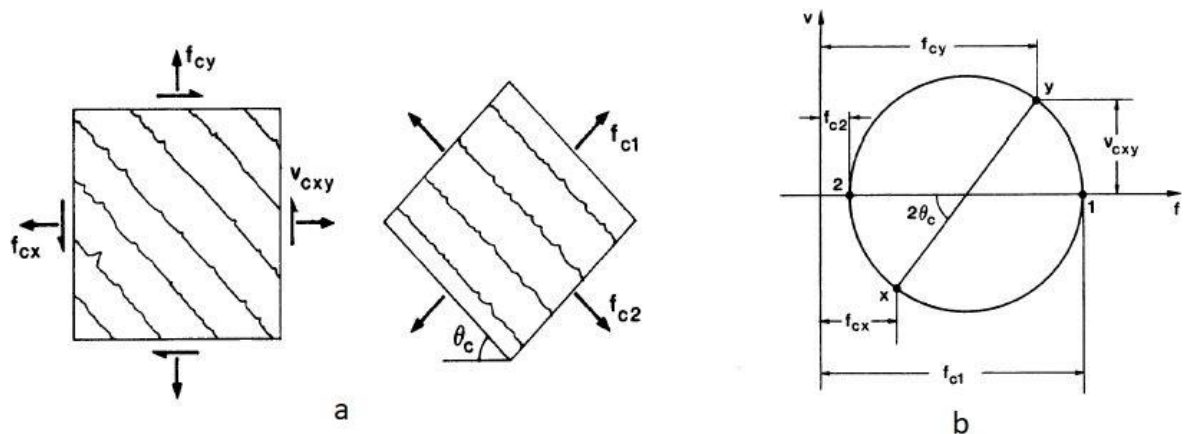
$$f_y = f_{cy} + \rho_{sy} \cdot f_{sy} \quad (2.65)$$

$$v_x = v_{cx} + \rho_{sx} \cdot v_{sx} \quad (2.66)$$

$$v_y = v_{cy} + \rho_{sy} \cdot v_{sy} \quad (2.67)$$

Ao assumir que $v_{cx} = v_{cy} = v_{cxy}$, tem-se que as tensões atuantes podem ser determinadas com o auxílio do Círculo de Mohr para tensões, caso f_{cx} , f_{cy} e v_{cxy} sejam conhecidos. A Figura 2.27a ilustra um elemento de membrana fissurado e suas tensões, e a Figura 2.27b ilustra as relações geométricas obtidas com o Círculo de Mohr.

Figura 2.27 – (a) Elemento de Membrana fissurado e (b) Círculo de Mohr para tensões médias



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

As equações que se pode obter são apresentadas a seguir:

$$f_{cx} = f_{c1} - \frac{v_{cxy}}{\tan \theta_c} \quad (2.68)$$

$$f_{cy} = f_{c1} - v_{cxy} \cdot \tan \theta_c \quad (2.69)$$

$$f_{c2} = f_{c1} - v_{cxy} \cdot (\tan \theta_c + 1/\tan \theta_c) \quad (2.70)$$

2.11.3. Relações Constitutivas

Após obtidas as formulações de tensão e deformação, faz-se necessário estabelecer uma conexão entre ambas por meio das relações constitutivas. Vecchio e Collins (1986) apresentam que essas relações médias podem diferir daquelas obtidas em ensaios experimentais simples. Ademais, as relações para o concreto e armaduras não são completamente independentes, mesmo que isso seja assumido para simplificar o modelo.

Com relação às armaduras, assume-se que não absorvem tensão de cisalhamento, e que a tensão normal atuante é dependente apenas da deformação axial. Assim, a relação constitutiva adotada para as armaduras é baseada em um modelo uniaxial bilinear, determinado pelas equações a seguir:

$$f_{sx} = E_s \cdot \varepsilon_x \leq f_{yx} \quad (2.71)$$

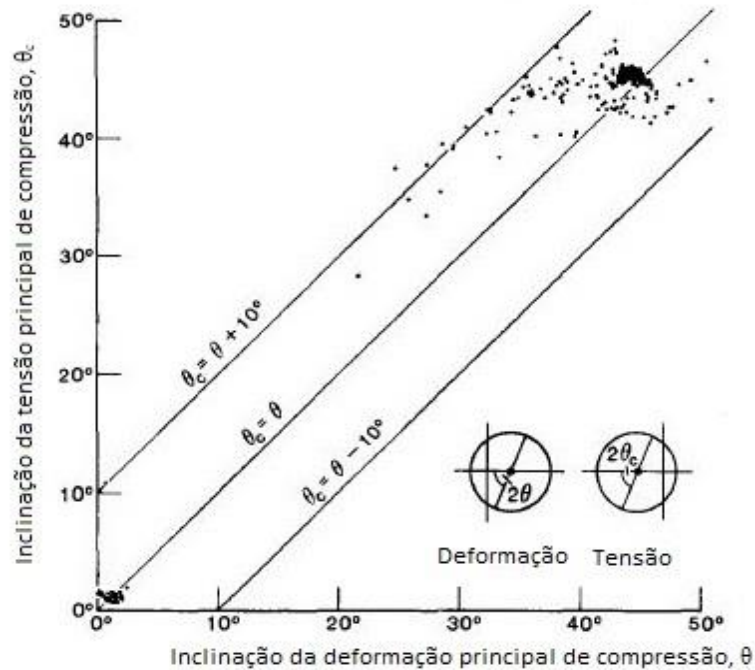
$$f_{sy} = E_s \cdot \varepsilon_y \leq f_{yy} \quad (2.72)$$

Em relação ao concreto, assume-se que os eixos das deformações principais coincidem com os eixos das tensões principais, conforme apresentado na equação a seguir:

$$\theta_c = \theta \quad (2.73)$$

Vecchio e Collins (1986), verificaram através de ensaios experimentais com elementos de membrana que as direções das deformações principais desviaram um pouco das direções das tensões principais no concreto, conforme ilustrado na Figura 2.28.

Figura 2.28 – Comparação das direções das tensões e deformações principais



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

Pode-se verificar na figura anterior, que há uma certa dispersão de pontos na reta superior do gráfico, mas considera-se uma simplificação razoável assumir que as direções das deformações e tensões principais coincidem.

Segundo Souza (2015), a tensão principal de compressão no concreto (f_{c2}) é função da deformação principal de compressão (ε_2), bem como da tensão principal de tração (ε_1). Dessa maneira, elementos de concreto sujeitos a alta deformação de tração na direção normal ao campo comprimido, apresentarão comportamento menos rígido (compression softening) quando comparado com valores de ensaios de compressão simples. O que se verifica é que a deformação principal de tração irá determinar o comportamento de perda de resistência a compressão quando o concreto estiver fissurado transversalmente. A equação sugerida para este problema é apresentada a seguir:

$$f_{c2} = \frac{f'_c}{0,8 - 0,34 \varepsilon_1 / \varepsilon'_c} \cdot \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (2.74)$$

Vale ressaltar que ε'_c possui valor negativo, e usualmente admite-se -0,002.

Segundo Vecchio e Collins (1986), a relação entre a tensão média principal de tração no concreto, e a deformação média principal de tração é aproximadamente linear antes da fissuração. Nesta condição tem-se, $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr}$, e pode-se utilizar as equações a seguir para modelagem do problema.

$$f_{c1} = E_c \cdot \varepsilon_1 \quad (2.75)$$

$$E_c = 2 \cdot \frac{f'_c}{\varepsilon'_c} \quad (2.76)$$

Para a condição após a fissuração, $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr}$, é sugerido por Collins e Mitchell (1987) o emprego da Equação 2.77.

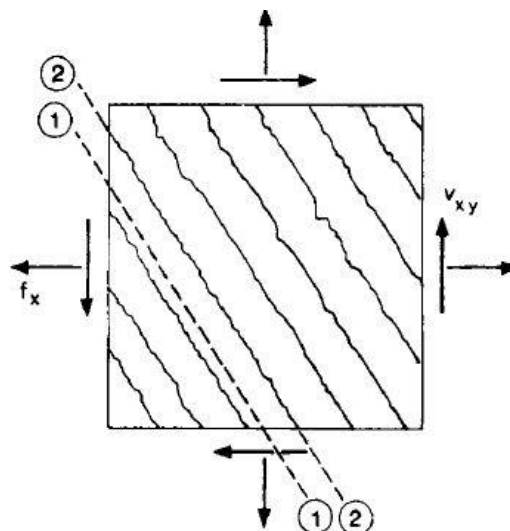
$$f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}} \quad (2.77)$$

2.11.4. Transmissão de cargas através das fissuras

Segundo Vecchio e Collins (1986), como as formulações anteriormente descritas tratam tensões e deformações com valores médios, não se tem informações sobre valores locais. Em uma fissura por exemplo, a tensão de tração na armadura será maior do que a média, já na região entre fissuras possuirá valor menor do que a média. O contrário ocorre no concreto, em uma fissura a tensão de tração será considerada nula, e em regiões entre fissuras será maior que média.

Para Vecchio e Collins (1986), essas variações locais são relevantes pois a resistência última do elemento tensionado biaxialmente, pode ser determinada pela capacidade da armadura em transmitir tensão através das fissuras. A Figura 2.29, ilustra uma comparação entre as tensões médias no elemento (Plano 1), e as tensões locais reais que ocorrem em uma fissura (Plano 2). A direção crítica da fissura é assumida normal à direção da deformação de tração principal.

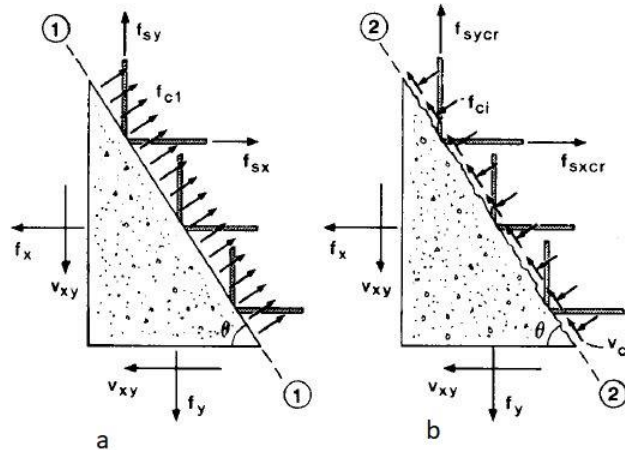
Figura 2.29 – Elemento fissurado sob tensão



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

Pode-se verificar que a tensão de cisalhamento média calculada no Plano 1 é zero, porém a tensão de cisalhamento local (Plano 2) pode ser diferente de zero, com ilustrado na Figura 2.30a e 2.30b. Essas tensões de cisalhamento, v_{ci} podem ser acompanhadas de pequenas tensões de compressão f_{ci} ao longo da fissura.

Figura 2.30 – (a) –Tensões médias calculadas e (b) Tensões locais na fissura



Fonte: VECCHIO e COLLINS (1986).

Como as tensões externas aplicadas f_x , f_y e v_{xy} são fixas, deve-se ter um conjunto de tensões equilibrado estaticamente. Admitindo-se uma área unitária para ambos os planos apresentados na figura anterior, e considerando que as tensões geradas nas armaduras sejam iguais nas direções x e y, pode-se obter as seguintes relações:

$$\rho_{sx} f_{sx} \sin \theta + f_{ci} \sin \theta = \rho_{sx} f_{sxcr} \sin \theta - f_{ci} \sin \theta - v_{ci} \cos \theta \quad (2.78)$$

$$\rho_{sy} f_{sy} \sin \theta + f_{ci} \sin \theta = \rho_{sy} f_{sycr} \sin \theta - f_{ci} \sin \theta - v_{ci} \cos \theta \quad (2.79)$$

Rearranjando as equações anteriores obtém-se:

$$\rho_{sx} (f_{sxcr} - f_{sx}) = f_{c1} + f_{ci} - v_{ci} / \tan \theta \quad (2.80)$$

$$\rho_{sy} (f_{sycr} - f_{sy}) = f_{c1} + f_{ci} - v_{ci} \tan \theta \quad (2.81)$$

Caso não haja tensões de cisalhamento e tensões de compressão na fissura, o equilíbrio das equações 2.80 e 2.81 é satisfeito somente se:

$$\rho_{sy} (f_{sycr} - f_{sy}) = \rho_{sx} (f_{sxcr} - f_{sx}) = f_{c1} \quad (2.82)$$

Devendo-se limitar o valor da tensão nas armaduras em regiões de fissuras à valores menores que a tensão de escoamento, conforme ilustram as equações a seguir:

$$f_{sxcr} \leq f_{yx} \quad (2.83)$$

$$f_{syrcr} \leq f_{yy} \quad (2.84)$$

Conforme apresentado por Vecchio e Collins (1986), caso a tensão média calculada em qualquer armadura seja elevada, pode não ser possível satisfazer a Eq. (2.82). Assim, o equilíbrio exigirá tensões de cisalhamento na fissura. Para a grande maioria dos concretos, as fissuras ocorrerão ao longo da interface entre a pasta de cimento e os agregados. Dessa maneira, as fissuras podem transferir cisalhamento através do intertravamento de agregados, conforme ilustrado na Figura 2.10.

Segundo Souza (2015), as equações a seguir podem ser utilizadas para quantificar a tensão de cisalhamento na região de fissura:

$$v_{ci} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f'_c}}{0,31 + 24 \cdot w / (a + 16)} \quad (2.85)$$

Nesta equação, “a” é a máxima dimensão do agregado em milímetros e a tensão é dada em MPa. A abertura média de fissura, “w”, é calculada como o produto entre a deformação principal de tração (ε_1) e o espaçamento diagonal médio entre fissuras (S_θ), e podem ser obtidos pelas equações a seguir:

$$w = \varepsilon_1 \cdot S_\theta \quad (2.86)$$

$$S_\theta = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{S_{mx}} + \frac{\cos \theta}{S_{my}}} \quad (2.87)$$

Os valores S_{mx} e S_{my} são indicadores das características de controle da fissuração nas direções x e y, e podem ser obtidos pelas equações 2.88 e 2.89, sendo que d_x e d_y representam o afastamento médio entre as barras nas direções x e y, respectivamente.

$$S_{mx} = 1,5 \cdot d_x \quad (2.88)$$

$$S_{my} = 1,5 \cdot d_y \quad (2.89)$$

Conforme apresentado por Souza (2015), assume-se que uma tensão de cisalhamento limite (v_{ci}) pode ser transmitida entre as faces de uma fissura antes que a mesma comece a deslizar. Essa tensão limite de cisalhamento é maior para concretos mais rígidos e agregados

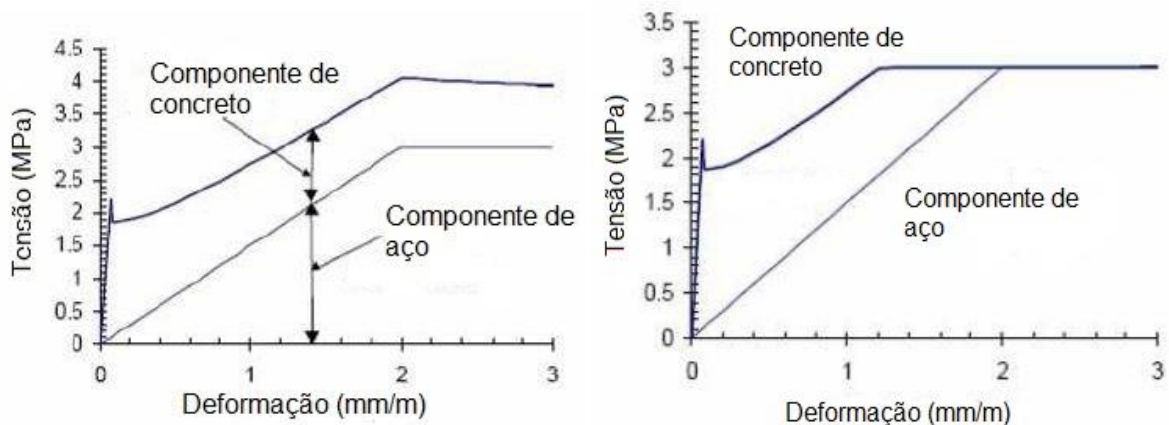
maiores. Assim, quanto maior a abertura das fissuras, verifica-se um decréscimo na capacidade máxima de transmissão de cisalhamento entre as fissuras.

Segundo Veccio e Collins (1986), ao verificar-se as condições de tensão nas superfícies da fissura, deve-se determinar uma combinação de tensões de cisalhamento e compressão, afim de satisfazer as equações 2.80 a 2.85. Caso uma solução não seja possível, devido ao escoamento da armadura na fissura, então deve-se reduzir a tensão principal de compressão (f_1), até que se obtenha uma solução possível.

2.11.5. Procedimento *Crack Check* no MCFT

Segundo Souza (2015), a garantia de que a tensão de tração local na fissura não superará a tensão de escoamento do aço é basicamente o procedimento denominado de *crack check*. Utilizando-se esta verificação, pode-se obter um diagrama mais realista do comportamento tensão-deformação de um elemento de concreto armado. A figura 2.31a e b ilustram curvas de tensão-deformação para um elemento sem o *crack check* e considerando o procedimento, respectivamente. Na Figura 2.31a, pode-se notar que as tensões resistidas pelo concreto e pelas armaduras foram somadas ao longo de todo o processo de deformação do prisma, o que é particularmente incorreto. Já a Figura 2.31b apresenta uma resposta corrigida incluindo o efeito da verificação de fissuração, que garante que a tensão de escoamento da armadura não será excedida.

Figura 2.31 (a) – Curva tensão-deformação sem *crack check* e (b) Curva tensão-deformação com *crack check*



Fonte: Adaptado de BENTZ (2000).

Segundo Souza (2015), o procedimento consiste em inicialmente calcular a tensão principal de tração (f_{1a}), o máximo cisalhamento possível na interface da fissura ($v_{cimax} = v_{ci1}$) e as tensões médias nas armaduras (f_{sx}, f_{sy}). Em seguida, calcula-se a reserva de capacidade nas direções x e y para as armaduras (f_{1cx}, f_{1cy}). Os termos, f_{1cx} e f_{1cy} são as tensões extras necessárias

para que ocorra o escoamento das armaduras nas direções x e y, e são obtidos pelas equações a seguir:

$$f_{1cx} = \rho_x \cdot (f_{yx} - f_{sx}) \quad (2.90)$$

$$f_{1cy} = \rho_y \cdot (f_{yy} - f_{sy}) \quad (2.91)$$

Após esta etapa, calcula-se a condição de escoamento biaxial sem a presença de cisalhamento na fissura (f_{1b}), o que garante que a carga necessária para causar o escoamento biaxial das armaduras na fissura não será ultrapassada:

$$f_{1b} = f_{1cx} \cdot \text{sen}^2\theta + f_{1cy} \cdot \text{cos}^2\theta \quad (2.92)$$

Na etapa seguinte, calcula-se a tensão máxima de cisalhamento na fissura que gera o escoamento biaxial (v_{ci2}) das armaduras:

$$v_{ci2} = |f_{1cx} - f_{1cy}| \cdot \text{sen} \theta \cos \theta \quad (2.93)$$

Na sequência deve-se determinar a máxima tensão de tração permitida para o equilíbrio nas direções x (f_{1c}) e y (f_{1d}), através das equações a seguir:

$$f_{1c} = f_{1cx} + \min(v_{ci1}, v_{ci2}) \cot \theta \quad (2.94)$$

$$f_{1d} = f_{1cy} + \min(v_{ci1}, v_{ci2}) \tan \theta \quad (2.91)$$

Após este passo, seleciona-se o menor valor entre as tensões de tração calculadas:

$$f_1 = \min(f_{1a}, f_{1b}, f_{1c}, f_{1d}) \quad (2.95)$$

Conforme apresentado por Bentz (2000), para se calcular a tensão de cisalhamento na interface da fissura (v_{ci}), deve-se utilizar os procedimentos descritos na Tabela 2.1. Observando-se que o cálculo não pode ser feito de maneira direta, pois existem mais incógnitas do que equações disponíveis para o problema.

Tabela 2.1 – Tensão de cisalhamento na região de fissura

Condição	Definição	Tensão de Cisalhamento
$f_{1cx} = 0$ e $f_{1cy} = 0$	Escoamento médio biaxial	$v_{ci} = 0$
$f_{1cx} > f_{1cy}$ e $f_{1cy} < f_1$	Direção x dominante com escoamento da armadura na fissura	$v_{ci} = (f_1 - f_{1cy}) \cdot \cot \theta$
$f_{1cx} > f_{1cy}$ e $f_{1cy} > f_1$	Direção y dominante sem escoamento da armadura na fissura	$v_{ci} = 0$
$f_{1cx} > f_{1cy}$ e $f_{1cx} < f_1$	Direção x dominante com escoamento da armadura na fissura	$v_{ci} = (f_{1cx} - f_1) \cdot \tan \theta$
$f_{1cx} > f_{1cy}$ e $f_{1cx} > f_1$	Direção x dominante sem escoamento da armadura na fissura	$v_{ci} = 0$

Fonte: Adaptado de BENTZ (2000).

A etapa final consiste em calcular as tensões nas armaduras na interface fissurada, tomando-se por referência a tensão de cisalhamento calculada anteriormente:

$$f_{sx_crack} = \frac{(f_1 + v_{ci} \cot \theta)}{\rho_x} + f_{sx} \quad (2.96)$$

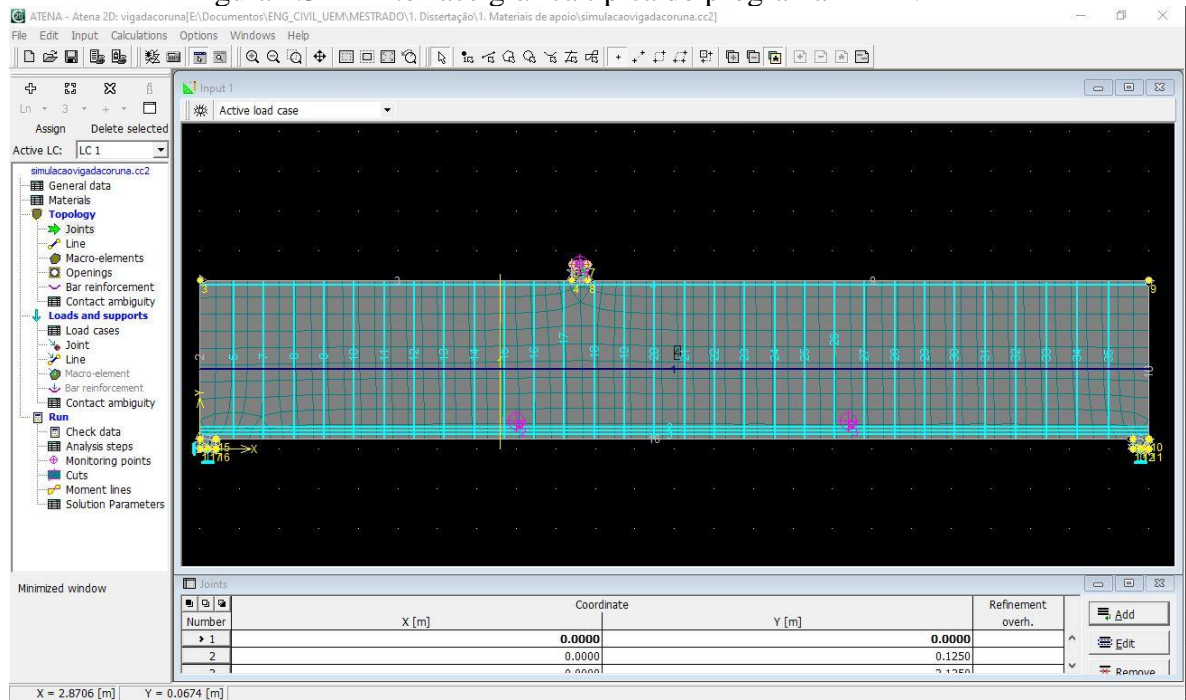
$$f_{sy_crack} = \frac{(f_1 + v_{ci} \tan \theta)}{\rho_y} + f_{sy} \quad (2.97)$$

2.12 – PROGRAMA ATENA

Atena é um programa computacional de elementos finitos voltado para aplicações acadêmicas e profissionais em estruturas de concreto simples, concreto armado ou concreto protendido. O software vem sendo desenvolvido pela Červenka Consulting, empresa sediada na República Tcheca, e é sem dúvida um dos programas mais avançados atualmente para a análise não-linear de estruturas de concreto.

Existem duas versões do programa, uma versão para análises bidimensionais chamada ATENA2D e uma versão mais recente utilizada para análises tridimensionais chamada ATENA3D. Através do site da Červenka Consulting é possível fazer o download da versão demo dos programas, que são limitados a introdução de apenas 100 elementos finitos. A Figura 2.32 ilustra a página principal de trabalho do programa ATENA2D.

Figura 2.32 – Interface gráfica típica do programa ATENA2D



Fonte: O Autor.

De acordo com ČERVENKA et al. (2005), existem diversos modelos constitutivos implementados no programa ATENA, porém o modelo denominado *Sbeta* pode reproduzir com grande fidelidade o comportamento do concreto, devido às seguintes características:

- Comportamento não-linear incluindo *hardening* e *softening*;
- Fraturamento do concreto à tração baseando-se na Mecânica da Fratura Não-Linear;
- Inclusão de um critério de ruína biaxial;
- Redução da resistência à compressão após a fissuração;
- Inclusão do efeito de *tension stiffening*;
- Redução da rigidez ao cisalhamento após a fissuração (*variable shear retention*);
- Disponibilidade de dois modelos de fissuração distribuída: *Fixed Crack Direction* e *Rotated Crack Direction*.

Basicamente o modelo constitutivo *Sbeta* para concreto envolve a determinação de 20 parâmetros, que podem ser definidos pelo usuário ou de maneira automática através da definição da resistência à compressão de corpos-de-prova cúbicos (f_{cu}), conforme ilustra Figura 2.33. As equações a seguir apresentam algumas relações automáticas que podem ser assumidas pelo programa para a resistência à compressão, resistência à tração, módulo de elasticidade e coeficiente de *Poison*.

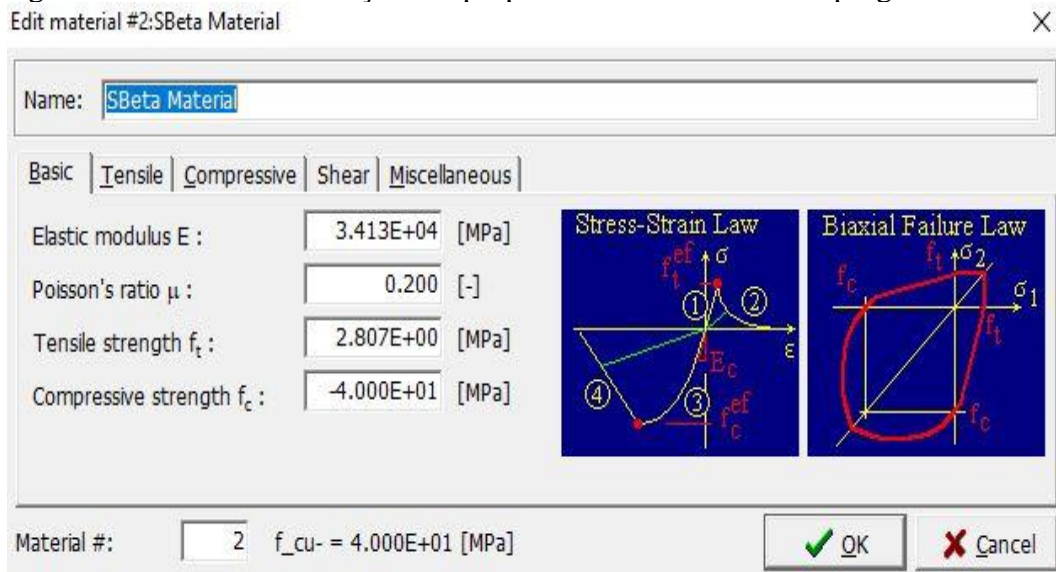
$$f_c = 0,85.f_{cu} \quad (2.98)$$

$$f_t = 0,24.f_{cu}^{\frac{2}{3}} \quad (2.99)$$

$$E_c = (6000 - 15,5.f_{cu})\sqrt{f_{cu}} \quad (2.100)$$

$$\nu = 0,2 \quad (2.101)$$

Figura 2.33 – Tela de definição das propriedades do concreto do programa ATENA



Fonte: O Autor.

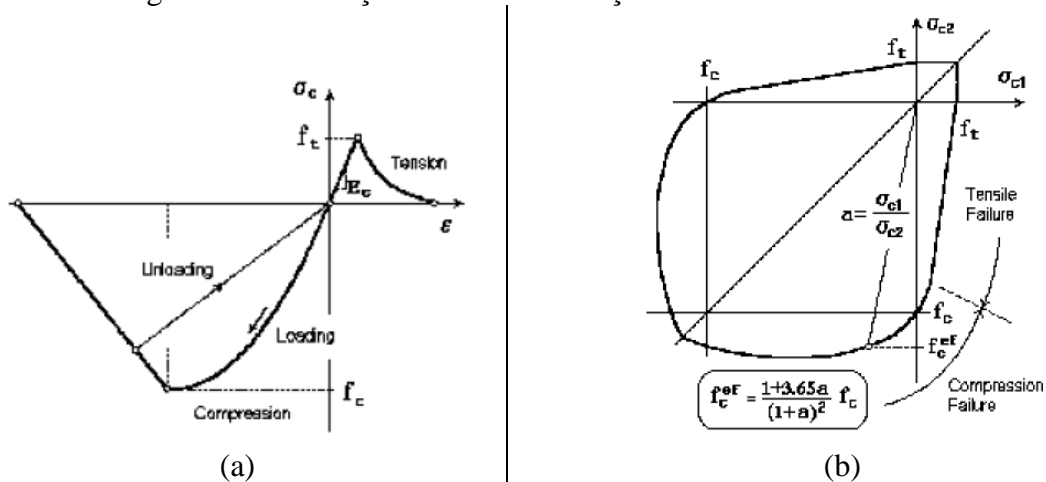
Os parâmetros dos materiais também podem ser definidos levando-se em conta a influência dos coeficientes de segurança, o que é particularmente importante nos casos de projeto. A maioria dos códigos define que a carga última de projeto deve ser comparada com a carga última obtida de análises não-lineares considerando os materiais com resistência característica. Porém, alguns pesquisadores acreditam que uma análise mais realista consiste em considerar propriedades médias dos materiais para a análise não-linear.

Na sequência do presente trabalho, serão apresentadas apenas as principais características do modelo Sbeta, implementado no programa ATENA, tendo em vista que esse é o modelo escolhido para as análises a serem efetuadas no presente trabalho. Para maiores informações sobre os outros modelos implementados no programa ATENA, recomenda-se a leitura de ČERVENKA et al. (2005).

2.12.1. Modelo constitutivo Sbeta para concreto

A relação tensão-deformação apresentada na Figura 2.34(a) é empregada para descrever o comportamento do concreto sob carregamento monotônico, tanto em compressão quanto em tração.

Figura 2.34 – Relação tensão-deformação modelo Sbeta



(3) (a) Diagrama tensão-deformação empregado para concreto no programa ATENA e (b) critério de ruína bidimensional para determinação das tensões de pico

Fonte: ČERVENKA et al. (2005).

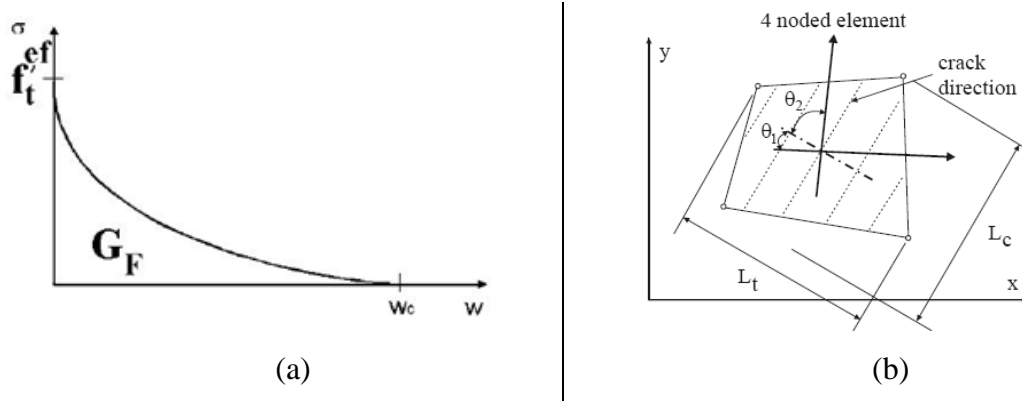
Na curva ilustrada na Figura 2.34a, o ramo ascendente do diagrama em tração é linear, enquanto o ramo ascendente do diagrama em compressão é a parábola do segundo grau proposta pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A tensão limite (*peak stress*) do diagrama é determinada através de um diagrama biaxial de ruína, conforme ilustra a Figura 2.34b, obtido através dos ensaios experimentais de KUPFER et al. (1969).

O comportamento pós-pico do concreto é determinado recorrendo-se a recursos de Mecânica da Fratura, principalmente aqueles conceitos propostos por BAZANT & OH (1983). Para o caso de pós-pico em tração, o programa disponibiliza o Modelo de Fissura Fictícia (*Fictitious Crack Model*), que se baseia na abertura de fissura em banda (*crack band width*) e na energia de fraturamento. O programa ainda disponibiliza um outro modelo que trata a relação tensão-deformação no ponto em análise mas que deve ser utilizado somente em casos específicos, isto é, deve-se dar preferência ao modelo de fissura fictícia.

De acordo com ČERVENKA et al. (2005) o pacote Sbeta possui cinco tipos de abrandamento à tração/abertura de fissura implementados: abrandamento exponencial (*exponential crack opening law*), abrandamento linear (*linear crack opening law*), abrandamento linear baseado em deformações (*linear softening based on local strain*), SFRC com energia de fraturamento (*steel fiber reinforced concrete based on fracture energy*) e SFRC

baseado em deformações (*steel fiber reinforcement based on strain*). A Figura 2.35a apresenta o caso de abrandamento linear implementado no programa ATENA.

Figura 2.35 – Modelo de abrandamento implantado no programa ATENA



(3) Lei de abrandamento exponencial na tração disponível no programa ATENA e (b) comprimentos de banda à tração e compressão
Fonte: CERVENKA et al. (2005).

Os modelos de abrandamento à tração são baseados em dois parâmetros principais, tratados no programa como propriedades do material: energia de fraturamento (G_f) e abertura de fissura (w). A abertura crítica de fissura (w_c) é normalmente calculada através de expressões envolvendo a energia de fraturamento e a resistência à tração, conforme ilustra a Figura 2.35 (a). A energia de fraturamento, apesar de poder ser definida pelo usuário, também pode ser calculada automaticamente pelo próprio programa, conforme a Equação 2.102.

$$G_F = 0,000025 \cdot f_t \text{ (MN/m)} \quad (2.102)$$

O CEB – FIP Model Code 90 (1993) também apresenta um equacionamento para se determinar a energia de fraturamento, que é dependente do diâmetro máximo do agregado empregado e da resistência a compressão do concreto, sendo:

$$G_F = G_{F0} (f_{cm} / f_{cm0})^{0,7} \quad (2.103)$$

Onde

$$f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (2.104)$$

E G_{F0} pode ser correlacionado com o diâmetro máximo do agregado empregado no concreto, conforme ilustra a tabela a seguir:

Tabela 2.2 – Valores base para energia de fraturamento G_{F0}

$d_{\text{máx}}$ (mm)	G_{F0} (Nmm/mm ²)
8	0,025
16	0,030
32	0,058

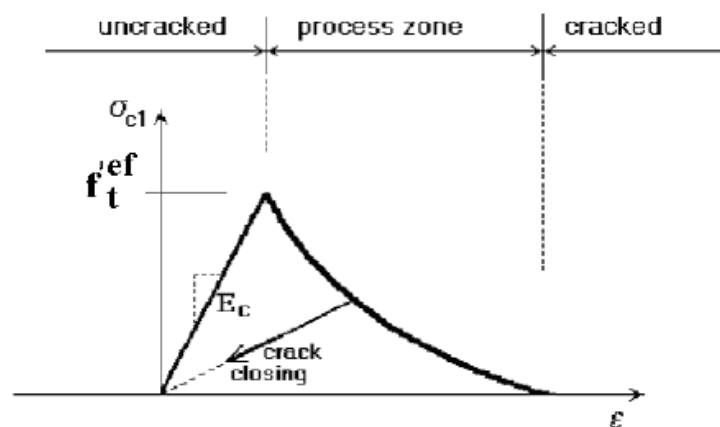
Fonte: CEB – FIP MODEL CODE (1993).

A abertura de fissura (w) é calculada através da introdução do comprimento de banda de fissura (*crack band length*), que tem por objetivo eliminar duas deficiências que podem ocorrer quando da utilização do modelo com o Método dos Elementos Finitos: efeito de escala (*size effect*) e dependência de orientação do elemento (*element orientation effect*). O comprimento de banda à tração (L_t) é a projeção do elemento utilizado na malha de elementos finitos, conforme ilustra Figura 2.35 (b), e serve para reduzir a dependência relacionada com o tamanho do elemento adotado (*element size effect*). Através desse parâmetro é possível calcular a abertura de fissura dos elementos da malha de elementos finitos, conforme ilustra a Equação 2.105.

$$w = \varepsilon_{cr} \cdot \gamma \cdot L_t \quad (2.105)$$

Deve-se notar que ε_{cr} é a deformação devido à abertura de fissura (*crack opening strain*), isto é, a deformação normal à direção da fissura após a liberação do estado de tensão necessário para abrir totalmente a fissura. Após a ocorrência desse estado de tensão (*complete stress release*) a fissura continua se abrindo, porém sem a ocorrência de tensão. A Figura 2.36 ilustra melhor esse conceito.

Figura 2.36 – Etapa característica na formação das fissuras



Fonte: CERVENKA et al. (2005).

Pela Figura 2.36 pode-se observar que o processo de fissuração do concreto solicitado à tração pode ser dividido em três etapas distintas. A primeira etapa do processo, denominada de estágio não-fissurado (*uncracked stage*), predomina até que a máxima tensão de tração do concreto seja alcançada, iniciando a fissuração. A partir desse momento, tem-se a zona de processo (*process zone*), com o desenvolvimento da fissura acompanhada de um decréscimo das tensões de tração. Finalmente, após uma liberação completa das tensões de tração, a fissura continua se abrindo, porém sem o acompanhamento de tensões de tração (zona fissurada, *cracked zone*).

Deve-se observar que, de maneira a se reduzir o efeito de orientação do elemento adotado (*element direction effect*) e também possibilitar a utilização de malhas irregulares (*skew meshes*), foi introduzido na Equação 2.106, o parâmetro γ , definido a seguir:

$$\gamma = 1 + (\gamma^{\max} - 1) \frac{\theta}{45} \quad (2.106)$$

Na Equação 2.106, γ_{\max} é normalmente tomado como sendo igual a 1,5 enquanto que o ângulo θ é o ângulo mínimo obtido entre os ângulos θ_1 e θ_2 apresentados na Figura 3.14(b). Deve-se observar que a Equação 2.106 é basicamente uma interpolação linear entre o fator $\gamma = 1$ (para a direção paralela aos lados do elemento) e $\gamma = \gamma_{\max}$ (para direções inclinadas em 45°).

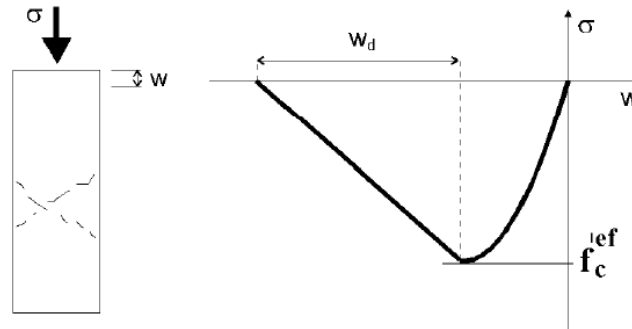
Para o abrandamento à compressão (*strain softening in compression*) o programa utiliza uma reta linearmente descendente, que pode ser obtida de um modelo baseado em dissipação de energia ou em um modelo baseado em deformações. De acordo com ČERVENKA et al. (2005), o modelo baseado em dissipação de energia é o *Fictitious Compressive Plane Model*, cuja hipótese principal é o fato de que a ruína por compressão está localizada em um plano normal à direção das tensões principais de compressão.

O modelo baseado em dissipação de energia possui as mesmas características do Modelo de Fissura Fictícia utilizado no caso de tração, ou seja, as leis de abertura de fissura e a energia de fraturamento são definidas e tratadas como propriedades do material, obtendo-se assim uma resposta pouco dependente da malha adotada. Conforme comentado anteriormente, esse modelo encontra sua fundamentação teórica no trabalho de BAZANT & OH (1983).

No caso de compressão, o ponto final da reta de abrandamento é definido através de um parâmetro conhecido como deslocamento plástico (*plastic displacement*, w_d), conforme ilustra a Figura 2.37. De acordo com ČERVENKA et al. (1995), o deslocamento plástico é tomado como sendo 0,5 mm para concreto normal, de maneira que a energia necessária para gerar uma área unitária no plano de ruína é calculada indiretamente. Esse valor proposto para o

deslocamento plástico encontra justificativa nos trabalhos experimentais conduzidos por Van MIER (1986).

Figura 2.37 – Comportamento pós-pico para concreto em compressão implementado no programa ATENA



Fonte: CERVENKA et al. (2005).

Dessa maneira, a deformação limite (ε_d) no diagrama tensão-deformação após o amolecimento do concreto à compressão é calculada através da Equação 2.107, que relaciona a deformação de pico do concreto à compressão (ε_c), o deslocamento plástico (w_d) e o comprimento de banda à compressão (L_c , Figura 2.37(b)).

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{\gamma \cdot L_c} \quad (2.107)$$

2.12.2 Modelos de fissuração distribuída

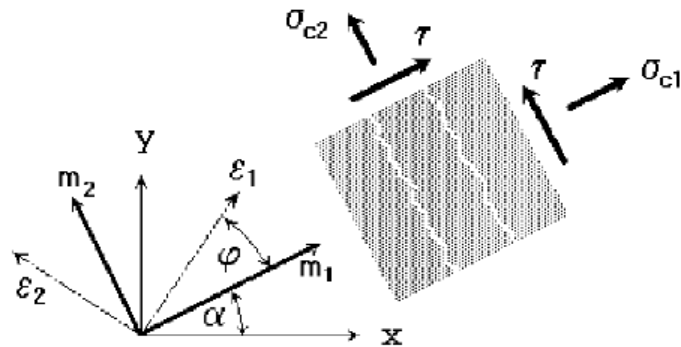
De acordo com ČERVENKA et al. (2005), dois modelos de fissuração distribuída estão implementados no programa ATENA: Modelo de Fissuração Fixa (*Fixed Crack Model*) e Modelo de Fissuração Variável (*Rotated Crack Model*). Nos dois modelos, admite-se que as fissuras são uniformemente distribuídas no material, através da introdução de ortotropia na relação constitutiva do material. Adicionalmente, assume-se que as fissuras são formadas quando a tensão principal em algum ponto ultrapassa o limite de resistência à tração do concreto.

Nos modelos de fissuração distribuída, encontra-se implementada uma rotina para reduzir a resistência à compressão do concreto após a fissuração na direção paralela à direção das fissuras, de maneira semelhante àquela proposta por VECCHIO & COLLINS (1986). Adicionalmente, o efeito de contribuição à tração do concreto entre fissuras (*tension stiffening*) pode ser utilizado, sendo que a rigidez é disponibilizada para concreto não-fissurado ou fissuras não totalmente abertas através de um processo de localização de deformações.

No Modelo de Fissuração Fixa (*Fixed Crack Model*) a direção da fissura é dada pela direção da tensão principal no momento da iniciação da fissura, sendo que para carregamentos

posteriores essa direção é fixa e representa o eixo de ortotropia do material. De acordo com ČERVENKA et al. (2005), as direções principais de tensão e de deformação são coincidentes apenas para o caso de concreto não-fissurado, devido a hipótese de isotropia. Após a fissuração a hipótese de ortotropia é assumida, de maneira que o eixo m_1 é normal à direção de fissuração e o eixo m_2 é paralelo à direção das fissuras, conforme ilustra a Figura 2.38.

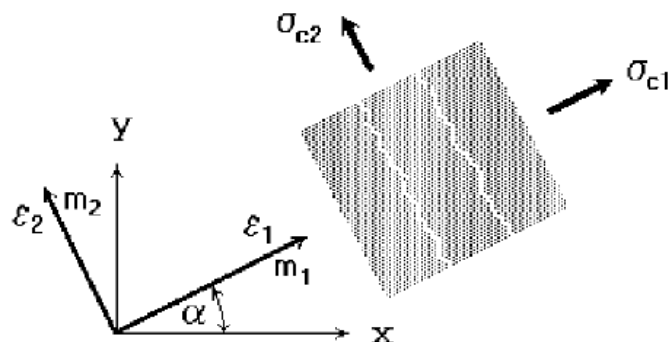
Figura 2.38 – Modelo de Fissuração Fixa (*Fixed Crack Model*)



Fonte: ČERVENKA et al. (2005).

No caso geral, os eixos principais de deformação ε_1 e ε_2 podem rotacionar e não precisam coincidir com os eixos de ortotropia m_1 e m_2 . Dessa maneira, tensões de cisalhamento serão geradas nas faces do elemento, conforme ilustra a Figura 2.39. As tensões σ_{c1} e σ_{c2} denotam as tensões normal e paralela ao plano da fissura e, devido a tensão de cisalhamento, elas não se constituem em tensões principais. Após a fissuração, o módulo de elasticidade transversal é reduzido de acordo com a proposta de KOLMAR (1986).

Figura 2.39 – Modelo de Fissuração Variável (*Rotated Crack Model*)



Fonte: CERVENKA et al. (2005).

No Modelo de Fissuração Variável (*Rotated Crack Model*), mesmo após a fissuração, as direções das tensões principais continuam coincidindo com as direções das deformações principais e, dessa maneira, não ocorre cisalhamento no plano da fissura. Se os eixos das deformações principais rotacionarem durante o carregamento, as direções das fissuras também irão rotacionar. Esse modelo é baseado nos trabalhos de VECCHIO & COLLINS (1986) e

CRISFIELD & WILLS (1989), sendo que apenas duas tensões normais precisam ser definidas, conforme ilustra a Figura 2.39.

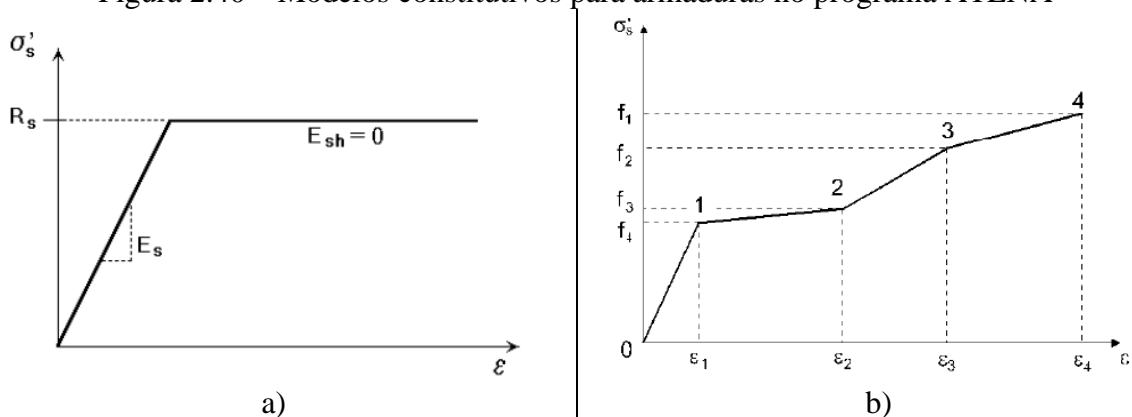
De acordo FEENSTRA & BORST (1993), ROTS et al. (1985) e ROTS & BLAAUWENDRAAD (1989) o *Rotated Crack Model* tende a apresentar cargas de ruína inferiores àquelas obtidas utilizando com o *Fixed Crack Model*. Além disso, o *Rotated Crack Model* tende a apresentar uma melhor estabilidade.

2.12.3 Modelagem das armaduras no ATENA

De acordo com ČERVENKA et al. (2005), as armaduras no programa ATENA podem ser modeladas de duas diferentes maneiras no programa ATENA: armadura discreta (*discrete reinforcement*), e armadura distribuída (*smearred reinforcement*). A armadura distribuída é normalmente tratada como uma malha embutida no elemento adotado para o concreto, enquanto a armadura discreta são elementos simples ou múltiplos. Em ambos os casos, um estado uniaxial de tensão é assumido, e a mesma relação tensão-deformação é aplicada para todos os tipos de armadura.

No programa ATENA estão disponíveis as seguintes leis constitutivas para a modelagem das armaduras: Modelo Linear (*Linear Law*), Modelo Elasto-Plástico Perfeito (*Bilinear Law*), Modelo Multilinear (*Multilinear Law*) e Modelo cíclico (*Cyclic Reinforcement Model*). Adicionalmente é possível modelar a aderência das armaduras com o concreto através do modelo especificado pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A Figura 2.40 apresenta as leis constitutivas do Modelo Elasto-Plástico Perfeito e do Modelo Multilinear.

Figura 2.40 – Modelos constitutivos para armaduras no programa ATENA



(3) Modelo elasto-plástico perfeito e (b) Modelo multilinear empregados para modelagem das armaduras

Fonte: ČERVENKA et al. (2005).

2.13. PROGRAMA JCONC

Muito se discute sobre os procedimentos de dimensionamento e análise de estruturas de concreto estrutural com geometria complexa. Para isso, foi desenvolvido na École Polytechnique Fédérale de Lausanne a plataforma i-concrete, que é basicamente o resultado da fusão de dois programas, o iMesh (pré-processador concebido pelo Dr. Olivier Burdet) e o jConc (processador e pós-processador concebidos pelo Dr. Miguel Fernández Ruiz).

Através dos referidos programas pode-se simular o comportamento de estruturas em concreto armado e protendido através do Método dos Campos de Tensão. Esses programas são gratuitos e foram desenvolvidos em código Java, possibilitando assim simulações via Internet

O i-concrete é uma plataforma de elementos finitos desenvolvida para modelar o comportamento de estruturas de concreto armado e protendido em duas dimensões (análise no plano da estrutura em análise). As estruturas de concreto armado e protendido são basicamente modeladas com elementos de superfície que podem admitir a inserção de barras de aço (armadura embebida). De maneira breve, as seguintes características básicas são observadas nos programas:

- Possibilidade de modelagem bidimensional linear elástica e não-linear;
- Adoção de comportamento elasto-plástico para os materiais;
- Resistência à tração do concreto desprezada;
- Consideração das deformações transversais de tração em regiões de concreto comprimidas;
- Negligência do efeito pino das armaduras e de intertravamento dos agregados;
- Adoção de hipótese de ancoragem perfeita;
- Geração automática da malha de elementos finitos com elementos triangulares.

Dessa maneira, o ambiente i-concrete se constitui em uma excelente ferramenta para engenheiro de estruturas, podendo auxiliar de maneira bastante eficiente na resolução de problemas especiais de dimensionamento, bem como, na investigação de ruínas estruturais. Trata-se de uma maneira bastante eficiente de aplicação da análise não-linear, requerendo poucos parâmetros e se aproximando bastante de uma ferramenta há tempos esperada pelos engenheiros de estruturas atuantes na prática profissional.

Para poder ter acesso à plataforma i-concrete, faz-se necessário o cadastramento de novo usuário junto ao site. Uma vez cadastrado, o usuário poderá utilizar os programas iMesh e JCONC, bem como armazenar os dados das investigações a serem efetuadas em um servidor.

Para iniciar a análise de uma estrutura em concreto, recorre-se inicialmente ao aplicativo iMesh, que se constitui em um pré-processador para o jConc, e é acessado através do menu *applets*. A finalidade do programa iMesh é modelar corpos bidimensionais através da descrição das condições de contorno (apoios e carregamentos), descrição dos materiais e criação da malha de elementos finitos. Os modelos que o iMesh pode criar são planos e, na sua versão atual, apenas cargas pontuais podem ser definidas.

O uso do aplicativo iMesh não requer o uso de unidades particulares, podendo-se inclusive trabalhar com libras (lbs) e polegadas (in), desde que as unidades sejam consistentes. Isto significa que todas as unidades devem ser habilitadas de maneira adequada, de forma que exista correlação entre as mesmas. Por exemplo, se os comprimentos a serem definidos serão em [mm] e as tensões em [N/mm²], então as forças, conseqüentemente, precisam estar em [N]. Por definição, o iMesh sugere o uso das seguintes unidades: metros [m], MegaPascal [MPa] e MegaNewton [MN].

A filosofia utilizada dentro da plataforma i-concrete é a do Método dos Campos de Tensão com comportamento elástico-plástico. Dessa maneira, o concreto só será capaz de absorver tensões de compressão, isto é, admite-se nas análises que nenhuma tensão de tração poderá ser absorvida pelo concreto, mas somente pelas armaduras. As armaduras possuem comportamento elasto-plástico na tração e na compressão e só podem absorver tensões normais, isto é, não se admite absorção de cisalhamento. Adicionalmente consideram-se as hipóteses de aderência perfeita e a exclusão de efeitos como intertravamento de agregados ou efeito pino das armaduras.

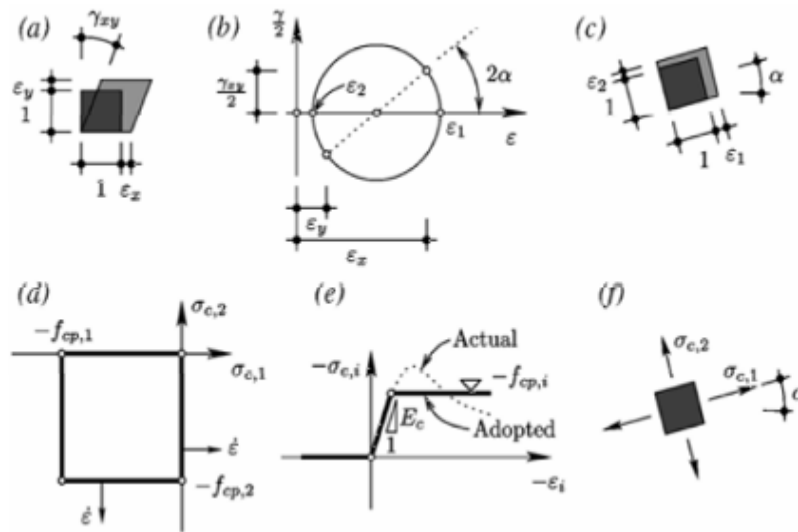
Apesar do modelo rígido-plástico ser vastamente assumido na Teoria da Plasticidade para o concreto, RUIZ e MUTTONI (2007) propõem a adoção de um comportamento elasto-plástico perfeito do concreto, que tem produzido excelentes resultados com o programa JCONC.

A curva tensão-deformação do concreto é considerada elasto-plástica perfeita em compressão, enquanto a resistência à tração é totalmente desprezada (Figura 2.41). Adicionalmente, de maneira a levar em consideração o efeito das deformações transversais na resistência à compressão do concreto, a resistência plástica equivalente é corrigida por um parâmetro η (ϵ_j), nomeado como *Eta2* no programa:

$$f_{cp} = 3,1 \cdot f_c^{2/3} \cdot \eta(\epsilon_j) \quad (2.108)$$

$$\eta(\epsilon_j) = \frac{1}{0,9 + 30 \cdot f_c^{1/3} \cdot \epsilon_j} \leq 1,0 \quad (2.109)$$

Figura 2.41 – Modelagem do concreto utilizando no programa JCONC



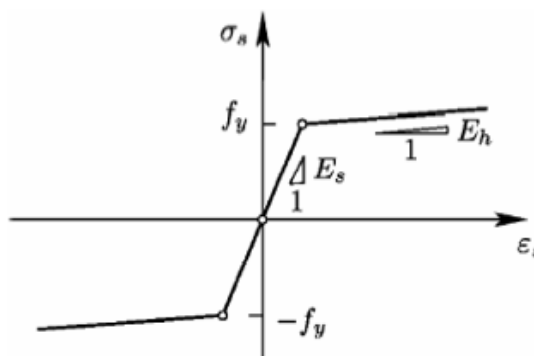
(a) deformações, (b) Círculo de Mohr e deformações principais, (c) direções principais, (d) superfície de ruptura para estado plano de tensão, (e) comportamento constitutivo real e adotado (elasto-plástico perfeito) para o concreto e (f) direções assumidas para as tensões principais.

Fonte: RUIZ e MUTTONI (2007).

Observa-se que o ato de desprezar a resistência do concreto à tração implica na necessidade de se disponibilizar uma quantidade mínima de armadura de fissuração, de maneira a se obter um comportamento adequado para a estrutura. Essa quantidade mínima de armadura garante que não ocorrerá ruptura frágil quando da fissuração, bem como garante que as fissuras serão bem distribuídas pelo elemento ao se atingir o estado limite de serviço.

Conforme pode-se observar pela Figura 2.42, as armaduras são modeladas através de uma curva bilinear elasto-plástica com enrijecimento, sendo que no modelo de elementos finitos utiliza-se um elemento do tipo *link* para modelar as armaduras.

Figura 2.42 – Modelagem das armaduras no JCONC



Fonte: RUIZ e MUTTONI (2007).

Basicamente, o procedimento de dimensionamento utilizando o Método dos Campos de Tensão através da plataforma i-concrete consiste em disponibilizar armaduras nas regiões

tracionadas. Dessa maneira, se for possível o equilíbrio através das armaduras disponibilizadas, será possível obter a convergência do modelo estrutural. Caso as armaduras sejam insuficientes ou caso estejam posicionadas em regiões inadequadas, uma solução de equilíbrio poderá não ser encontrada, de maneira que as armaduras deverão ser atualizadas de maneira interativa até o equilíbrio ser atingido.

A qualidade dos resultados pode ser avaliada a partir da análise de convergência obtida do cálculo não-linear. Para isso, ainda no jConc, deve-se abrir o menu *Listing* e em seguida *Messages*. O número padrão de iterações no programa é de 20, porém esse valor pode ser modificado pelo usuário caso necessário. Normalmente, valores entre 20 e 100 iterações são suficientes para se atingir a convergência.

Se a convergência é atingida com erro inferior a 0,010, nenhuma iteração adicional é necessária. Se, ao contrário, nenhuma convergência é atingida depois de um número significativo de iterações, provavelmente a carga aplicada ou os deslocamentos resultantes são muito grandes.

Outra característica importante do programa jConc é a possibilidade de se obter a carga de ruptura ou de escoamento. Para isso, deve-se modificar no arquivo de dados do iMesh o fator de escala de forças. Esse procedimento permite especificar um fator de carga para todas as forças definidas na interface do programa iMesh, permitindo assim, aumentar ou diminuir a intensidade das cargas. O valor padrão do aplicativo é 1,0, o que significa que não há modificação no valor das cargas definidas pelo usuário durante o desenho da estrutura.

Caso seja necessário obter a carga de ruína da estrutura de maneira mais realista, pode-se ir ampliando o fator de carga até que ocorra o alongamento que provoca a ruptura das armaduras, ou o esmagamento do concreto nas regiões críticas.

2.14. ESTUDOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS SOBRE VIGAS DE GRANDE DIMENSÃO

Estudos numéricos foram realizados com o objetivo de avaliar o comportamento de vigas de grandes dimensões, em relação a resistência à força cortante, dentre eles pode-se citar os estudos apresentados por Chen et al. (2020), Demir et al. (2019), Ismail et al. (2016) Souza e Breña (2016).

2.14.1. Chen et al. (2020)

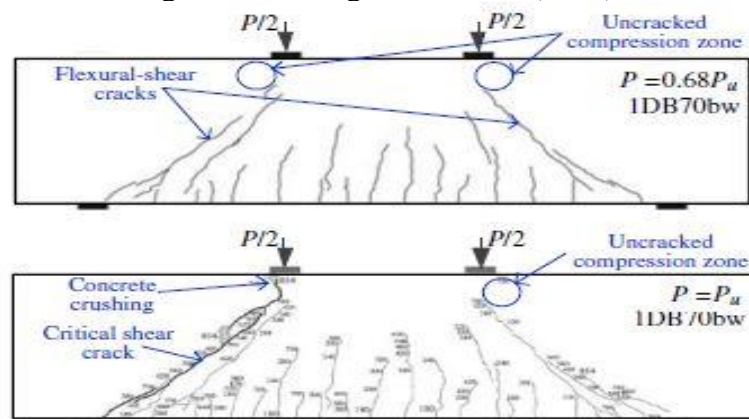
O trabalho apresenta uma análise não-linear por elementos finitos com o programa ATENA, de uma viga com grande altura e discute os principais mecanismos de transferência de força

cortante, como a ação de intertravamento agregado, ação de pino de barras longitudinais e tensão na armadura em malha, e principais parâmetros que podem influenciar na resistência ao cortante de vigas altas contínuas de concreto armado.

São avaliadas a relação entre extensão e vão de cisalhamento, relação de reforço longitudinal, resistência à compressão do concreto e altura efetiva.

A sistemática da pesquisa consiste na análise numérica de uma viga ensaiada experimentalmente por Zhang e Tan (2007) (Figura 2.43), e em seguida proposto um modelo numérico.

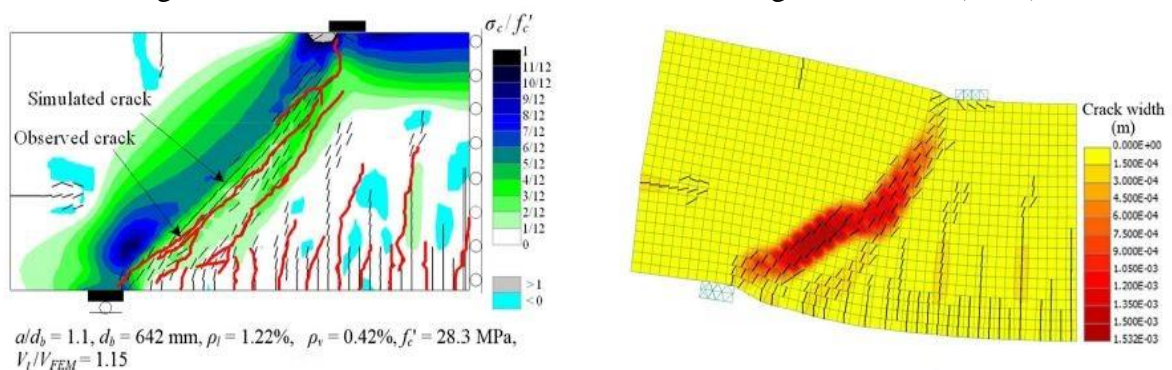
Figura 2.43 – Viga Chen et al. (2020)



Fonte: CHEN et al. (2020).

O modelo numérico proposto é apresentado na Figura 2.44, pode-se observar a similaridade entre as fissuras desenvolvidas experimentalmente e com o uso do programa ATENA. O erro relativo entre a resistência ao cortante obtida experimentalmente foi de aproximadamente 15% maior em relação ao valor obtido com a análise numérica.

Figura 2.44 – Resultado da análise numérica da viga Chen et al. (2020)



Fonte: CHEN et al. (2020).

A análise permitiu avaliar o efeito de escala, um fenômeno em que a resistência à força cortante (em tensão ou sem dimensão) de vigas de concreto armado diminui à medida que a altura (efetiva) da viga aumenta.

Para os autores as análises demonstraram que as tensões de cisalhamento transferidas através do engrenamento de agregado e ação de pino, diminuem com o aumento da altura efetiva, porque uma altura maior resulta em uma abertura de fissura mais ampla e maior comprimento da abertura, dificultando a transferência de tensões e consequentemente levando a viga a ruína com um carregamento inferior ao projetado.

Os autores também puderam verificar que dentre os mecanismos de transferência da tensão de cisalhamento, o intertravamento de agregado contribui de maneira mais efetiva para a resistência à força cortante.

2.14.2. Demir et al. (2019)

Neste artigo, uma análise experimental é realizada para investigar os efeitos da altura da seção (h), relação entre vão e altura efetiva (a/d) e parâmetros de resistência à compressão do concreto (f_{ck}) em fissuras diagonais e comportamento da abertura de fissura de vigas altas de concreto armado.

Onze vigas altas de concreto armado com ou sem estribos são testadas com a condição de apoio simples. As dimensões dos elementos e propriedades dos materiais são apresentadas na Figura 2.45.

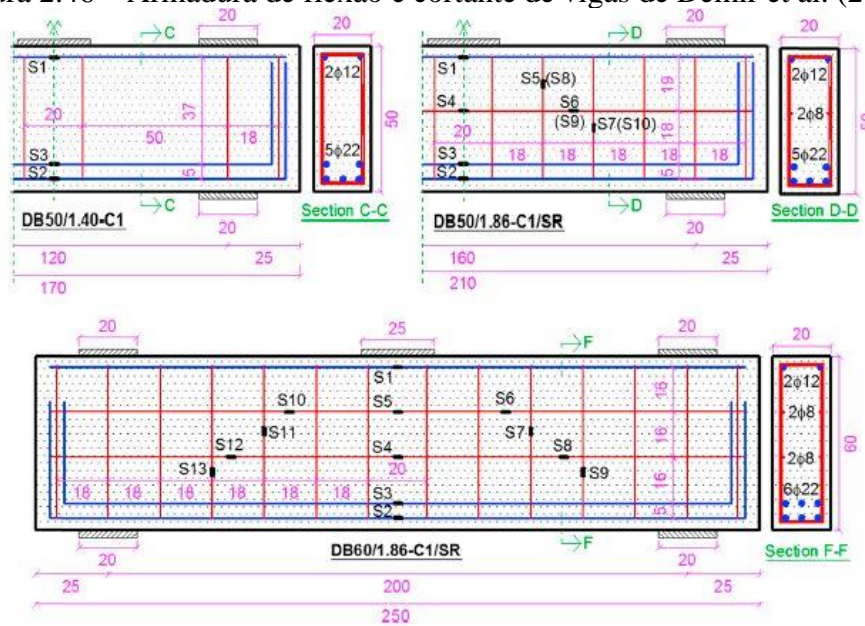
Figura 2.45 – Dimensões das vigas e propriedades dos materiais de Demir et al. (2019)

#	Specimen ID	h (mm)	a (mm)	a/d	l_t (mm)	Tension reinforcement			ρ_v	ρ_h	f'_c (MPa)
						ρ_t	No	\emptyset			
1	DB50/1.40-C1	500	600	1.40	1700	0.02201	5	22	0	0	18.1
2	DB50/1.63-C1	500	700	1.63	1900	0.02201	5	22	0	0	18.1
3	DB50/1.86-C1	500	800	1.86	2100	0.02201	5	22	0	0	18.1
4	DB50/1.86-C1/SR	500	800	1.86	2100	0.02201	5	22	0.00287	0.00272	18.1
5	DB55/1.67-C1	550	800	1.67	2100	0.02375	6	22	0	0	18.1
6	DB60/1.51-C1	600	800	1.51	2100	0.02113	6	22	0	0	18.1
7	DB60/1.86-C1	600	1000	1.86	2500	0.02113	6	22	0	0	18.1
8	DB60/1.86-C1/SR	600	1000	1.86	2500	0.02113	6	22	0.00279	0.00320	18.1
9	DB40/1.86-C1	400	600	1.86	1700	0.02348	6	18	0	0	18.1
10	DB40/1.86-C2	400	600	1.86	1700	0.02348		6 \emptyset 18	0	0	25.3
11	DB40/1.86-C3	400	600	1.86	1700	0.02348		6 \emptyset 18	0	0	32.0
12	DB40/1.86-C1/SR	400	600	1.86	1700	0.02348		6 \emptyset 18	0.00301	0.00372	18.1

Fonte: DEMIR et al. (2019)

O ensaio foi realizado pelo método de três pontos e as vigas foram armadas a flexão de maneira que a ruptura por força cortante determinasse a ruína dos elementos. A Figura 2.46, ilustra a armação detalhada de algumas vigas.

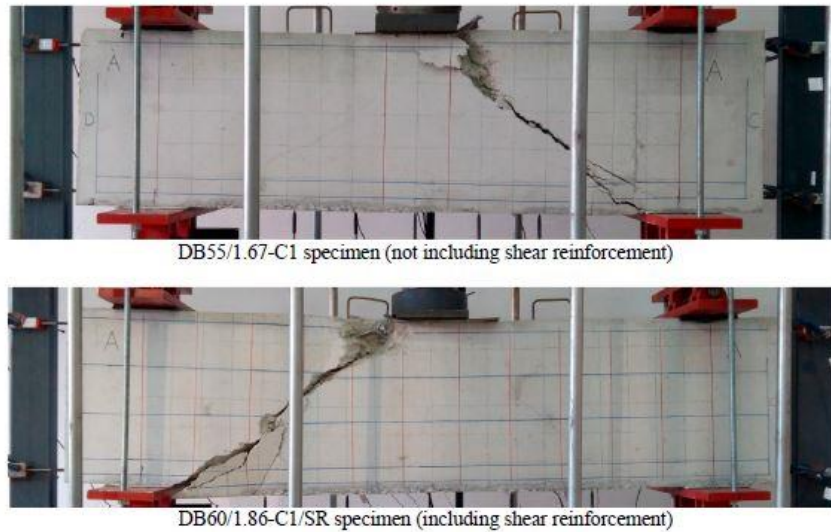
Figura 2.46 – Armadura de flexão e cortante de vigas de Demir et al. (2019)



Fonte: DEMIR et al. (2019)

Já a Figura 2.47 ilustra a ruptura de alguns elementos após a realização dos ensaios.

Figura 2.47 – Execução de ensaio de três pontos de Demir et al. (2019)



Fonte: DEMIR et al. (2019)

Em primeiro lugar, os resultados do teste revelam que a capacidade de carga dos corpos de prova aumenta com o aumento da altura da seção. Muito menor incrementos em deslocamentos médios também são determinados. Pequenos incrementos são experimentados em larguras de fissuras como h aumenta. A Figura 2.48 apresenta os resultados dos ensaios, determinando carga de ruína e aberturas de fissuras.

Figura 2.48 – Resultados dos ensaios de Demir et al. (2019)

#	Name of specimen	P_r (kN)	P_u (kN)	u_u (mm)	w_0 (mm)	Mode of failure
1	DB50/1.40-C1	270	645	3.82	0.57	Diagonal splitting
2	DB50/1.63-C1	260	614	5.01	0.79	Diagonal splitting
3	DB50/1.86-C1	240	500	4.71	0.94	Diagonal splitting
4	DB50/1.86-C1/SR	220	636	5.97	1.18	Diagonal splitting
5	DB55/1.67-C1	225	549	3.91	0.82	Diagonal splitting
6	DB60/1.51-C1	255	609	3.16	0.64	Diagonal splitting
7	DB60/1.86-C1	235	529	5.22	0.96	Diagonal splitting
8	DB60/1.86-C1/SR	245	664	5.06	0.92	Diagonal splitting
9	DB40/1.86-C1	200	459	4.56	0.88	Diagonal splitting
10	DB40/1.86-C2	215	529	4.06	0.78	Diagonal splitting
11	DB40/1.86-C3	220	640	5.11	0.67	Diagonal splitting

Fonte: DEMİR et al. (2019)

Os autores concluem que um aumento na resistência ao cisalhamento dos membros testados é obtido à medida que a/d diminui. Um pequeno a diminuição nos valores de deslocamento também é observado com um comportamento frágil. Além disso, larguras de fissuras diagonais aumentam junto com um incremento na relação a/d .

Para os autores um incremento de carga tem contribuição significativa para a resistência ao cisalhamento de vigas altas. Entretanto, isso resulta em uma diminuição nas larguras máximas de fissuras diagonais.

2.14.3. Ismail et al. (2016)

Este trabalho apresenta uma investigação numérica sobre a influência de parâmetros no desempenho à força cortante de vigas altas de concreto armado. A sistemática da pesquisa consiste na proposição do Modelo Microplano M4 para determinar a resistência à força cortante de vigas altas de concreto armado. O modelo aplicado ao programa de elementos finitos Abaqus é validado com resultados experimentais e analíticos normativos de 20 vigas altas de concreto armado.

Um estudo paramétrico é então realizado para investigar o efeito arco, e resistência à compressão do concreto para vigas altas com e sem armadura de cisalhamento.

Para os autores embora o mecanismo de única biela é geralmente mobilizado em vigas altas, a presença de armadura de cisalhamento pode permitir uma distribuição mais uniforme de as tensões de cisalhamento dentro do vão, e aumentar a eficiência do concreto fissurado sob tensão. A Figura 2.49 apresenta as dimensões e resultados dos ensaios experimentais e análises numéricas obtidos

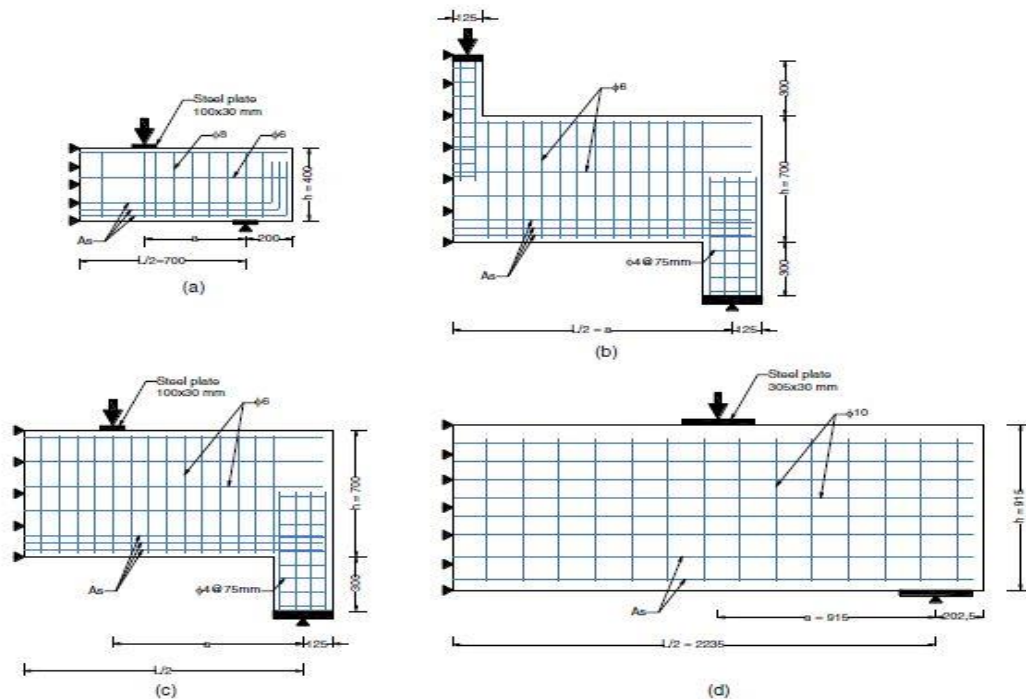
Figura 2.49 – Dimensões das vigas e resultados dos ensaios

Researcher	Identifier	L (mm)	h (mm)	b (mm)	a (mm)	f_c (MPa)	A_s (mm ²)	ρ_b (%)	ρ_h (%)	Failure load (kN)	V_{exp}/V_{FEM}	$\Delta_{exp}/\Delta_{FEM}$
Current work	E1	1,400	400	100	425	58	1,206	0	0	415	1.01	1.26
	G1	1,400	400	100	550	31	1,206	0.56	0.22	292	0.90	1.02
	G2	1,400	400	100	425	33	1,206	0.59	0.22	372	1.00	1.00
	G3	1,400	400	100	300	31	1,206	0.67	0.22	489	1.06	1.07
Foster and Gilbert (1998)	B2.0-1	1,900	700	125	825	83	1,880	0.6	0.33	1,590	1.05	0.80
	B2.0-2	1,900	700	125	825	120	1,880	0.6	0.33	1,650	0.95	0.85
	B2.0-3	1,900	700	125	825	78	1,880	0.6	0.33	1,400	1.06	0.95
	B2.0A-4	1,900	700	125	675	86	1,880	0.6	0.33	1,900	1.11	0.82
	B2.0B-5	1,900	700	125	825	89	1,880	0	0	1,170	1.06	1.01
	B2.0C-6	1,900	700	125	825	93	1,880	0.9	0	1,460	0.99	0.83
	B2.0D-7	1,900	700	125	825	104	1,880	0.6	0	1,440	0.95	1.02
	B3.0-1	2,600	700	125	1,175	80	1,880	0.6	0.33	1,020	0.92	1.07
	B3.0-2	2,600	700	125	1,175	120	1,880	0.6	0.33	1,050	0.92	1.06
	B3.0-3	2,600	700	125	1,175	77	1,880	0.6	0.33	1,050	0.89	0.97
	B3.0A-4	2,600	700	125	925	88	1,880	0.6	0.33	1,550	1.04	1.08
	B3.0B-5	2,600	700	125	1,175	89	1,880	0	0	870	0.92	1.02
	Aguilar et al. (2002)	ACI-I	4,470	915	305	915	33	2,940	0.31	0.46	2,713	1.07
STM-I		4,470	915	305	915	33	2,940	0.31	0.15	2,268	1.05	1.04
STM-H		4,470	915	305	915	28	2,940	0.31	0.15	2,571	1.02	1.66
STM-M		4,470	915	305	915	28	2,940	0.15	0	2,553	0.97	1.46
Average	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.00	1.08
Coefficient of variation	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.064	0.214

Fonte: ISMAIL et al. (2016)

Já a Figura 2.50 apresenta um esquema básico de armaduras para o grupo de vigas de cada pesquisa utilizada, a Figura 2.5^a apresenta o esquema de armação elaborado por Ismail et al. (2016), a Figura 2.50b e 2.50c ilustram as vigas ensaiadas na pesquisa de Foster e Gilbert (1998), a Figura 2.50d demonstra o esquema de armação das vigas presente no trabalho de Aguilar et al (2002).

Figura 2.50 – Esquema de armação das vigas de Ismail et al. (2016)



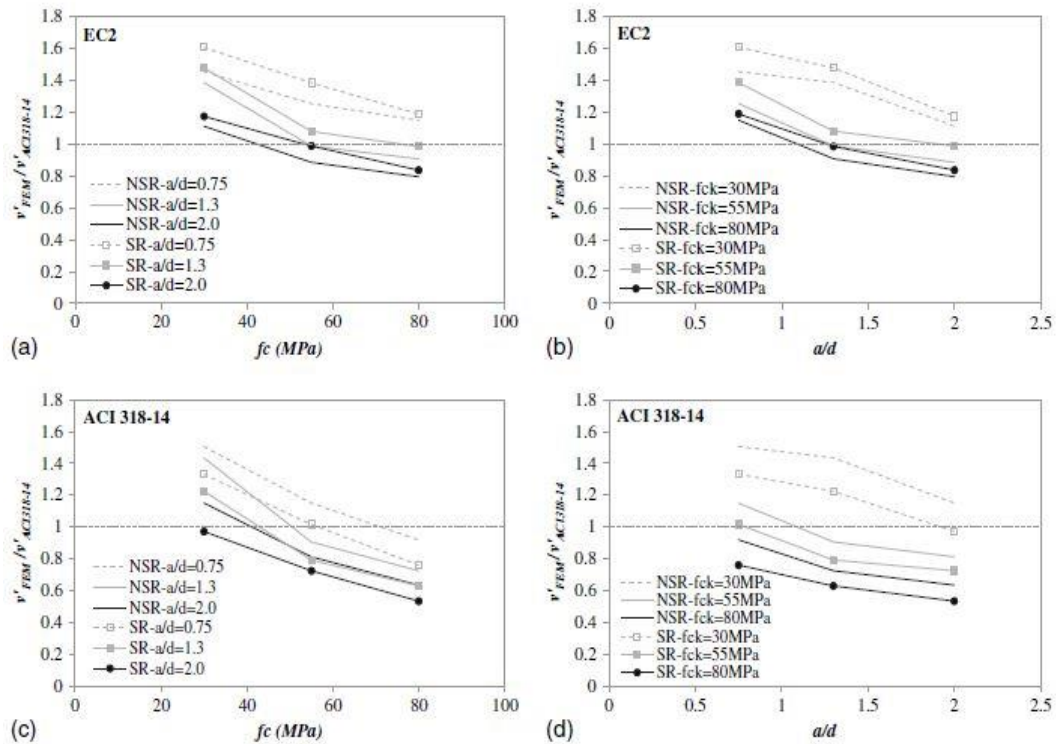
Fonte: ISMAIL et al. (2016)

Para os autores a análise confirma que a extensão de cisalhamento para relação de profundidade e resistência do concreto são os principais parâmetros que afetam a resistência ao

cisalhamento de vigas altas de concreto armado e devem ser levados em consideração em códigos normativos.

Segundo os autores, embora muito trabalho tenha sido feito sobre o comportamento da força cortante em vigas de concreto armado, as disposições atuais do projeto ainda são baseadas em dados empíricos os dados e suas previsões, especialmente para vigas altas, nem sempre são confiáveis e podem levar a resultados não seguros. A Figura 2.51 apresenta a análise comparativa da determinação da capacidade de carga utilizando-se códigos normativos amplamente consultados. E a Figura 2.51 apresenta o resultado obtido a partir da análise de elementos finitos utilizando-se o programa ABAQUS.

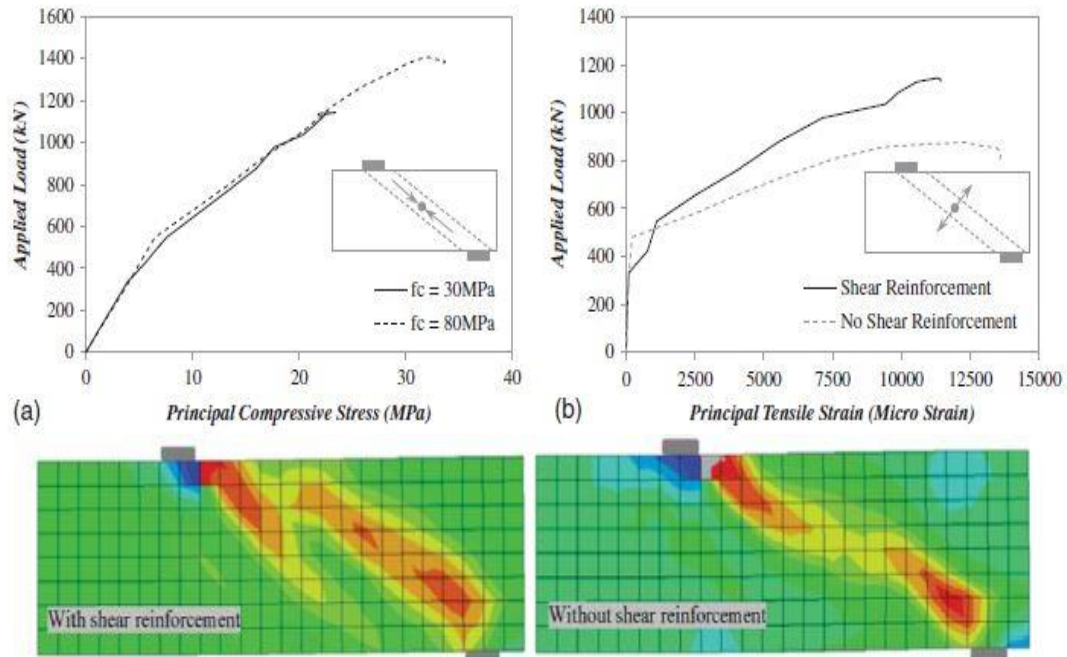
Figura 2.51 – Determinação da capacidade de carga com códigos normativos



Fonte: ISMAIL et al. (2016)

A Figura 2.52 apresenta o resultado obtido a partir da análise de elementos finitos utilizando-se o programa ABAQUS.

Figura 2.52 – Análise numérica de Ismail et al. (2016)



Fonte: ISMAIL et al. (2016)

Para os autores a implementação do modelo de material de microplano M4 em Abaqus levou a previsões razoavelmente precisas do geral comportamento das vigas altas de concreto armado.

Os autores concluem que a armadura mínima de cisalhamento pode permitir uma melhor distribuição de tensões, controlar a tensão de tração e aumentar a eficácia do concreto em até 15%. E por fim explanam que um modelo para estimar o fator de eficiência deve incluir o efeito da resistência do concreto, a relação vão e altura (a/d), e armadura de cisalhamento.

2.14.4. Souza e Breña (2016)

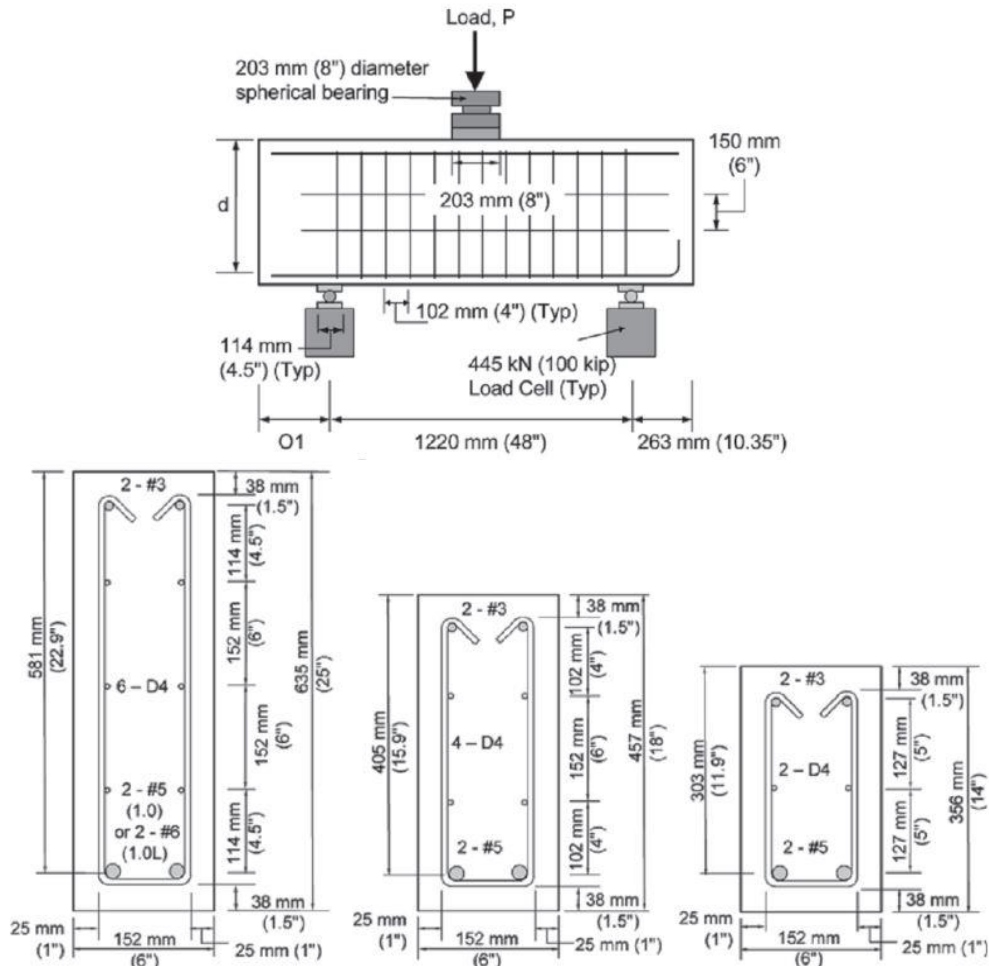
Neste trabalho os autores investigaram os resultados experimentais de 12 vigas-parede em que as armaduras longitudinais foram ancoradas com comprimentos reduzidos junto aos apoios.

A sistemática da pesquisa consistiu na seleção de quatro grupos de testemunhos com três relações distintas entre o vão e a altura útil (a/d), observando que a maioria das vigas-parede chegaram à ruína devido ao esmagamento das escoras logo após o escoamento das armaduras longitudinais. A figura 2.53 ilustra as dimensões e armaduras características das vigas analisadas.

Foi desenvolvido um modelo aperfeiçoado de escoras e tirantes assumindo adaptabilidade geométrica, e foram realizadas também análises não lineares com o programa

ATENA, de modo a investigar o comportamento das vigas-parede selecionadas. As análises foram então comparadas com valores de resistência fornecidos com métodos de cálculo fornecidos pela NBR 6118/2014

Figura 2.53 – Dimensões e armaduras das vigas de Souza e Breña (2016)



Fonte: SOUZA e BREÑA (2016)

Segundo Souza e Breña (2016), para os modelos numéricos executados no programa ATENA foram consideradas fissuração distribuída, e as relações constitutivas para aderência/escorregamento entre concreto e armaduras foram consideradas como boa qualidade de aderência.

O carregamento foi aplicado com controle de deslocamento, admitindo deslocamento vertical no ponto médio no topo da placa de carregamento em incrementos constantes de 0,1 mm. A solução Newton-Raphson método foi selecionado e a resposta geral foi registrada em dois pontos de monitoramento: força no ponto de carregamento superior e deflexão na parte inferior da viga no plano de simetria. A Tabela 2.3 apresenta um comparativo entre os resultados numéricos obtidos como programa ATENA e os valores obtidos experimentalmente.

Tabela 2.3 – Resultados experimentais e numéricos de Souza e Breña (2016)

a/d	Elemento	Fissuração			Escoamento			Ruptura		
		$P_{c,exp}$ (kN)	$P_{c,num}$ (kN)	$P_{y,num}$ / $P_{y,exp}$	$P_{c,exp}$ (kN)	$P_{c,num}$ (kN)	$P_{y,num}$ / $P_{y,exp}$	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,num}$ (kN)	$P_{u,num}$ / $P_{u,exp}$
1,0	DB1.0-1.00	165	160 (160)	0,97	471	674 (556)	1,43	677	691 (578)	1,02
	DB1.0-0.75	169	180 (180)	1,07	480	682 (526)	1,42	743	687 (579)	0,92
	DB1.0-0.50	173	149 (149)	0,86	476	– (542)	–	729	627 (569)	0,86
	DB1.0-0.32	156	135 (135)	0,87	467	– (–)	–	667	473 (355)	0,71
1,0L	DB1.0-0.75L	173	161 (161)	0,93	645	– (–)	–	741	635 (655)	0,86
	DB1.0-0.28L	173	170 (170)	0,98	–	– (–)	–	642	586 (412)	0,91
1,5	DB1.5-0.75	107	73 (73)	0,68	307	– (362)	–	459	373 (367)	0,81
	DB1.5-0.50	111	74 (74)	0,67	294	– (–)	–	423	383 (353)	0,91
	DB1.5-0.38	98	63 (63)	0,64	294	– (–)	–	427	319 (227)	0,75
2,0	DB2.0-0.75	58	65 (65)	1,12	200	– (–)	–	313	289 (279)	0,92
	DB2.0-0.50	67	64 (64)	0,96	214	– (–)	–	297	285 (252)	0,96
	DB2.0-0.43	67	57 (57)	0,85	209	– (–)	–	266	280 (186)	1,05
			Média	0,88		Média	1,43		Média	0,89
			SD	0,15		SD	0,10		SD	0,10
			CV	0,17		CV	0,10		CV	0,11

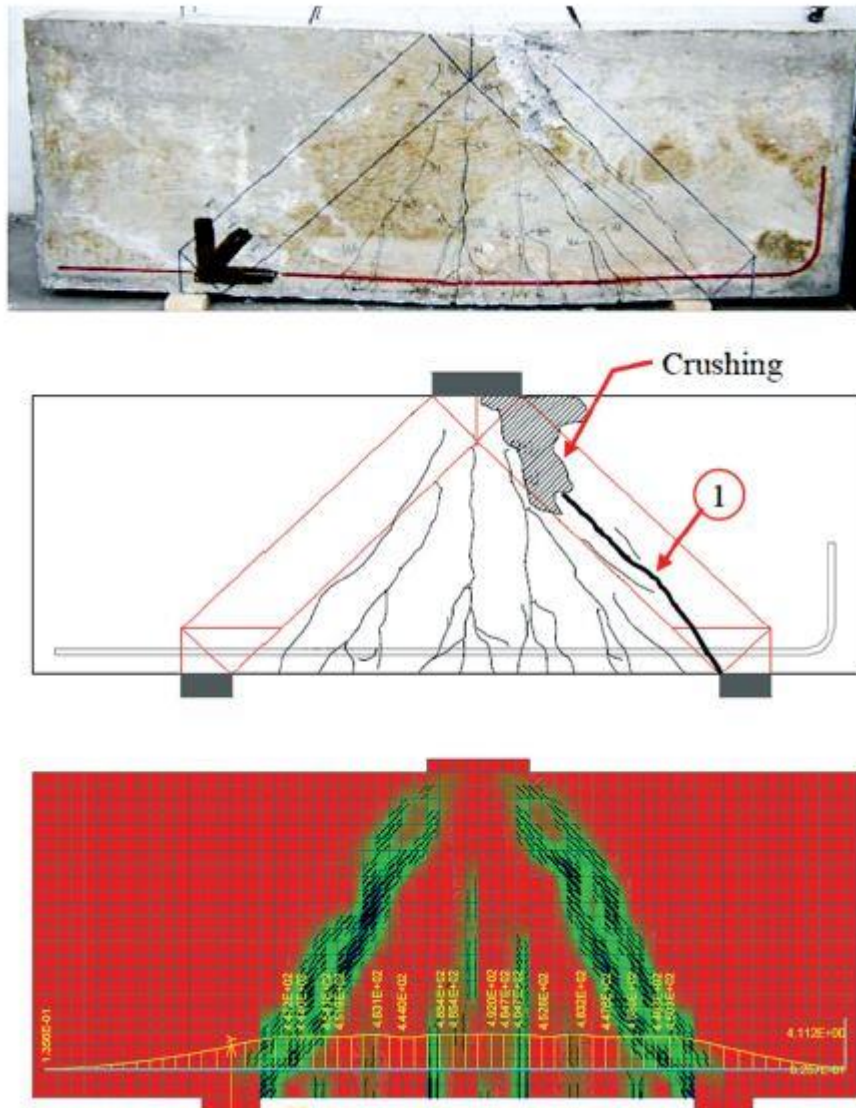
Fonte: Adaptado de SOUZA e BREÑA (2016)

Para Souza e Breña (2016), o software apresentou bons resultados para cargas de fissuração e de ruptura. Entretanto, os resultados obtidos para as cargas de escoamento não foram satisfatórios. Segundo os autores, não se observou escoamento para a amostra DB1.0-0.28L. Na análise numérica, apenas os elementos DB1.0-1.00 e DB1.0-0,75 atingiu o escoamento.

Segundo Souza e Breña (2016), apesar do fato de que as cargas de escoamento não apresentarem bons resultados, os modos de falha obtidos para as vigas eram muito semelhantes

ao comportamento experimental. O escoamento da armadura obtido experimentalmente para algumas vigas foi bem detectado numericamente para as mesmas vigas. A Figura 2.54 mostra as comparações entre o padrão de fissuração experimental e o obtido numericamente para a viga DB1.0-0.75.

Figura 2.54 – Padrão de fissuração experimental e numérico da viga DB1.0-0.75



Fonte: SOUZA e BREÑA (2016)

Conforme apontado por Souza e Breña (2016), pode-se observar que as fissuras de cisalhamento foram previstas com precisão, mas o esmagamento do concreto observado nos testes experimentais não foi identificado na análise numérica. Além disso, os resultados obtidos indicam que os comprimentos reduzidos de ancoragem utilizados aparentemente não influenciaram de maneira significativa a resistência ao cisalhamento das vigas-parede investigadas, especialmente se as escoras garrafas encontravam-se adequadamente controladas por armaduras de controle de fissuração

Para Souza e Breña (2016), os resultados obtidos demonstram a dificuldade encontrada em determinar com precisão o comportamento de estruturas controladas pela força cortante e a importância de verificar os resultados com equações manuais simples para auxiliar na utilização de programas complexos como ATENA2D.

3. MATERIAL E MÉTODOS

A pesquisa é classificada quanto aos seus objetivos como exploratória, e é realizada a partir da análise da resistência à força cortante de vigas que apresentam características geométricas similares, relacionando a altura e o vão de vigas com o decréscimo de resistência.

Quanto a metodologia, tem-se um estudo de caso, que abrange a avaliação de três objetos de estudo pré-selecionados.

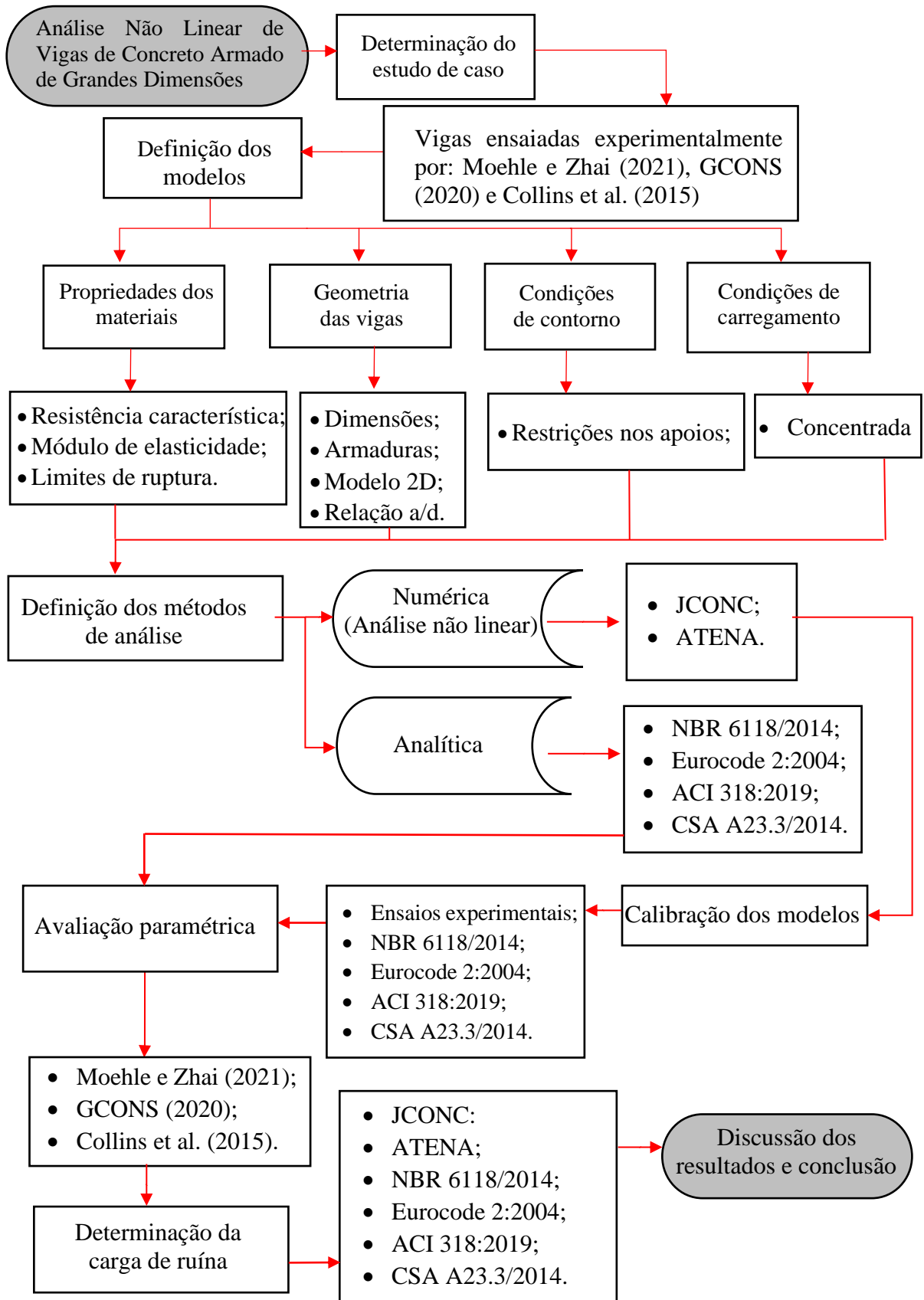
O levantamento bibliográfico fundamenta a elaboração dos modelos numéricos das três vigas apresentadas nos trabalhos de Moehle e Zhai (2021), GCONS (2020) e Collins et al. (2015), que compõem os estudos de casos a serem analisados pelos programas ATENA e JCONC, e pelas normas NBR 6118/2014, ACI 318/2019, Eurocode 2/2014 e CSA A23.3/2014.

Neste capítulo serão definidas as características físicas dos materiais que compõem os objetos de análise, e os procedimentos de construção dos modelos numéricos e aplicação dos modelos analíticos.

Para atingir os objetivos do trabalho, serão realizadas análises numéricas não lineares utilizando-se os programas ATENA e JCONC, e a determinação de carga de ruptura por força cortante das vigas. Em seguida, os resultados obtidos serão validados por meio de resultados de ensaio experimentais, disponibilizados pelas equipes de pesquisadores responsáveis pelos trabalhos já mencionados.

Após esta etapa, será realizada a determinação da carga de ruína por força cortante dos objetos em estudo, utilizando-se os modelos analíticos propostos pelas normas NBR 6118/2014, ACI 318/2019, Eurocode 2/2004 e CSA A 23.3/2014. Na Figura 3.1 ilustra-se o fluxo de atividades que serão realizadas.

Figura 3.1 – Fluxograma das etapas do trabalho



Fonte: Autor

3.1. ESTUDO DE CASO A

O primeiro elemento a ser investigado é uma viga ensaiada experimentalmente por Moehle e Zhai (2021), da Universidade de Berkeley na Califórnia – EUA. O elemento ilustrado na Figura 3.2 fez parte de um concurso internacional de estimativa de carga e modo de ruína. Segundo os pesquisadores Moehle e Zhai (2021), que conduziram os testes, trata-se de um elemento de fundação em laje (radier) com altura de 3,55 m, e que para ser ensaiado foi idealizado como uma seção, resultando assim em uma viga. O evento foi lançado a partir da segunda metade do ano de 2021, e contou com a participação de pesquisadores de todo mundo, inclusive com a do autor deste trabalho e seu orientador, o Professor Dr. Rafael Alves de Souza.

Figura 3.2 – Ensaio experimental da Viga A



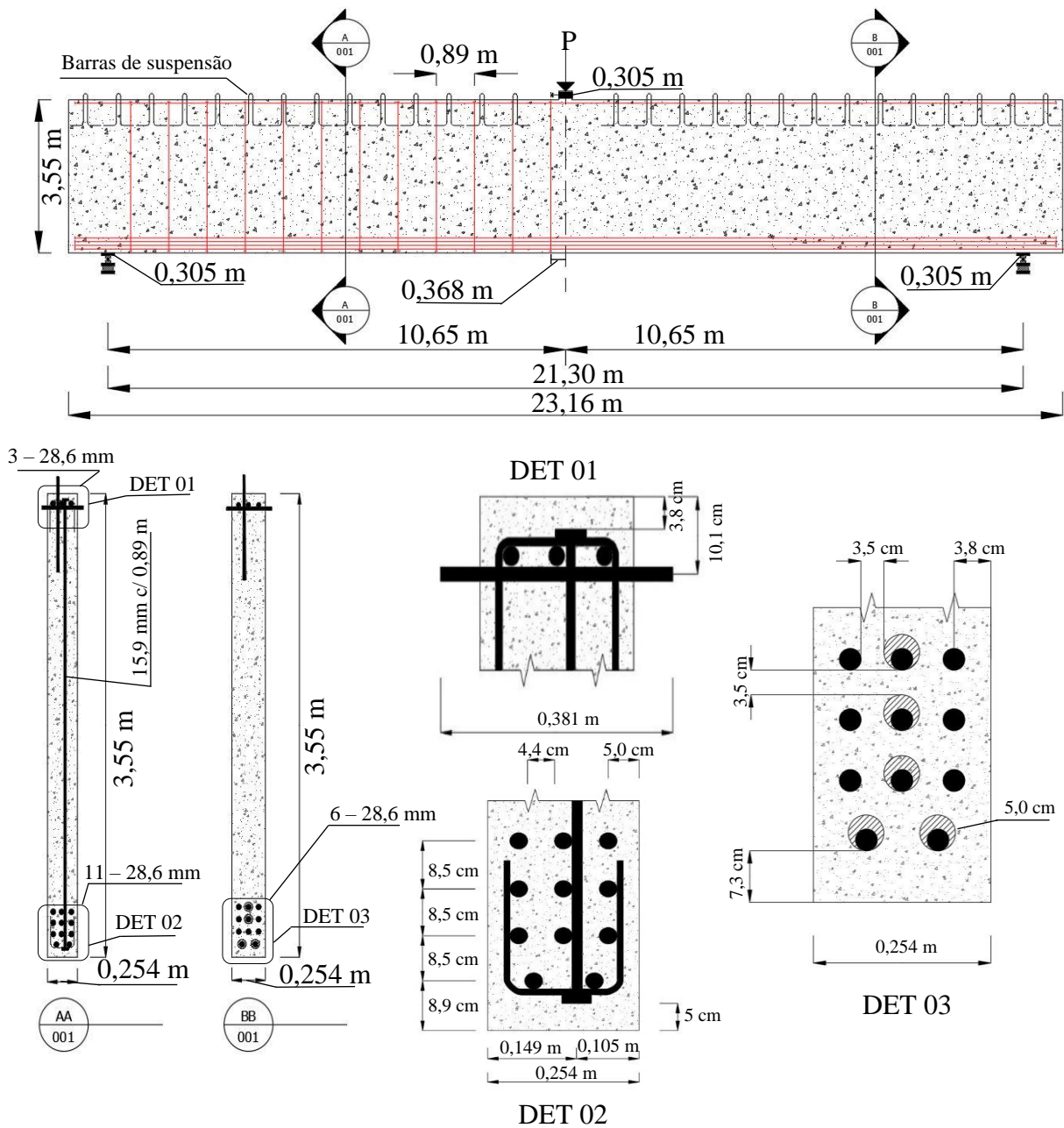
Fonte: MOEHLE; ZHAI (2021)

A viga foi ensaiada com um carregamento pontual monotônico no centro do vão. Como as seções leste e oeste contavam com armações diferentes, a viga foi ensaiada em duas etapas. Assim, os participantes deveriam responder para as duas seções qual a carga estimada, além do peso próprio, que levaria a viga à ruína e qual o modo de ruptura. Vale salientar, que as análises e estimativas de cargas aqui apresentadas para esse elemento, foram realizadas sem conhecimento prévio dos valores obtidos experimentalmente, já que os resultados das cargas de ruína e o vencedor do concurso, foram divulgados posteriormente pelos responsáveis. Dessa maneira, constitui-se como uma situação próxima a que o engenheiro de estruturas enfrenta ao projetar um elemento com tais características.

A Figura 3.3 ilustra a geometria geral da viga, que conta com 23,16 m de comprimento, vão de 21,3 m, espessura de 0,254 m e altura de 3,55 m. Além disso, a mesma possui estribos apenas na seção oeste, constituídos por barras de 15,6 mm de diâmetro e aço A615 Grau 60

(420) espaçadas a cada 0,89 m. A armadura longitudinal superior é contínua e se repete em ambas as seções. É constituída por três barras de 28,6 mm de diâmetro e aço A1035 Grau 100 (690). Já a armadura longitudinal inferior possui um detalhe diferenciado, foram dispostas ao longo de todo o comprimento onze barras de 28,6 mm de diâmetro e aço do tipo A1035 Grau 120 (830). Entretanto, cinco dessas barras foram colocadas em dutos corrugados de 50 mm e só foram concretadas na segunda etapa do ensaio. Assim, a viga contou com um número efetivo de apenas seis barras na primeira etapa de testes.

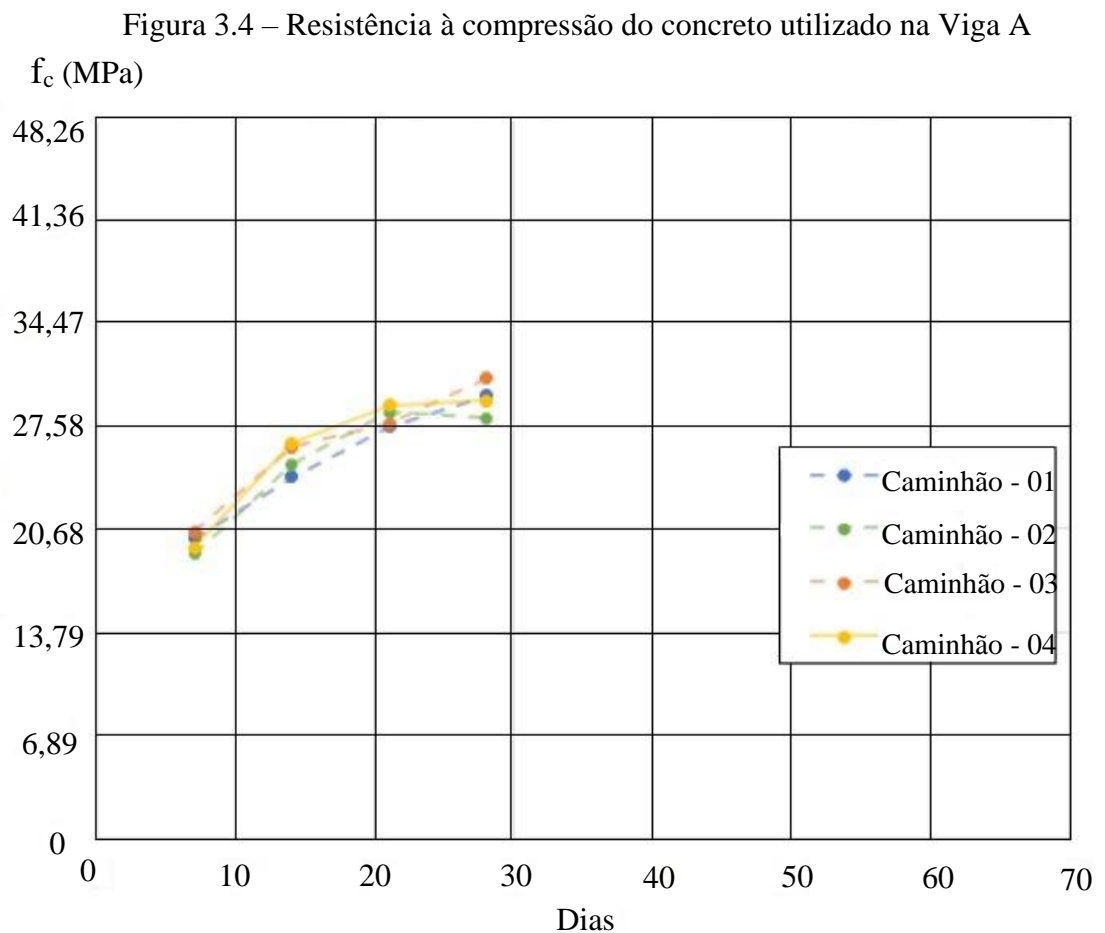
Figura 3.3 – Características gerais da Viga A



Fonte: Adaptado de MOEHLE; ZHAI (2021)

Após a ruína da seção leste, na primeira etapa do carregamento, os organizadores do concurso repararam a falha com estribos externos, concretaram os dutos com as armaduras, aumentando assim o momento resistente, e iniciaram a segunda etapa de carregamento até a ruptura da seção oeste, que a partir desse momento, contou efetivamente com as onze barras da armadura longitudinal inferior.

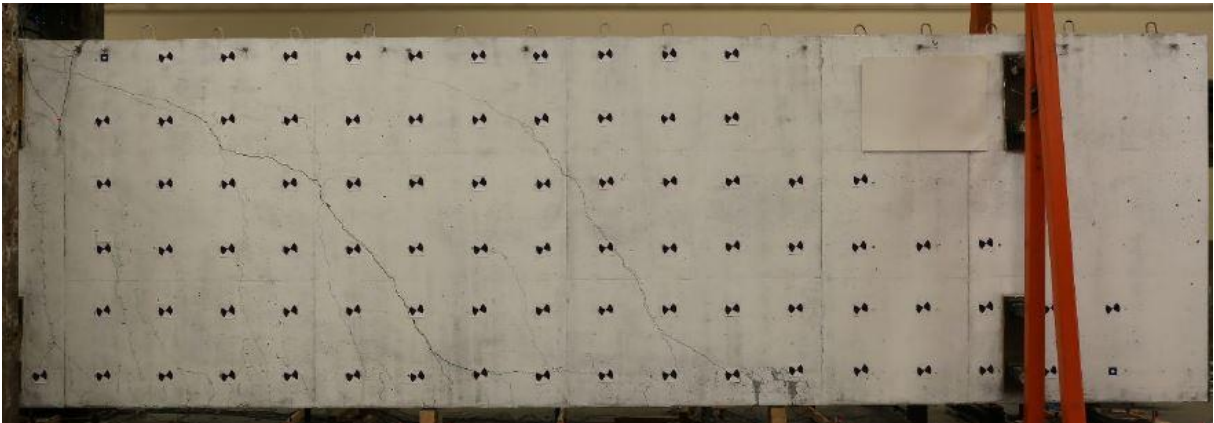
A viga foi moldada utilizando-se concreto usinado de quatro caminhões betoneira, seguindo uma relação água/cimento de 0,45. A resistência a compressão do concreto de cada caminhão ao longo do tempo é ilustrada na Figura 3.4. Vale salientar, que a primeira e segunda fase do ensaio experimental ocorreram respectivamente 42 e 49 dias após a concretagem da viga.



Fonte: Adaptado de MOEHLE; ZHAI (2021)

A Figura 3.5 ilustra a viga durante o ensaio experimental no momento que ocorre a ruptura da seção leste. Pode-se verificar o desenvolvimento de fissuras inclinadas que se prolongam do ponto de carregamento até a face inferior da viga.

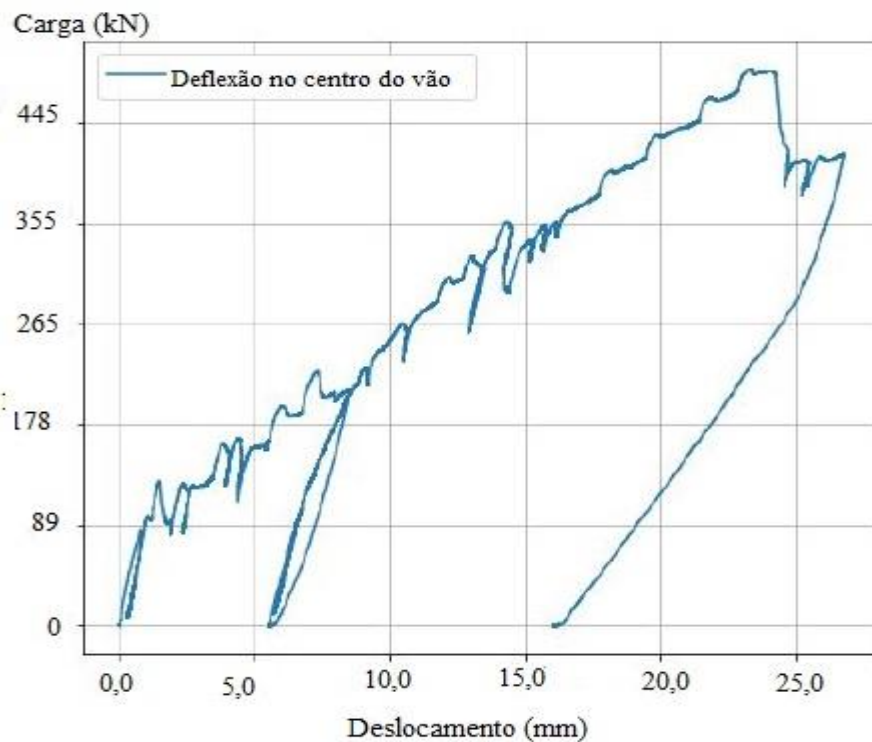
Figura 3.5 – Ruptura experimental da seção leste da Viga A



Fonte: MOEHLE; ZHAI (2021)

Já a Figura 3.6 ilustra a curva carga/deslocamento experimental, divulgada pelos responsáveis pelo concurso. Segundo Moehle e Zhai (2021), a carga máxima resistida pela seção leste da viga foi de 493,75 kN, e o deslocamento no ponto de pico foi de 23,62 mm.

Figura 3.6 – Curva carga/deslocamento experimental da seção leste da Viga A

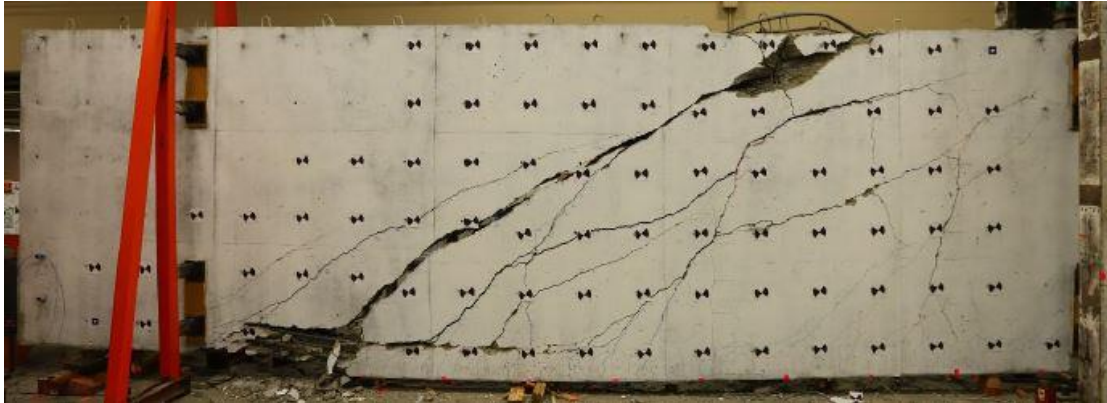


Fonte: Adaptado de MOEHLE; ZHAI (2021)

Além disso, os pesquisadores declararam que a falha se deu devido a tração diagonal, e a abertura máxima de fissura registrada foi de 5mm.

Já a Figura 3.7 ilustra o momento da ruptura experimental da seção oeste da viga. Pode-se constatar o desenvolvimento de um plano fissurado principal com grande abertura, ligando as proximidades do ponto de carregamento ao apoio esquerdo da viga.

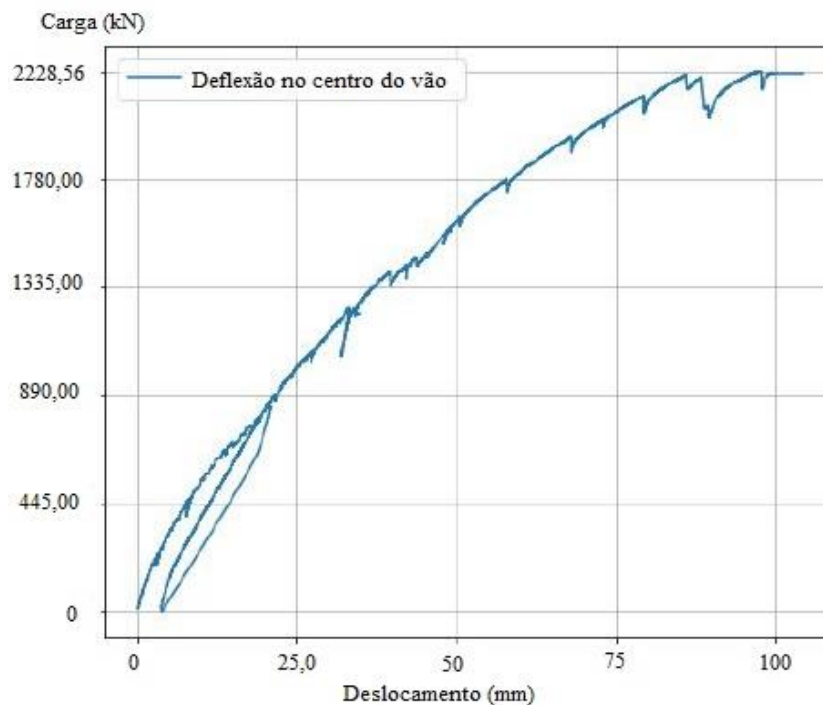
Figura 3.7 – Ruptura experimental da seção leste da Viga A



Fonte: MOEHLE; ZHAI (2021)

Segundo Moehle e Zhai (2021), a carga máxima experimental resistida pela seção oeste foi de aproximadamente 2228,56 kN, e o deslocamento no ponto de pico foi de 99,13 mm, conforme a curva carga/deslocamento ilustrada na Figura 3.8. Além disso, foram registradas fissuras com aberturas maiores que 15 mm.

Figura 3.8 – Curva carga/deslocamento experimental da seção leste da Viga A



Fonte: Adaptado de MOEHLE; ZHAI (2021)

3.2. ESTUDO DE CASO B

O segundo elemento a ser investigado é uma viga ensaiada experimentalmente por Collins et al. (2015), objeto de um desafio internacional para determinação de carga de ruína, conforme ilustra a Figura 3.9.

Figura 3.9 – Ensaio experimental da Viga B

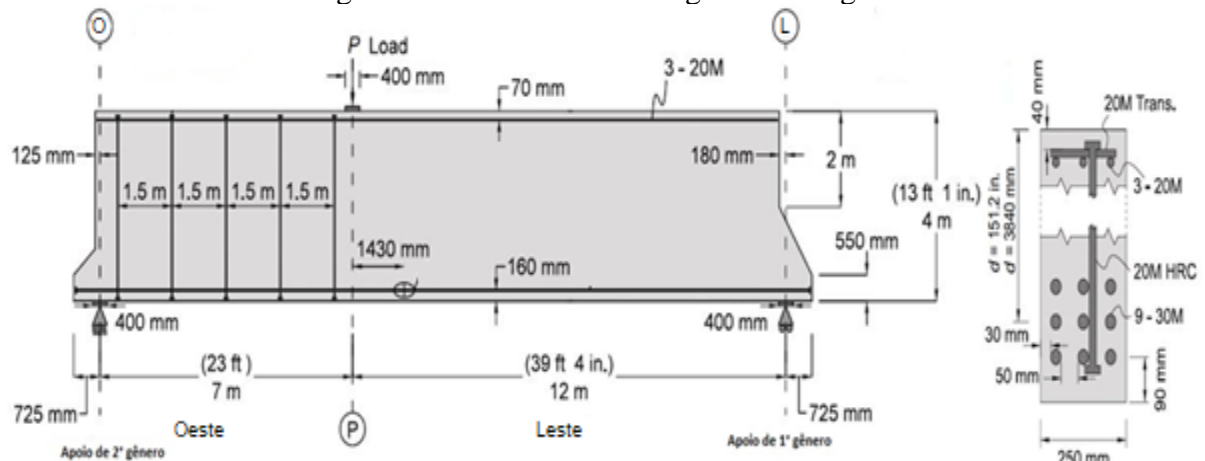


Fonte: Adaptada de COLLINS et al. (2015)

O elemento estrutural em questão atingiu a ruptura com carregamento inferior às estimativas dos participantes, que poderiam utilizar diversos códigos normativos e recursos que julgassem apropriados, para determinar a carga de ruína.

As características geométricas e detalhe da armação empregada na viga são ilustradas na Figura 3.10. O concreto utilizado foi de $f_c = 40$ MPa com diâmetro máximo de agregado de 14 mm.

Figura 3.10 – Características gerais da Viga B



Fonte: Adaptado de COLLINS et al. (2015)

Os dados dos aços empregados no reforço estrutural estão detalhados na Tabela 3.1 a seguir:

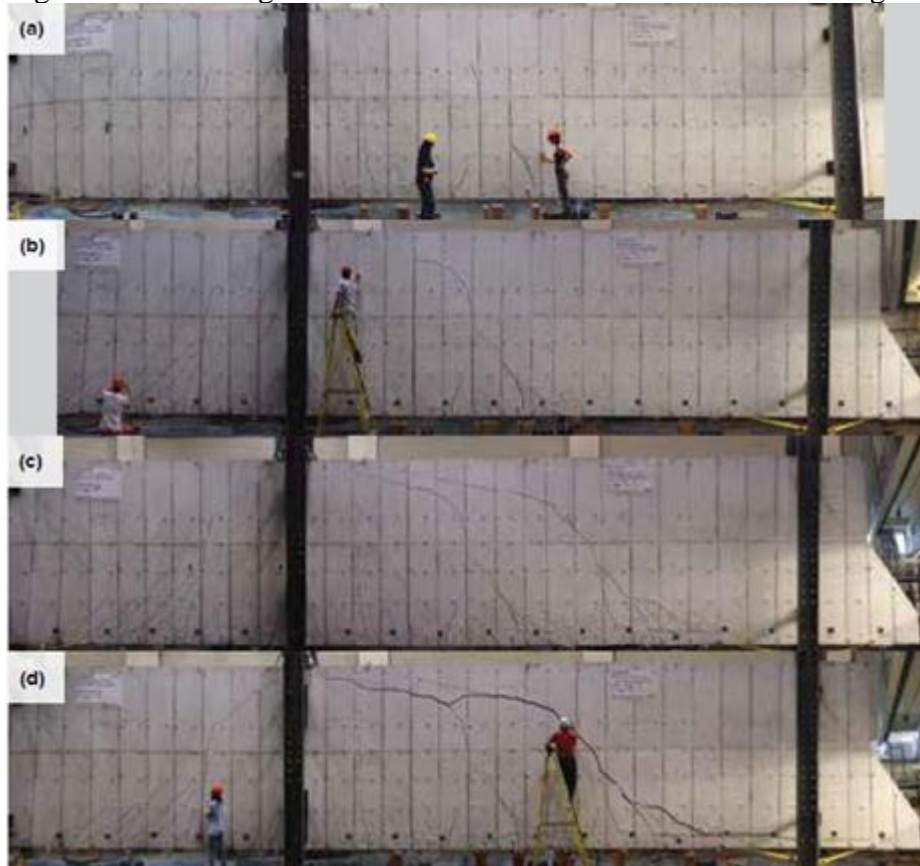
Tabela 3.1- Dados dos aços empregados na Viga B

Barra – diâmetro nominal (mm)	Área (mm ²)	Tensão de escoamento f_y (MPa)
30M – 30mm	700	573
20M – 20 mm	300	522

Fonte: Adaptado de COLLINS et al. (2015)

Segundo Collins *et al.* (2015) observou-se após a realização dos ensaios, que para o lado leste (direito) da Viga Caso B, obteve-se no estágio de carregamento 2 até $P_k = 375$ KN, largura das fissuras médias de 0,15 mm (Figura 3.11a). Já no estágio de carregamento 4 até $P_k = 625$ KN, obteve-se largura das fissuras médias de 0,75 mm (Figura 3.11b). Para o estágio 5 de carregamento, obteve-se carga de falha $P_k = 685$ kN e espaçamento entre três fissuras entre $0.60d$ e $0.68d$, além de fissuras médias de 3 mm de largura e deflexão sob carga = 12 mm (Figura 3.11c). Por fim no estágio 6 quando recarregado ao máximo obteve-se $P_k = 433$ kN e largura de abertura de até 35 mm (Figura 3.11d).

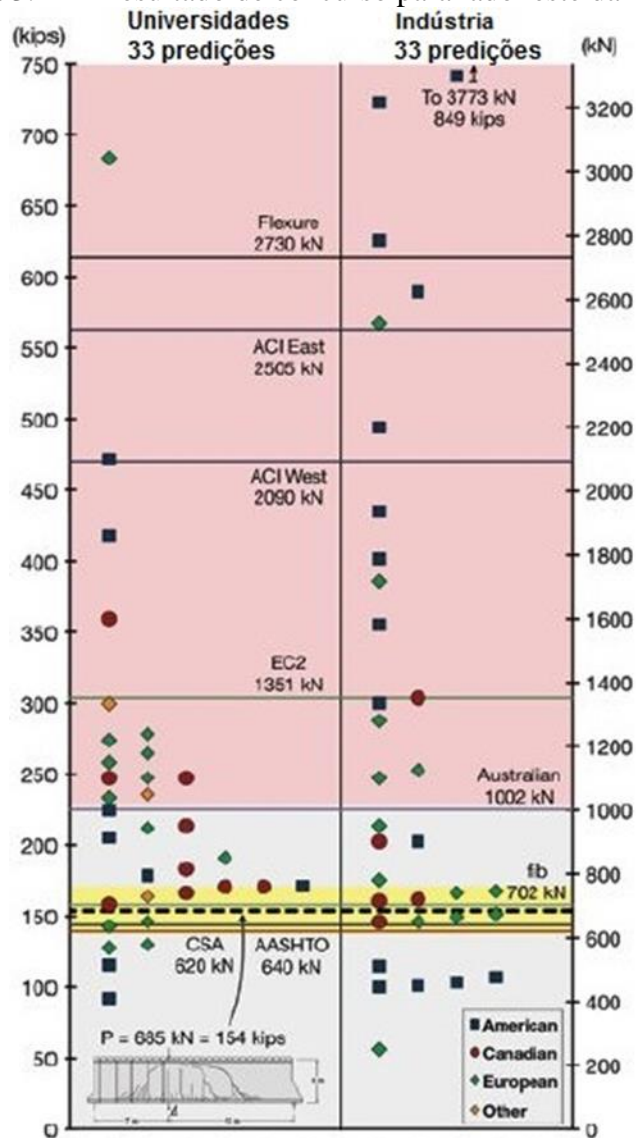
Figura 3.11 – Carregamentos e abertura de fissuras do lado leste Viga B



Fonte: COLLINS et al. (2015)

A Figura 3.12 apresenta os valores de carga de ruptura sugerido pelos pesquisadores. Analisando essa figura pode-se ter uma ideia da dispersão dos valores informados pelos participantes, que se utilizaram de alguns modelos normativos para obter a carga de ruína por força cortante. Pode-se notar que há uma tendência em superestimar o carregamento resistido. A participação de profissionais de âmbitos diferentes, evidenciou que até mesmo o setor empresarial não está bem preparado para o dimensionamento de elementos como este em projetos.

Figura 3.12 – Resultado de concurso para lado leste da Viga B

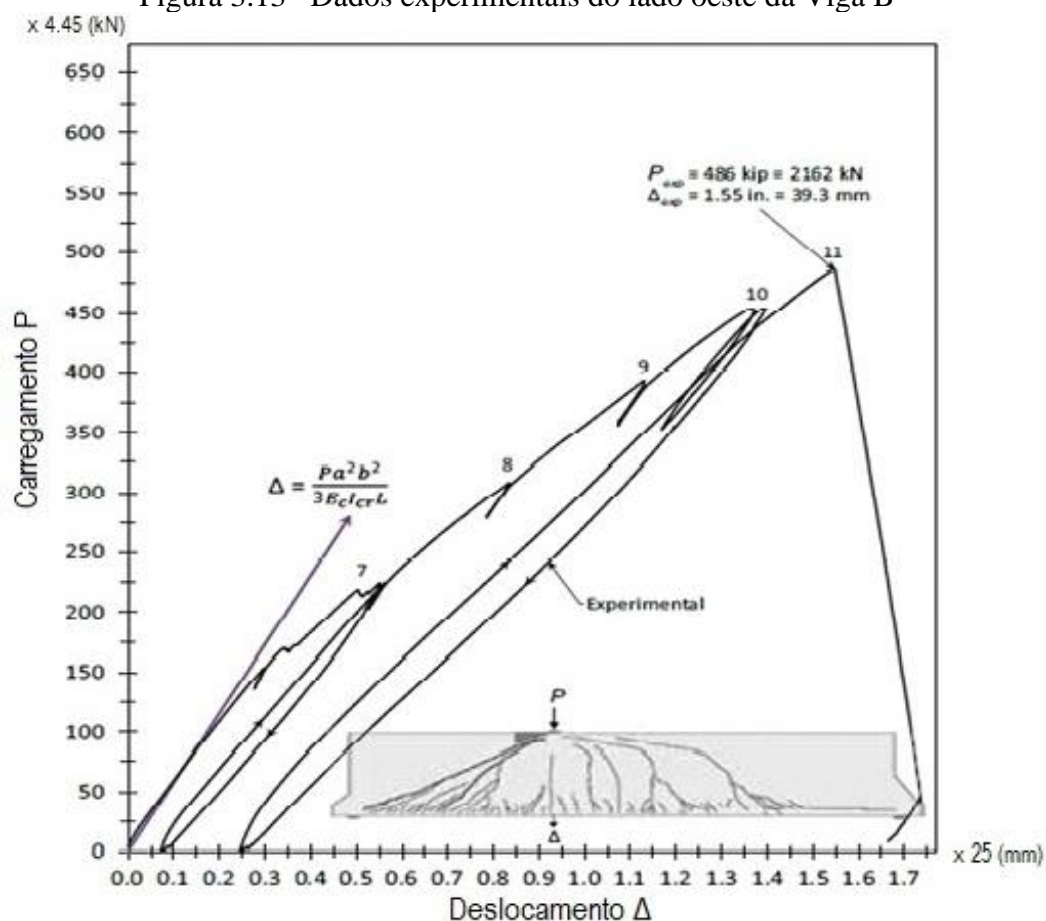


Fonte: Adaptado de COLLINS et al. (2015)

Conforme descrito por Collins et al. (2015), para se determinar a carga de ruína do lado oeste (esquerdo) da Viga Caso B, reparou-se a falha na extremidade leste com quatro pares de barras Dywidag de 36 mm de diâmetro, com pós tensão em cada barra de 270 kN.

Para Collins et al. (2015), mesmo com o reparo realizado, em baixo carregamento as deformações obtidas experimentalmente no lado oeste se aproximam das estimadas com a equação elástica. Contudo, para cargas mais elevadas a rigidez diminui. Na Figura 3.13 podem-se observar os estágios de carregamento e comportamento da estrutura para o lado oeste da Viga Caso B.

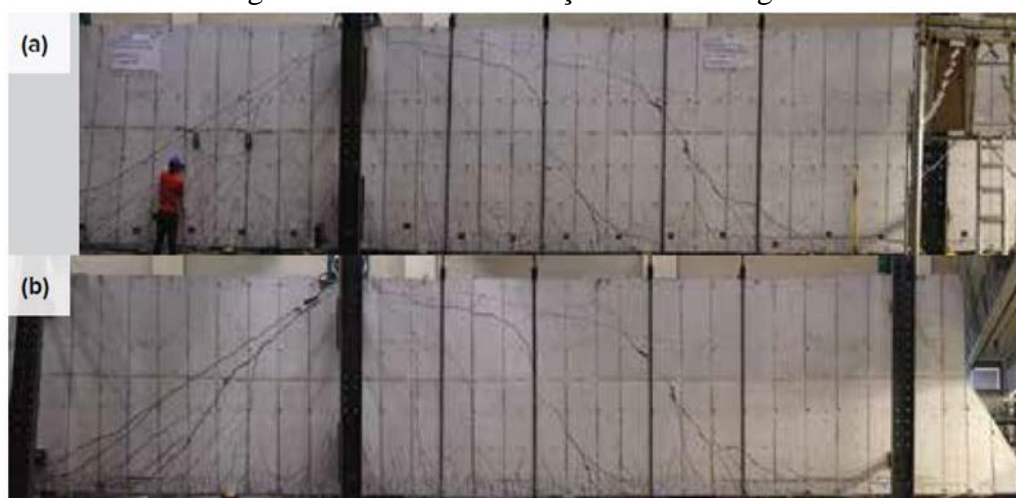
Figura 3.13– Dados experimentais do lado oeste da Viga B



Fonte: Adaptado de COLLINS et al. (2015)

No nono estágio de carregamento (Figura 3.14a) com $P_k = 1750 \text{ kN}$ obteve-se fissuras diagonais com 4mm de espessura. Já para o estágio 11 (Figura 3.14b) atingiu-se carga de ruptura $P_k = 2162 \text{ kN}$, quando o concreto da região de aplicação do carregamento chega à ruína.

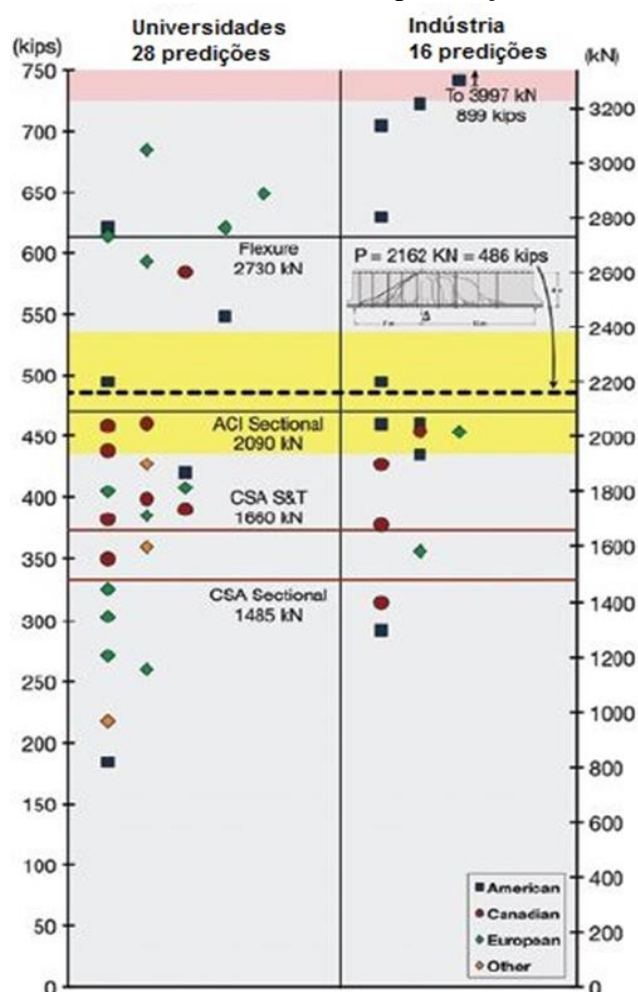
Figura 3.14 – Ensaio da seção oeste da Viga B



Fonte: Adaptado de COLLINS et al. (2015)

Para este lado da viga é possível avaliar os valores de cargas determinadas pelos participantes do concurso, por meio da Figura 3.15. Pode-se notar que para este lado da viga, há uma grande disparidade entre as cargas.

Figura 3.15 – Resultado de concurso para seção oeste da Viga B



Fonte: Adaptada de COLLINS et al. (2015)

3.3. ESTUDO DE CASO C

O terceiro estudo de caso é composto por uma viga de grande dimensão que também foi objeto de um desafio internacional de determinação de carga de ruptura por força cortante proposto pelo Grupo de Construção da Universidade da Coruña (gCons-UDC) no início de 2020.

O concurso teve grande repercussão na comunidade científica de engenharia, já que se trata da maior viga em concreto armado ensaiada experimentalmente na Europa. A Figura 3.16 ilustra o momento em que o elemento estrutural foi ensaiado.

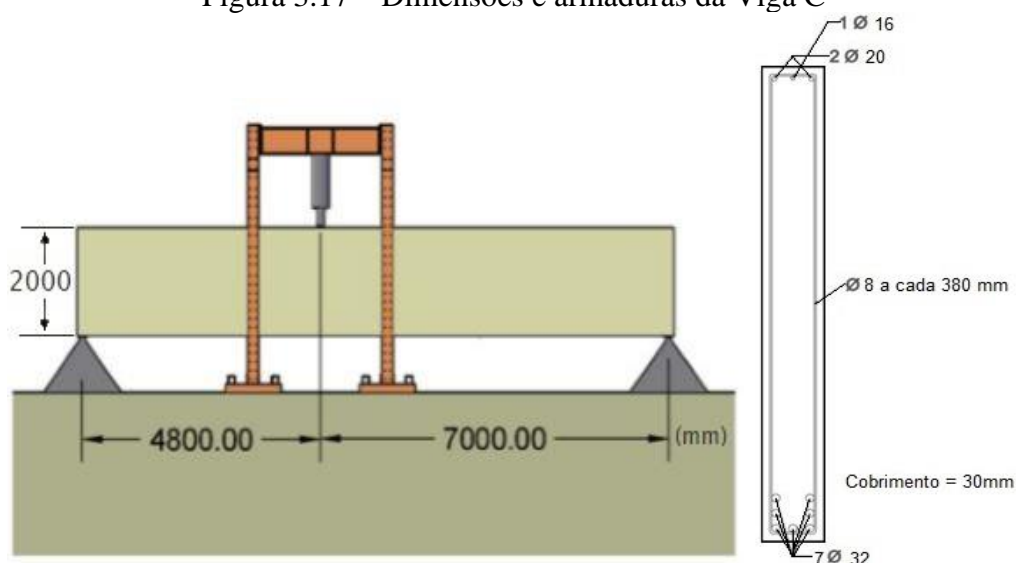
Figura 3.16 – Ensaio experimental da Viga C



Fonte: GCONS (2020)

A viga em questão rompeu com carga inferior a esperada pelo grupo de pesquisadores que compõe o gCons (UDC), porém até o momento não foi divulgado a previsão de carga do vencedor oficial do concurso. O esquema de ensaio e dimensões básicas são apresentadas na Figura 3.17.

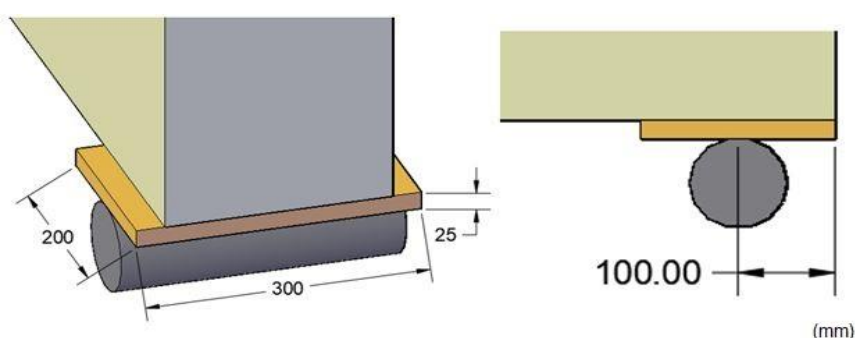
Figura 3.17 – Dimensões e armaduras da Viga C



Fonte: Adaptado de GCONS (2020)

A viga em questão possui 2,00 m de altura, 12,00 m de comprimento e 0,24 m de espessura, espaçamento vertical livre entre as barras de 32 mm também é de 32 mm. O elemento foi construído em uma planta de pré-fabricação, com a equipe da UDC realizando cuidadoso controle e avaliação da qualidade. Em relação aos apoios, a Figura 3.18 ilustra como estes foram executados e dimensões básicas, em que a placa de aço de apoio entre o cilindro e o elemento estrutural é do tipo S355 (equivalente ao US A572Gr50).

Figura 3.18 – Detalhe dos apoios da Viga C



Fonte: Adaptado de GCONS (2020)

A viga foi submetida ao teste de carga 182 dias após sua concretagem, e as propriedades mecânicas do concreto utilizado são apresentadas na Tabela 3.2, o diâmetro máximo de brita usado foi de 20 mm. Para o levantamento de tais propriedades corpos de prova de 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura foram ensaiados.

Tabela 3.2 – Propriedades do concreto da Viga C

Idade (dias)	Resistência média a compressão (MPa)	Resistência média a tração indireta (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)
28	48,92	4,17	31983
120	55,52	4,49	-

Fonte: Adaptado de GCONS (2020)

Já as propriedades mecânicas das barras de aço utilizadas como armaduras para a viga em questão são apresentadas na Tabela 3.3 a seguir:

Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas das armaduras da Viga C

Diâmetro (mm)	Área (mm ²)	Resistência ao escoamento f_y (MPa)	Resistência a ruptura f_u (MPa)	Deformação ϵ_u (%)
8	50,26	575,72	687,88	10,02
16	201,06	550,26	670,01	13,78
20	314,16	543,84	681,00	13,42
32	804,25	546,08	671,67	12,83

Fonte: Adaptado de GCONS (2020)

Apesar de equipe responsável pela realização do ensaio, até o momento não ter divulgado o ganhador do concurso, foi disponibilizado pelos pesquisadores do grupo GCONS da Universidade da Coruña um informativo oficial com o carregamento último resistido pela viga de 973,12 kN.

3.4. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE

Neste item são descritos os procedimentos realizados para a obtenção analítica da resistência à força cortante das vigas, utilizando-se as normas NBR 6118/2014, ACI 318/2019, Eurocode 2/2004 e CSA A23.3/2014. Para ambas as vigas se utilizou as equações apresentadas anteriormente nos itens 2.6 a 2.9, e a aplicação dos equacionamentos normativos ocorreu de maneira semelhante. Com relação a NBR 6118/2014, utilizou-se o Modelo de Cálculo I que considera o ângulo de inclinação das escoras em 45°. Vale salientar que os coeficientes de ponderação foram considerados como unitários, para que se obtivesse valores analíticos puros.

Outro aspecto relevante é que após a obtenção da máxima força cortante resistida, realizou-se a determinação da carga de ruína do elemento aplicando-se conceitos da isostática, e subtraindo o peso próprio do elemento estrutural.

3.5. MODELAGEM NUMÉRICA DAS VIGAS

Neste item são apresentados os procedimentos metodológicos realizados para a modelagem, e execução das análises numéricas das vigas A, B e C. Os programas utilizados para realizar as análises numéricas não lineares foram o ATENA e o JCONC.

A execução de análises não-lineares pode parecer intuitiva e simples, bastando-se apenas fornecer um grupo de parâmetros ao programa, e obter os resultados esperados logo nas primeiras análises. Entretanto, esta é uma tarefa complexa, pois devido à grande quantidade de parâmetros a serem fornecidos ao programa, em particular o ATENA, os resultados dessas análises são altamente influenciáveis, e podem não representar o real comportamento do elemento estrutural.

O usuário deve ser capaz de diferenciar a ruína estrutural do elemento, da ruína numérica do modelo. Isto expressa que em algumas situações, mesmo após o programa emitir uma mensagem, informando que não é capaz de prosseguir com a análise não-linear, não significa que se obteve a resposta final. Nesta situação, o programa pode apenas ter encontrado um ponto

em os critérios de parada de análise, informados pelo próprio usuário são atendidos, e podem não ter relação com o comportamento de ruína estrutural.

Em cenários de ruína numérica, a curva carga-deslocamento obtida pode possuir a característica de uma reta com inclinação constante, valores de carga de pico inconsistentes, e inexistência de comportamento pós-pico.

O que se deve buscar é o comportamento de ruína estrutural do elemento, o qual é denotado por uma curva carga-deslocamento, com trechos de reta de inclinação constante, depois um trecho de transição com início da fissuração do concreto e a solicitação das armaduras passivas, e em seguida outro trecho até o pico de carga com valor próximo ao experimental, e por fim um comportamento pós-pico.

Deve-se considerar que os programas aqui utilizados funcionam como uma espécie de laboratório virtual de ensaios, e a obtenção de resultados significativos está relacionada ao conhecimento do problema em análise, e a habilidade do usuário em manipular cada parâmetro dentro do programa.

3.5.1. Modelagem da Viga A no programa ATENA

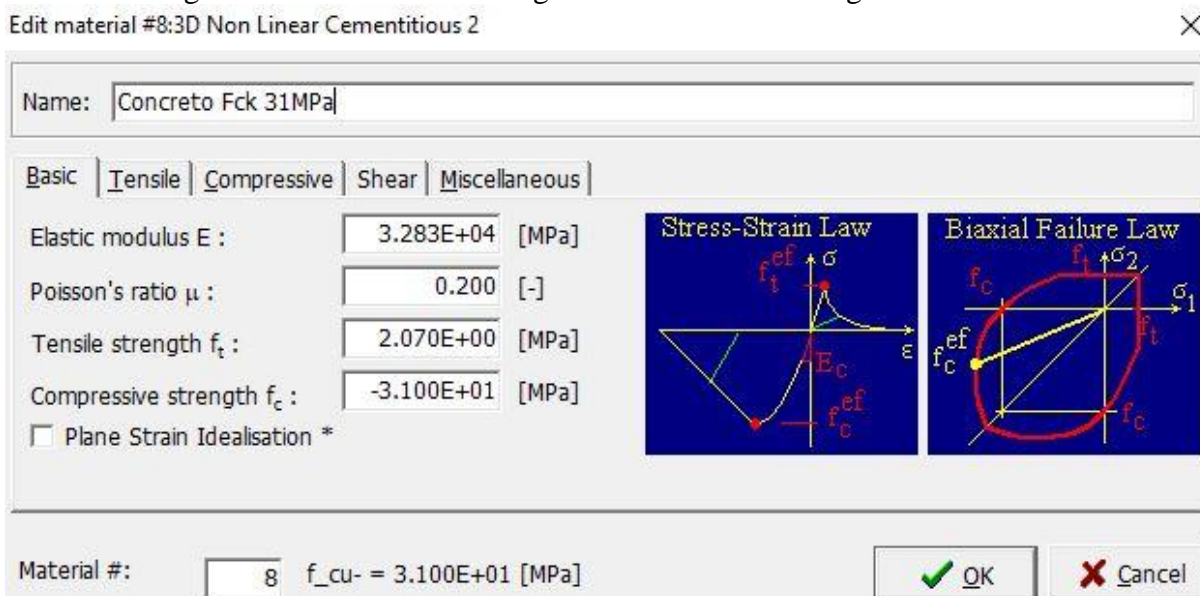
Inicialmente procedeu-se com a elaboração de um modelo para análise da seção leste da viga. Para tal, foram determinadas as coordenadas dos pontos que definem a geometria da viga, e inseridos pontos adicionais na região central dos apoios, justamente para que se pudesse impor as restrições de deslocamentos. Após essa etapa, a geometria principal da viga foi criada traçando-se linhas interligando esses pontos.

A etapa seguinte, consistiu na modelagem dos materiais das armaduras e do concreto utilizado na Viga A. Para as armaduras, utilizou-se o modelo com comportamento bilinear sem encruamento, pois não foram disponibilizadas maiores informações pelos responsáveis do ensaio experimental. Além disso, modelou-se para as placas de apoio um material com características de aço maciço de elevada resistência, cerca de 500 MPa, e módulo de elasticidade de 210 GPa.

Para o concreto utilizou-se o modelo *Non Linear Cementitious 2* disponibilizado no ATENA, pois permite a manipulação parâmetros, como o Coeficiente de Cisalhamento (S_F), que possui valor padronizado no modelo SBETA. Realizou-se análises variando o valor de S_F de 20 à 200. Conforme apresentado por Cervenka et al. (2016), valores mais elevados de S_F conduzem ao desenvolvimento de fissuras ao logo da altura da viga, já que a resistência ao cisalhamento passa a ser solicitada.

A Figura 3.19 ilustra as características gerais atribuídas ao material. Vale salientar, que o modelo de fissuração admitido foi o fixo (*Fixed*), pois considera a presença de tensões de cisalhamento. Outro ponto relevante, refere-se ao módulo de elasticidade, que não foi informado pelos organizadores do concurso, assim realizou-se uma estimativa utilizando-se as equações recomendadas pela NBR 6118/2014 no item 8.2.8. Já a determinação da energia de fratura (G_f), foi realizada utilizando-se a teoria apresentada pelo CEB-FIB Model Code 90, a qual é ilustrada pelas equações 2.103 e 2.104 constantes neste trabalho.

Figura 3.19 – Características gerais do concreto da Viga A no ATENA

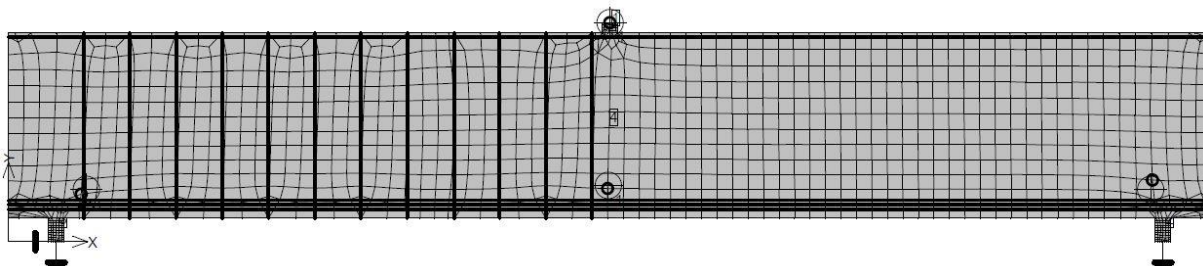


Fonte: O Autor

Após a etapa de modelagem dos materiais, procedeu-se com a inserção gráfica das armaduras, e em seguida a definição das condições de apoio, admitiu-se para este elemento a condição de uma viga biapoiada, com restrição vertical e horizontal no primeiro apoio, e apenas restrição vertical no segundo apoio.

Foram testadas para a modelagem preliminar do concreto uma malha de elementos finitos quadrada de 25cm de lado, e uma malha quadrada de 0,05 m para os apoios rígidos de aço. A aplicação de carregamento se deu pela definição de deslocamento vertical, prescrito com taxa de $-1.0 \text{ E-}04 \text{ m}$ a cada passo de carga. Além disso, foram definidos 279 passos de carga, no intuito de capturar o comportamento pós-pico do elemento. A Figura 3.20 ilustra o modelo proposto para as investigações da seção leste.

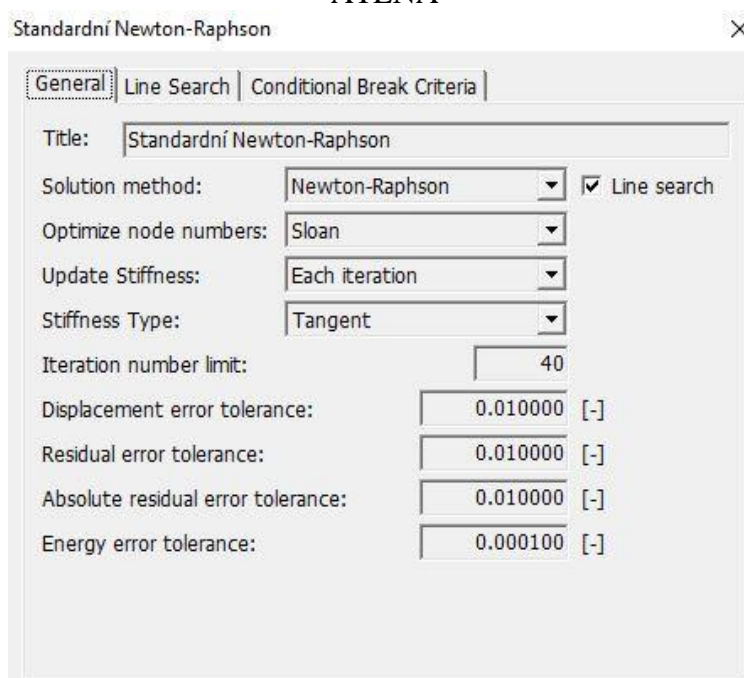
Figura 3.20 – Modelo numérico da seção leste da Viga A elaborado no programa ATENA



Fonte: O Autor

O método de solução de equação admitido foi o Método de Newton-Raphson, conforme ilustra a Figura 3.21, com tolerância de 1% para erros relacionados à deslocamentos, já para a energia o valor é de 0,01%. Já os critérios que condicionam a parada de análise são ilustrados na Figura 3.22.

Figura 3.21 – Método de solução de equações admitido para a seção leste da Viga A no ATENA



Fonte: O Autor

Figura 3.22 – Critério de parada para as iterações numéricas da Viga A no ATENA

Standardní Newton-Raphson

General | Line Search | **Conditional Break Criteria** X

	Break immediately	Break after step	
Displacement error multiple:	10000.0	1000.0	[-]
Residual error multiple:	10000.0	1000.0	[-]
Absolute residual error multiple:	10000.0	1000.0	[-]
Energy error multiple:	1000000.0	10000.0	[-]

Fonte: O Autor

A Tabela 3.4 ilustra o resumo dos valores dos parâmetros fornecidos ao programa ATENA para o modelo da seção leste dessa viga.

Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do concreto do modelo numérico da Viga A

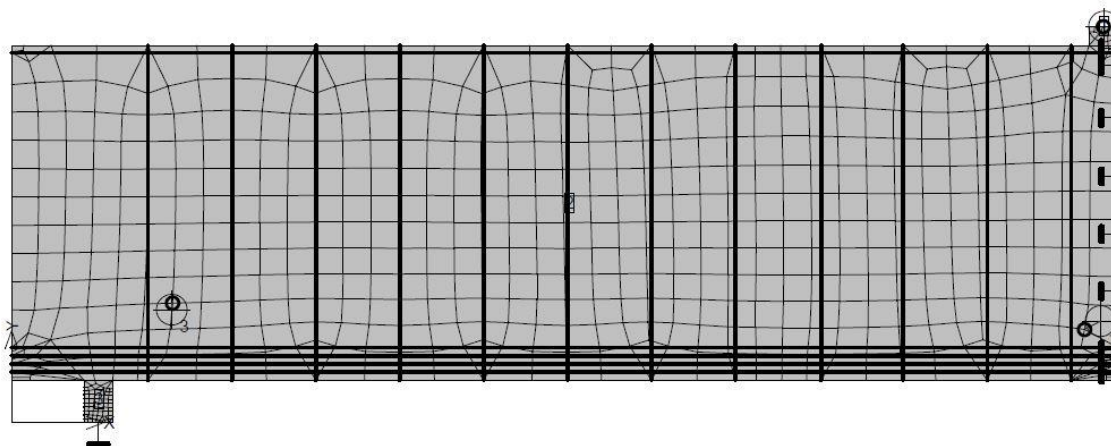
Parâmetros	Dados (un)
Elastic modulus E	3.283E+04 (MPa)
Poisson's ratio	0.200
Tensile strength f_t	2.07E+00 (MPa)
Compressive strength f_c	-3.10E+01 (MPa)
Type of tension softening	Exponential
Specific fracture energy G_f	8,95E-05(MN/m)
Crack model	Fixed
Compressive strain at compressive strength in the uniaxial compressive test ϵ_c	-2.5 E-03
Reduction of compressive strength due to cracks	0.800
Type of compression softening	Crush Band
Critical compressive displacement w_d	-5.0000E-0 (m)
Shear Factor, S_F	200

Fonte: O Autor

A modelagem da seção oeste da viga seguiu a mesma sequência apresentada para a seção leste, e com os mesmos valores característicos de resistência dos materiais, parâmetros de solução, aplicação de carregamento e malha de elementos finitos. Entretanto, enquanto na análise da seção leste, a viga foi modelada com seu comprimento total, agora para a seção oeste, utilizou-se apenas o comprimento da seção de interesse até o ponto de carregamento. Nesse

modelo, as condições de apoio foram inseridas no ponto do apoio esquerdo (impedindo o deslocamento vertical), e na linha de contorno da extrema direita que delimita as duas seções (impedindo o deslocamento horizontal). A Figura 23 ilustra o modelo numérico proposto para a análise da seção oeste da Viga A.

Figura 3.23 – Modelo numérico da seção oeste da Viga A elaborado no ATENA



Fonte: O Autor

3.5.2. Modelagem da Viga B no programa ATENA

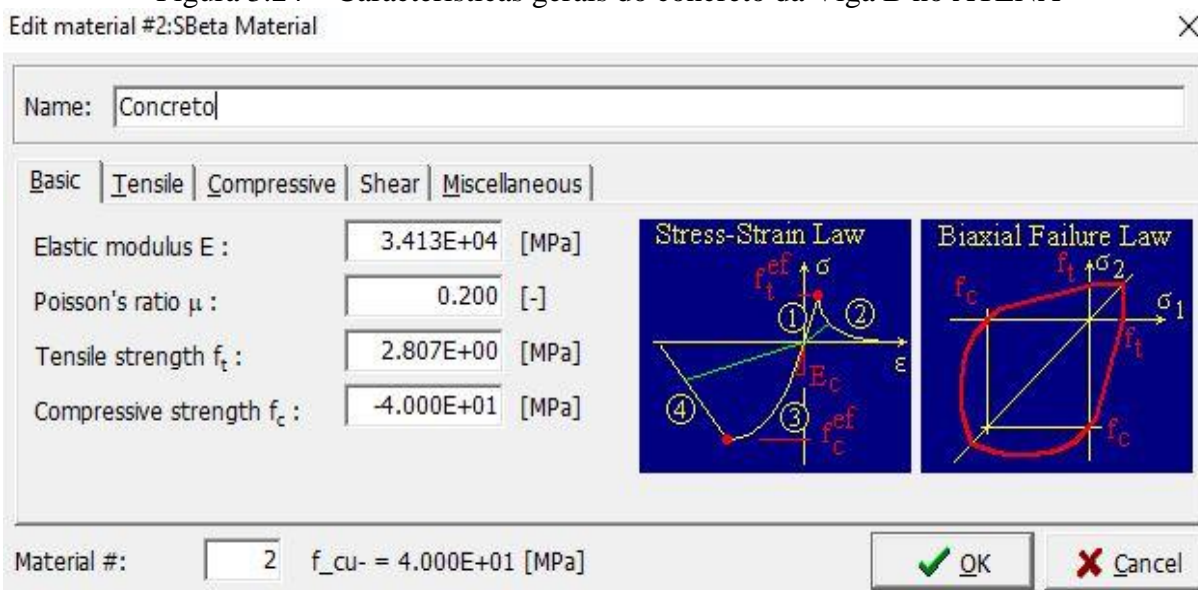
Para realizar a modelagem numérica da Viga B, inicialmente procedeu-se com a definição e inserção das coordenadas dos pontos geométricos do elemento no programa. Foram considerados pontos centrais nas placas de apoio e carregamento, para que se pudesse fazer a aplicação das condições de contorno e leitura das reações e deslocamentos.

Dando sequência, efetuou-se a modelagem dos materiais constituintes da Viga B. Para as armaduras utilizou-se a opção de comportamento bilinear sem encruamento, já que não foram disponibilizadas maiores informações por Collins et al. (2015).

Para a modelagem das placas de apoio admitiu-se o mesmo material usado na viga anterior, com características de aço maciço de elevada resistência (500 MPa), e baixa deformabilidade, de maneira a evitar sobreposição de deformações dos apoios sobre o elemento estrutural.

O concreto também foi criado utilizando-se o modelo SBETA, conferindo as respectivas características de resistência conforme ilustra a Figura 3.24.

Figura 3.24 – Características gerais do concreto da Viga B no ATENA



Fonte: O Autor

O modelo de fissuração admitido foi o fixo (*Fixed*), pois considera a presença de tensões de cisalhamento, e para esta viga o comportamento crítico é ligado ao desenvolvimento dessas tensões.

A determinação do módulo da energia de faturamento (G_f) foi realizada utilizando-se a teoria apresentada pelo CEB-FIB Model Code 90, a qual é ilustrada pelas equações 2.103 e 2.104 constantes neste trabalho.

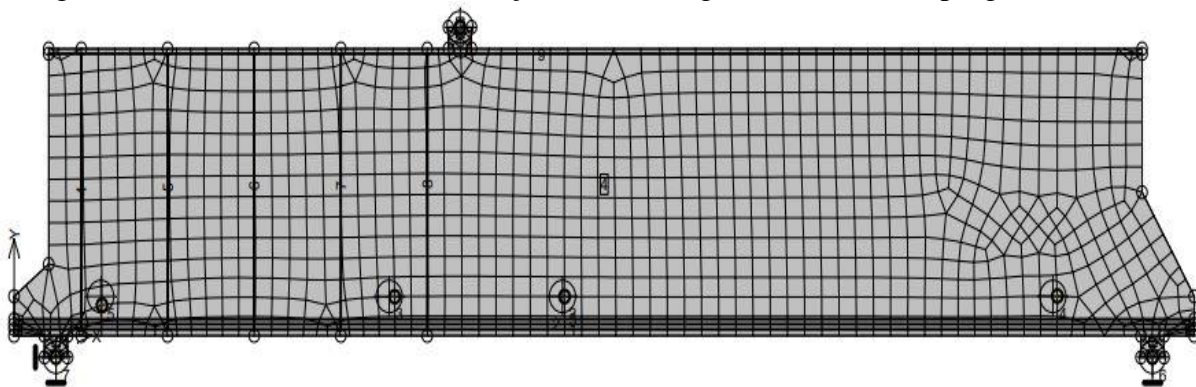
Outro parâmetro que se considera relevante é o fator de retenção de cisalhamento (β), ele se refere à capacidade de transferência de cisalhamento por meio de uma fissura. Um fator de retenção de cisalhamento próximo a zero, refere-se à um pequeno intertravamento de agregado, enquanto “1,0” representa o intertravamento de agregado completo.

Conforme apresentado anteriormente, o desenvolvimento de fissuras com maiores aberturas dificulta a atuação do mecanismo de intertravamento de agregados, pois não apresentam dimensões compatível com a escala do elemento estrutural a ponto de promover a transmissão de cisalhamento. Dessa maneira, realizou-se análises paramétricas com valores de 1 a 0,001 para o parâmetro “ β ”, a fim de verificar sua influência no comportamento da curva carga-deslocamento.

Após a etapa de modelagem dos materiais procedeu-se com a inserção gráfica das armaduras, e em seguida a definição das condições de apoio, admitiu-se para este elemento a condição de uma viga biapoiada, com restrição vertical e horizontal no primeiro apoio, e apenas restrição vertical no segundo apoio.

Serão testadas para a modelagem preliminar do concreto uma malha de elementos finitos quadrada de 25cm de lado, e uma malha quadrada de 0,05 m para os apoios rígidos de aço. A aplicação de carregamento se deu pela definição de deslocamento vertical, prescrito com taxa de $-1.0 \text{ E-}04 \text{ m}$ a cada passo de carga. Além disso, foram definidos 110 passos de carga, no intuito de capturar o comportamento pós-pico do elemento. A Figura 3.25 ilustra o modelo inicial proposto para as investigações.

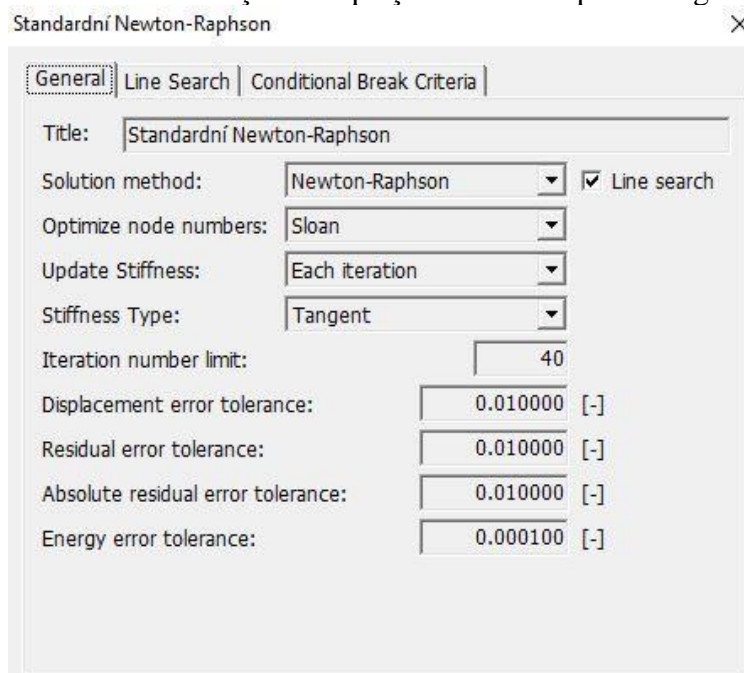
Figura 3.25 – Modelo numérico da seção leste da Viga B elaborado no programa ATENA



Fonte: O Autor

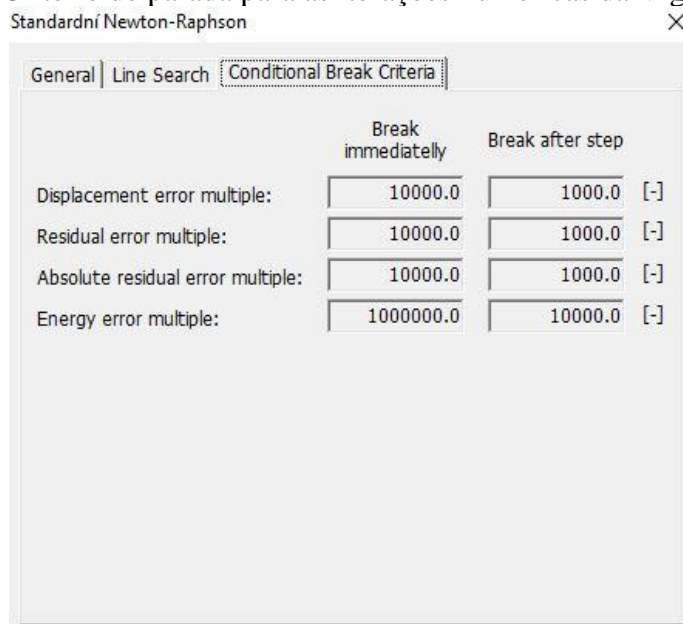
O método de solução de equação admitido foi o Método de Newton-Raphson, conforme ilustra a Figura 3.26, com tolerância de 1% para erros relacionados à deslocamentos, já para a energia o valor é de 0,01%. Já os critérios que condicionam a parada de análise são ilustrados na Figura 3.27.

Figura 3.26 – Método de solução de equações admitido para a Viga B no ATENA



Fonte: O Autor

Figura 3.27 – Critério de parada para as iterações numéricas da Viga B no ATENA



Fonte: O Autor

Após algumas tentativas de análise considerando $\beta=1$, isto é, completo intertravamento dos agregados, observou-se um problema de inconsistência.

Dessa maneira, considerou-se insatisfatória a admissão de tais parâmetros, e procedeu-se para uma nova análise

Como esta condição também não foi considerada satisfatória, buscou-se outra alternativa que pudesse oferecer melhor comportamento para a resistência ao cisalhamento do elemento. O fator de retenção de cisalhamento “ β ” atua diretamente sobre a tensão de cisalhamento conforme ilustra a Equação 3.1.

$$\tau = \beta \cdot G_c \cdot \gamma \quad (3.1)$$

Como o MCFT não oferece uma rigidez ao cisalhamento, Cervenka et al. (2016) propuseram relacionar a rigidez ao cisalhamento (K_t^{cr}) à rigidez normal (K_n^{cr}), através de um Coeficiente de Cisalhamento (S_F) na (Equação 3.2), isto pois a rigidez normal já possui uma lei de abertura de fissura.

$$K_n^{cr} = S_F \cdot K_t^{cr} \quad (3.2)$$

Tendo em vista que estes autores foram os ganhadores do concurso realizado por Collins et al. (2015) envolvendo esta viga, será utilizado uma proposta de modelo apresentadas por Cervenka (2016), para avaliar o comportamento obtido.

Alterou-se então o modelo utilizado no material de concreto, selecionando-se o *Non Linear Cementitious 2*.

Foram inseridos os mesmos valores de parâmetros de resistência utilizados anteriormente, conforme ilustrado na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Propriedades mecânicas do concreto do modelo numérico da Viga B

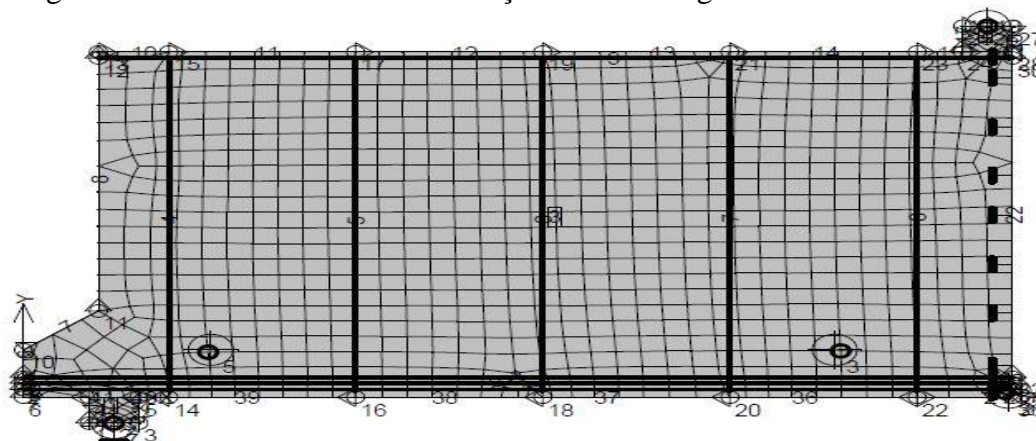
Parâmetros	Dados (un)
Elastic modulus E	3.1974E+04 (MPa)
Poisson's ratio	0.200
Tensile strength f_t	2.45E+00 (MPa)
Compressive strength f_c	-4.00E+01 (MPa)
Type of tension softening	Exponential
Specific fracture energy G_f	7,80E-05(MN/m)
Crack model	Fixed
Compressive strain at compressive strength in the uniaxial compressive test ϵ_c	-2.0 E-03
Reduction of compressive strength due to cracks	0.800
Type of compression softening	Crush Band
Critical compressive displacement w_d	-5.0000E-0 (m)
Shear Factor, S_F	200

Fonte: O Autor

Conforme apresentado por Cervenka et al. (2016), valores mais elevados de S_F conduzem ao desenvolvimento de fissuras ao logo da altura da viga, já que a resistência ao cisalhamento passa a ser solicitada.

A modelagem da seção oeste da Viga B seguiu o mesmo procedimento, e utilizou-se os mesmos valores característicos de resistência dos materiais, parâmetros de solução, aplicação de carregamento e malha de elementos finitos. Além disso, utilizou-se da mesma técnica já apresentada para a Viga A. Modelou-se a seção oeste utilizando-se apenas o comprimento de interesse, do apoio esquerdo ao ponto de carregamento. Além disso, as condições de apoio foram inseridas no ponto do apoio esquerdo (impedindo o deslocamento vertical), e na linha de contorno da extrema direita que delimita as duas seções (impedindo o deslocamento horizontal). A Figura .28 ilustra o modelo numérico proposto para a análise da seção oeste da Viga B.

Figura 3.28 – Modelo numérico da seção oeste da Viga B elaborado no ATENA



Fonte: O Autor

3.5.3. Modelagem da Viga C no programa ATENA

A modelagem numérica da Viga C deu-se de maneira semelhante à realizada para a viga anterior. Na primeira etapa procedeu-se com a definição e inserção das coordenadas geométricas da viga no programa. Foram considerados também, pontos centrais nas placas de apoio e carregamento, para que se pudesse fazer a aplicação das condições de contorno, e leitura das reações e deslocamentos.

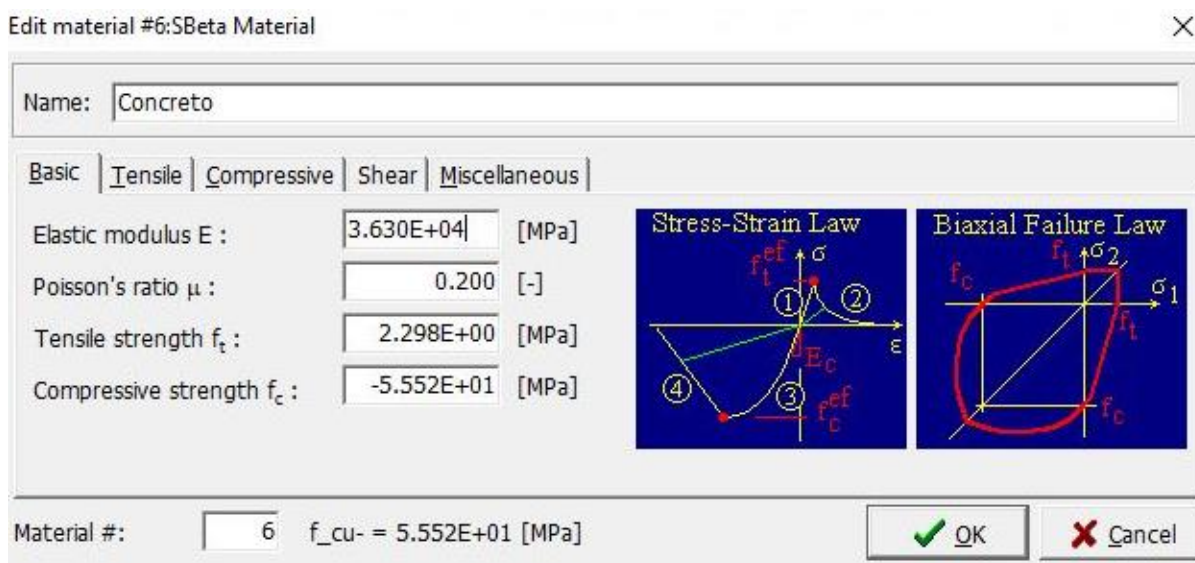
Também foram considerados pontos centrais nas placas de apoio e carregamento, para que se pudesse fazer a aplicação das condições de contorno, e leitura das reações e deslocamentos.

Na sequência efetuou-se a modelagem dos materiais constituintes da viga C. Para as armaduras utilizou-se a opção de comportamento bi-linear com encruamento (*Bilinear with Hardening*), pois considera a capacidade do aço em rearranjar sua estrutura interna e resistir a uma maior tensão. Também foram atribuídos os dados de tensão de escoamento, tensão de ruptura e as deformações para cada diâmetro de barra presente no elemento.

Para a modelagem das placas de apoio admitiu-se um material com características de aço maciço, de elevada resistência (500 MPa), e baixa deformabilidade, de maneira a evitar sobreposição de deformações dos apoios sobre o elemento estrutural.

O concreto foi criado utilizando-se o modelo SBETA, pois considera em sua formulação os fenômenos já explanados neste trabalho, e que influem no comportamento geral do concreto armado. A Figura 3.29 ilustra as características gerais admitidas para este material no ATENA.

Figura 3.29 – Características gerais do concreto da Viga C no ATENA



Fonte: O Autor

O modelo de fissuração admitido foi o fixo (*Fixed*), pois considera a presença de tensões de cisalhamento, e para esta viga o comportamento crítico é ligado ao desenvolvimento de tensões de cisalhamento. O modelo rotacionado (*Rotated*) não considera a presença de tensão de cisalhamento, dessa maneira mais indicado para problemas em que a flexão é considerada crítica.

Para a determinação do módulo da energia de Fratura (G_f) aplicou-se a teoria apresentada pelo CEB-FIB Model Code 90, a qual é ilustrada pelas equações 2.103 e 2.104 constantes neste trabalho. Já para fator de retenção de cisalhamento (β), realizou-se análises paramétricas com valores de 1 e 0,001, a fim de verificar sua influência no comportamento da curvas carga-deslocamento.

O modelo inicial foi concebido com uma malha quadrada de elementos finitos de dimensão de 0,20 m, e uma malha quadrada de 0,05 m para os apoios rígidos de aço. As características mecânicas atribuídas aos materiais do modelo são apresentadas na Tabela 3.6.

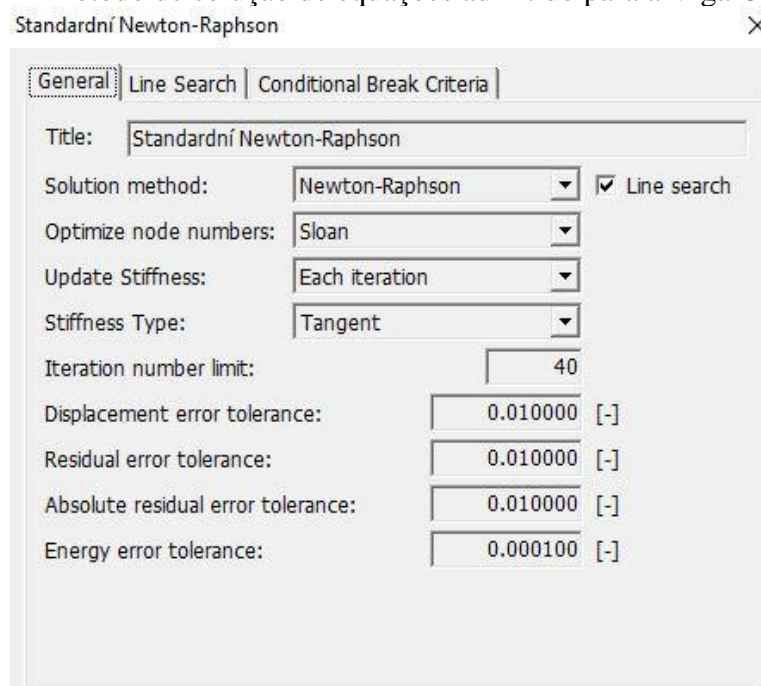
Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas do concreto do modelo numérico da Viga C

Parâmetros	Dados (un)
Elastic modulus E	3.844E+04 (MPa)
Poisson's ratio	0.200
Tensile strength f_t	2.91E+00 (MPa)
Compressive strength f_c	-5.552E+01 (MPa)
Type of tension softening	Exponential
Specific fracture energy G_f	1,398 E-04 (MN/m)
Crack model	Fixed
Compressive strain at compressive strength in the uniaxial compressive test ϵ_c	-2.0 E-03
Reduction of compressive strength due to cracks	0.800
Type of compression softening	Crush Band
Critical compressive displacement w_d	-5.0000E-04 (m)
Shear retention fator, β	1 – 0,001
Tension-compression interaction	Hyperbola A

Fonte: O Autor

Já as condições de contorno admitidas foram de uma viga biapoiada, com restrição vertical e horizontal no primeiro apoio, e apenas restrição vertical no segundo apoio, conforme ilustra a Figura 3.30.

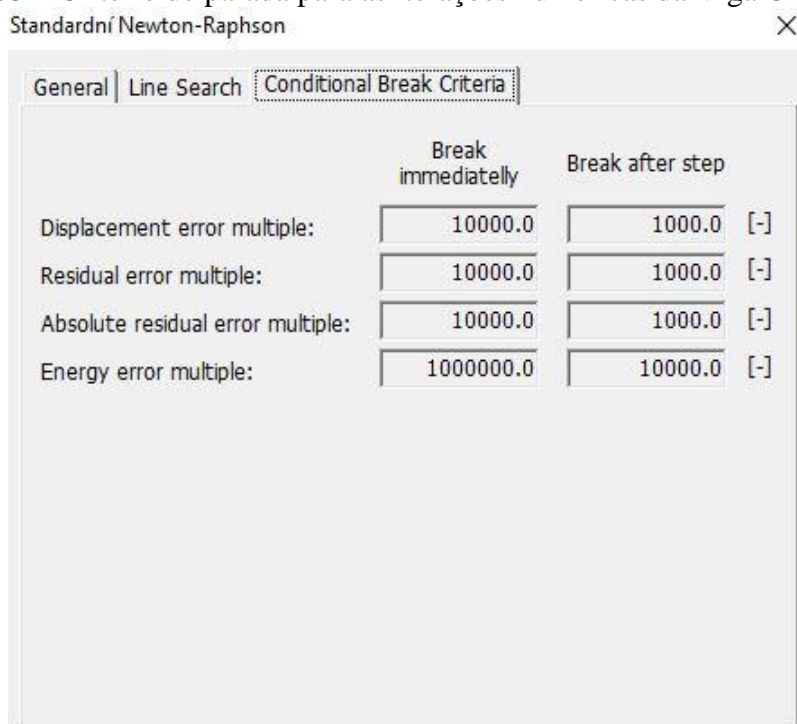
Figura 3.32 - Método de solução de equações admitido para a Viga C no ATENA



Fonte: O Autor

Pode-se verificar que a tolerância é de 1% para erros relacionados à deslocamentos, já para a energia o valor é de 0,01%. Já os critérios que condicionam a parada de análise são ilustrados na Figura 3.33.

Figura 3.33 – Critério de parada para as iterações numéricas da Viga C no ATENA



Fonte: O Autor

Após a modelagem inicial prosseguiu-se com as análises numéricas não lineares e validação do modelo.

As primeiras análises considerando $\beta=1$ apresentaram um comportamento divergente do esperado. Procedeu-se então com nova análise, porém considerando o fator de retenção de cisalhamento como $\beta=0,001$. Com essa alteração o modelo apresentou melhor comportamento em relação ao máximo carregamento e ao panorama de fissuração. Assim, considerou-se satisfatório o modelo para as análises.

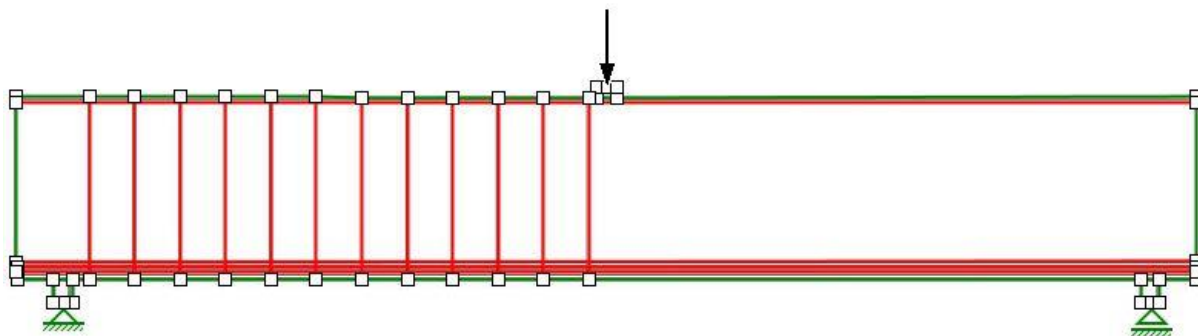
3.5.4. Modelagem da Viga A no programa JCONC

Neste item é apresentada a metodologia utilizada para modelagem da Viga A no programa JCONC. Inicialmente realizou-se o cadastro na plataforma iCONCRETE, e procedeu-se com o carregamento da imagem da Viga A, contendo as armaduras, para o servidor do programa iMESH. Em seguida, procedeu-se com o ajuste da escala da imagem para que o programa pudesse correlacionar as medidas de desenho com as medidas reais.

Na sequência, efetuou-se a modelagem geométrica da viga, placas de apoio e carregamento, informando graficamente os pontos de contorno. Vale ressaltar que foram inseridos pontos centrais nas placas, afim de determinar as restrições nos apoios.

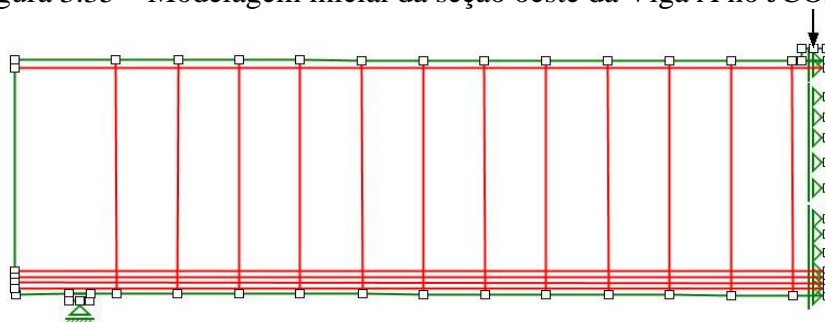
Após a determinação geométrica da viga, inseriu-se as armaduras e as restrições de deslocamentos nos apoios. As Figuras 3.34 e 3.35 ilustram até essa etapa, os modelos para a seção leste e oeste respectivamente.

Figura 3.34 – Modelagem inicial da seção leste da Viga A no JCONC



Fonte: Autor

Figura 3.35 – Modelagem inicial da seção oeste da Viga A no JCONC

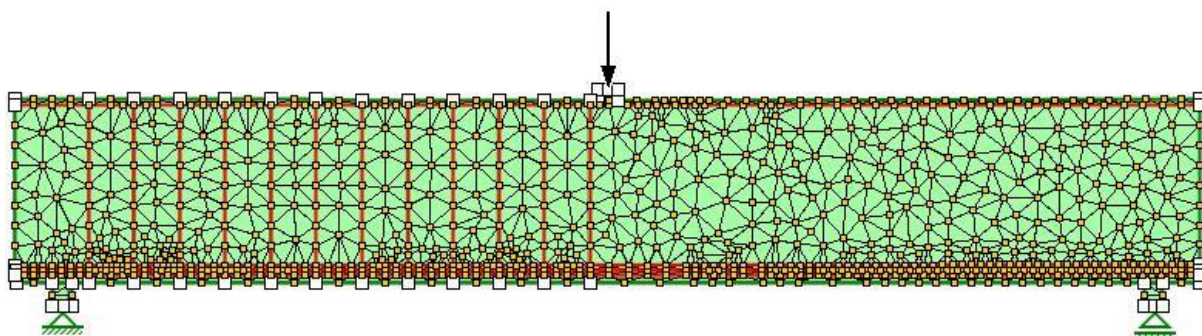


Fonte: Autor

Após esta etapa, procedeu-se com a inserção das características mecânicas dos materiais, vale salientar que o JCONC solicita uma menor quantidade de parâmetros para o processamento, quando comparado com o ATENA. Para as armaduras deve-se informar a resistência à tração/compressão, módulo de elasticidade e Coeficiente de Poisson. Já para o concreto basta informar as mesmas variáveis, porém não necessitando de determinar a resistência à tração já que esta não é considerada no JCONC.

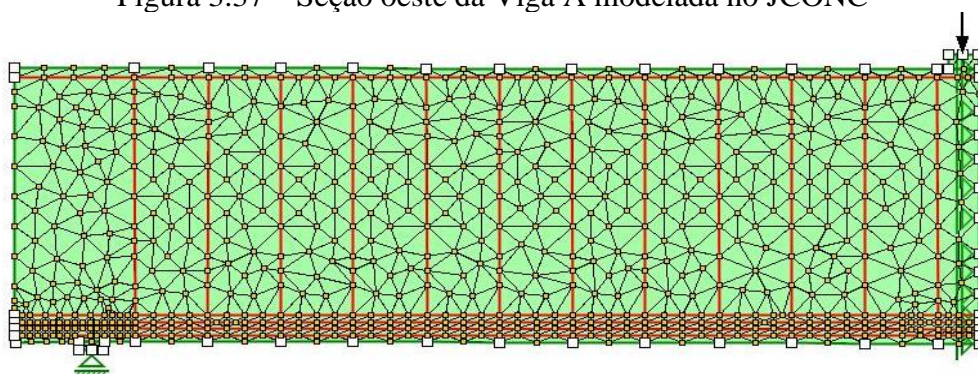
A etapa seguinte consistiu em gerar a malha inicial de elementos finitos, para isso alterou-se no arquivo de texto do programa a dimensão máxima dos elementos para 20cm. Vale ressaltar que o JCONC gera por padrão somente uma malha de elementos triangulares, a qual o usuário pode otimizá-la manipulando o ângulo de inclinação e dimensões das arestas dos elementos. As Figuras 3.36 e 3.37 ilustram os modelos numéricos após a realização destas etapas.

Figura 3.36 – Seção leste da Viga A modelada no JCONC



Fonte: O Autor

Figura 3.37 – Seção oeste da Viga A modelada no JCONC



Fonte: O Autor

O próximo passo consistiu em aplicar um carregamento padrão de 100 kN no ponto de aplicação de força. Após cada etapa de análise, o fator de multiplicação de carregamento foi acrescido de uma unidade, alterando-se o valor no arquivo de texto do programa.

O número padrão de iterações do JCONC são 20, assim para a seção leste manteve-se esse número, e para a seção oeste alterou-se para 23, afim de conferir menor erro ao resultado obtido.

Após essas etapas iniciou-se o processo de análise numérica não linear, registrando os resultados ao final de cada incremento de carga.

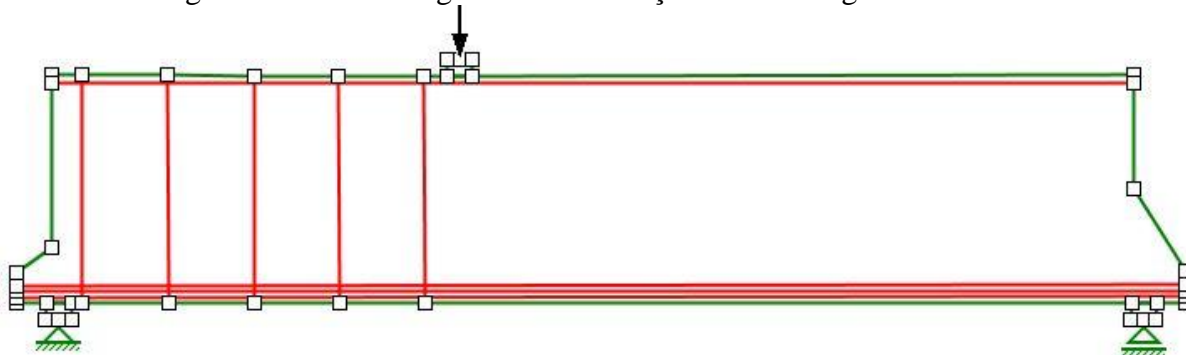
Para a apresentação dos resultados deste elemento foram escolhidos os diagramas *relative stress*, “ETA2” e *deformed*. O diagrama *relative stress* apresenta as tensões nos elementos (azul para compressão e vermelho para tração), além de apresentar a tensão relativa para o concreto em uma escala de cinza (0 branco, 1 preto). A tensão relativa trata-se de um fator adimensional que expressa a relação entre a tensão resistente e a solicitante, quanto mais próximo de um, mais as tensões se igualam, denotando a capacidade máxima de resistência do elemento. Para o aço, os trechos das barras que atingem o escoamento são ilustrados com uma cor vermelha mais intenso (em tons bordô).

3.5.5. Modelagem da Viga B no programa JCONC

Neste item é apresentada a metodologia utilizada para modelagem da Viga B no programa JCONC. Antes da modelagem efetiva da viga, realizou-se o mesmo procedimento de carregamento e ajuste da escala da imagem da viga na plataforma do i-mesh. Na sequência, efetuou-se a modelagem geométrica das vigas informando graficamente os pontos de contorno.

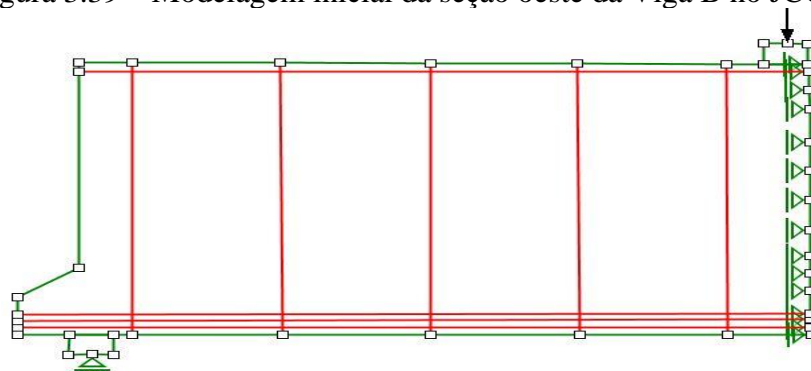
Após a determinação dos contornos das vigas, inseriu-se as armaduras, e as restrições de deslocamentos nos apoios. As Figuras 3.38 e 3.39 ilustram a construção dos modelos até esta etapa.

Figura 3.38 – Modelagem inicial da seção leste da Viga B no JCONC



Fonte: O Autor

Figura 3.39 – Modelagem inicial da seção oeste da Viga B no JCONC

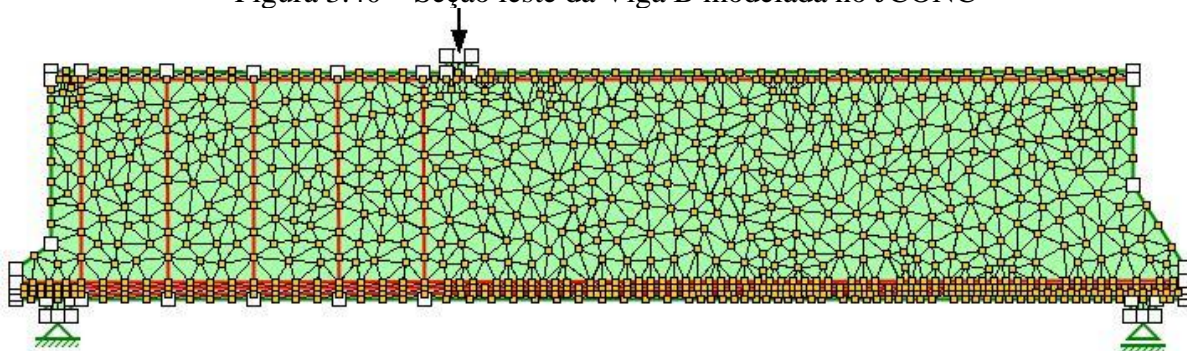


Fonte: O Autor

Após esta etapa, procedeu-se com a inserção das características mecânicas dos materiais, para as armaduras informou-se a resistência à tração/compressão, módulo de elasticidade e Coeficiente de Poisson, e para o concreto informou-se as mesmas variáveis, excluindo a resistência à tração já que esta não é considerada no JCONC.

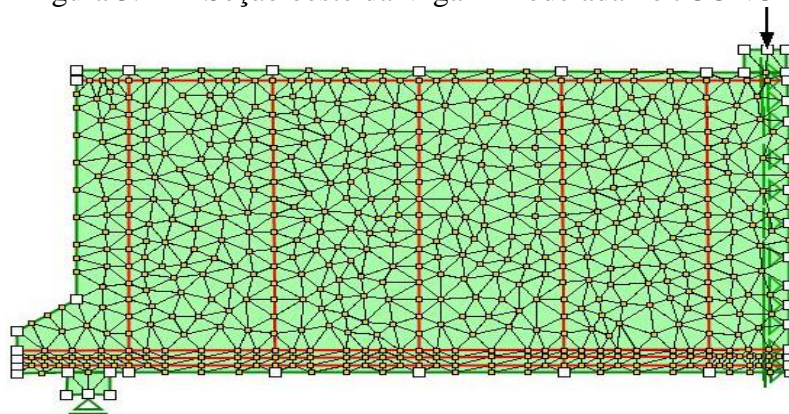
A etapa seguinte consistiu em gerar a malha inicial de elementos finitos, e para essa viga também se utilizou elemento com dimensão máxima de 20 cm. As Figuras 3.40 e 3.41 ilustram os modelos numéricos após a realização dessas etapas.

Figura 3.40 – Seção leste da Viga B modelada no JCONC



Fonte: O Autor

Figura 3.41 – Seção oeste da Viga B modelada no JCONC



Fonte: O Autor

O próximo passo consistiu em aplicar um carregamento padrão de 100 kN no ponto de aplicação de força. Após cada etapa de análise, o fator de multiplicação de carregamento foi acrescido de uma unidade até a ruptura, alterando-se o valor no arquivo de texto do programa.

O número padrão de iterações do JCONC são 20, assim para conferir menor erro ao resultado obtido, utilizou-se 23 iterações para a seção leste e 25 para a seção oeste.

Para a apresentação dos resultados deste elemento foram também escolhidos os diagramas *relative stress*, “ETA2” e *deformed*. O diagrama *relative stress* apresenta as tensões nos elementos (azul para compressão e vermelho para tração), além de apresentar a tensão relativa para o concreto em uma escala de cinza (0 branco, 1 preto). A tensão relativa trata-se de um fator adimensional que expressa a relação entre a tensão resistente e a solicitante, quanto mais próximo de um, mais as tensões se igualam, denotando a capacidade máxima de resistência do elemento. Para o aço, os trechos das barras que atingem o escoamento são ilustrados com uma cor vermelha mais intenso (em tons bordô).

3.5.6. Modelagem da Viga C no programa JCONC

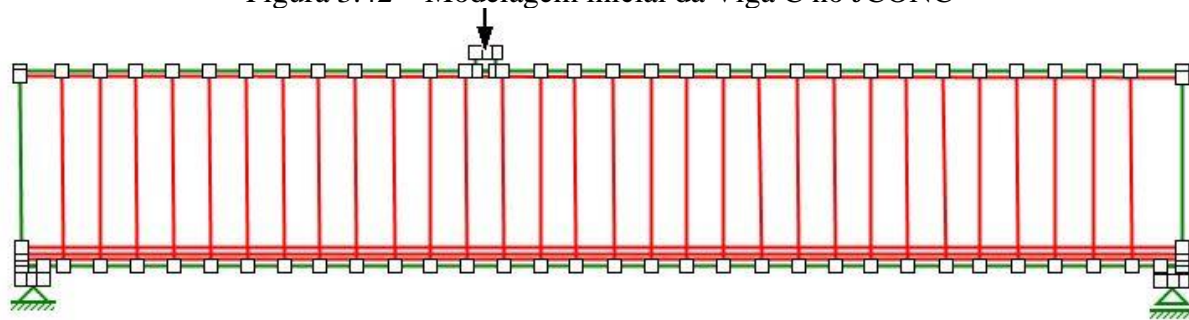
A modelagem da Viga C no programa JCONC seguiu um procedimento semelhante ao realizado para a Viga B. Inicialmente procedeu-se com o carregamento da imagem da Viga C, contendo as armaduras, para o servidor do programa iMESH.

Em seguida, procedeu-se com o ajuste da escala da imagem para que o programa pudesse correlacionar as medidas de desenho com as dimensões reais.

Na sequência, efetuou-se a modelagem geométrica da viga, das placas de apoio e da placa carregamento, informando graficamente os pontos de contorno. Para esta viga também foram inseridos pontos centrais nas placas, afim de determinar as restrições nos apoios.

Após a determinação geométrica da viga, inseriu-se as armaduras, e as restrições de deslocamentos nos apoios, conferindo-a condição de biapoiada. A Figura 3.42 ilustra a construção do modelo até esta etapa, onde as linhas em vermelho representam as armaduras, e as linhas em verde representam o limite da viga em concreto.

Figura 3.42 – Modelagem inicial da Viga C no JCONC



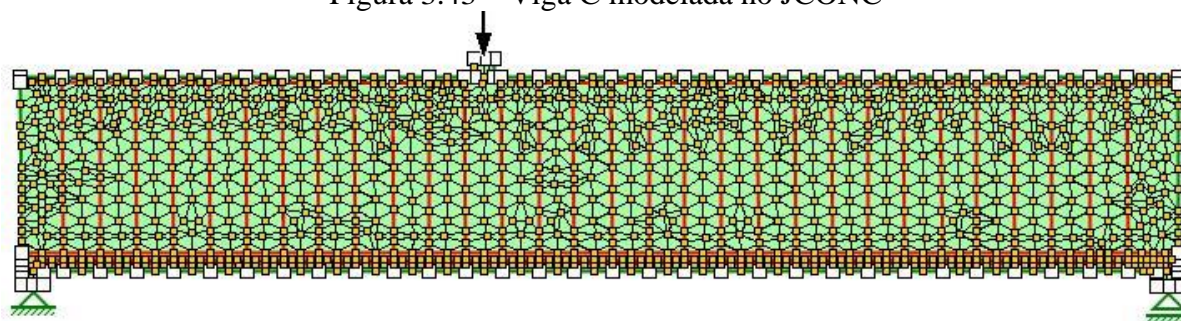
Fonte: O Autor

Após esta etapa, procedeu-se com a inserção das características mecânicas dos materiais, informando ao programa a resistência à tração/compressão, módulo de elasticidade e Coeficiente de Poisson, das armaduras e do concreto. Vale ressaltar que no caso do concreto basta informar a resistência compressão, já que a resistência à tração é considerada nula no JCONC.

A etapa seguinte consistiu em gerar a malha inicial de elementos finitos, considerando dimensão máxima de 20cm, e número de iterações de cálculo igual à 20.

O próximo passo consistiu em aplicar um carregamento padrão de 100 kN no ponto de aplicação de forças. E após cada etapa de análise, o fator de multiplicação de carregamento foi acrescido de uma unidade, alterando-se o valor no arquivo de texto do programa. A Figura 3.43 ilustra o modelo numérico após a realização destas etapas.

Figura 3.43 – Viga C modelada no JCONC



Fonte: O Autor

Após estas etapas ativou-se o botão de início de análise numérica não linear, e após o término de cada processamento realizou-se a análise dos resultados, os quais serão apresentados no capítulo seguinte. Para a apresentação dos resultados deste elemento também foram escolhidos os diagramas *relative stress*, “ETA2” e *deformed*.

4. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises analíticas e numéricas das vigas A, B e C. Inicialmente determinou-se a resistência à força cortante e a carga de ruína para as vigas. Para isso, utilizou-se o Modelo de Cálculo I da norma NBR 6118/2014, e as normas Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 e CSA A23.3/20014. Na sequência realizou-se as mesmas determinações analíticas, porém alterando-se apenas a altura das vigas e mantendo-se fixos as demais propriedades. Na etapa seguinte realizou-se a modelagem e determinação numérica da resistência à força cortante e carga de ruína, utilizando-se os programas ATENA e JCONC.

4.1. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA A

A Viga A possui estribos apenas na seção oeste, o que resulta em uma diferente resistência à força cortante para as seções oeste e leste. Assim, serão analisadas as duas seções da viga.

- **NBR 6118/2014**

Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{31}{250}\right) \cdot 3,1 \cdot 25,4 \cdot 319,5 = 5950,23 \text{ kN}$$

Contribuição do concreto na resistência à força cortante:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \frac{31^{2/3}}{10} \cdot 25,4 \cdot 319,5 = 1009,06 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (1009,06 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = 1496,04 \text{ kN}$$

- **Eurocode 2/2004**

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{3195}} = 1,25$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{6 \cdot 642,42}{254 \cdot 3195} = 4,75 \cdot 10^{-3}$$

$$v_{\min} = 0,035 \cdot K^{3/2} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,035 \cdot 1,25^{3/2} \cdot \sqrt{31} = 0,272 \text{ MPa}$$

Deve-se ter uma resistência mínima de:

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + \rho_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d = 0,272 \cdot 254 \cdot 3195 = 220736,16 \text{ N} = 220,73 \text{ kN}$$

Esta norma apresenta um equacionamento específico para elementos sem armadura vertical, assim a resistência a força cortante é dada por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot K \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0,18}{1,0} \cdot 1,25 \cdot (100 \cdot 4,75 \cdot 10^{-3} \cdot 31)^{1/3} \right] 254 \cdot 3195 = 447547,221 \text{ N} = 447,55 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (447,55 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = 373,01 \text{ kN}$$

- **ACI 318/2019**

Esta norma busca incorporar o efeito de escala empregando-se o fator λ_s . Pode-se notar que conforme aumenta-se a altura da viga, o referido fator penaliza a resistência à força cortante. A seguir são apresentados os procedimentos de cálculo para determinação da resistência à força cortante, utilizando-se esta norma.

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot 3195}} = 0,38$$

$$\rho_w = \frac{6 \cdot 642,42}{254 \cdot 3195} = 0,0047497$$

Como não há armadura transversal nesta seção da viga, pode-se determinar a resistência à força cortante por:

$$V_c = \left[0,66 \lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$$

$$V_c = [0,66 \cdot 0,38 \cdot 1,0 \cdot (0,0047497)^{1/3} \cdot \sqrt{31}] \cdot 254 \cdot 3195 = 190488,32 \text{ N} = 190,48 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (190,48 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = -141,11 \text{ kN}$$

- **CSA A23.3/2014**

A resistência à força cortante segundo a norma CSA A23.3/2014, pode ser determinada por:

$$V_c = \phi_c \cdot \lambda \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_v$$

Conforme apresentado no item 11.3.4 desta norma, o valor de $\sqrt{f'_c}$, não pode ser tomado como maior que 8 MPa. Assim, tem-se que:

$$s_{ze} = \frac{35 \cdot s_z}{(15 + a_g)} = \frac{35 \cdot 55}{(15 + 14)} = 66,38 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot 0,002)} \cdot \frac{1300}{(1000 + 66,38)} = 0,12$$

$$V_c = 0,65 \cdot 1,0 \cdot 0,12 \cdot \sqrt{31} \cdot 254 \cdot 3195 = 352435,81 \text{ N} = 352,44 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (352,44 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = 182,80 \text{ kN}$$

Pode-se notar que comparado às outras normas, esta foi a que apresentou o valor mais próximo ao obtido experimentalmente.

4.2. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA A

A seção oeste da Viga A conta com a presença de armaduras verticais, o que infere na resistência e comportamento em relação à força cortante.

- **NBR 6118/2014**

Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{31}{250}\right) \cdot 3,1 \cdot 25,4 \cdot 319,5 = 5950,23 \text{ kN}$$

Contribuição do concreto:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \frac{31^{2/3}}{10} \cdot 25,4 \cdot 319,5 = 1009,06 \text{ kN}$$

Contribuição da armadura transversal:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yw,d} \cdot (\sin \theta + \cos \theta)$$

$$V_{sw} = \left(\frac{1,6^2 \cdot \pi / 4}{89}\right) \cdot 0,9 \cdot 319,5 \cdot 50 \cdot (\sin 90^\circ + \cos 90^\circ) = 324,80 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = V_{c0} + V_{sw} = 1009,06 + 324,80 = 1333,86 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (1333,86 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = 2145,64 \text{ kN}$$

- **Eurocode 2/2004**

Conforme apresentado anteriormente, esta norma não considera a contribuição conjunta de resistência à força cortante, propiciada pelo concreto e pela armadura vertical, e propõe que deve-se considerar o menor valor obtido entre $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,máx}$. A seguir são apresentados os cálculos realizados para obtenção da resistência à força cortante, e determinação do máximo carregamento P_k suportado.

Resistência propiciada pelo concreto:

$$V_{Rd,máx} = \frac{\alpha_c \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$V_{Rd} = \frac{1,0 \cdot 25,4 \cdot 319,5 \cdot 0,6 \left(1 - \frac{31,0}{250}\right) \cdot 3,1}{\cot 21,8^\circ + \tan 21,8^\circ} = 4559,37 \text{ kN}$$

Resistência propiciada pela armadura:

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$$

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{1,6^2 \cdot \pi / 4}{89}\right) \cdot 319,5 \cdot 50 \cdot \cot 21,8^\circ = 902,30 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (902,30 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = 1282,51 \text{ kN}$$

- **ACI 318/2019**

Esta norma considera a contribuição conjunta de resistência à força cortante, propiciada pelo concreto e pela armadura vertical. A seguir são apresentados os cálculos realizados para obtenção da resistência à força cortante, e determinação do máximo carregamento P_k suportado.

Parcela de resistência referente ao concreto:

$$V_c = \left[0,17\lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right] b_w d$$

$$V_c = [0,17 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{40}] \cdot 250 \cdot 3840 = 1032167,43 \text{ N} = 1032,17 \text{ kN}$$

Parcela de resistência referente às armaduras:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s} = \frac{314,16 \cdot 500 \cdot 3840}{1500} = 402124,80 \text{ N} = 402,12 \text{ kN}$$

$$V_n = V_c + V_s = 1032,17 + 402,12 = 1434,29 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{1434,29 \cdot 19,0}{12,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 1795,96 \text{ kN}$$

- **CSA A23.3/2014**

Conforme indicado no item 11.3.6.4 da norma CSA A23.3/2014, para este caso da viga pode-se assumir que $\beta=0,18$ e $\theta=35^\circ$.

Parcela de resistência referente ao concreto:

$$V_c = 0,65 \cdot 1,0 \cdot 0,18 \cdot \sqrt{31} \cdot 254 \cdot 3195 = 528653,71 \text{ N} = 528,65 \text{ kN}$$

Parcela de resistência referente às armaduras:

$$V_s = \frac{\phi_s \cdot A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s}$$

$$V_s = \frac{1,0 \cdot 201,06 \cdot 500 \cdot 3195 \cdot \cot 35^\circ}{890} = 515406,34 \text{ N} = 515,406 \text{ kN}$$

Assim a resistência total à força cortante é dada por:

$$V_r = V_c + V_s = 528,65 + 515,406 = 1567,21 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = (1567,21 \cdot 2) - (0,254 \cdot 3,55 \cdot 23,16 \cdot 25,0) = 1567,21 \text{ kN}$$

4.3. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA B

A Viga B possui estribos em apenas um trecho (seção oeste), o que resulta em uma diferente resistência à força cortante para as seções oeste e leste. Assim, serão analisadas as duas seções da viga.

- **NBR 6118/2014**

Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{40}{250} \right) \cdot 4 \cdot 25 \cdot 384 = 8709,12 \text{ kN}$$

Contribuição do concreto na resistência à força cortante:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \frac{40^{2/3}}{10} \cdot 25.384 = 1414,75 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{1414,75 \cdot 19,0}{7,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 3365,03 \text{ kN}$$

- **Eurocode 2/2004**

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{3840}} = 1,228$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{9 \cdot 706}{250 \cdot 3840} = 6,61875 \cdot 10^{-3}$$

$$v_{\min} = 0,035 \cdot K^{3/2} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,035 \cdot 1,228^{3/2} \cdot \sqrt{40} = 0,301 \text{ MPa}$$

Deve-se ter uma resistência mínima de:

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + \rho_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d = 0,301 \cdot 250 \cdot 3840 = 288960 \text{ N} = 288,96 \text{ kN}$$

Esta norma apresenta um equacionamento específico para elementos sem armadura vertical, assim a resistência a força cortante é dada por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot K \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0,18}{1,0} \cdot 1,228 \cdot (100 \cdot 6,61875 \cdot 10^{-3} \cdot 40)^{1/3} \right] 250 \cdot 3840 = 632442 \text{ N} = 632,44 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{632,44 \cdot 19,0}{7,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 1241,62 \text{ kN}$$

Pode-se verificar que o valor obtido é maior que o valor obtido experimentalmente de 685 kN.

- **ACI 318/2019**

Esta norma busca incorporar o efeito de escala empregando-se o fator λ_s . Pode-se notar que conforme aumenta-se a altura da viga, o referido fator penaliza a resistência à força cortante. A seguir são apresentados os procedimentos de cálculo para determinação da resistência à força cortante, utilizando-se esta norma.

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot 3840}} = 0,35$$

$$\rho_w = \frac{9 \cdot 700}{250 \cdot 3840} = 0,0065625$$

Como não há armadura transversal nesta seção da viga, pode-se determinar a resistência à força cortante por:

$$V_c = \left[0,66 \lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c + \frac{N_u}{6A_g}} \right] b_w d$$

$$V_c = [0,66 \cdot 0,35 \cdot 1,0 \cdot (0,0065625)^{1/3} \cdot \sqrt{40}] \cdot 250 \cdot 3840 = 262584,84 \text{ N} = 262,58 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{262,58 \cdot 19,0}{7,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 237,72 \text{ kN}$$

- **CSA A23.3/2014**

A resistência à força cortante segundo a norma CSA A23.3/2014, pode ser determinada por:

$$V_c = \phi_c \cdot \lambda \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_v$$

Conforme apresentado no item 11.3.4 desta norma, o valor de $\sqrt{f'_c}$, não pode ser tomado como maior que 8 MPa. Assim, tem-se que:

$$s_{ze} = \frac{35 \cdot s_z}{(15 + a_g)} = \frac{35 \cdot 80}{(15 + 14)} = 96,55 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot 0,002)} \cdot \frac{1300}{(1000 + 96,55)} = 0,12$$

$$V_c = 0,65 \cdot 1,0 \cdot 0,12 \cdot \sqrt{40} \cdot 250 \cdot 3456 = 426224,43 \text{ N} = 426,22 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{426,22 \cdot 19,0}{7,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 681,88 \text{ kN}$$

Pode-se notar que comparado às outras normas, esta foi a que apresentou o valor mais próximo ao obtido experimentalmente.

4.4. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA B

A seção oeste da Viga B conta com a presença de armaduras verticais, o que infere na resistência e comportamento em relação à força cortante.

- **NBR 6118/2014**

Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) \cdot \frac{40}{10} \cdot 25 \cdot 384 = 8709,12 \text{ kN}$$

Contribuição do concreto:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot \frac{40^{2/3}}{10} \cdot 25 \cdot 384 = 1414,75 \text{ kN}$$

Contribuição da armadura transversal:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yw,d} \cdot (\sin \theta + \cos \theta)$$

$$V_{sw} = \left(\frac{2^2 \cdot \pi / 4}{150}\right) \cdot 0,9 \cdot 384 \cdot \frac{500}{10} \cdot (\sin 90^\circ + \cos 90^\circ) = 361,91 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = V_{c0} + V_{sw} = 1414,75 + 361,91 = 1776,66 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{1776,66 \cdot 19}{12,0}\right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 2238,05 \text{ kN}$$

- **Eurocode 2/2004**

Conforme apresentado anteriormente, esta norma não considera a contribuição conjunta de resistência à força cortante, propiciada pelo concreto e pela armadura vertical, e propõe que deve-se considerar o menor valor obtido entre $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,máx}$. A seguir são apresentados os cálculos realizados para obtenção da resistência à força cortante, e determinação do máximo carregamento P_k suportado.

Resistência propiciada pelo concreto:

$$V_{Rd,máx} = \frac{\alpha_c \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$V_{Rd} = \frac{1,0 \cdot 25 \cdot 384 \cdot 0,6 \left(1 - \frac{40,0}{250}\right) \cdot 4,0}{\cot 21,8^\circ + \tan 21,8^\circ} = 6673,31 \text{ kN}$$

Resistência propiciada pela armadura:

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$$

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{2,0^2 \cdot \pi/4}{150} \right) \cdot 384 \cdot \frac{500}{10} \cdot \cot 21,8^\circ = 1005,31 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{1005,31 \cdot 19,0}{12,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 1116,74 \text{ kN}$$

- **ACI 318/2019**

Esta norma considera a contribuição conjunta de resistência à força cortante, propiciada pelo concreto e pela armadura vertical. A seguir são apresentados os cálculos realizados para obtenção da resistência à força cortante, e determinação do máximo carregamento P_k suportado.

Parcela de resistência referente ao concreto:

$$V_c = \left[0,17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$$

$$V_c = [0,17 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{40}] \cdot 250 \cdot 3840 = 1032167,43 \text{ N} = 1032,17 \text{ kN}$$

Parcela de resistência referente às armaduras:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s} = \frac{314,16 \cdot 500 \cdot 3840}{1500} = 402124,80 \text{ N} = 402,12 \text{ kN}$$

$$V_n = V_c + V_s = 1032,17 + 402,12 = 1434,29 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{1434,29 \cdot 19,0}{12,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 1795,96 \text{ kN}$$

- **CSA A23.3/2014**

Conforme indicado no item 11.3.6.4 da norma CSA A23.3/2014, para este caso da viga pode-se assumir que $\beta=0,18$. Assim tem-se que:

Parcela de resistência referente ao concreto:

$$V_c = 0,65 \cdot 1,0 \cdot 0,18 \cdot \sqrt{40} \cdot 250 \cdot 3840 = 710374,05 \text{ N} = 710,37 \text{ kN}$$

Ângulo de inclinação da diagonal comprimida:

$$\theta = 29 + 7000 \cdot \varepsilon_x = 29 + 7000 \cdot 0,002 = 43^\circ$$

Parcela de resistência referente às armaduras:

$$V_s = \frac{\phi_s \cdot A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s}$$

$$V_s = \frac{1,0 \cdot 314,16 \cdot 500 \cdot 3840 \cdot \cot 43^\circ}{1500} = 431226,43 \text{ N} = 431,27 \text{ kN}$$

Assim a resistência total à força cortante é dada por:

$$V_r = V_c + V_s = 710,37 + 431,27 = 1141,61 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{1141,61 \cdot 19,0}{12,0} \right) - (0,25 \cdot 4,0 \cdot 19,0 \cdot 25,0) = 1332,55 \text{ kN}$$

4.5. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE E CARGA DE RUPTURA DA VIGA C

A Viga C possui armaduras verticais distribuídas uniformemente ao longo de seu comprimento, sendo necessário apenas uma determinação de resistência à força cortante. A seguir são apresentados os procedimentos analíticos utilizando-se as normas propostas, para se determinar a resistência ao cortante e a carga P_k máxima que gera a ruptura do elemento.

- **NBR 6118/2014**

Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{55,52}{250} \right) \cdot \frac{55,52}{10} \cdot 24 \cdot 180 = 5037,70 \text{ kN}$$

Contribuição do concreto:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot \frac{(0,7 \cdot 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot 55,52))}{10} \cdot 24 \cdot 180 = 754,34 \text{ kN}$$

Contribuição da armadura transversal:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yw,d} \cdot (\sin \theta + \cos \theta)$$

$$V_{sw} = \left(\frac{2 \cdot 0,8^2 \cdot \pi / 4}{38} \right) \cdot 0,9 \cdot 180 \cdot \frac{500}{10} \cdot (\sin 90^\circ + \cos 90^\circ) = 214,30 \text{ kN}$$

Assim a resistência total à força cortante é dada por:

$$V_{Rd} = V_{c0} + V_{sw} = 754,34 + 214,30 = 968,64 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{968,64 \cdot 11,8}{7,0} \right) - (0,24 \cdot 2,0 \cdot 12,0 \cdot 25,0) = 1488,85 \text{ kN}$$

- **Eurocode 2/2004**

Conforme apresentado anteriormente, esta norma não considera a contribuição conjunta de resistência à força cortante, propiciada pelo concreto e pela armadura vertical, e propõe que deve-se considerar o menor valor obtido entre $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,máx}$. A seguir são apresentados os cálculos realizados para obtenção da resistência à força cortante, e determinação do máximo carregamento P_k suportado.

Resistência propiciada pelo concreto:

$$V_{Rd,s} = \frac{\alpha_c \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{1,0 \cdot 24 \cdot 180 \cdot 0,6 \left(1 - \frac{55,52}{250} \right) \cdot 5,552}{\cot 21,8^\circ + \tan 21,8^\circ} = 3860,10 \text{ kN}$$

Resistência propiciada pela armadura:

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$$

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{2 \cdot 0,8^2 \cdot \pi / 4}{38} \right) \cdot 180 \cdot \frac{500}{10} \cdot \cot 21,8^\circ = 595,25 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{595,25 \cdot 11,8}{7,0} \right) - (0,24 \cdot 2,0 \cdot 12,0 \cdot 25,0) = 823,42 \text{ kN}$$

- **ACI 318/2019**

Esta norma considera a contribuição conjunta de resistência à força cortante, propiciada pelo concreto e pela armadura vertical. A seguir são apresentados os cálculos realizados para obtenção da resistência à força cortante, e determinação do máximo carregamento P_k suportado.

Parcela de resistência referente ao concreto:

$$V_c = \left[0,17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$$

$$V_c = \left[0,17 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{55,52} \right] \cdot 240 \cdot 1800 = 547214,25 \text{ N} = 547,21 \text{ kN}$$

Parcela de resistência referente às armaduras:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s} = \frac{100 \cdot 500 \cdot 1800}{380} = 236842,10 \text{ N} = 236,84 \text{ kN}$$

$$V_n = V_c + V_s = 547,21 + 236,84 = 784,05 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

$$P_k = \left(\frac{784,05 \cdot 11,8}{7,0} \right) - (0,24 \cdot 2,0 \cdot 12,0 \cdot 25,0) = 1177,68 \text{ kN}$$

- **CSA A23.3/2014**

Conforme indicado no item 11.3.6.3 da norma CSA A23.3/2014, para este caso de viga pode-se assumir que $\beta=0,18$

Parcela de resistência referente ao concreto:

$$V_c = 0,65 \cdot 1,0 \cdot 0,18 \cdot \sqrt{55,52} \cdot 240 \cdot 1800 = 376612,16 \text{ N} = 376,61 \text{ kN}$$

Ângulo de inclinação da diagonal comprimida:

$$\theta = 29 + 7000 \cdot \varepsilon_x = 29 + 7000 \cdot 0,002 = 43^\circ$$

Parcela de resistência referente às armaduras:

$$V_s = \frac{\phi_s \cdot A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s}$$

$$V_s = \frac{1,0 \cdot 100,5 \cdot 500 \cdot 1800 \cdot \cot 43^\circ}{380} = 255251,97 \text{ N} = 255,25 \text{ kN}$$

Assim a resistência total à força cortante é dada por:

$$V_r = V_c + V_s = 376,61 + 255,25 = 631,86 \text{ kN}$$

Assim, pode-se determinar por equilíbrio isostático a carga P_k máxima no ponto de carregamento da viga:

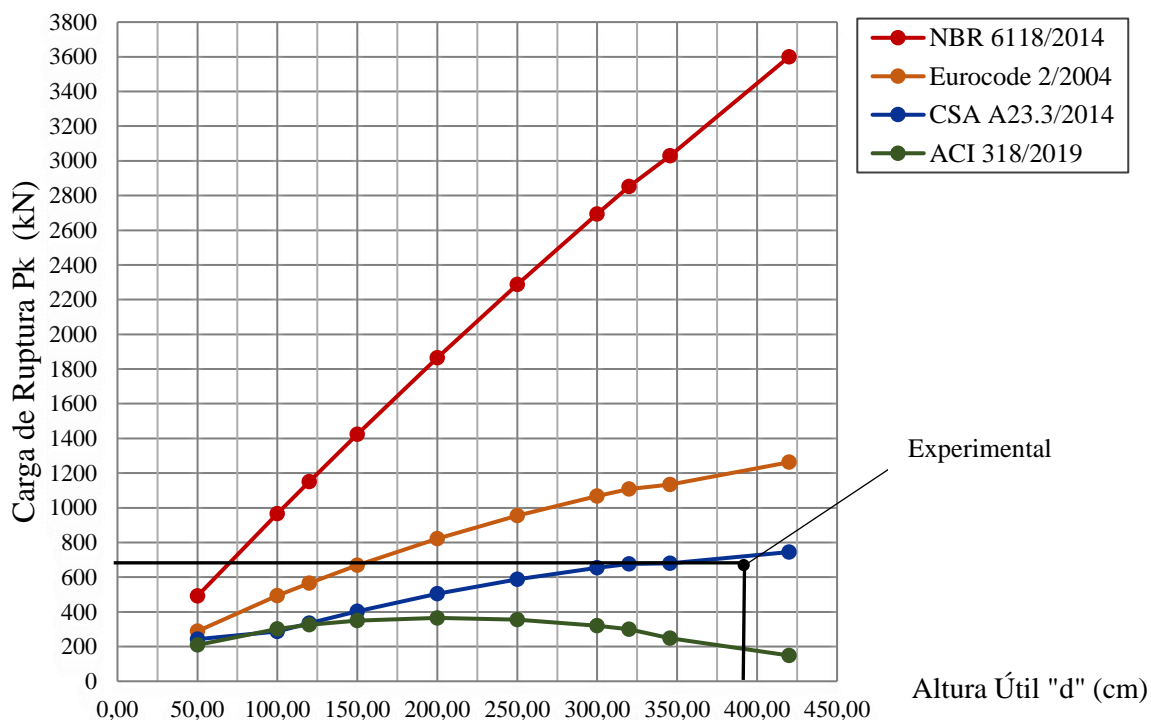
$$P_k = \left(\frac{631,86 \cdot 11,8}{4,8} \right) - (0,24 \cdot 2,0 \cdot 12,0 \cdot 25,0) = 921,13 \text{ kN}$$

4.6. DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA CARGA DE RUPTURA DAS VIGAS B E C CONSIDERANDO INFLUÊNCIA DA ALTURA ÚTIL

Realizou-se análises com as normas NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 e CSA A23.3/2014, considerando para as vigas B e C fixas as taxas de armaduras, resistência do concreto e aço, largura da viga, bem como a relação a/d , e variando-se apenas a altura das vigas. Para a Viga B considerou-se uma variação de altura útil de 55 cm a 462cm. Já para a Viga C considerou-se uma variação de altura de 33cm a 400cm.

A Figura 4.1 ilustra a curva carga de ruptura/altura útil para a seção leste da Viga B, pode-se verificar que a curva da norma CSA A23.3/2014 foi a que mais se aproximou do valor obtido experimentalmente.

Figura 4.1 – Curva carga de ruptura x altura útil para a seção leste da Viga B

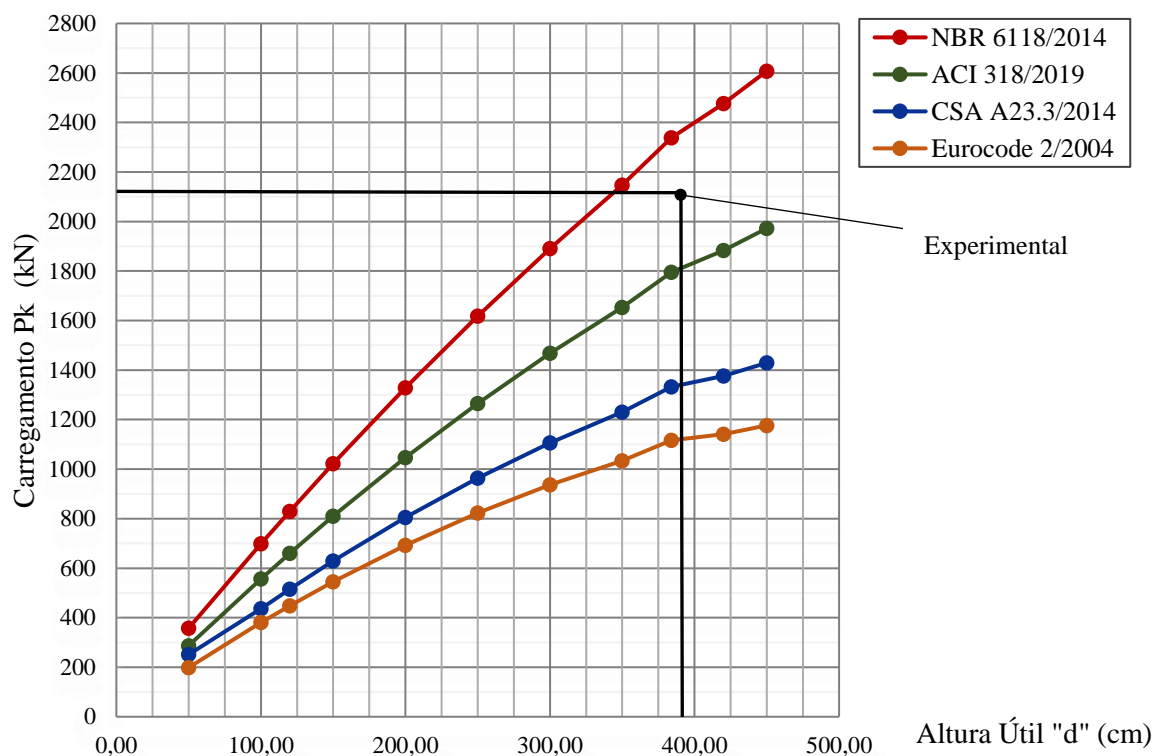


Fonte: O Autor

Deve-se levar em consideração que as normas ACI 318/2019, Eurocode 2/2004 e CSA A23.3/2014, possuem itens específicos para situações de vigas sem armadura transversal, o que não é observado na NBR6118/2014. A norma brasileira tem sua formulação fundamentada no modelo de treliça idealizado, e especifica que se deve ter uma armadura transversal mínima, o que para esta seção da Viga B não é satisfeito. Por este fato acredita-se que o comportamento obtido tenha divergido completamente das outras normas.

Já a Figura 4.2 ilustra a curva carga de ruptura/altura útil para a seção oeste da Viga B. Pode-se observar que as normas ACI318/2019, CSA A23.3/2014 e Eurocode 2/2004 apresentaram comportamento mais conservador com relação ao valor obtido no ensaio experimental, sendo a norma Eurocode 2/2004 a mais conservadora, já que para vigas com estribos é levado em consideração apenas a contribuição da armadura transversal.

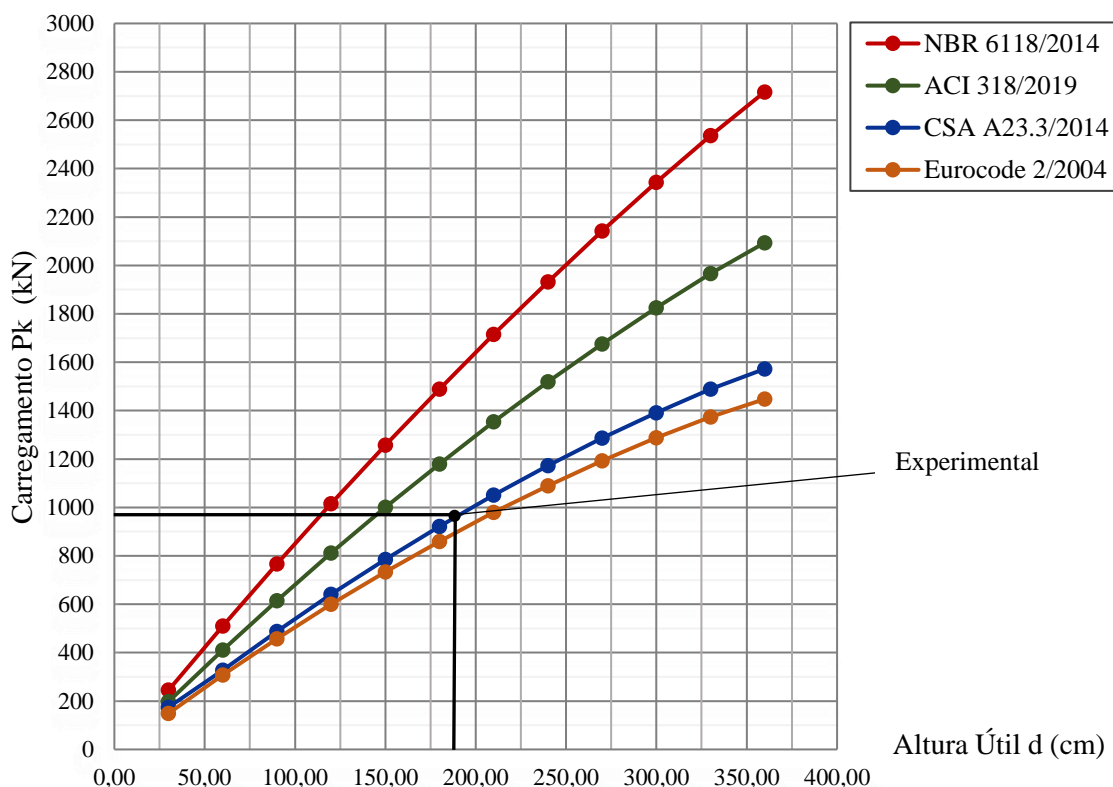
Figura 4.2 – Curva carga x altura útil para a seção oeste da Viga B



Fonte: O Autor

A Figura 4.3 ilustra a curva carga de ruptura/altura útil para a Viga C. Para este caso verificou-se que as quatro normas apresentaram curvas com valores superiores ao ponto referente ao ensaio experimental. A NBR 6118/2014 apresentou a curva com os maiores valores de carga. Pode-se verificar que para uma altura útil de cerca de 100 cm as quatro normas apresentaram curvas com valores próximos entre si, sendo que a partir deste ponto o comportamento de ambas passam a divergir.

Figura 4.3 – Curva carga x altura útil para a Viga C

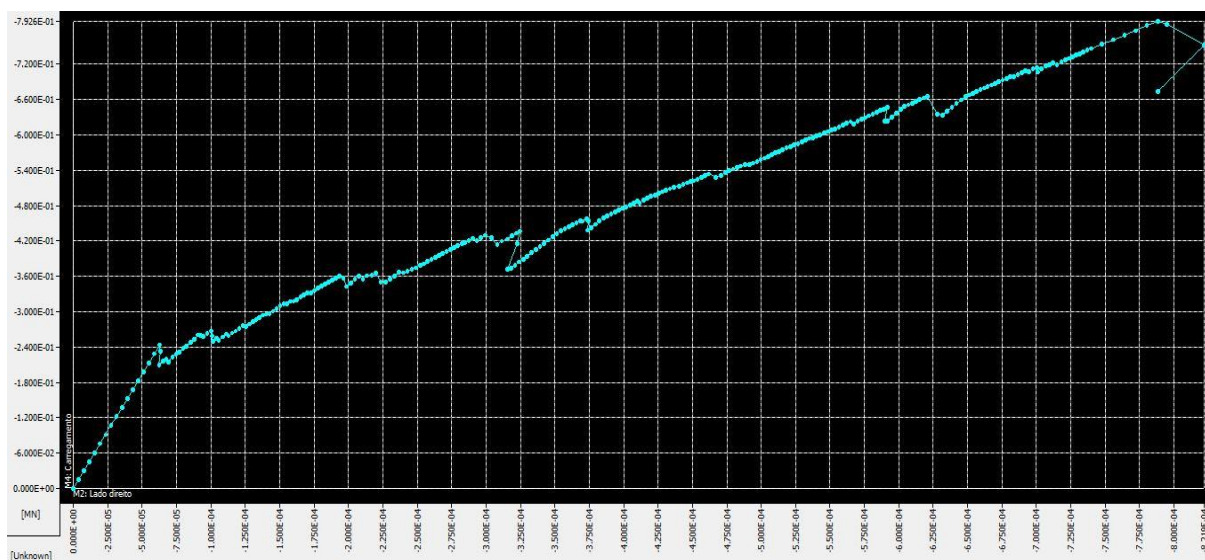


Fonte: O Autor

4.7. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA A NO PROGRAMA ATENA

A análise inicial da seção leste da Viga A permitiu observar que a carga máxima suportada pela viga, excluindo-se o peso próprio, é de aproximadamente 792,60 kN. Já o deslocamento máximo na região central observado na seção leste foi de 8,21 mm. Pode-se observar na Figura 4.4, a qual ilustra a curva carga/deslocamento, que a viga apresentou um comportamento elástico até o carregamento de cerca de 240 kN, já que se tem um trecho de reta. Após este ponto há uma mudança de inclinação da curva, indicando o início da fissuração do concreto. Posteriormente, o carregamento segue até o ponto de inflexão, em que se considerou como a carga máxima suportada pela viga. Após ponto de inflexão o programa ATENA prosseguiu com a análise e apresentou o comportamento pós-pico e emitiu a mensagem informando o fim do processo de análise.

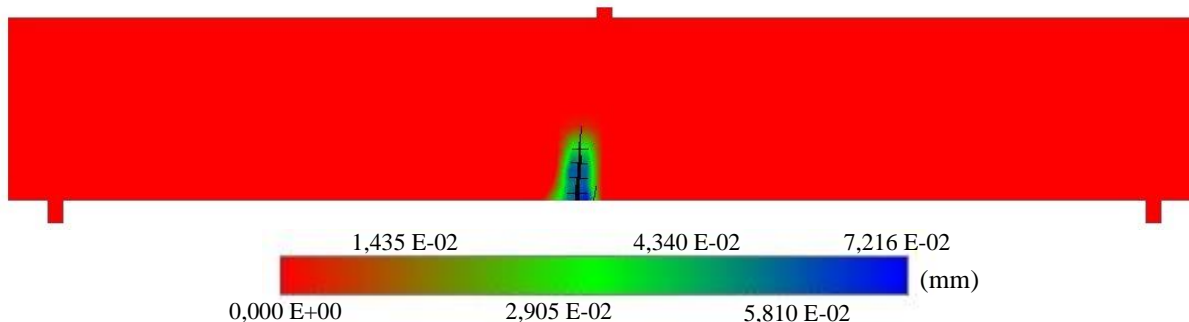
Figura 4.4 – Curva carga/deslocamento para a seção leste da Viga A



Fonte: O Autor

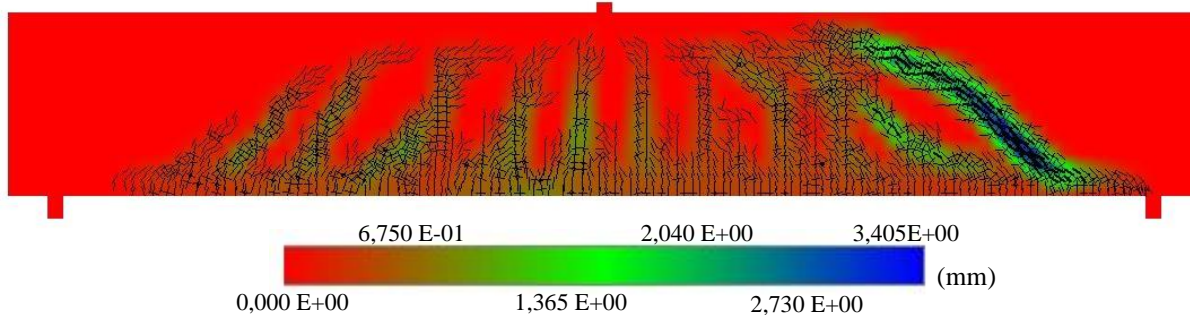
A Figura 4.5 ilustra o instante em que se constatou as primeiras fissuras, as quais tiveram início no centro do vão e na região inferior, além de apresentarem abertura máxima de $7,216 \text{ E-}02 \text{ mm}$, para a carga de cerca de 240 kN . A Figura 4.6 ilustra o panorama de fissuração no instante em que se considerou que a viga atingiu a ruína para a carga de $792,60 \text{ kN}$, pode-se notar o desenvolvimento de fissuras inclinadas que se iniciaram no centro da viga e posteriormente próximas aos apoios, direcionando-se da região inferior para o ponto de carregamento. Além disso, verificou-se o desenvolvimento de uma região fissurada, com aberturas máximas com cerca de $3,405 \text{ mm}$, formando um plano principal de ruptura inclinado, ligando o apoio direito ao ponto de carregamento da viga.

Figura 4.5 – Instante de início de fissuração da seção leste da Viga A



Fonte: O Autor

Figura 4.6 – Instante de ruptura da seção leste da Viga A



Fonte: O Autor

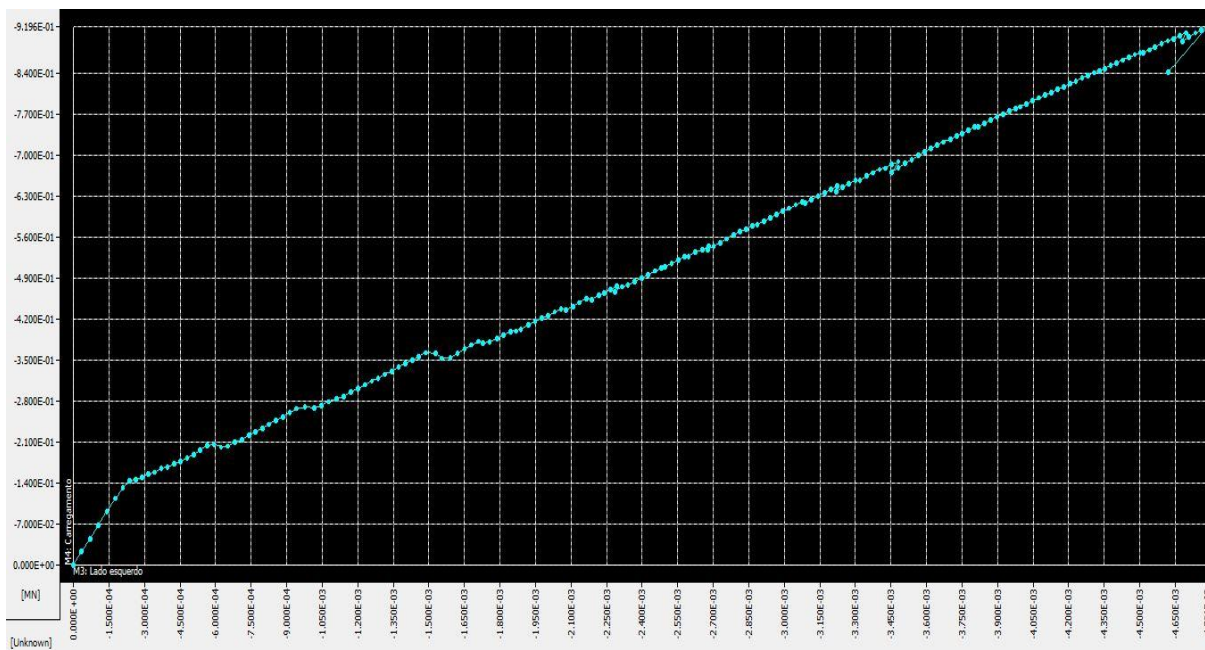
Vale salientar que os resultados apresentados acima, foram obtidos sem o conhecimento prévio dos valores obtidos experimentalmente, já que os pesquisadores responsáveis não haviam apresentado o ganhador do concurso. Tendo isso em vista, destaca-se que o processo de análise e determinação da carga de ruína não se constitui como uma tarefa fácil, devido ao grande número de variáveis.

4.8. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA A NO PROGRAMA ATENA

A análise numérica da seção oeste da Viga A permitiu a princípio verificar que o carregamento máximo suportado, com exceção do peso próprio, foi de 919,60 kN. Além disso, obteve-se um deslocamento máximo na região central da viga de aproximadamente 4,78 mm.

Conforme ilustra a Figura 4.7, a curva carga/deslocamento apresentou um comportamento elástico até o carregamento de aproximadamente 210,0 kN, o qual se verificou o desenvolvimento das primeiras fissuras. Após este ponto há uma mudança de inclinação da curva, indicando o fim do comportamento elástico. Na sequência, o carregamento segue até o ponto de inflexão, o qual se considerou como a carga máxima suportada pela viga.

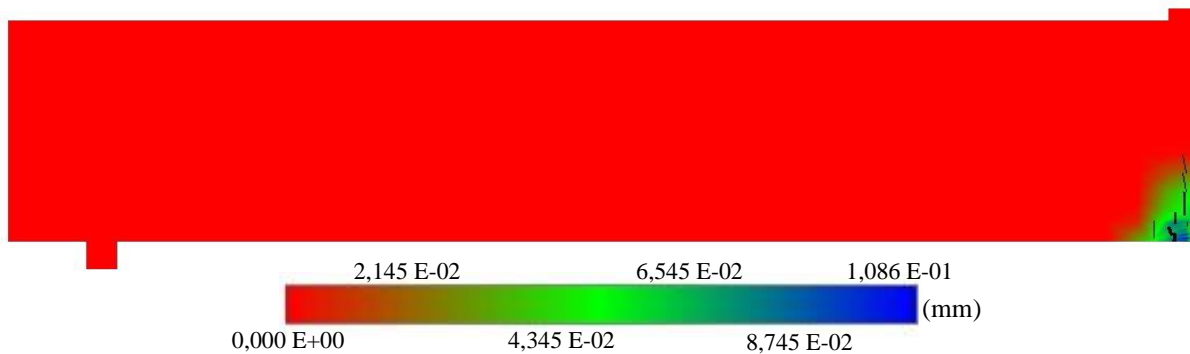
Figura 4.7 – Curva carga/deslocamento para a seção oeste da Viga A



Fonte: O Autor

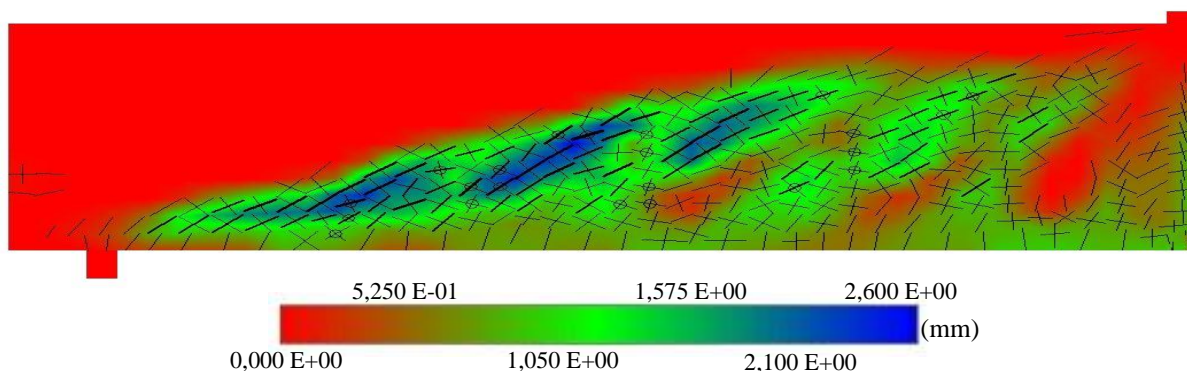
A Figura 4.8 ilustra o instante em que se identificou o desenvolvimento das primeiras fissuras no centro do vão, as quais apresentaram abertura máxima de $1,086 \text{ E-}01 \text{ mm}$ para a carga de 210 kN . Já a Figura 4.9 ilustra o panorama de fissuração no instante em que se considerou que a viga atingiu a ruína, nota-se o desenvolvimento de fissuras inclinadas que se iniciaram no centro da viga e posteriormente próximas aos apoios, direcionando-se da região inferior para o ponto de carregamento. Além disso, a seção oeste dessa viga também apresentou uma região fissurada formando um plano principal, porém ligando o apoio esquerdo ao ponto de carregamento e com aberturas máximas de aproximadamente $2,60 \text{ mm}$.

Figura 4.8 – Instante de início de fissuração da seção oeste da Viga A



Fonte: O Autor

Figura 4.9 – Instante de ruptura da seção oeste da Viga A

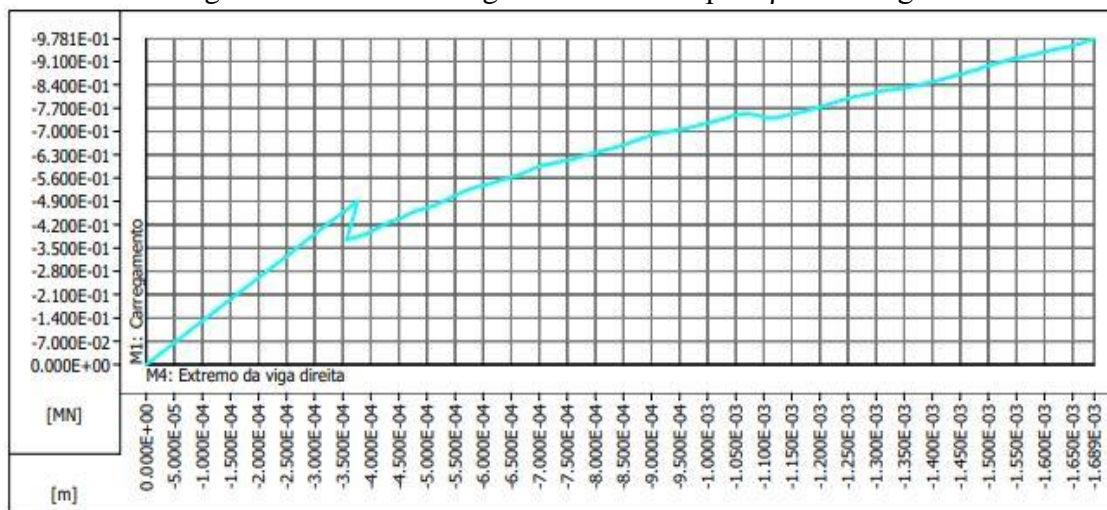


Fonte: O Autor

Vale salientar que os resultados apresentados acima, foram obtidos sem o conhecimento prévio dos valores obtidos experimentalmente, já que os pesquisadores responsáveis não haviam apresentado o ganhador do concurso até o momento da execução das análises.

4.9. ANALISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE VIGA B NO PROGRAMA ATENA

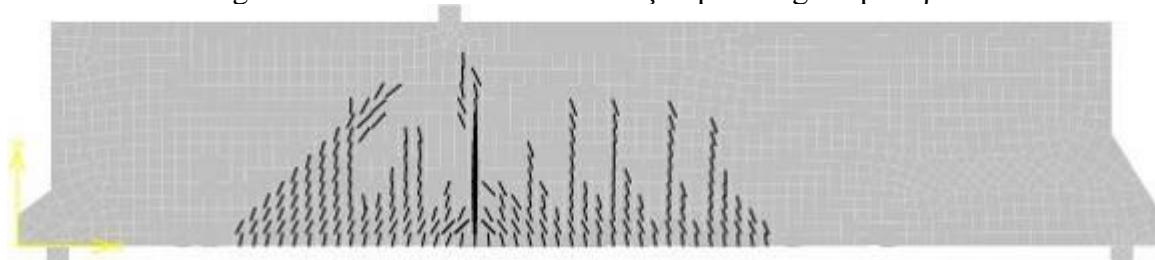
Após a execução das primeiras análises não lineares da Viga B considerando $\beta=1$, isto é, completo intertravamento dos agregados, observou-se um problema de inconsistência. Para esta situação o carregamento aplicado aumentava de maneira indefinida extrapolando os valores experimentais, conforme ilustra a Figura 4.10.

Figura 4.10 – Curva carga/deslocamento para $\beta=1$ da Viga B

Fonte: O Autor

Além disso, o panorama de fissuração apresentou pouca semelhança com o obtido experimentalmente por Collins et al. (2015). Na Figura 4.11 pode-se verificar que para um carregamento superior ao experimental, não se desenvolveram fissuras ligando o ponto de carregamento ao apoio direito.

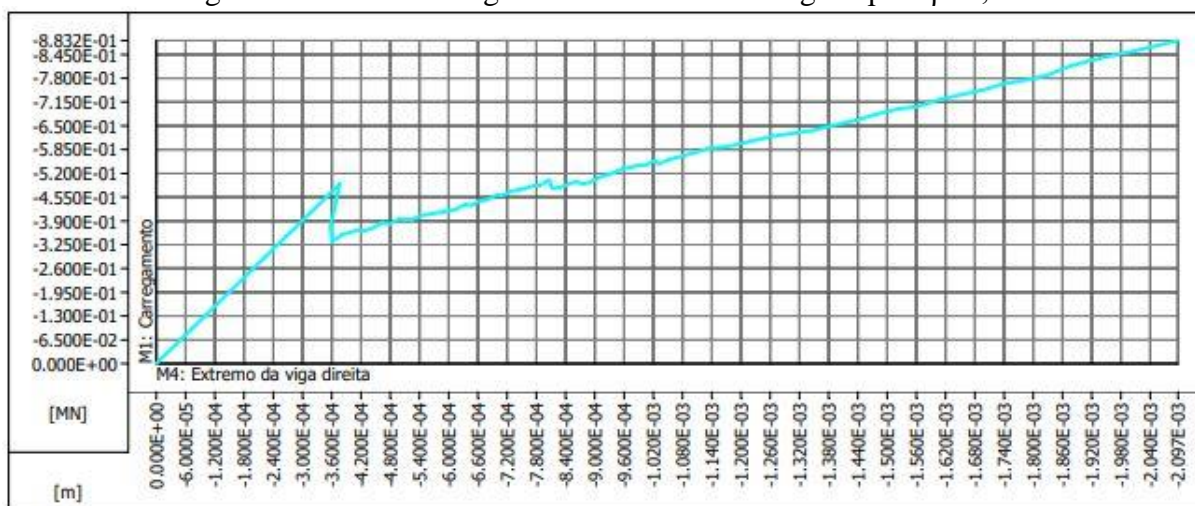
Figura 4.11 – Panorama de fissuração para Viga B para $\beta=1$



Fonte: O Autor

Após uma nova análise admitindo-se $\beta=0,001$, isto é incapacidade de intertravamento de agregado, pode-se verificar uma instabilidade numérica, que provocou a parada do processo de solução, para um carregamento de 883,20 kN. Conforme ilustra a Figura 4.12, não se verificou a presença de um comportamento pós-pico na curva carga-deslocamento.

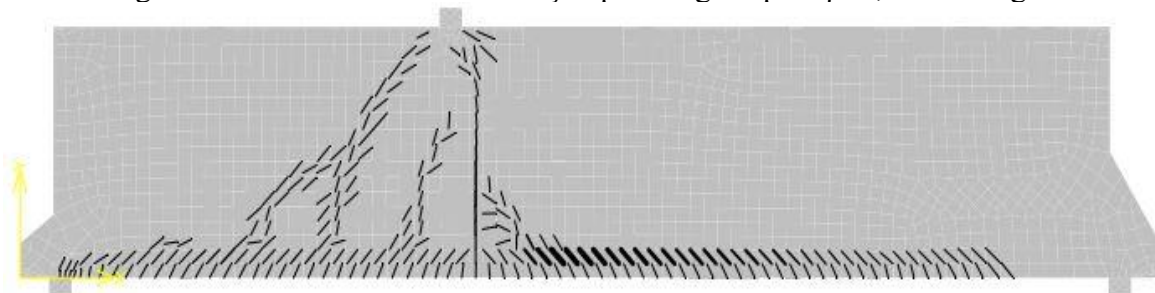
Figura 4.12 – Curva carga x deslocamento da Viga B para $\beta=0,001$



Fonte: O Autor

Conforme ilustrado na Figura 4.13, o panorama de fissuração deu-se ao longo da armadura de flexão positiva, divergindo do comportamento esperado, com fissuras ao longo da altura da viga ligando o ponto de carregamento e os apoios.

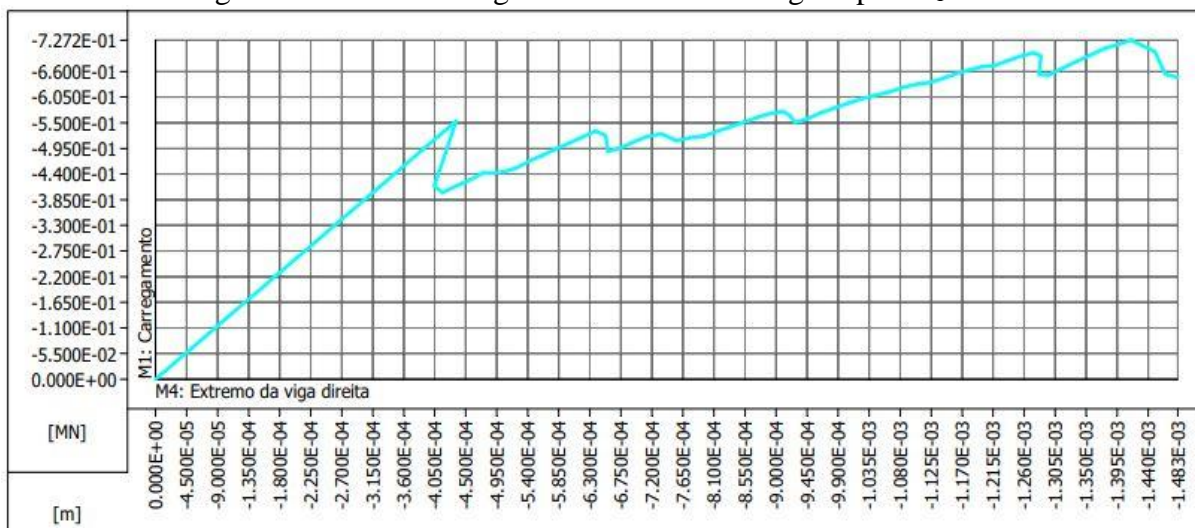
Figura 4.13 – Panorama de fissuração para Viga B para $\beta=0,001$ da Viga B



Fonte: O Autor

A análise seguinte considerando os parâmetros apresentados na Tabela 3.5 e o material *Non Linear Cementitious 2* para o concreto, apresentou uma carga de ruína de 727,20 kN, e uma curva carga-deslocamento com região de pós-pico, conforme ilustra a Figura 4.14.

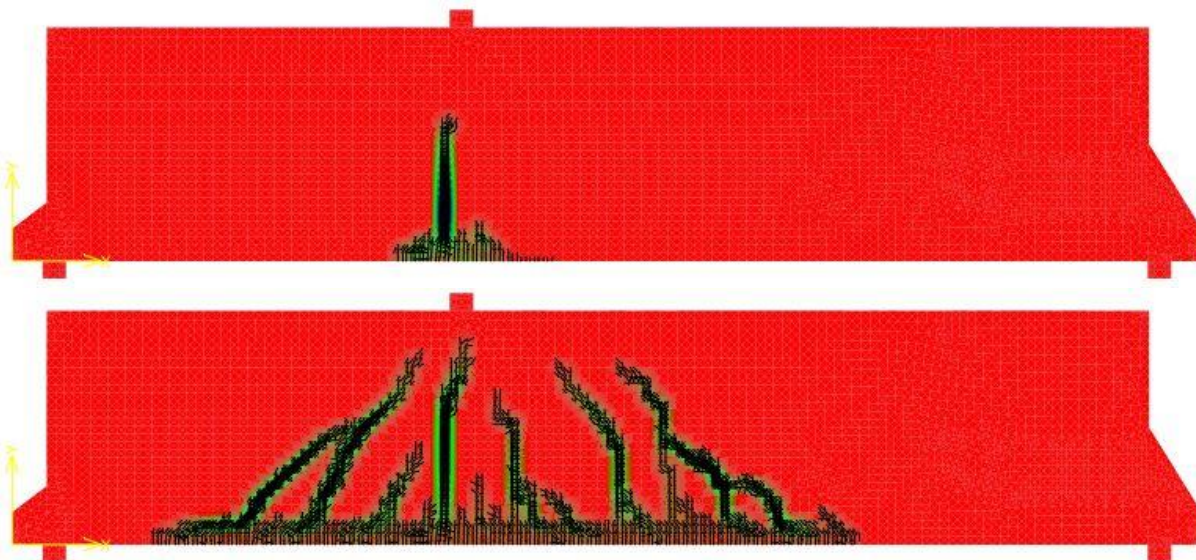
Figura 4.14 – Curva carga-deslocamento da Viga B para $S_F = 200$



Fonte: O Autor

Na Figura 4.15 pode-se avaliar o instante em que se verificou as primeiras fissuras e a ruptura. As primeiras fissuras foram registradas para uma carga de cerca de 550kN. Já a ruptura foi registrada com uma carga de 727,20 kN.

Figura 4.15 – Instante de início de fissuração e ruptura da seção leste da Viga B



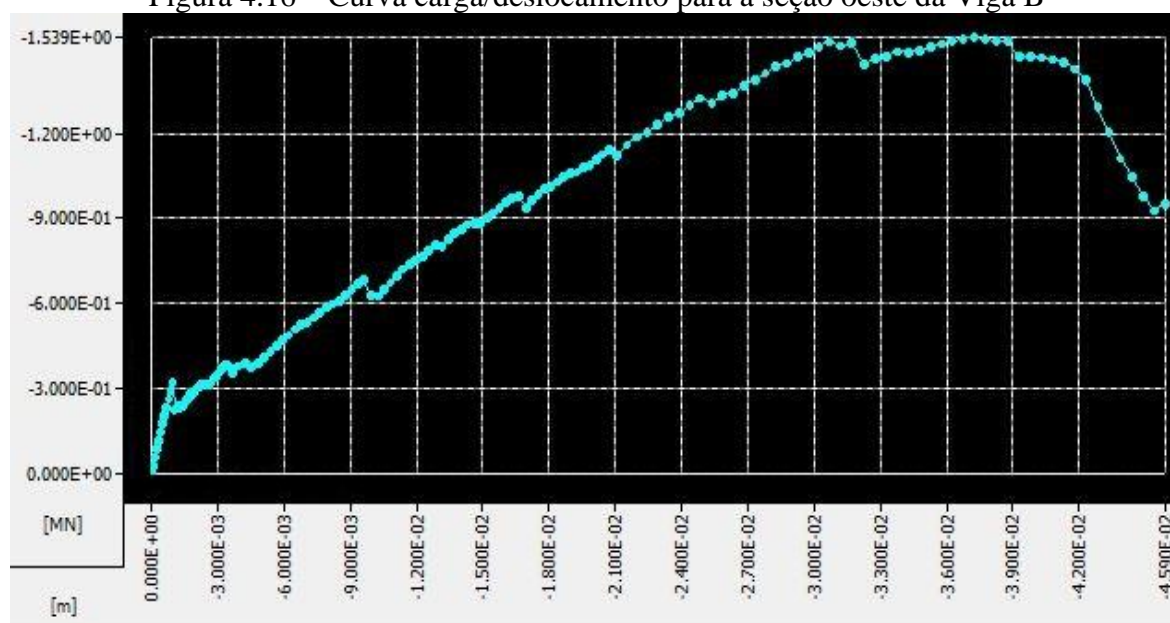
Fonte: O Autor

Pode-se notar que as primeiras fissuras são devido a flexão, já no momento da ruptura pode-se constatar fissuras de cisalhamento.

4.10. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE VIGA B NO PROGRAMA ATENA

Após a execução das análises não lineares da Viga B obteve-se uma carga de ruína de cerca de $P_k = 1539,00$ kN. A Figura 4.16 ilustra a curva de carga/deslocamento obtida para essa seção da viga utilizando-se o ATENA. Pode-se notar que há valores acentuados de deslocamentos até a ruptura do elemento. Após o pico de carga os deslocamentos ampliam ainda mais, porém com decréscimo da capacidade de carga, indicando a ruptura do elemento.

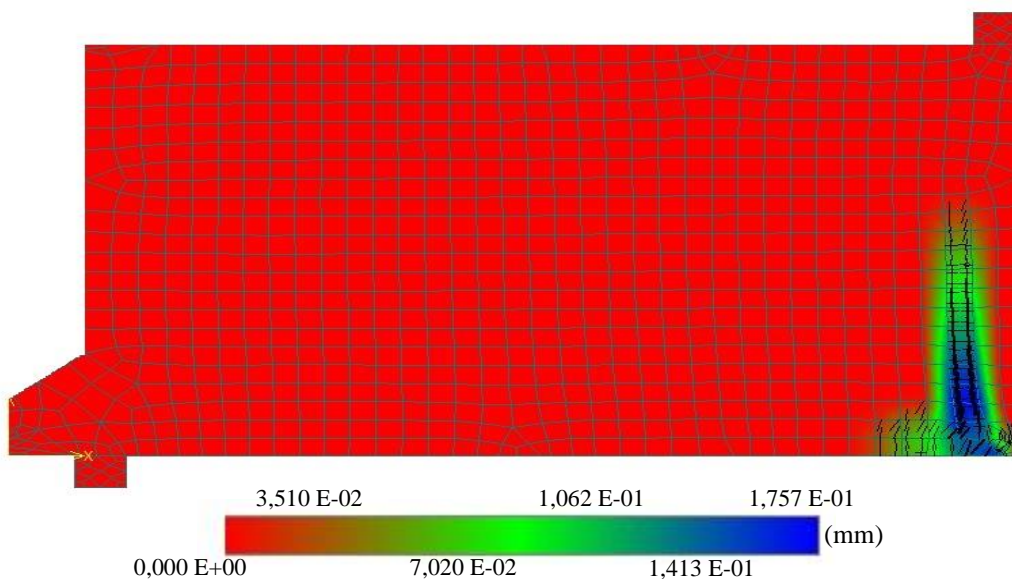
Figura 4.16 – Curva carga/deslocamento para a seção oeste da Viga B



Fonte: O Autor

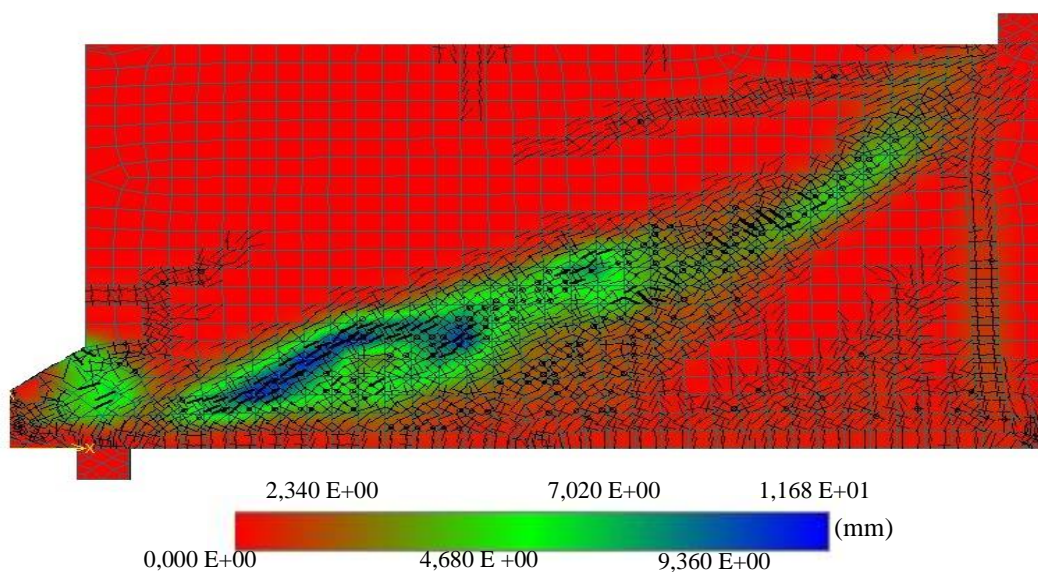
A Figura 4.17 ilustra o instante em que se identificou o desenvolvimento das primeiras fissuras no centro do vão, as quais apresentaram abertura máxima de $1,757 \text{ E-}01$ mm para a carga de 315 kN. Já a Figura 4.18 ilustra o panorama de fissuração no instante em que se considerou que a viga atingiu a ruína. Pode-se constatar a presença de fissuras dispersas, porém com o desenvolvimento de um plano fissurado principal, ligando o ponto de carregamento ao ponto de apoio. A abertura máxima de fissura registrada foi de $1,168 \text{ E+}01$ mm, para a região inferior da viga próxima ao apoio.

Figura 4.17 – Instante de início de fissuração da seção oeste da Viga B



Fonte: O Autor

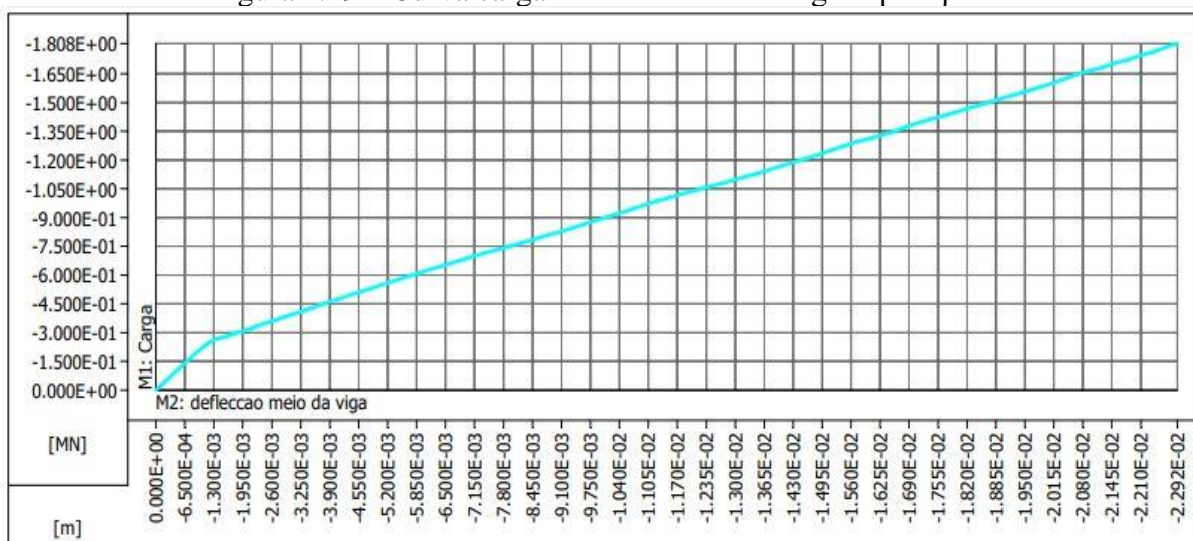
Figura 4.18 – Instante da ruptura da seção oeste da Viga B



Fonte: O Autor

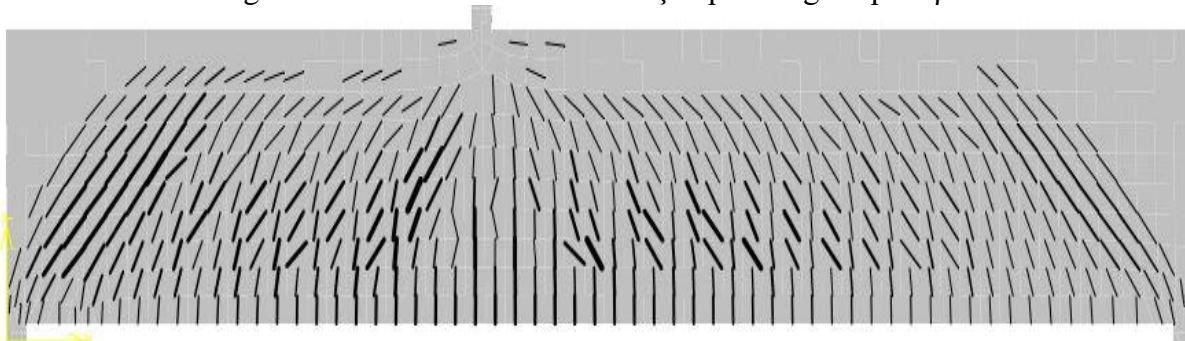
4.11. ANÁLISE NUMÉRICA DA VIGA C NO PROGRAMA ATENA

As primeiras análises não-lineares da Viga C, considerando $\beta = 1$, demonstraram que a carga resistida aumentava indefinidamente enquanto ocorria a fissuração. A carga de ruptura obtida foi de 1808,00 kN, superando o valor de 973,12 kN obtido experimentalmente. Na Figura 4.19 pode-se observar que a curva carga-deslocamento apresentou comportamento linear com crescimento indefinido e sem um trecho de pós-pico.

Figura 4.19 – Curva carga-deslocamento da Viga C para $\beta=1$ 

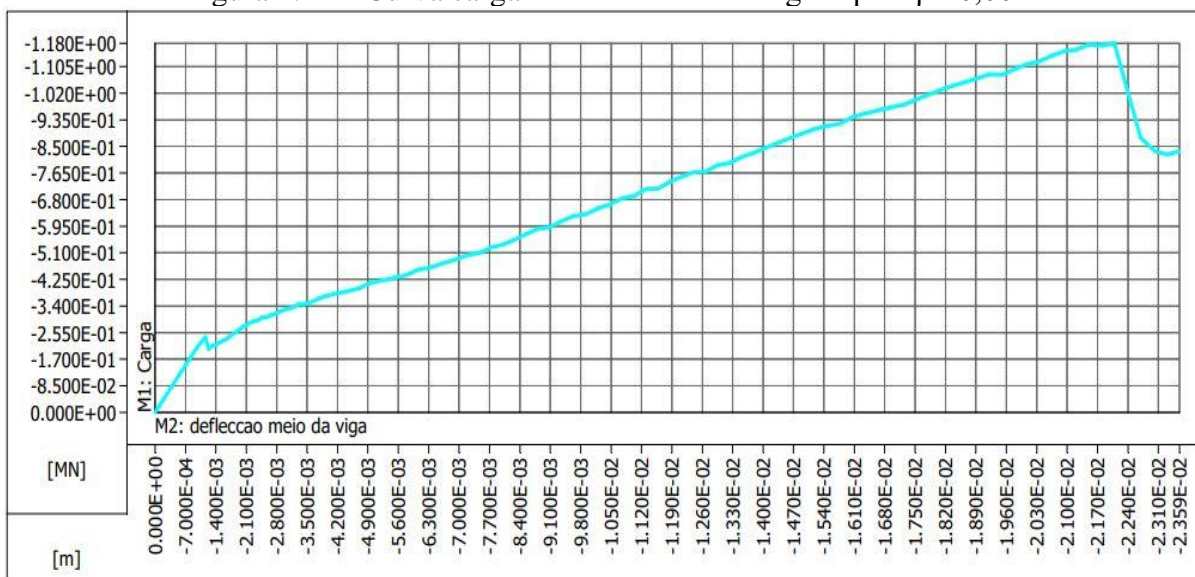
Fonte: O Autor

Com relação ao panorama de fissuração pode-se constatar fissuras distribuídas ao longo de toda a altura do elemento, e com padrão generalizado ao longo de todo o comprimento da viga, conforme ilustra a Figura 4.20.

Figura 4.20 – Panorama de fissuração para Viga C para $\beta=1$ 

Fonte: O Autor

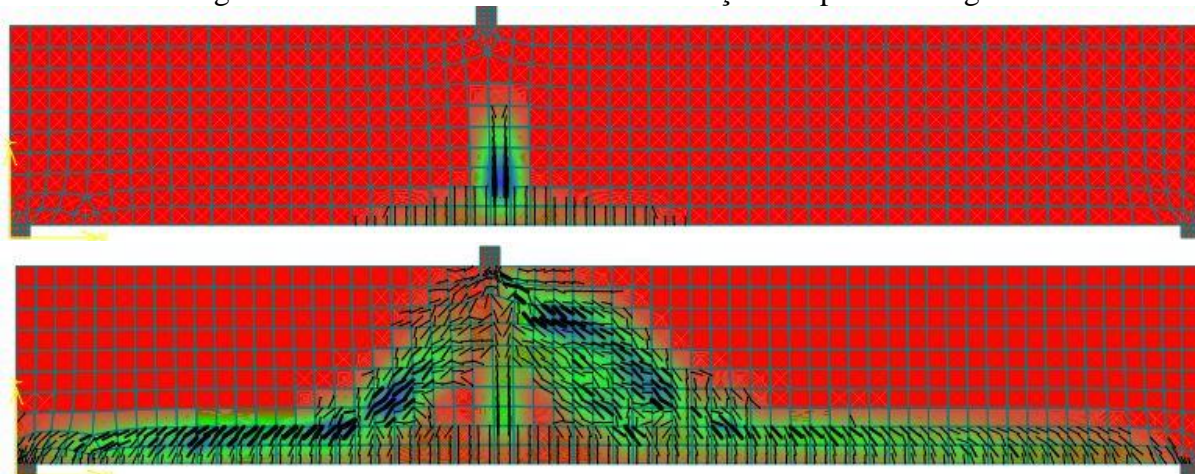
Na análise seguinte considerando $\beta=0,001$, isto é, incapacidade de intertravamento de agregado, obteve-se uma carga de ruptura de 1180,00 kN. Conforme ilustrado na Figura 4.21 a curva carga-deslocamento apresentou um melhor comportamento com um trecho de pós-pico, e deflexão na face inferior da viga no ponto de carregamento de cerca de 2.35E-02 m.

Figura 4.21 – Curva carga-deslocamento da Viga C para $\beta = 0,001$ 

Fonte: O Autor

A Figura 4.22 ilustra o instante em que se verificou as primeiras fissuras e a ruptura. As primeiras fissuras foram registradas para uma carga de 250kN. Já a ruptura foi registrada com uma carga de 1180kN.

Figura 4.22 – Instante de início de fissuração e ruptura da Viga C



Fonte: O Autor

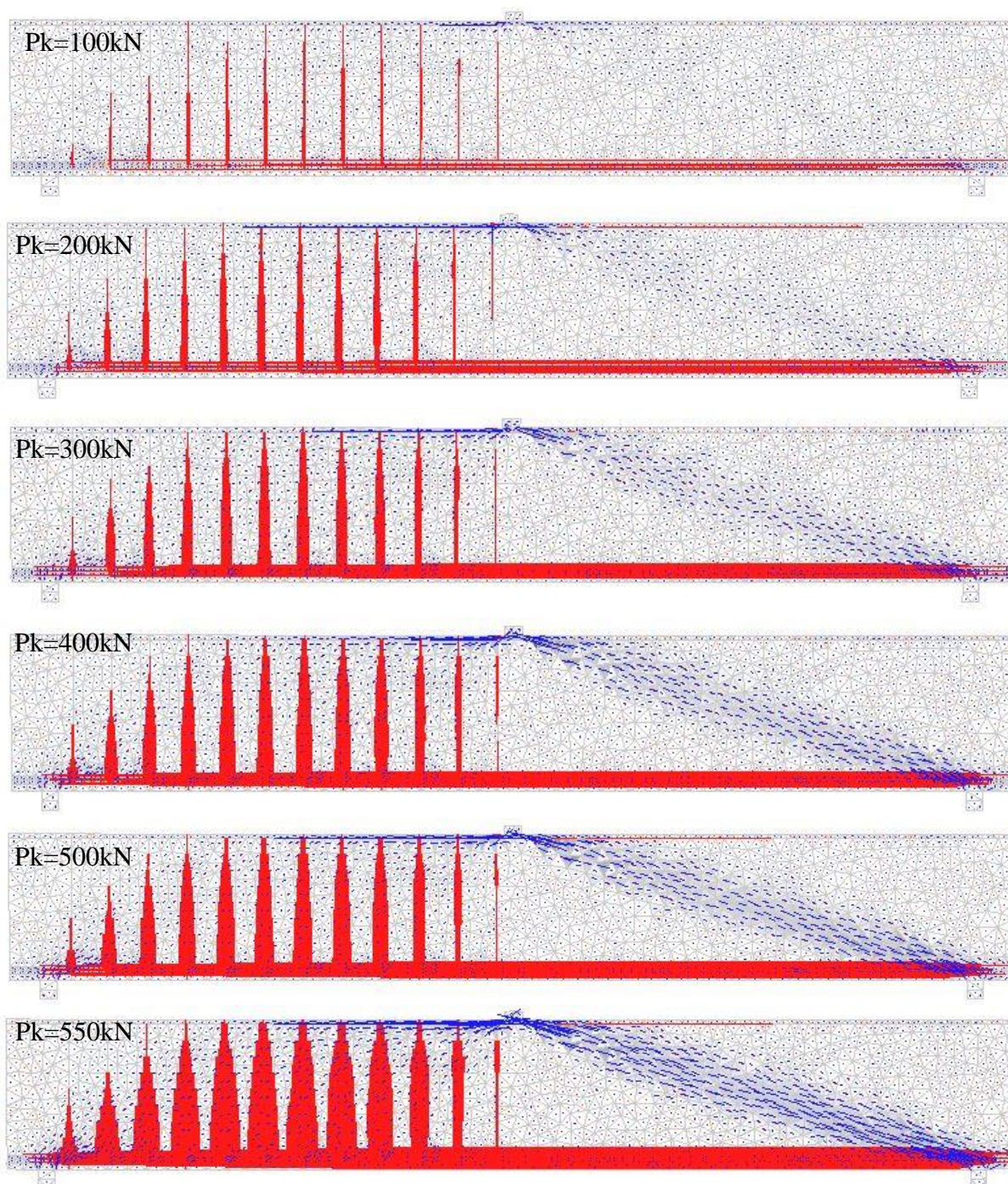
Pode-se verificar que as primeiras fissuras são devido a flexão, enquanto que no momento da ruptura são registradas fissuras inclinadas de cisalhamento.

Vale ressaltar que o resultado detalhado do ensaio experimental, com o panorama de fissuração obtido ainda não foi divulgado por gCons (2020). Entretanto, pode-se analisar pela Figura 3.16 do ensaio experimental, que no momento da ruína há o desenvolvimento de fissuras com maiores aberturas, que se orientam do ponto de carregamento até a face inferior da viga em sua região central, e seguem ao longo da armadura de flexão até o ponto de apoio.

4.12. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA A NO PROGRAMA JCONC

Neste item são apresentados os resultados das análises da seção leste da Viga A, utilizando-se o Método dos Campos de Tensão Modificado (MCFT) com auxílio do programa JCONC. A Figura 4.23 ilustra o desenvolvimento da relação resistência/tensão atuante tanto no concreto como nas armaduras, as áreas em tons de azul representam as regiões comprimidas, e as em tons de vermelho representam as regiões tracionadas.

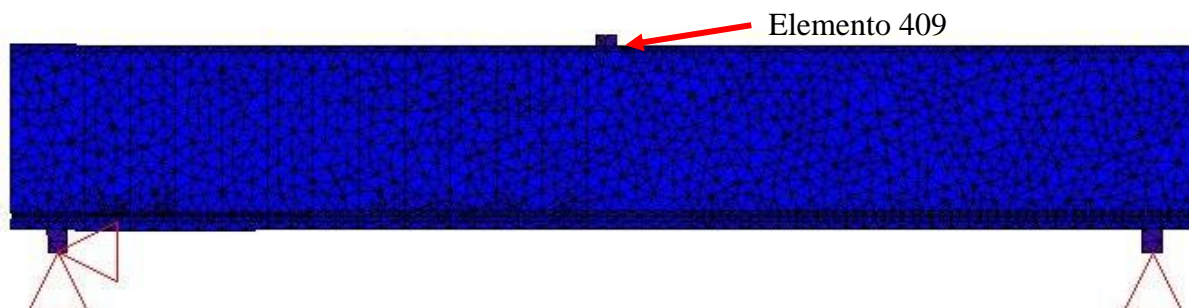
Figura 4.23 – Diagrama *relative stress* da seção leste da Viga A



Fonte: O Autor

As análises com o JCONC permitiram constatar que a ruína da viga se deu pela ruptura do concreto no elemento 409, localizado abaixo do ponto de carregamento, conforme ilustra a Figura 4.24.

Figura 4.24 – Posição do elemento 409 da Viga seção leste da Viga A no JCONC



Fonte: O Autor

A Figura 4.25 ilustra a mensagem de erro fornecida pelo JCONC de 0,004, para o último carregamento de 550 kN.

Figura 4.25 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC para a seção leste da Viga A

```
Total free memory: 85.0 MB
Estimated required memory = 63.0 MB

**** SOLUTION ****

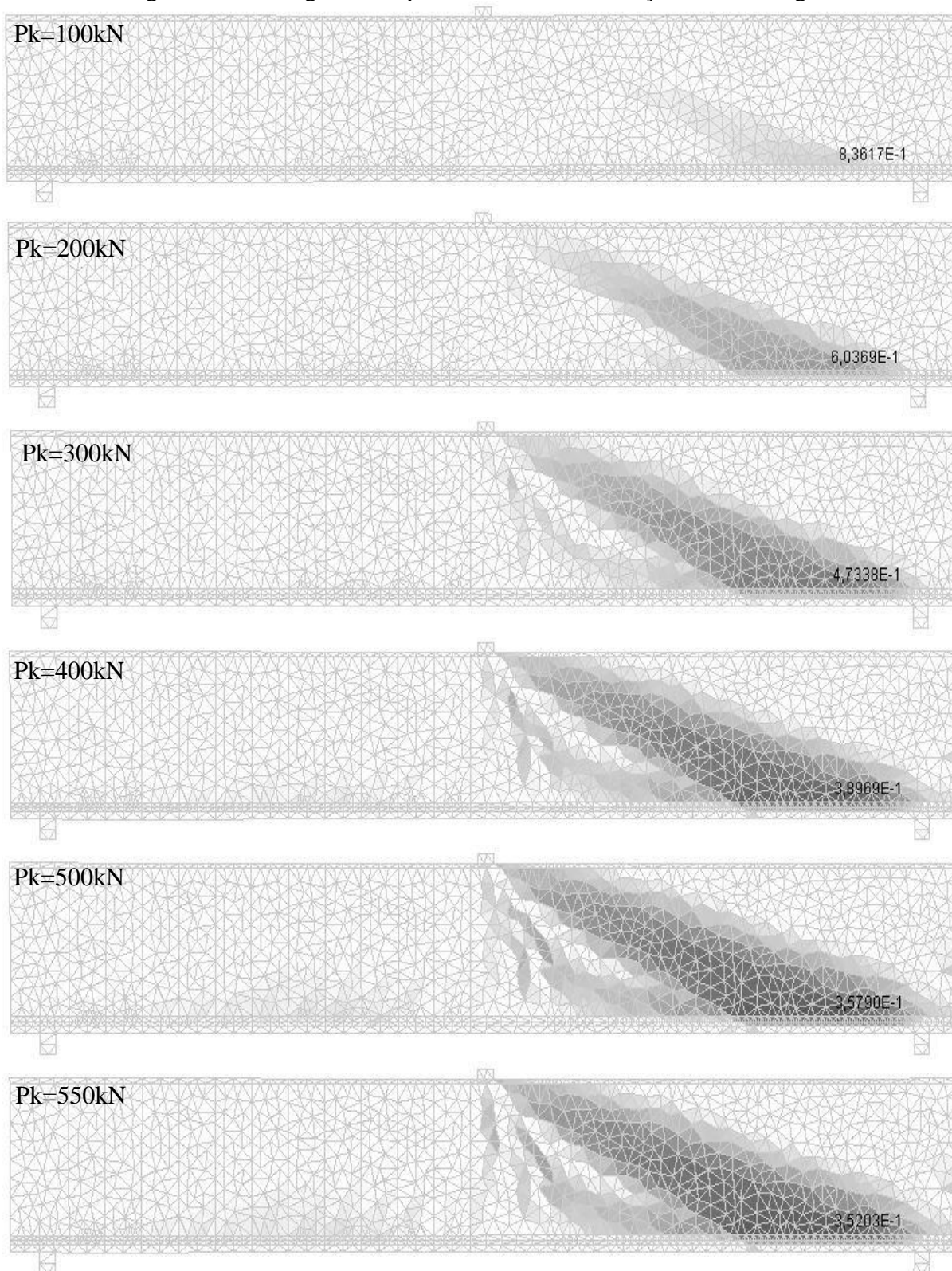
STEP 1      OK
STEP 2      Error = 0,029
STEP 3      Error = 0,755
STEP 4      Error = 7,027
STEP 5      Error = 7,422
STEP 6      Error = 5,267
STEP 7      Error = 4,849
STEP 8      Error = 0,939
STEP 9      Error = 4,430
STEP 10     Error = 0,545
STEP 11     Error = 0,331
STEP 12     Error = 1,489
STEP 13     Error = 0,275
STEP 14     Error = 0,080
STEP 15     Error = 0,134
STEP 16     Error = 0,187
STEP 17     Error = 0,136
STEP 18     Error = 0,079
STEP 19     Error = 0,088
STEP 20     Error = 0,069

STEP 20 Sum F-R = 6,9259E-2
```

Fonte: O Autor

Já a Figura 4.26 ilustra os diagramas de Eta_2 para a viga em estudo. Pode-se notar que a área com resistência mais penalizada (tons de cinza) é a região da escora inclinada.

Figura 4.26 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção leste da Viga A

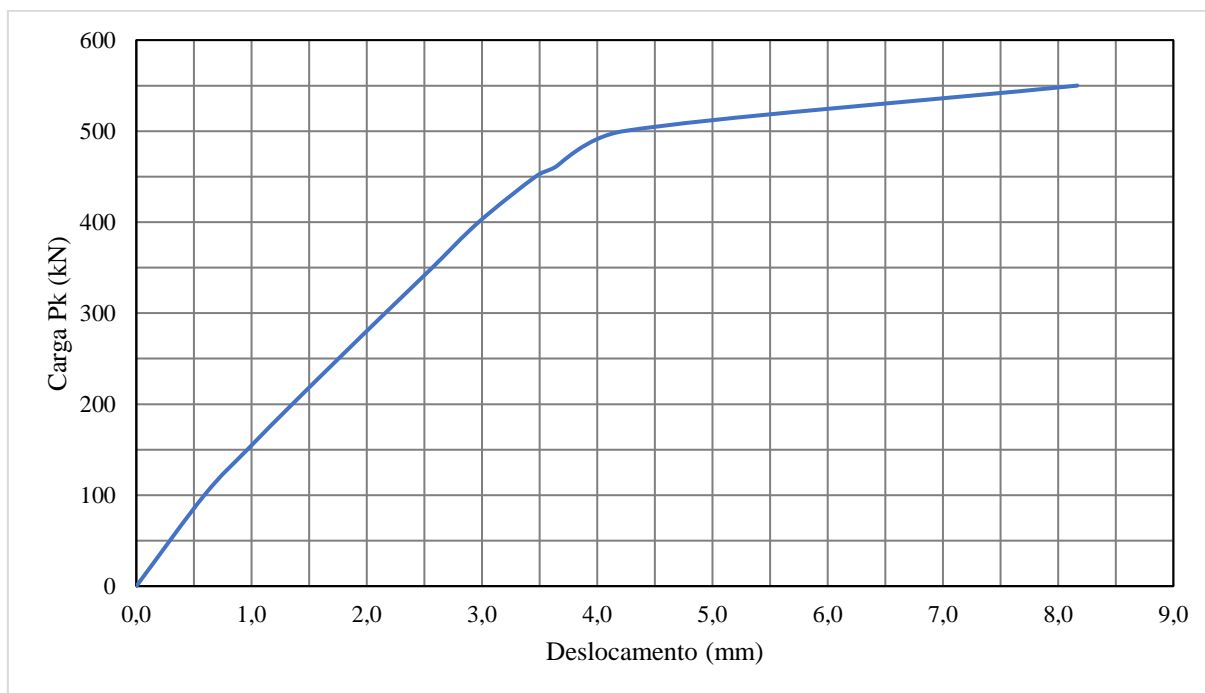


Fonte: O Autor

Por meio das análises com ampliação do carregamento pode-se estabelecer uma curva carga/deslocamento para a seção leste da viga, a qual é ilustrada na Figura 4.27. A carga máxima obtida foi de 550kN, já o deslocamento máximo foi de 8mm. Pode-se observar ainda na Figura

4.27, que a partir da carga de 500 kN há uma mudança de inclinação da curva, e um aumento expressivo do deslocamento para um pequeno ganho de carga. Tal comportamento indica que se obteve uma possível solução, já que os deslocamentos ampliavam sem ganho de carga.

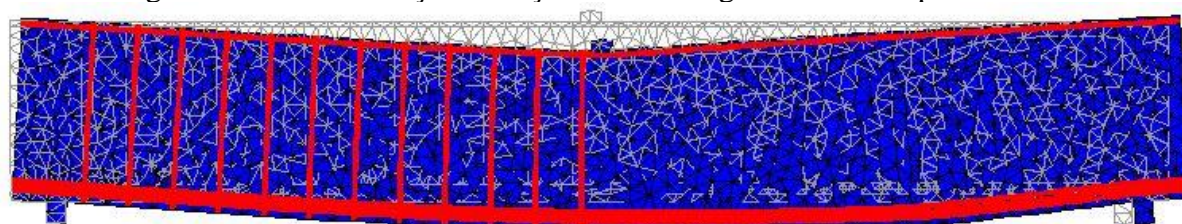
Figura 4.27 – Curva carga-deslocamento da seção leste da Viga A fornecida pelo JCONC



Fonte: O Autor

Já Figura 4.28 ilustra a deformação da seção leste da Viga A para o último carregamento de 550 kN, obtido com o JCONC. Vale ressaltar que se utilizou uma extrapolação gráfica de 20 vezes, para melhor visualização.

Figura 4.28 – Deformação da seção leste da Viga A fornecida pelo JCONC

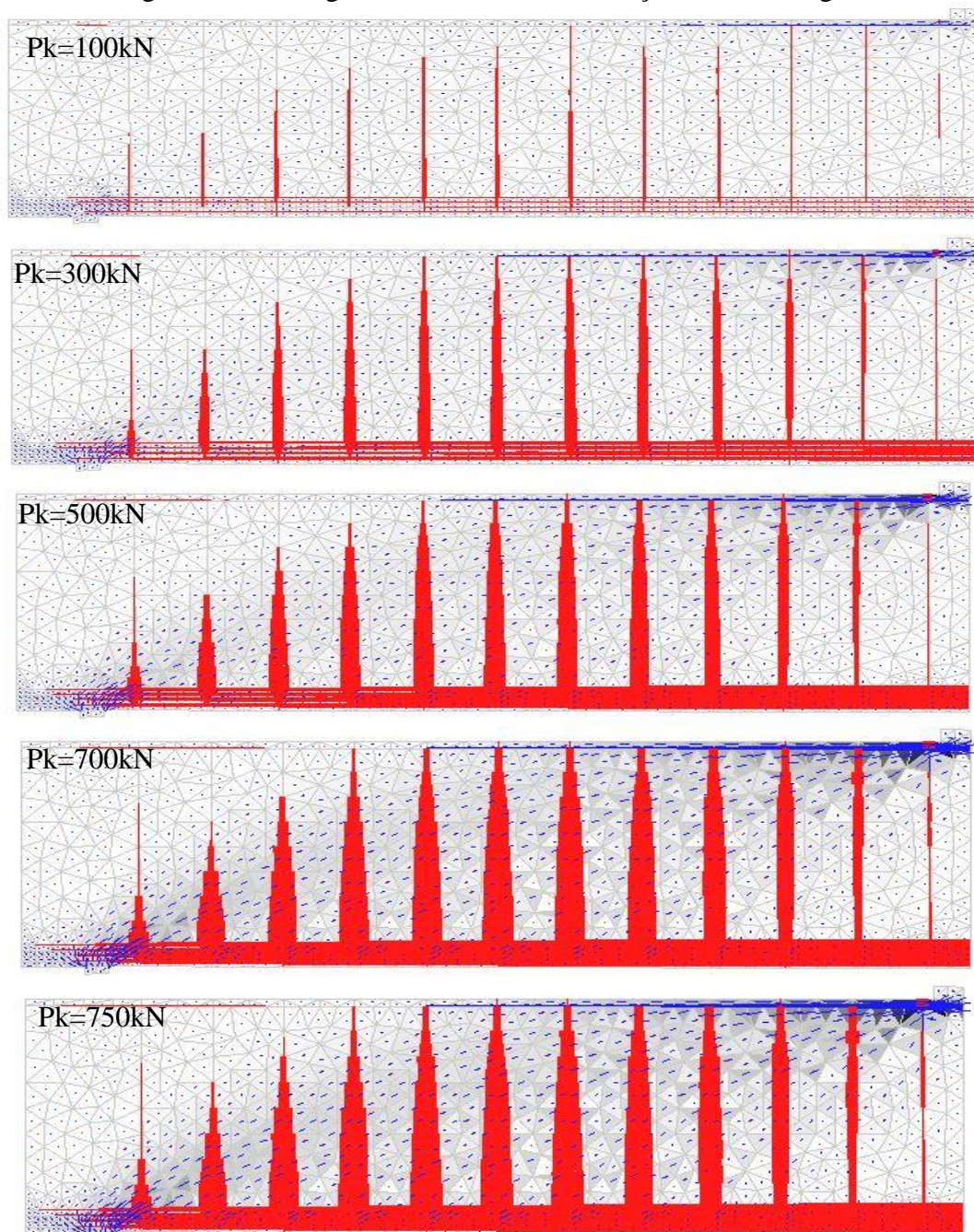


Fonte: O Autor

4.13. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA A NO PROGRAMA JCONC

Neste item são apresentados os resultados das análises da seção oeste da Viga A, utilizando-se o Método dos Campos de Tensão Modificado (MCFT) com auxílio do programa JCONC. A Figura 4.29 ilustra o desenvolvimento da relação resistência/tensão atuante (chamado de *relative stress* no JCONC), tanto no concreto como nas armaduras, as áreas em tons de azul representam as regiões comprimidas, e as em tons de vermelho representam as regiões tracionadas.

Figura 4.29 – Diagrama *relative stress* da seção oeste da Viga A

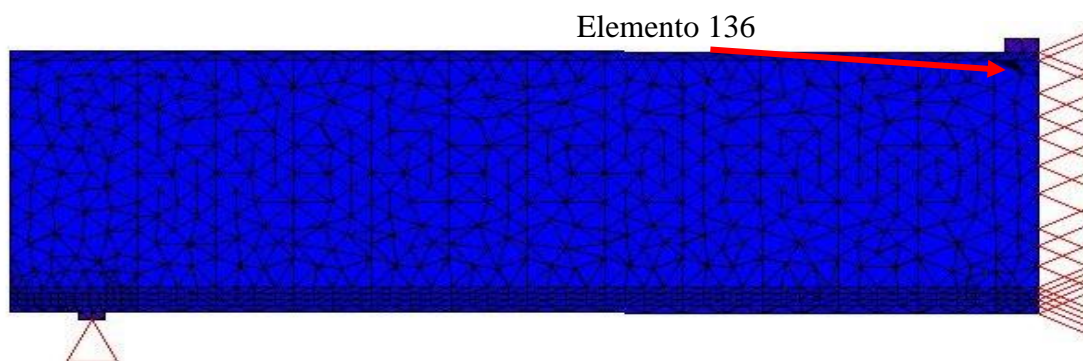


Fonte: O Autor

Pode-se verificar a formação de escoras inclinadas, região em tom de azul, ligando o ponto de aplicação de carga ao apoio esquerdo, as escoras também são interceptadas por linhas em tons de vermelho, representando a tensão de tração nas armaduras. Nessa mesma figura pode-se notar ainda que com o aumento do carregamento, ocorre a alternância da coloração da malha de elementos finitos, que passa de tons de branco para tons de preto, representado as regiões dos elementos de concreto mais solicitadas e próximas do limite de resistência.

As análises com o JCONC permitiram constatar que a ruína da viga se deu pela ruptura do concreto no elemento 136, para um carregamento de $P_k = 750\text{kN}$, conforme ilustra a Figura 4.30.

Figura 4.30 – Posição do elemento 136 da seção oeste da Viga A no JCONC



Fonte: O Autor

Já Figura 4.31 ilustra a mensagem do erro fornecido pelo JCONC de 0,003, para o último carregamento de 750 kN, evidenciando que o programa encontrou uma possível solução.

Figura 4.31 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC para a seção oeste da Viga A

```

**** SOLUTION ****
STEP      1      OK
STEP      2      Error = 0,677
STEP      3      Error = 1,771
STEP      4      Error = 4,268
STEP      5      Error = 3,853
STEP      6      Error = 3,674
STEP      7      Error = 2,092
STEP      8      Error = 3,841
STEP      9      Error = 2,025
STEP     10      Error = 0,538
STEP     11      Error = 0,232
STEP     12      Error = 0,171
STEP     13      Error = 0,251
STEP     14      Error = 0,034
STEP     15      Error = 0,026
STEP     16      Error = 0,009
STEP     17      Error = 0,025
STEP     18      Error = 0,013
STEP     19      Error = 0,009
STEP     20      Error = 0,008
STEP     21      Error = 0,005
STEP     22      Error = 0,006
STEP     23      Error = 0,003

STEP 23 Sum F-R = 2,5770E-3
766   nodes
1916  elements
9     materials
1     loads
16    boundary conditions

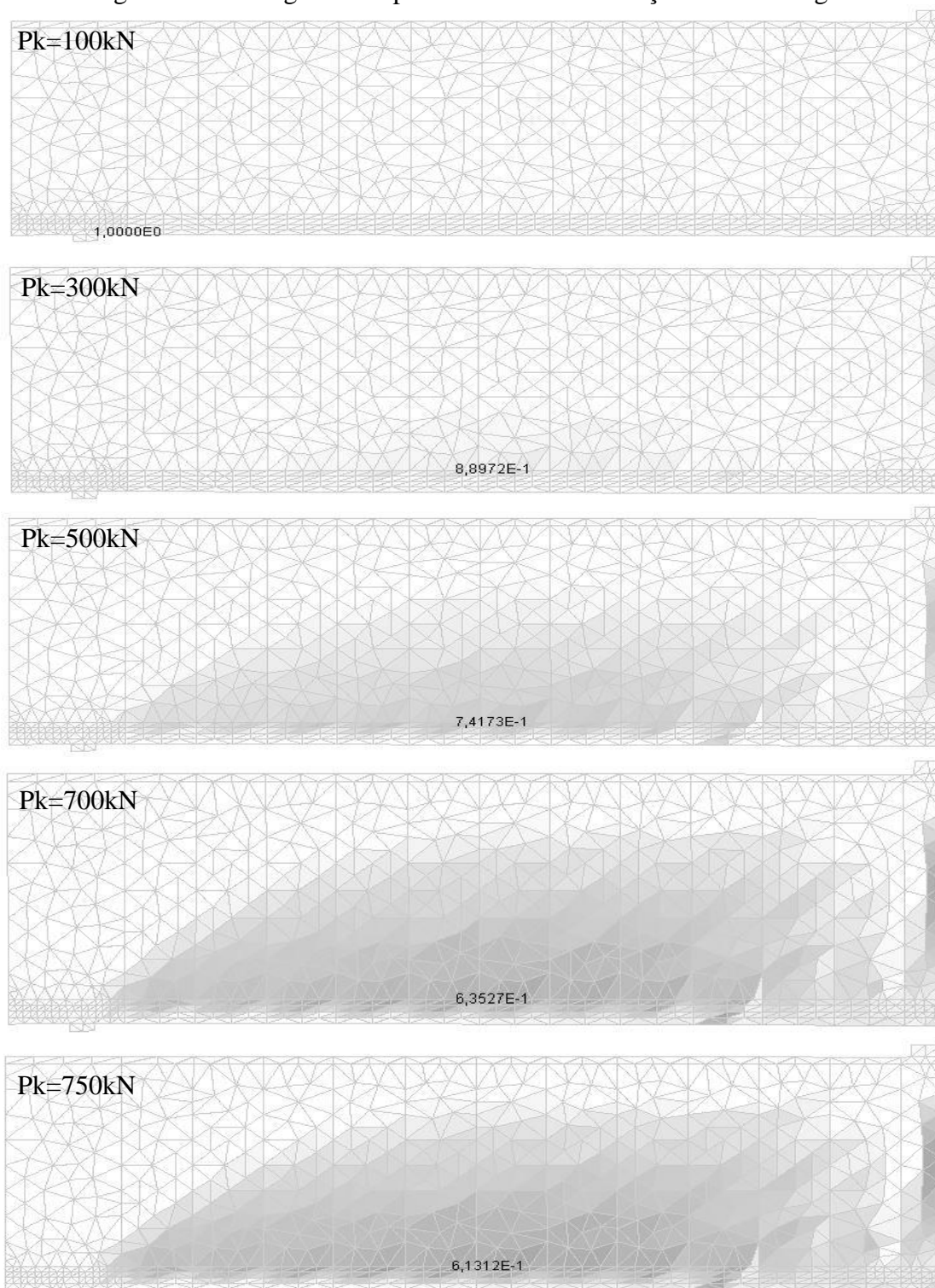
Total free memory: 195.0 MB
Estimated required memory = 17.0 MB

```

Fonte: O Autor

A Figura 4.32 ilustra os diagramas de *Eta2* para a viga em estudo. Pode-se notar que a área mais penalizada (tons de cinza), é a região inferior na porção central do vão.

Figura 4.32 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção oeste da Viga A



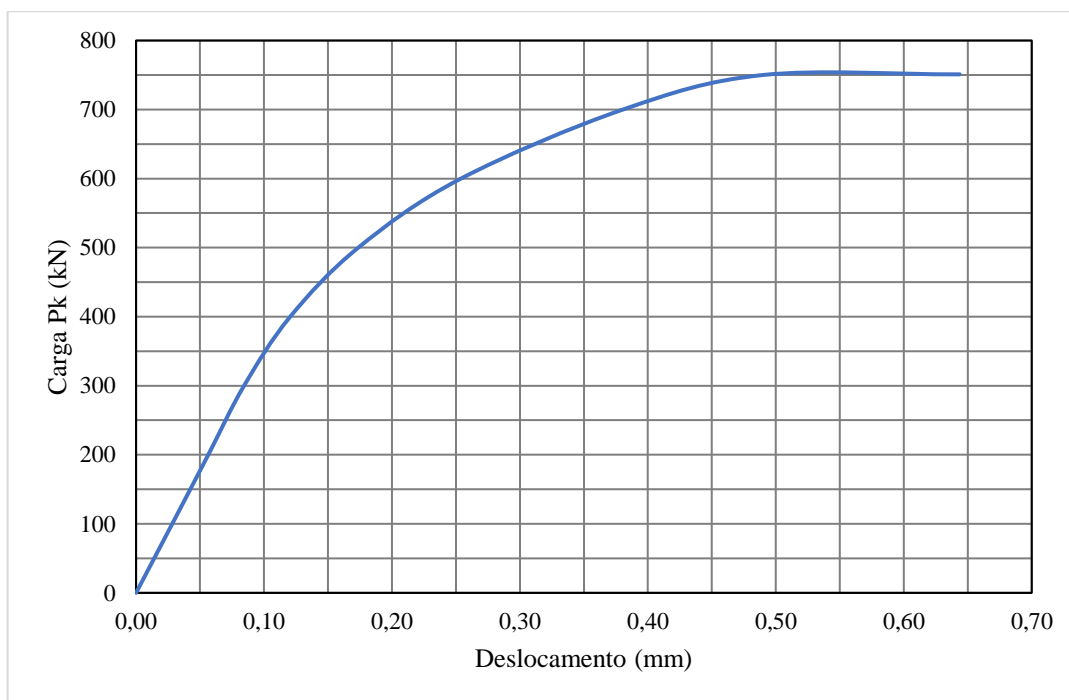
Fonte: O Autor

Conforme já explanado anteriormente nesse trabalho, o parâmetro *Eta2* atua diminuindo a resistência do concreto, pois na região das escoras inclinada desenvolvem-se tensões transversais de tração, e conseqüentemente fissuras que penalizam a resistência. Devido à

presença de estribos, a região não sofreu demasiada penalização, de maneira que se considerou a ruptura no elemento de concreto 136, já que este atingiu o limite de resistência à compressão.

A análise também permitiu estabelecer uma curva carga/deslocamento para o ponto central da viga, a qual é ilustrada na Figura 4.33. Pode-se verificar um deslocamento máximo de aproximadamente 0,7 mm.

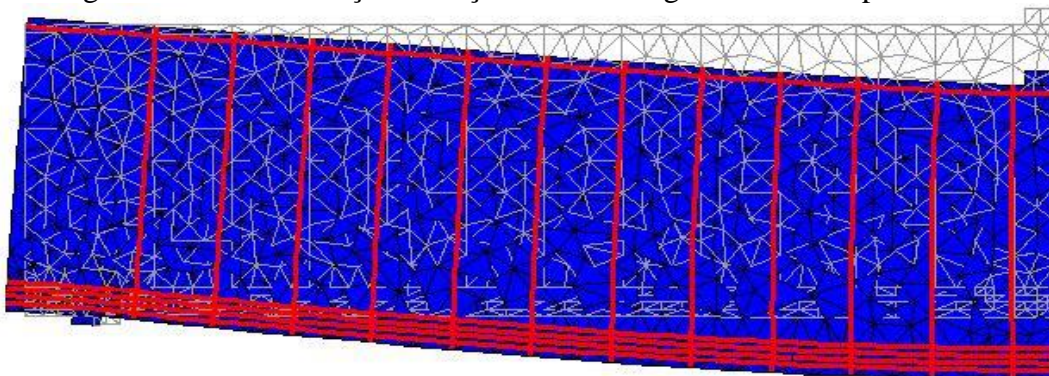
Figura 4.33 – Curva carga/deslocamento da seção oeste da Viga A fornecida pelo JCONC



Fonte: O Autor

Já a Figura 4.34 ilustra a deformação da seção oeste da Viga A para o último carregamento de 750 kN, fornecida pelo JCONC. Vale ressaltar que se utilizou uma extrapolação gráfica de 20 vezes, para melhor visualização.

Figura 4.34 – Deformação da seção oeste da Viga A fornecida pelo JCONC

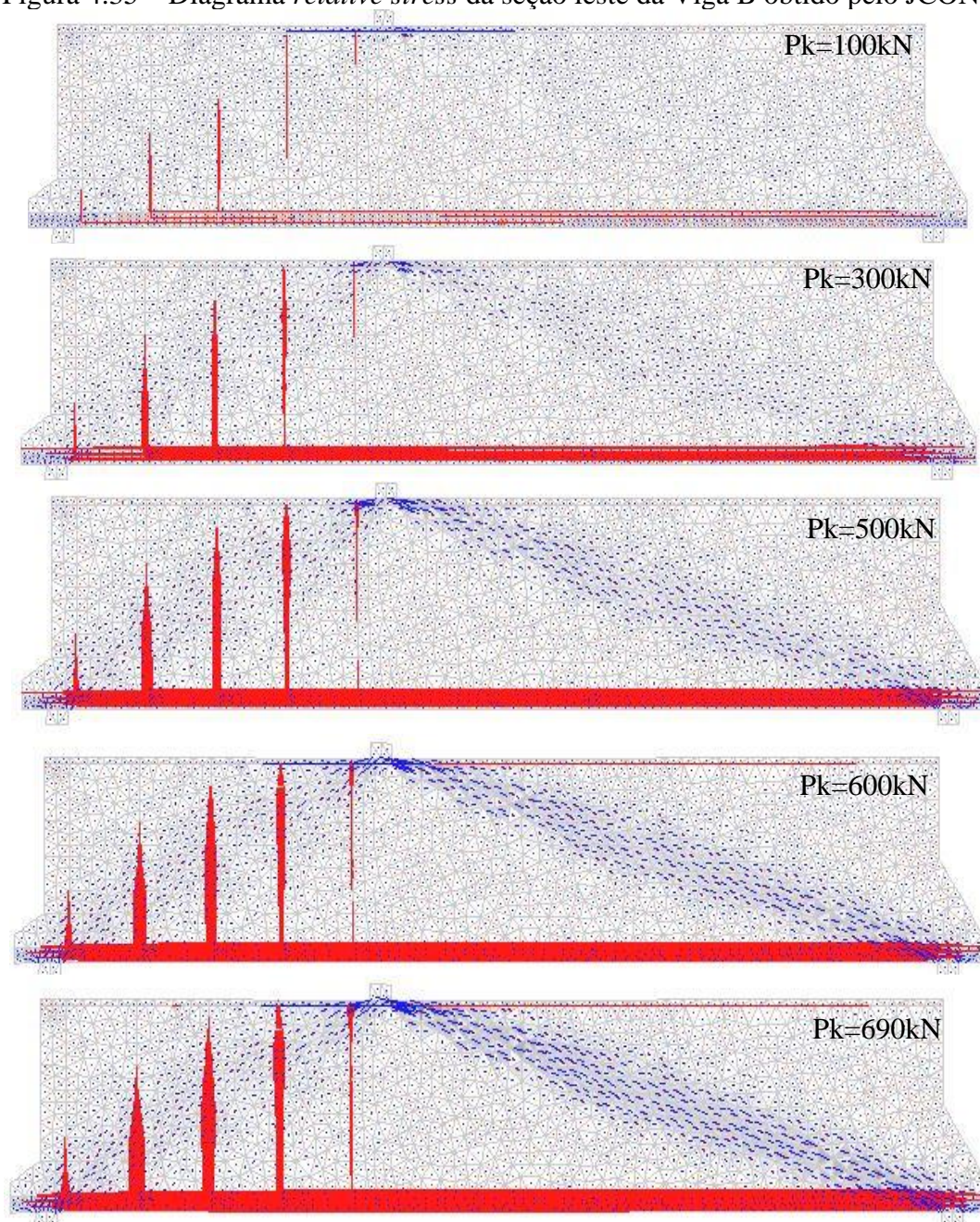


Fonte: O Autor

4.14. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO LESTE DA VIGA B NO PROGRAMA JCONC

Este item apresenta os resultados da seção leste da Viga B, segundo Método dos Campos de Tensão utilizando-se o programa JCONC. A Figura 4.35 ilustra o diagrama *relative stress*, e pode-se notar que conforme o carregamento aumenta ocorre a definição das regiões em que o concreto é comprimido (escoras). Nesta figura pode-se notar a tendência de desenvolvimento de uma escora inclinada (linhas em azul), que liga diretamente o ponto de carregamento ao apoio da seção leste. Isto demonstra um comportamento similar ao obtido experimentalmente, em que a seção leste atinge a ruína precocemente.

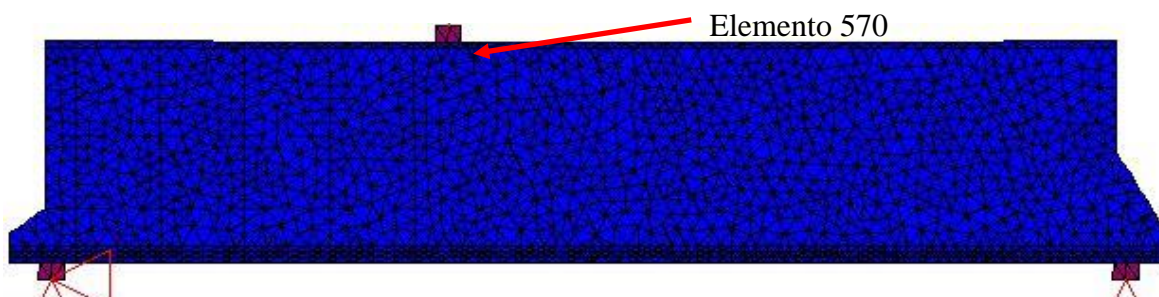
Figura 4.35 – Diagrama *relative stress* da seção leste da Viga B obtido pelo JCONC



Fonte: O Autor

A análise conduzida no JCONC revelou que a ruína da viga se deu pela ruptura do concreto do elemento 570, localizado abaixo do ponto de carregamento, conforme ilustra a Figura 4.36.

Figura 4.36 – Posição do elemento 570 da seção leste da Viga B no JCONC



Fonte: O Autor

A Figura 4.37 ilustra a mensagem do erro fornecido pelo JCONC, para o último carregamento de 690 kN, que foi de aproximadamente 0,004.

Figura 4.37 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC na análise da seção leste da Viga B

```

STEP 20 Error = 0,039
STEP 21 Error = 0,008
STEP 22 Error = 0,007
STEP 23 Error = 0,004

STEP 23 Sum F-R = 4,2922E-3
1517 nodes
3386 elements
6 materials
1 loads
2 boundary conditions

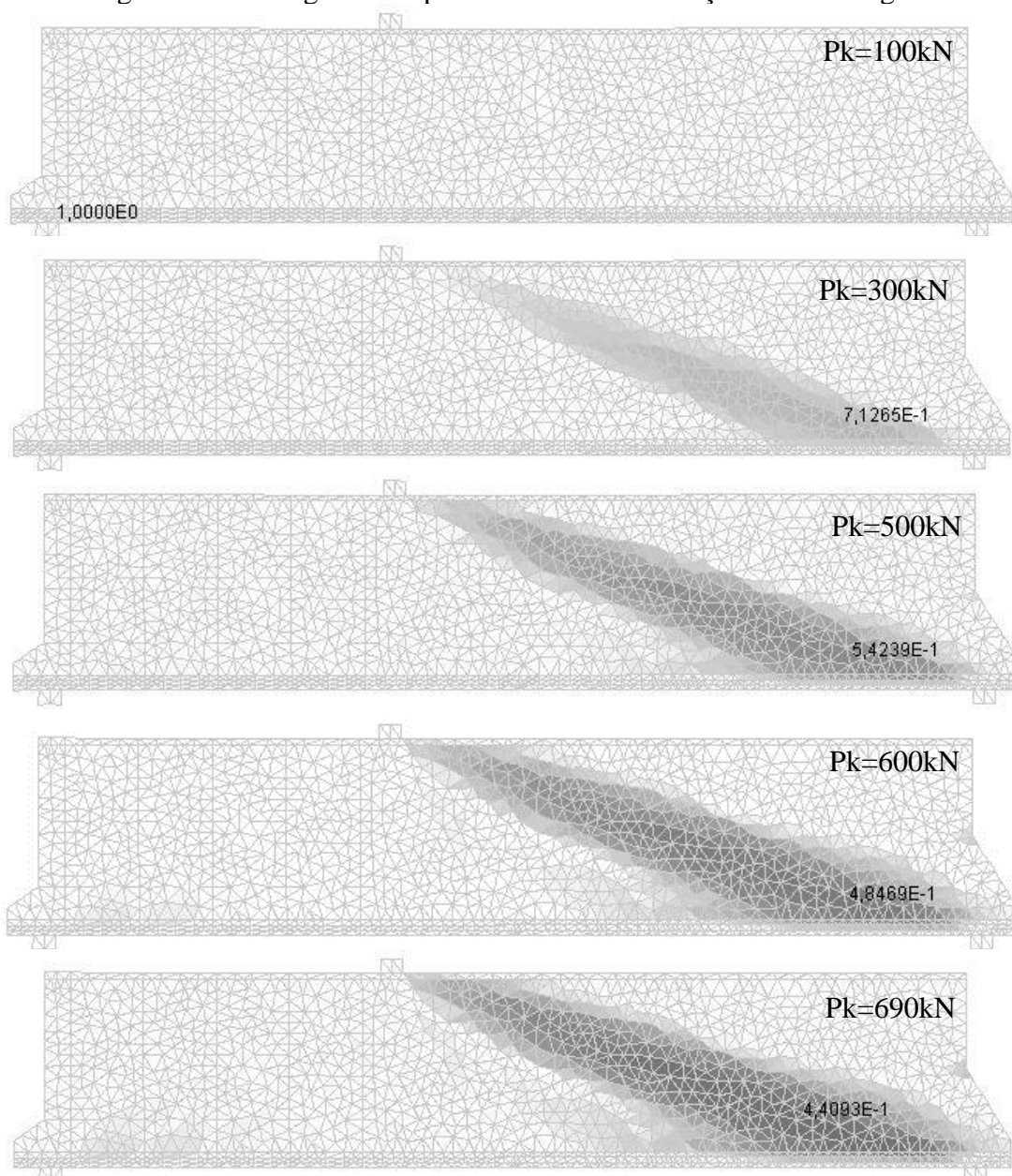
Total free memory: 57.0 MB
Estimated required memory = 70.0 MB

```

Fonte: O Autor

A Figura 4.38 ilustra os diagramas de “Eta2” para a viga em estudo. Pode-se notar que a área mais penalizada (tons de cinza), é a região da escora inclinada da seção leste que não possui estribos.

Figura 4.38 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção leste da Viga B

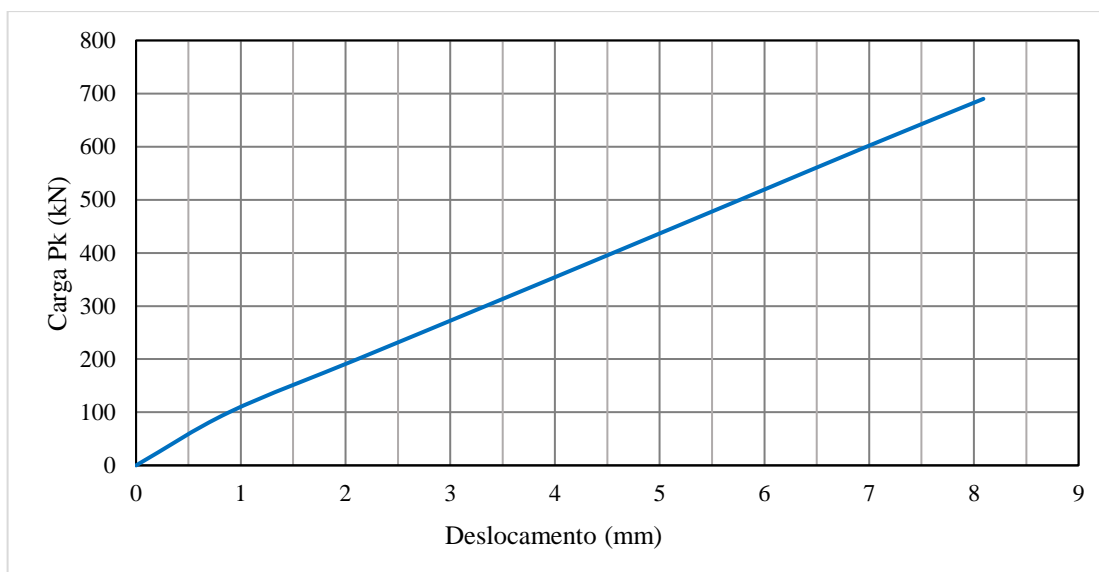


Fonte: O Autor

Esta diminuição de resistência proporcionada pelo parâmetro “Eta2”, ocorre porque na região da escora inclinada desenvolvem-se tensões transversais de tração, que conduzem à uma fissuração e penalização da resistência à compressão do concreto, como não há armaduras transversais nesta seção, as tensões solicitantes de tração devem ser combatidas apenas pela resistência à tração do concreto.

A Figura 4.39 ilustra a curva carga deslocamento obtida para a seção leste da viga. Pode-se notar que os deslocamentos registrados na análise apresentaram maior módulo que os obtidos com o ATENA.

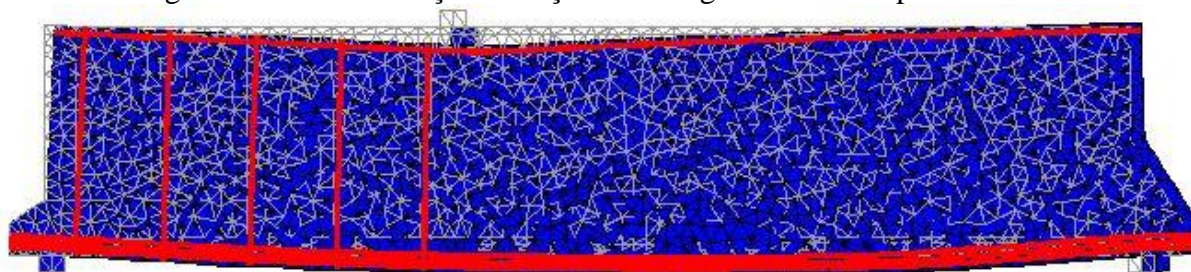
Figura 4.39 – Curva carga/deslocamento da seção leste da Viga B fornecida pelo JCONC



Fonte: O Autor

A Figura 4.40 ilustra a deformação da Viga B para o último carregamento de 690 kN, fornecido pelo JCONC. Vale ressaltar que se utilizou uma extrapolação gráfica de 20 vezes, para que se pudesse ter uma melhor visualização da deformação. Pode-se verificar que a deformação se deu da maneira esperada para uma viga biapoiada.

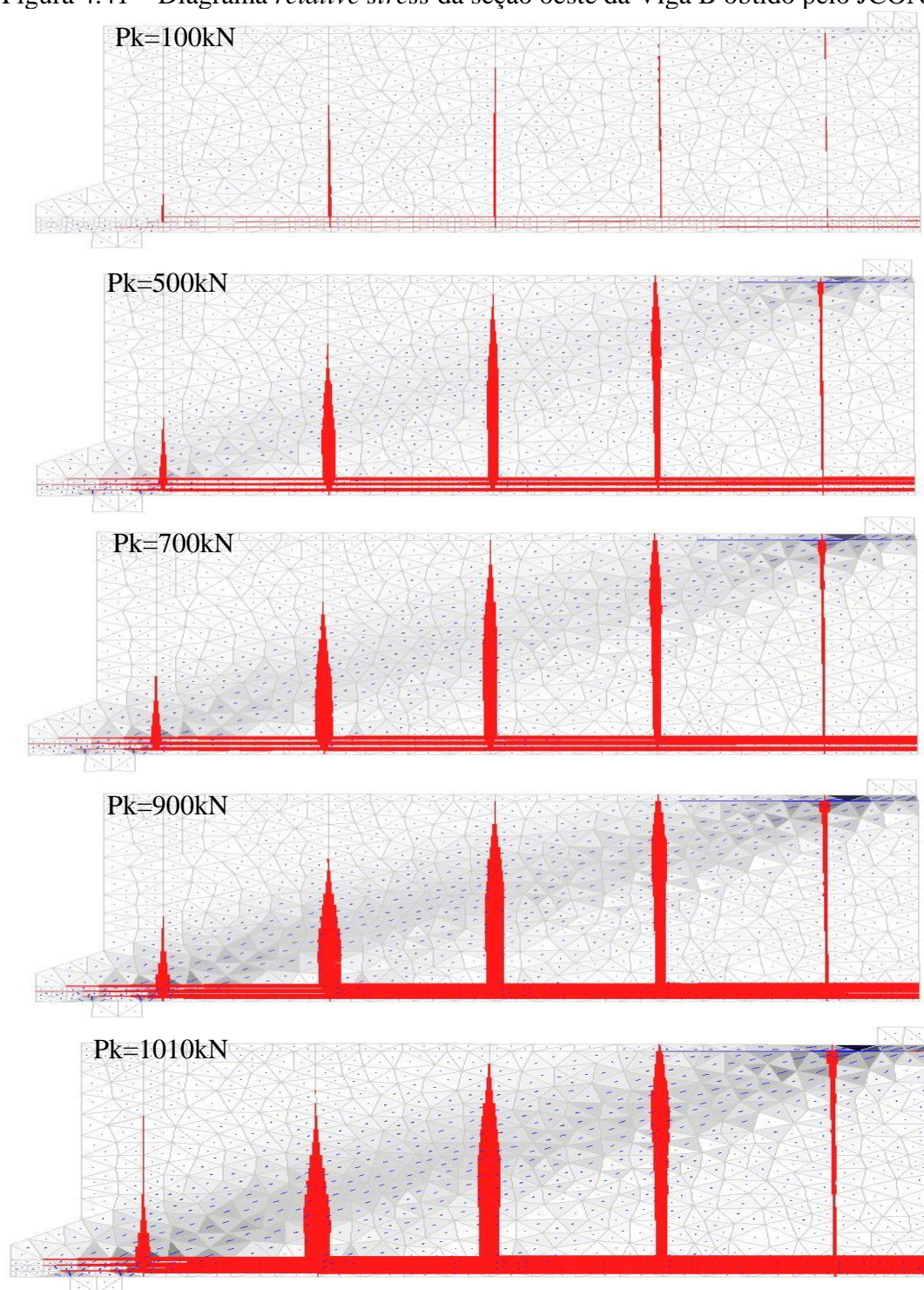
Figura 4.40 – Deformação da seção leste Viga B fornecida pelo JCONC



Fonte: O Autor

4.15. ANÁLISE NUMÉRICA DA SEÇÃO OESTE DA VIGA B NO PROGRAMA JCONC

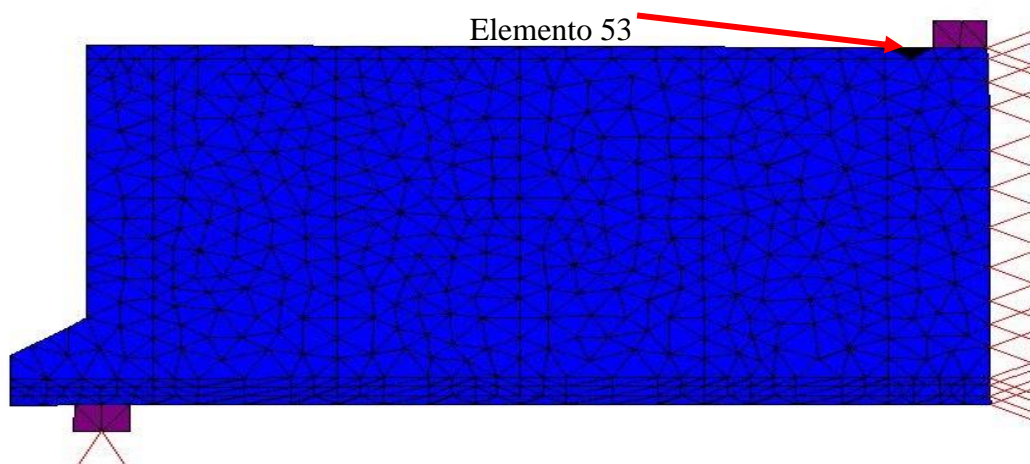
Este item apresenta os resultados da análise da seção oeste da Viga B, utilizando-se o Método dos Campos de Tensão, com auxílio do programa JCONC. Pode-se notar na Figura 4.41, que ilustra o diagrama *relative stress*, que com o aumento do carregamento ocorre a definição das regiões em que o concreto é comprimido (escoras). Verifica-se a tendência de desenvolvimento de escoras inclinadas (linhas em azul), ligando a extremidade inferior dos estribos, até alcançarem o ponto de apoio esquerdo da viga.

Figura 4.41 – Diagrama *relative stress* da seção oeste da Viga B obtido pelo JCONC

Fonte: O Autor

A análise conduzida com o JCOCN revelou que a ruína da viga se deu pela ruptura do concreto do elemento 53, localizado abaixo do ponto de carregamento, conforme ilustra a Figura 4.42.

Figura 4.42 – Posição do elemento 53 da seção oeste da Viga B no JCONC



Fonte: O Autor

Já a Figura 4.43 ilustra a mensagem do erro fornecido pelo JCONC, para o último carregamento de 1010 kN, que foi de aproximadamente 0,016.

Figura 4.43 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC na análise da seção oeste da Viga B

```

7      materials
1      loads
16     boundary conditions

Total free memory: 157.0 MB
Estimated required memory = 11.0 MB

**** SOLUTION ****
STEP   1      OK
STEP   2      Error = 0,411
STEP   3      Error = 1,813
STEP   4      Error = 3,057
STEP   5      Error = 2,113
STEP   6      Error = 1,183
STEP   7      Error = 1,597
STEP   8      Error = 1,274
STEP   9      Error = 0,108
STEP  10      Error = 0,163
STEP  11      Error = 0,120
STEP  12      Error = 0,097
STEP  13      Error = 0,155
STEP  14      Error = 0,080
STEP  15      Error = 0,130
STEP  16      Error = 0,168
STEP  17      Error = 0,041
STEP  18      Error = 0,014
STEP  19      Error = 0,070
STEP  20      Error = 0,015
STEP  21      Error = 0,052
STEP  22      Error = 0,021
STEP  23      Error = 0,034
STEP  24      Error = 0,031
STEP  25      Error = 0,016

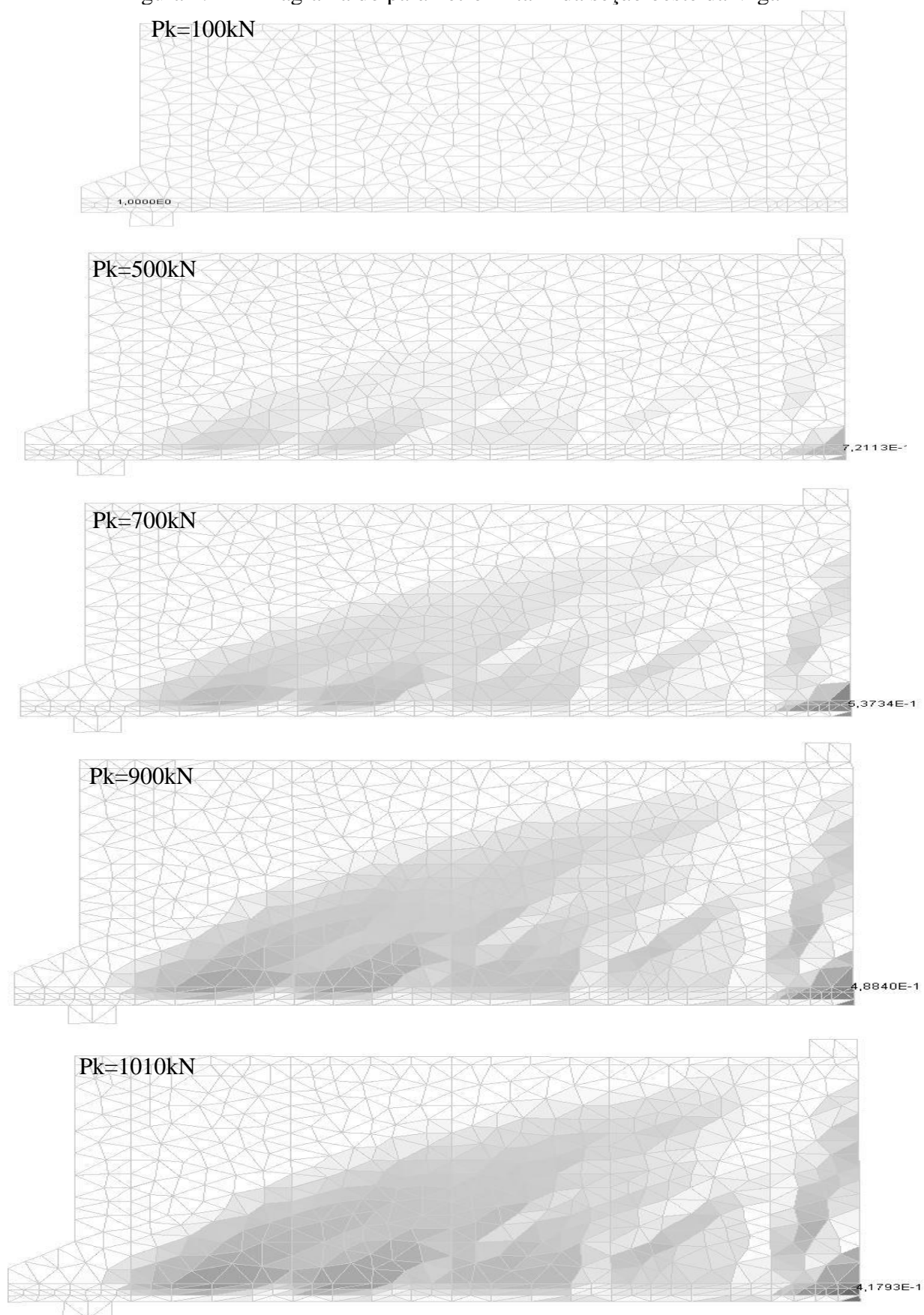
STEP 25 Sum F-R = 1,5815E-2

```

Fonte: O Autor

Na Figura 4.44 tem-se a evolução do diagrama “Eta2” para a viga em estudo. Pode-se notar que as áreas mais penalizadas (região em tons de cinza) são as escoras, que sofrem com a ação de tensões transversais de tração.

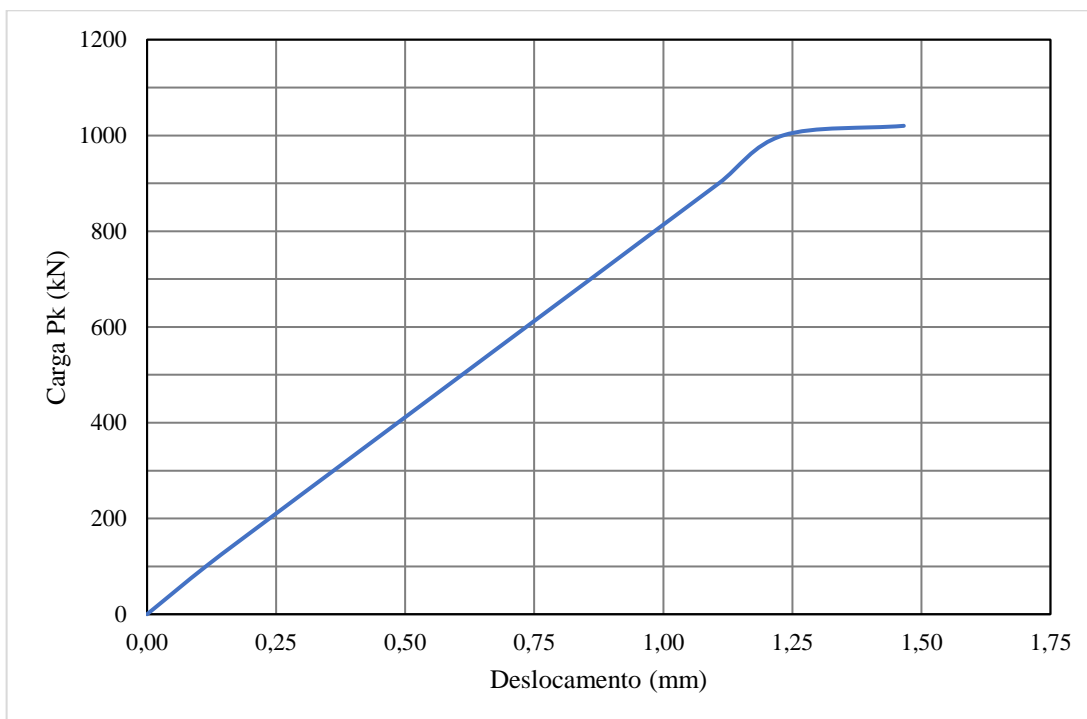
Figura 4.44 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da seção oeste da Viga B



Fonte: O Autor

A Figura 4.45 ilustra a curva carga/deslocamento obtida para a seção oeste da viga.

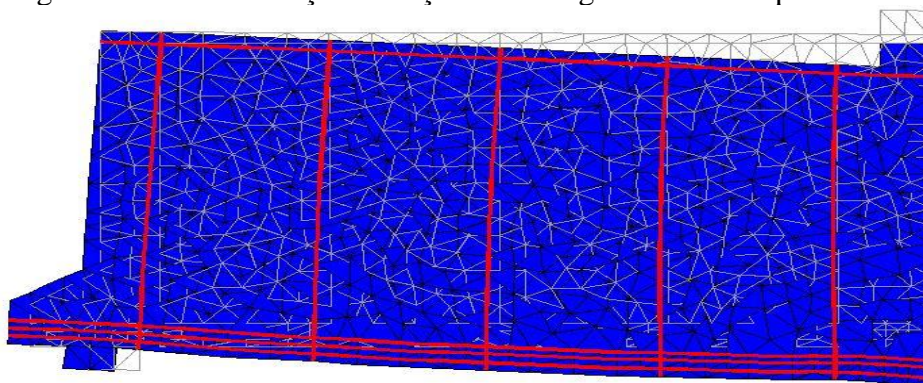
Figura 4.45 – Curva carga/deslocamento da seção oeste da Viga B fornecida pelo JCONC



Fonte: O Autor

A Figura 4.46 ilustra a deformação para essa seção da Viga B para o último carregamento de 1010 kN, fornecido pelo JCONC. Vale ressaltar que se utilizou uma extrapolação gráfica de 20 vezes, para que se pudesse ter uma melhor visualização da deformação.

Figura 4.46 – Deformação da seção oeste Viga B fornecida pelo JCONC

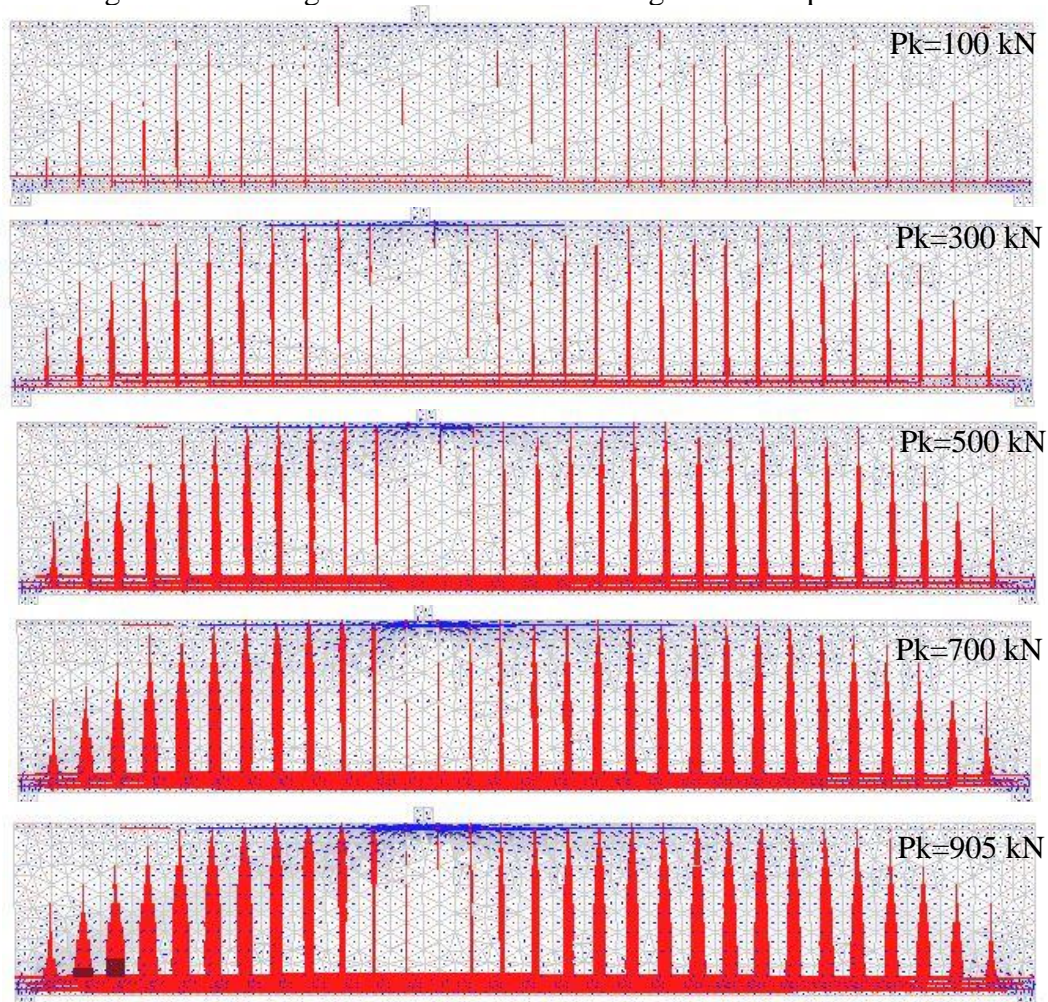


Fonte: O Autor

4.16. ANÁLISE NUMÉRICA DA VIGA C NO PROGRAMA JCONC

O presente tópico tem por objetivo apresentar os resultados da Viga C, segundo Método dos Campos de Tensão utilizando-se o programa JCONC. A Figura 4.47 ilustra o diagrama *relative stress*, e pode-se notar que à medida que se eleva o carregamento, ocorre a formação das escoras inclinadas (regiões em azul), que são regiões em que se desenvolvem tensões de compressão no concreto. Além disso, ao passo que o carregamento aumenta, a tensão atuante se aproxima da resistente, levando a relação tensão resistente/tensão solicitante para o valor próximo de um. Pode-se notar ainda que a última carga fornecida pelo programa foi de 905 kN, com o início do escoamento da armadura indicado pela cor bordô no último carregamento.

Figura 4.47 – Diagrama *relative stress* da Viga C obtido pelo JCONC



Fonte: O Autor

A Figura 4.48 ilustra a mensagem do erro para o último carregamento fornecido pelo programa que foi de aproximadamente 0,007. Vale ressaltar que os desenvolvedores do programa indicam que para resultados com erros $< 0,010$ não se faz necessário novas iterações.

Figura 4.48 – Mensagem de erro fornecida pelo JCONC na análise da Viga C

```

STEP 17   Error = 0,042
STEP 18   Error = 0,014
STEP 19   Error = 0,007
STEP 20   Error = 0,007

STEP 20 Sum F-R = 6,5189E-3
1246 nodes
3174 elements
6 materials
1 loads
2 boundary conditions

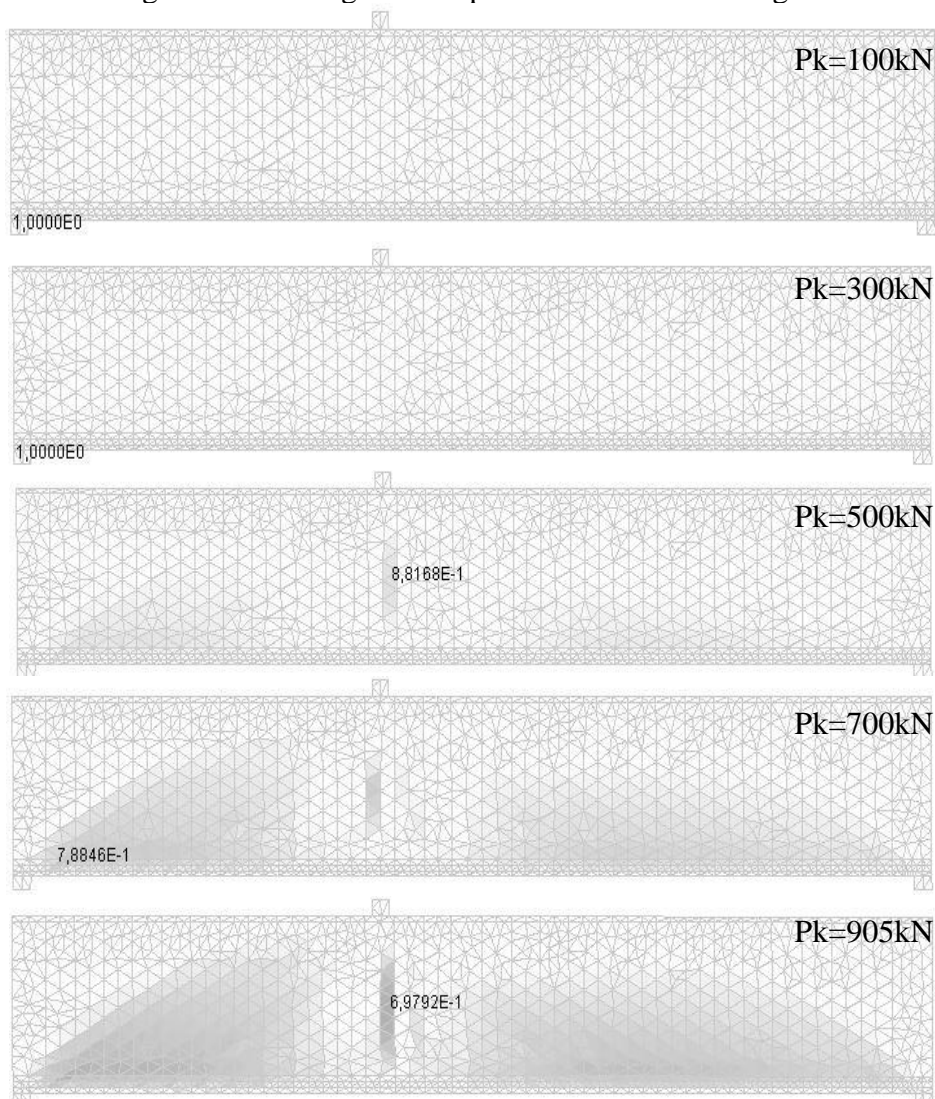
-----
Total free memory: 63.0 MB
Estimated required memory = 47.0 MB

```

Fonte: O Autor

A Figura 4.49 ilustra os diagramas de “Eta2” para a viga em estudo. Pode-se notar que inicialmente as áreas em que a resistência é mais penalizada é a região central, e conforme o carregamento aumenta a escora da seção oeste da viga recebe maior penalização (tons mais escuros de cinza), quando comparado a seção leste.

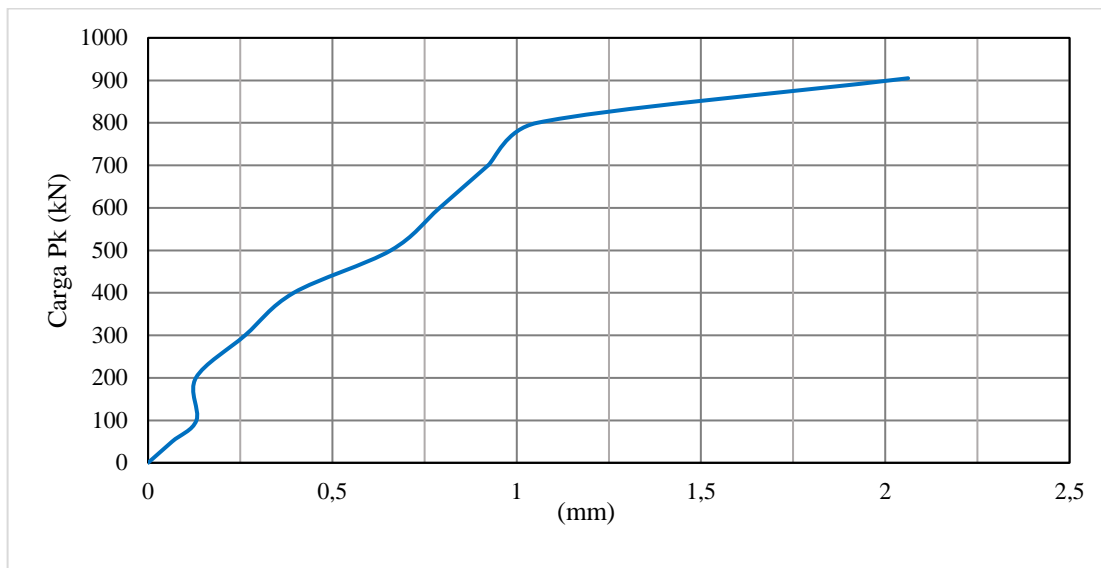
Figura 4.49 – Diagrama do parâmetro “Eta2” da Viga C



Fonte: O Autor

Com o auxílio da planilha eletrônica, pode-se gerar uma curva carga/deslocamento para um ponto central da viga, a qual é ilustrada na Figura 4.50.

Figura 4.50 – Curva carga/deslocamento da Viga C fornecida pelo JCONC

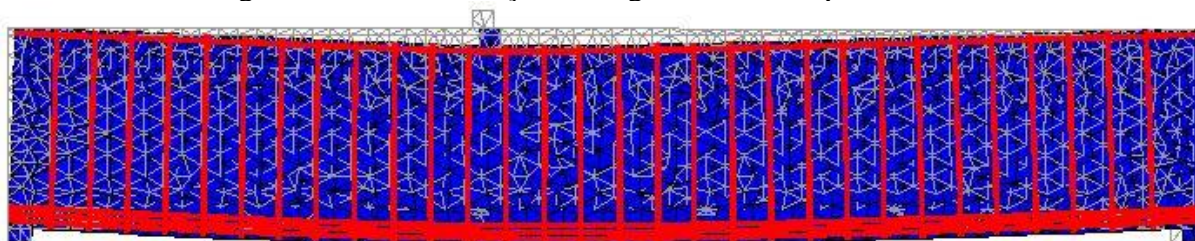


Fonte: O Autor

Pode-se notar que os valores de deformações registrados pelo JCONC, foram menores que os valores obtidos com o programa ATENA.

A Figura 4.51 ilustra a deformação da Viga C para o último carregamento de 905 kN, fornecido pelo JCONC. Vale ressaltar que se utilizou uma extrapolação gráfica de 10 vezes, para que se pudesse ter uma melhor visualização da deformação. Pode-se notar que a deformação obtida foi a esperada para uma viga biapoiada.

Figura 4.51 – Deformação da Viga C fornecida pelo JCONC

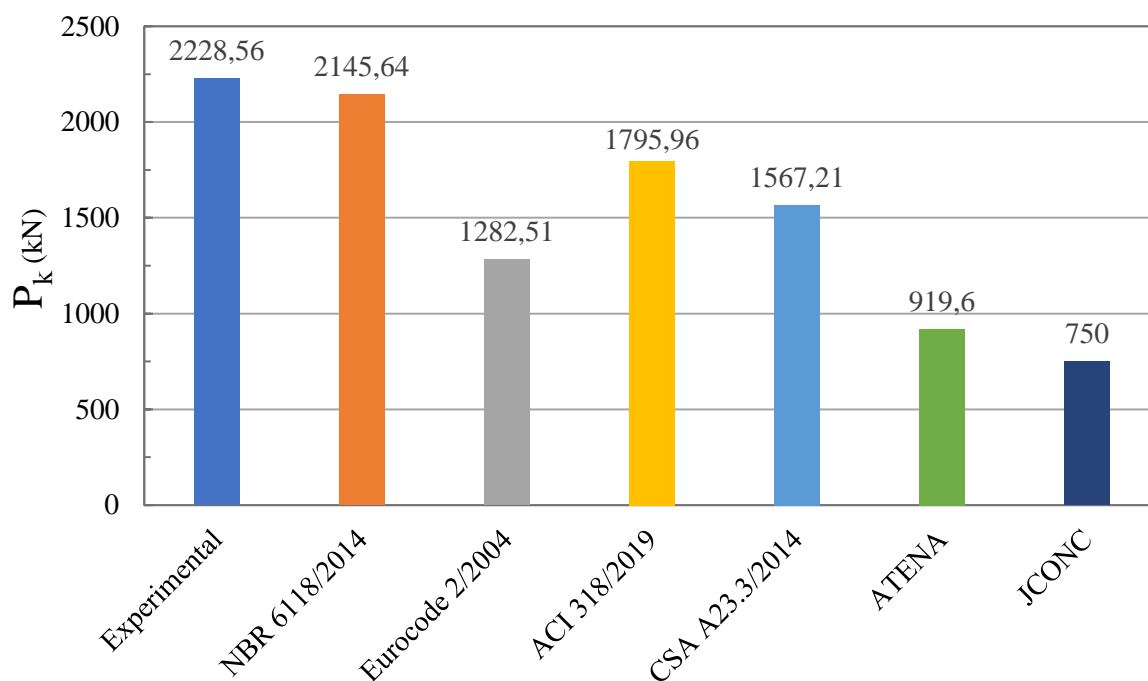


Fonte: O Autor

4.17. ANÁLISE DAS CARGAS DE RUÍNA E TENSÕES DE CISCALHAMENTO

Este tópico apresenta a análise comparativa das cargas de ruína das vigas, obtidas por métodos analíticos normativos e numéricos, com os programas ATENA e JCONC. Na Figura 4.52 ilustra-se as estimativas de cargas de ruína para a seção oeste da Viga A, com os vários métodos empregados. Pode-se constatar que para esse caso todos os métodos apresentaram uma estimativa de carga de ruína inferior à experimental. Vale destaque para a norma brasileira a qual mais se aproximou do valor estimado no ensaio.

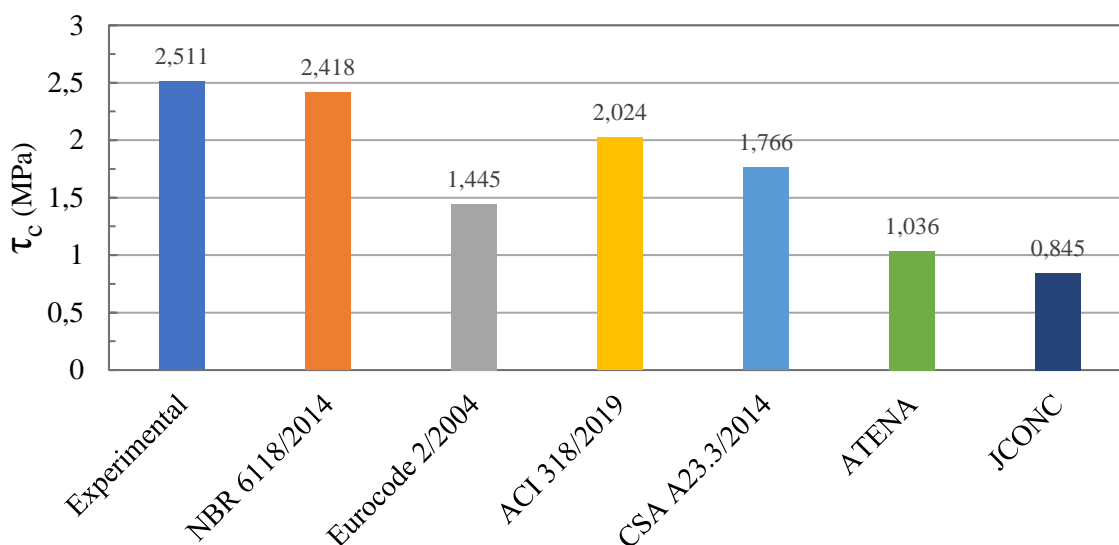
Figura 4.52 – Estimativa de carga de ruína para a seção oeste da Viga A



Fonte: O Autor

Já a Figura 4.53 ilustra a estimativa de tensão de cisalhamento obtida a partir da carga de ruína. Para este caso, os vários métodos demonstraram valores inferiores ao obtidos experimentalmente, destacando-se novamente para a norma brasileira que mais se aproximou do valor de ensaio.

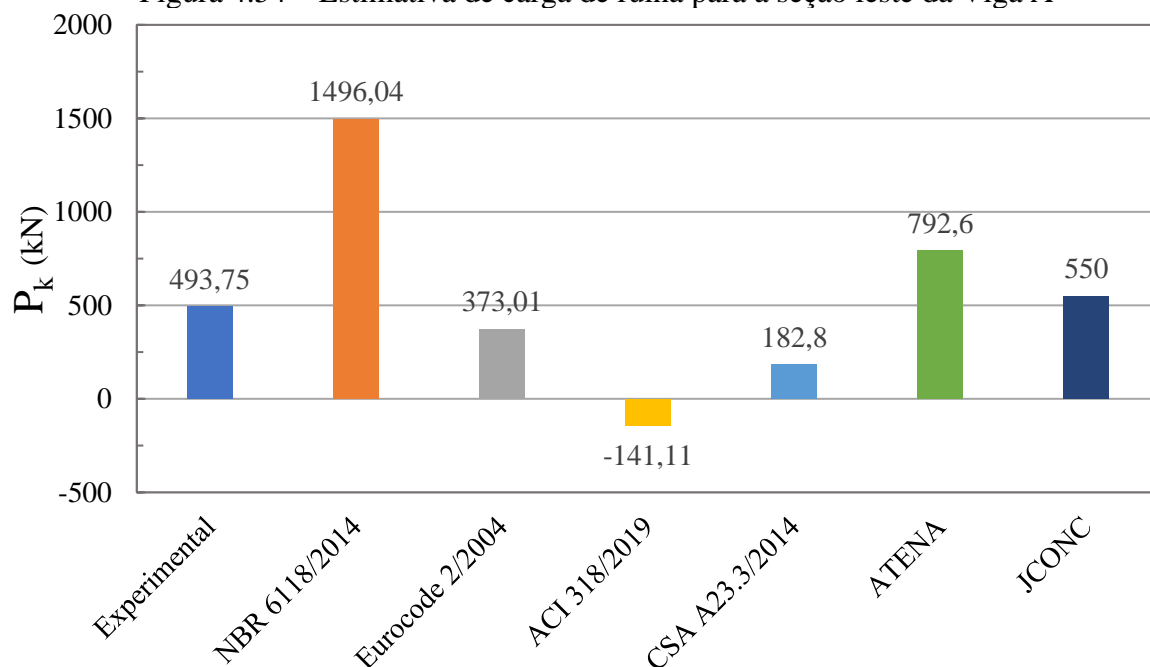
Figura 4.53 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção oeste da Viga A



Fonte: O Autor

Para a seção leste da Viga A, que não contém estribos, a norma brasileira não apresentou o mesmo desempenho que o lado com estribos. Conforme ilustrado na Figura 4.54 e 4.55, a norma brasileira supera em cerca de três vezes a carga de ruína estimada experimentalmente e a tensão de cisalhamento. Para esse caso, o resultado estimado com o programa JCONC foi o que apresentou o melhor comportamento.

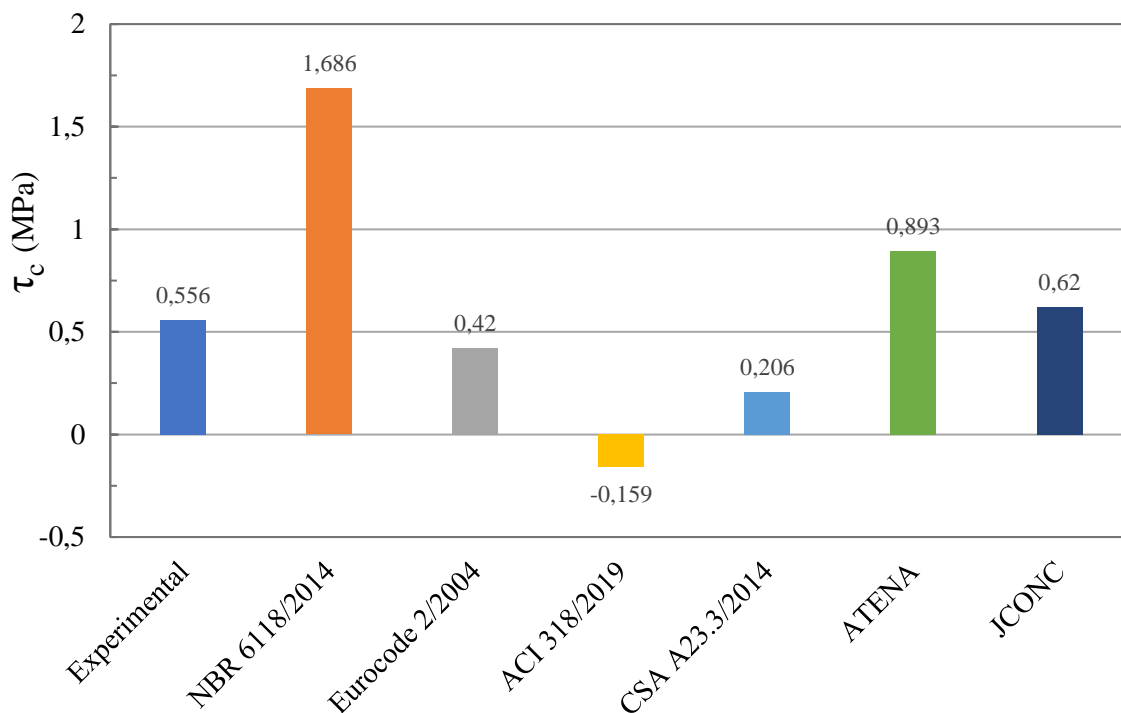
Figura 4.54 – Estimativa de carga de ruína para a seção leste da Viga A



Além disso, pode-se constatar que a norma americana apresentou uma carga de ruína negativa, o que teoricamente indica que a viga não teria capacidade de suportar o próprio peso. Evidentemente, tal fato é intrigante, pois a viga manteve-se íntegra até o momento da realização do ensaio.

Tal fato é exatamente o que os organizadores do ensaio experimental desejavam demonstrar. Ao aplicar o fator de ponderação, que é dependente da altura útil da viga, e leva em consideração o efeito de escala, o mesmo não apresenta calibração para esse caso em análise, já que a viga é de grande altura e sua capacidade resistente é demasiadamente penalizada, ao ponto de não suportar seu próprio peso. Isso demonstra que apesar de a formulação do ACI 318/19 possuir um fator que leva em consideração o efeito de escala em vigas, para casos como dessa viga, o mesmo não é aplicável.

Figura 4.55 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção leste da Viga A

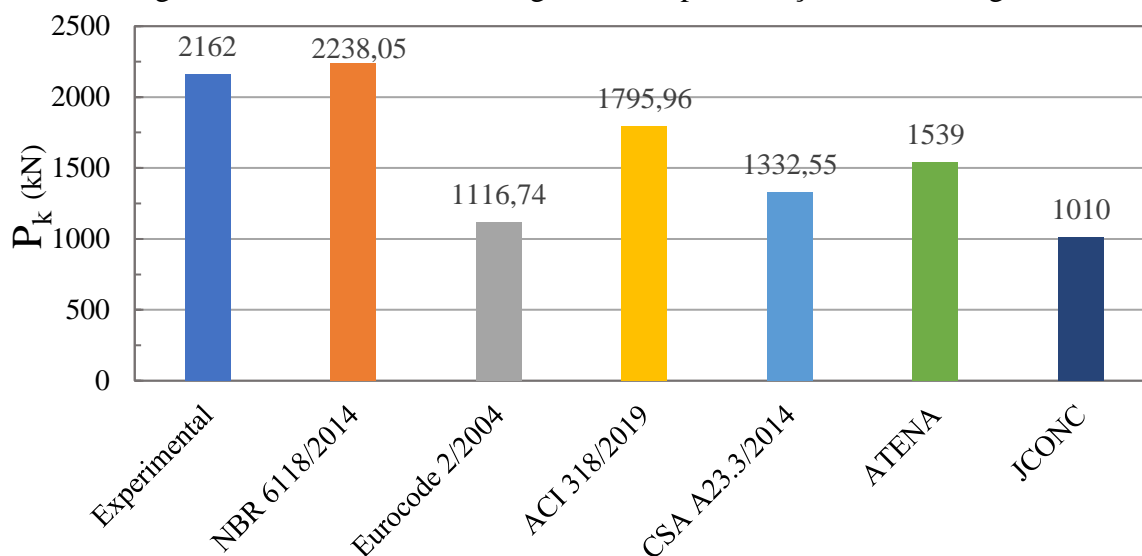


Fonte: O Autor

Vale ressaltar ainda, que essa viga foi analisada em condições próximas à que o engenheiro de estruturas poderia encontrar realmente. Nesse caso, não havia o conhecimento das cargas de ruína experimentais no momento das análises, e estimou-se sua capacidade de carga apenas com os dados disponibilizados pelos organizadores do concurso. Pode-se notar, que mesmo utilizando-se formulações normativas consagradas e ferramentas computacionais, há uma grande divergência entre o comportamento das formulações normativas, o que pode conduzir a situações inseguras.

Já para a seção oeste da Viga B, conforme ilustrado na Figura 4.56, apenas a norma brasileira apresentou uma estimativa de carga de ruína superior ao valor experimental. Os resultados obtidos com a norma europeia e canadense apresentaram certa proximidade de comportamento, enquanto o modelo proposto pela norma americana forneceu maiores valores, ficando mais próximo ao valor experimental.

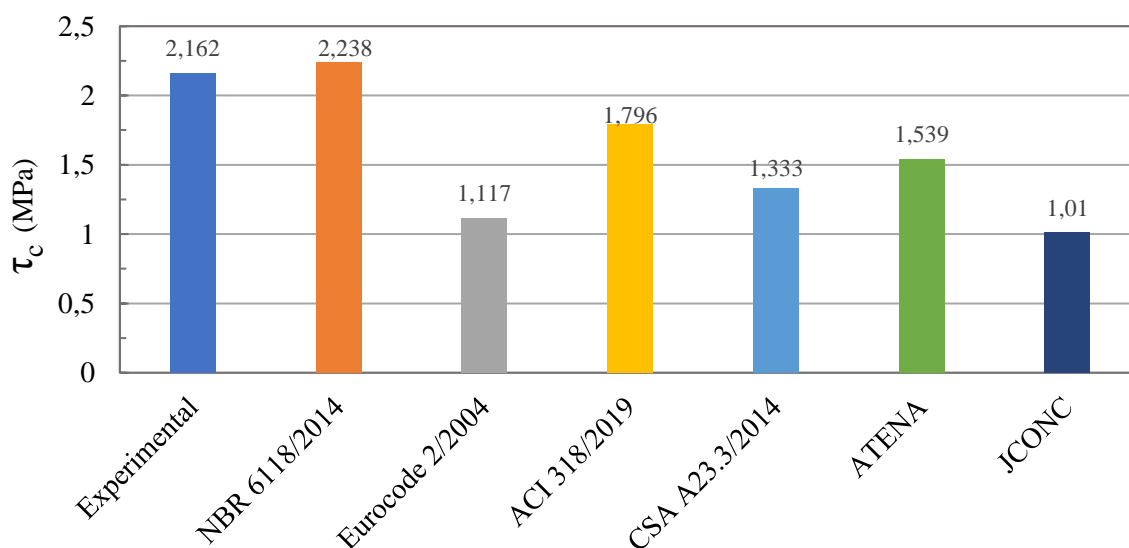
Figura 4.56 – Estimativa de carga de ruína para a seção oeste da Viga B



Fonte: O Autor

Já Figura 4.57 ilustra as tensões de cisalhamento obtidas a partir das cargas de ruína estimadas. Pode-se notar o mesmo comportamento descrito anteriormente para a Figura 4.56. E ressalta-se aqui, o fato de o programa ATENA apresentar maior valor de carga que o JCONC. Isso se deve ao fato de que na formulação do ATENA, busca-se considerar o máximo de mecanismos de transferência de esforços, o que não ocorre no JCONC.

Figura 4.57 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção oeste da Viga B

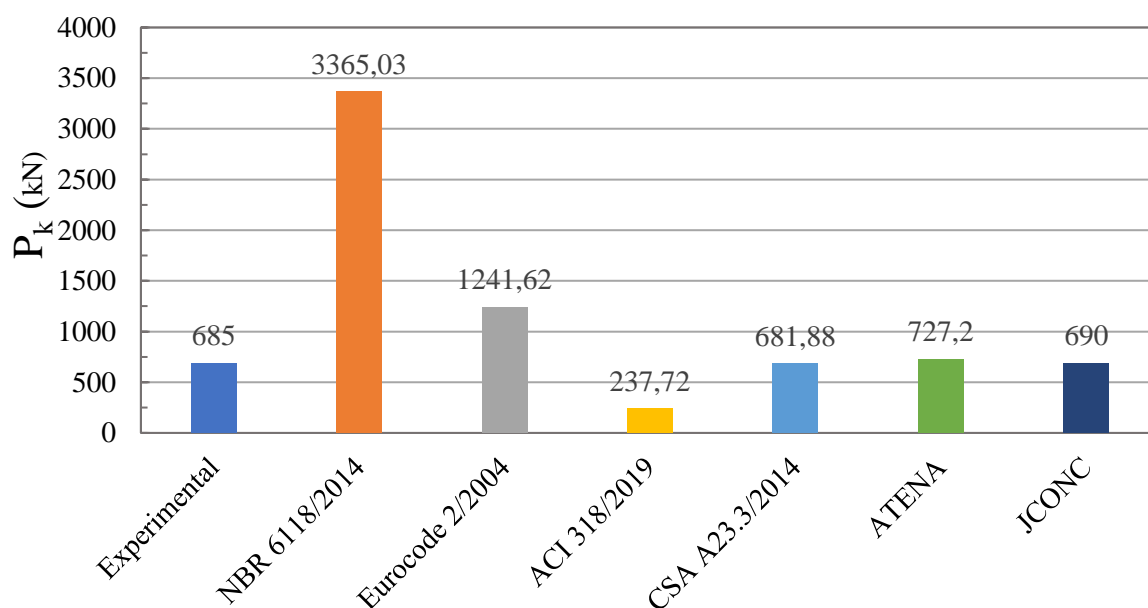


Fonte: O Autor

Nas Figuras 4.58 e 4.59 ilustra-se a estimativa de carga, e tensão de cisalhamento máxima resistida pela seção leste da Viga B, obtidas analiticamente com os modelos normativos e numericamente com programas computacionais. Pode-se notar que o valor obtido com a norma brasileira nesse caso foi muito superior ao obtido experimentalmente. O mesmo

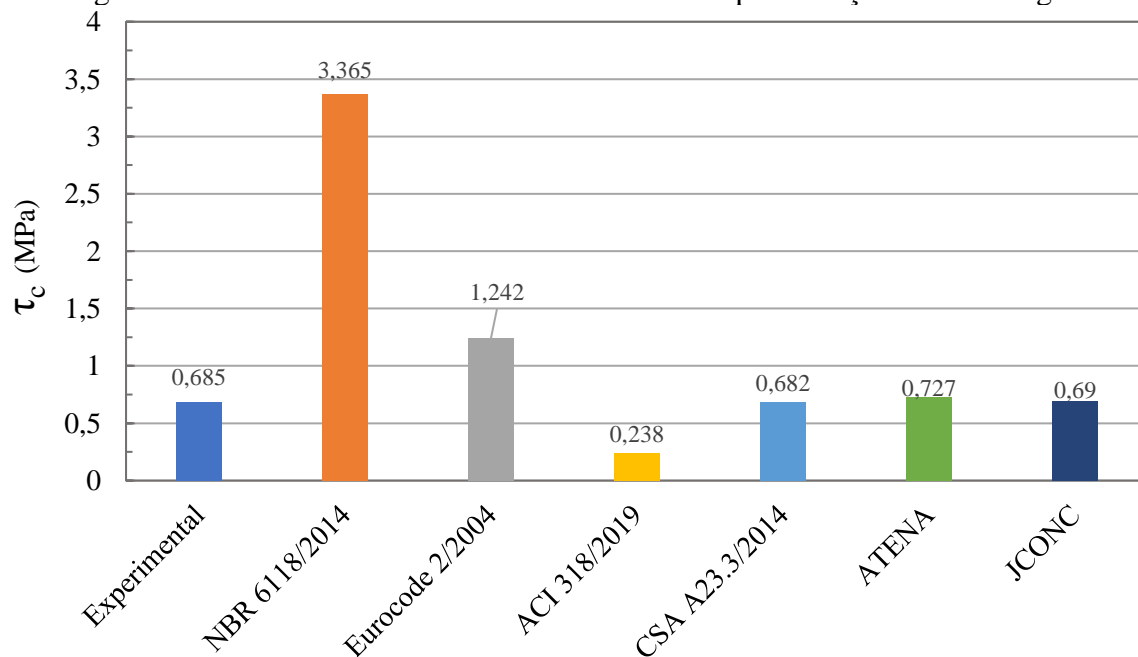
comportamento pode ser observado para a norma europeia, que também superou a carga experimental em cerca de 1,81 vezes. Já a norma americana apresentou uma estimativa de carga muito inferior á experimental, revelando que para esse caso, o coeficiente de ponderação que leva em conta o efeito de escala, penaliza demasiadamente a capacidade resistente da viga. Já a norma canadense foi a que apresentou melhor comportamento, seguida pelos programas JCONC e ATENA, respectivamente.

Figura 4.58 – Estimativa de carga de ruína para a seção leste da Viga B



Fonte: O Autor

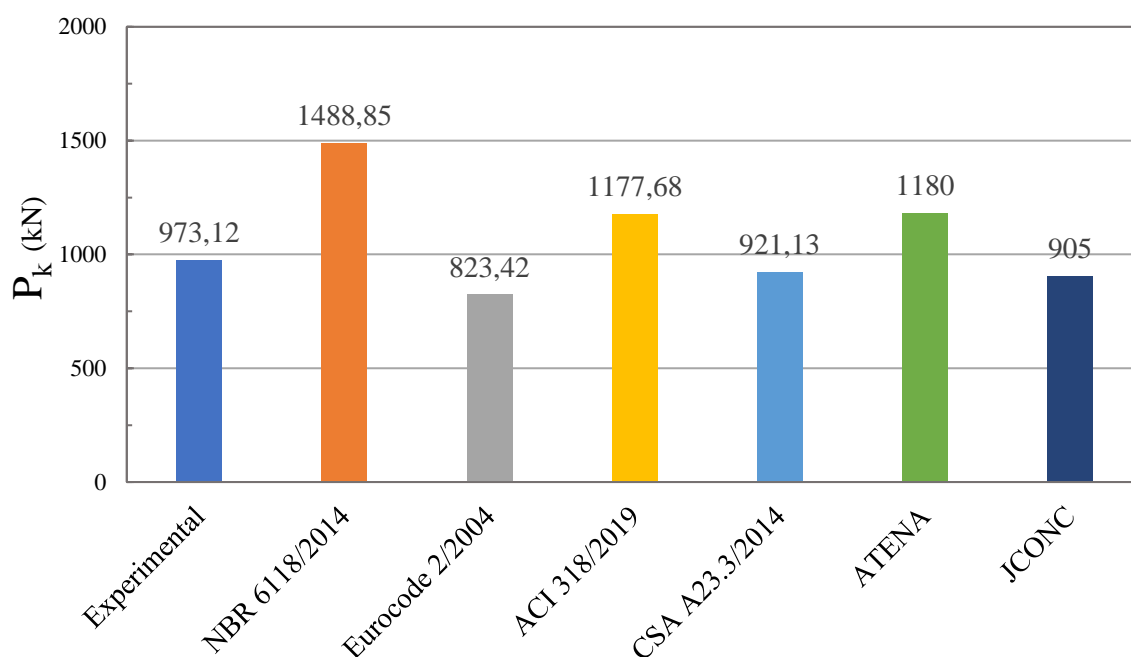
Figura 4.59 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a seção leste da Viga B



Fonte: O Autor

Na Figura 4.60 ilustra-se a estimativa de carga de ruína para a Viga C, nela pode-se observar novamente que a norma brasileira também apresentou um valor estimado cerca de 1,53 vezes maior que o experimental. O Eurocode 2/2004, a norma CSA A23.3/2014 e o programa JCONC apresentaram valores estimados de carga de ruína inferiores ao experimental, variando entre 1,18 à 1,05 vezes. Já o ACI 318/19 e o programa ATENA apresentaram cargas com pequena variação entre si, porém superiores ao valor experimental.

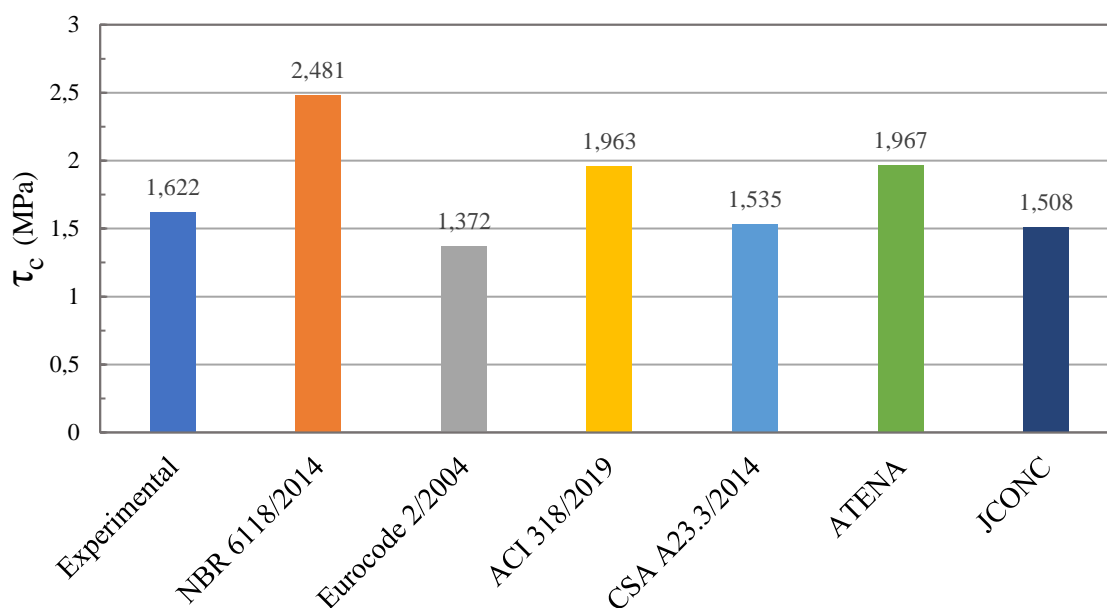
Figura 4.60 – Estimativa de carga de ruína para a Viga C



Fonte: O Autor

Na Figura 4.61 ilustra-se a estimativa de tensão de cisalhamento para a Viga C, obtida a partir da carga de ruína no centro do vão. Pode-se notar que a norma CSA A23.3/2014 e o programa JCONC apresentaram valores de tensão de cisalhamento na faixa de 1,5 MPa, enquanto que o experimental ficou na faixa de 1,6 MPa, o que revela um bom comportamento dessas teorias para esse caso quando comparadas às demais. A norma brasileira por exemplo apresentou valor de tensão de cisalhamento de cerca de 2,481 MPa, o que representa uma variação de aproximadamente 53 % em relação ao valor experimental.

Figura 4.61 – Estimativa de tensão de cisalhamento para a Viga C



Fonte: O Autor

Diferentemente dos demais casos, para a Viga C, a norma estadunidense apresentou um valor estimado de tensão de cisalhamento superior ao experimental, revelando assim a dificuldade de determinar com segurança o comportamento de vigas com essa característica, apenas com um parâmetro que leva em conta a altura da viga.

5. CONCLUSÃO

O presente trabalho avaliou o comportamento das vigas de concreto armado ensaiadas experimentalmente por Moehle e Zhai (2021), Collins *et al.* (2015) e GCONS (2020). Para isso realizou-se a determinação da carga de ruína devido a força cortante, aplicando-se métodos analíticos e numéricos, e comparou-se com os resultados dos ensaios experimentais. Para as determinações analíticas utilizou-se as normas NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004, ACI 318/2019 e CSA A23.3/2014, considerando os fatores de ponderação como unitários. Já para as determinações numéricas utilizou-se os programas ATENA e JCONC, que fazem uso de análises por elementos finitos, e empregam recursos avançados como a *Modified Compression Field Theory* (MCFT).

As determinações realizadas indicaram que a norma NBR 6118/2014 apresentou cargas de ruína superiores às obtidas experimentalmente para a seção leste da Viga A, ambas as seções da Viga B e também para a Viga C.

A norma Eurocode 2/2004 apresentou carga de ruína superestimada para a seção leste da Viga B, a qual não possui estribos. Pode-se verificar que para vigas com estribos esta norma não considera a contribuição conjunta da armadura e do concreto, assim as cargas obtidas são subestimadas, e no caso da seção oeste da Viga B, apresentou uma carga de ruína inferior quando comparada à experimental. Já para a Viga C, esta norma apresentou bom comportamento, com carga de ruína a favor da segurança, e com valor próximo ao experimental.

A norma ACI 318/2019 apresentou carga de ruína inferior à obtido experimentalmente para a seção leste da Viga B, isso deve-se ao fato de que esta norma introduziu um coeficiente de ponderação, que busca levar em consideração o efeito de escala da viga. Com o aumento da altura útil em vigas sem estribos, o fator de ponderação penaliza a resistência à força cortante. Para a seção oeste da Viga B esta norma apresentou um carregamento inferior ao experimental, porém para a Viga C a carga de ruína obtida foi superior a experimental. Destaca-se ainda a carga obtida para a seção leste da Viga A, a qual apresentou valor negativo, indicando que a viga não poderia suportar seu próprio peso.

Esse resultado se justifica pelo fato de que a norma propõe um coeficiente que leva em conta o efeito de escala em vigas. Entretanto, devido a dependência da altura útil, esse parâmetro acaba por penalizar demasiadamente a resistência ao cortante, já que a viga possui grande altura.

Evidentemente, é o que se deseja mostrar com esse trabalho, que mesmo normas internacionais, que passam a tratar do problema do efeito de escala em vigas, ainda apresentam

incoerências ao tratar de vigas com grandes alturas. Assim, ressalta-se que se pode obter valores de resistência à força cortante superestimados, ao empregar o modelo normativo da NBR 6118/2014, já que trata todas as vigas de maneira semelhante, sem considerar o efeito de escala gerado pelo aumento da altura e dimensões da viga.

A norma considerada com melhor desempenho foi a CSA A23.3/2014, pois para a seção leste da Viga B, apresentou uma carga de ruína muito próxima ao valor experimental, além disso para a Viga C também forneceu uma carga de ruína a favor da segurança e com valor próximo ao experimental. Vale ressaltar que esta norma possui fundamentos na MCFT, revelando ser uma teoria com forte aplicação para elementos como as vigas em estudo, já propiciam resultados com bom comportamento.

O trabalho também propôs avaliar demais parâmetros que possam influenciar na resistência a força cortante. Nesta etapa de desenvolvimento realizou-se uma análise utilizando-se das características das vigas B e C, porém variando-se a altura das vigas. Pode-se então estabelecer curvas de carga/altura útil, e verificar que com base no ponto experimental, a norma brasileira e europeia apresenta curvas com valores superiores às demais. Enquanto a norma canadense demonstrou melhor comportamento quando comparado com o ponto experimental. Já a norma estadunidense apresentou uma curva com carga de ruína subestimada.

Para a seção oeste da Viga B pode-se verificar que a curva obtida com a NBR 6118/2014, apresentou valores superiores quando comparado ao ponto experimental, enquanto as demais normas forneceram curvas abaixo do ponto experimental de referência. Para a Viga C a norma brasileira e estadunidense apresentaram curvas com valores acima do ponto experimental de referência, enquanto as demais mantiveram-se próximas do referencial.

Pode-se verificar que com o aumento da altura útil, para situações de viga como a seção leste da Viga B e Viga C, normas como a NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004 e ACI 318/2019 apresentaram curvas de cargas de ruína com comportamento superior ao valor experimental de referência. O que constata a hipótese de que o aumento da altura útil não promove um ganho linear de resistência à força cortante conforme prevê algumas normas.

Entende-se que as fissuras que se desenvolvem à meia altura em viga com grandes dimensões, dificultam a atuação dos mecanismos de transferência de tensões de cisalhamento, o que propicia uma menor resistência relativa à força cortante quando comparado a viga de menor dimensão.

As ferramentas computacionais apresentaram resultados com bom comportamento, demonstrando serem verdadeiros laboratórios virtuais, com possibilidade de análises diversas.

O programa ATENA demonstrou maior capacidade de manipulação de variáveis e análise de parâmetros, o que possibilita a obtenção de resultados com comportamento próximo ao experimental. Entretanto, demonstrou que os resultados obtidos estão altamente ligados à experiência do usuário em manipular a grande quantidade de variáveis que devem ser fornecidas e os resultados obtidos.

O JCONC demonstrou ser uma ferramenta mais dinâmica, pelo fato de possuir mecanismos intuitivos de inserção gráfica, e pelo fato de que com o fornecimento de poucas variáveis pode-se realizar uma análise não-linear e obter resultados significativos, com bons níveis de precisão. Entende-se que estas ferramentas computacionais são recursos que auxiliarão nas investigações que serão apresentadas após conclusão deste trabalho.

Destaca-se ainda que durante a realização desse trabalho, pode-se participar do concurso internacional de previsão de carga de ruína, cujo objeto de análise foi a Viga A apresentada nesse trabalho. Saliencia-se que as análises para a Viga A, foram conduzidas sob um cenário em que o engenheiro de estruturas enfrentaria realmente, isto é, ter que determinar a resistência à força cortante da viga, sem conhecimento prévio de resultados experimentais, e utilizando-se de análises analíticas normativas e computacionais. Pode-se observar que mesmo a comunidade internacional, possui dificuldades para tratar sobre o cisalhamento em vigas, já que houve grande discrepância entre os valores das cargas últimas informadas pelos participantes.

Diante do exposto, conclui-se que mesmo não ganhando o concurso internacional de previsão e carga de ruína para a Viga A, o trabalho possui grande importância na produção de conhecimento, na área de resistência à força cortante em elementos especiais. Uma área de estudo que apesar de ser debatida amplamente, ainda se configura como uma das questões em aberto no campo da engenharia de estruturas. Assim, o trabalho contribui com a compreensão do comportamento de vigas de concreto armado com grandes dimensões, para que se tenha estruturas arrojadas e seguras.

REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE; ACI 318: **Building Code requirements for reinforced concrete**; Detroit, 2019.
- AMERICAN SOCIETY CIVIL ENGINEERS / AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Recent approaches to shear design of structural concrete - State-of-the-Art-Report. ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion, **Journal of Structural Engineering**, v.124, n.12, 1998, p.1375-1417.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projetos de estrutura de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- AGUILAR, G. et al. Experimental evaluation of design procedures for shear strength of deep reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, 99(4), 539–548, 2002.
- BAZANT, Z.P, OH, B.H. **Crack Band Theory for Fracture of Concrete**. **Materials and Structures**. RILEM, v CERVENKA, V; JENDELE, L.; CERVENKA, J. ATENA Program Documentation – Part 1: Theory. Prague, República Theca, 2005. ol. 16, pp.155-177, 1983.
- BARBETTA, P. A. **Estatística aplicada às ciências sociais**. 7. ed. Florianópolis: Ed. Da UFSC, 2007. 315 p.
- BENTZ, E. C. COLLINS, M. P. The Toronto Size Effect Series. Shear in Structural Concrete, SP-328, **American Concrete Institute**, Farmington Hills, MI, 2018, 12 pp.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION -CSA A23.3: **Design of concrete structures**. Ontario, Canada, 2014.
- CERVENKA, V.; CERVENKA, J. **ATENA Program Documentation – Part 2-1: User’s Manual for ATENA2D**. Prague, República Theca, 2003.
- CERVENKA, V.; CERVENKA, J. **ATENA Program Documentation – Part 2-2: User’s Manual for ATENA3D**. Prague, República Theca, 2005.
- COLLINS, M. P.; BENTZ, E.C.; SHERWOOD, E. G.; XIE, L. An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures. In: Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application. **Anais [...]** Cambridge: University of Cambridge, 2007. p. 75-94.
- COLLINS, M.P.; BENTZ, E.C.; QUACH, P.T.; PROESTOS, G.T. The challenge of predicting the shear strength of very thick slabs. **CI Concrete International**, Toronto, v. 37, n.11, p. 29-37, nov. 2015.
- COLLINS, M.P.; KUCHMA, D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs and footings? **ACI Structure Journal**, n.96, s. 54, p. 482-490, jul/aug. 1999.
- COLLINS, M.P.; MITCHELL, D.; ADEBAR, P.; VECCHIO, F.J. A General Shear Design Method. **ACI Structure Journal**, v. 93, n.93, s.5, p. 36-45, jan/feb. 1996.

COLLINS, M. P., QUACH, P. T. e BENTZ, E. C. Shear Behavior of Thick Slabs. **ACI Structural Journal**. Title No. 117-S81. V. 117, No. 4. Julho 2020.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Thomas Telford Services, Ltd., London, 1993.

CHEN, H., JIAN, W., MA, J.Z. Shear-Transfer Mechanisms and Strength Modeling of RC Continuous Deep Beams. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, 2020.

CRISFIELD, M. A. A fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles “Snap-Through”. **Computers and Structures**, vol. 13, p. 55-62: Pergamon Preas Ltd, 1981.

CRISFIELD, M.A., WILLS, J. The Analysis of Reinforced Concrete Panels Using Different Concrete Models. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, v.115, n.3, March, pp.578-597,1989.

DEMIR, A., CAGLAR, N., OZTURK, H. Parameters affecting diagonal cracking behavior of reinforced concrete deep beams. Elsevier, **Engineering Structures** 184 (2019) 217–231.

EUROPEAN STANDARD NORME EUROPÉENNE EUROPÄISCHE NORM. **EN 1992-1-1**: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1 – 1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004.

FEENSTRA, P. H.; BORST, R. **Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete**. Heron, v.38, n.04, Delft, Netherlands, p.3-76,1993.

FOSTER, S. J; GILBERT, R. I. Experimental studies on high strength concrete deep beams. **ACI Structural Journal**, 95(4), 382–390,1998.

FUSCO, P. B. **Solicitações Tangenciais**. São Paulo, Editora PINI, 2008.

GCONS (UDC). Proyecto Horvital SP4: Estudio del efecto tamaño en la modelización del esfuerzo cortante en estructuras de hormigón. In: Prediction of Shear Failure Load of a 2 m-Deep Beam, International Contest, 2020, Coruña. **Actas do [...]**. Coruña: Universidade da Coruña, 2020. Tema: Efecto Tamaño em la Resistencia a Cortante de Elementos de Hormigón: Estudio Experimental, Validación de Modelo Teórico y Extensión a Elementos con Refuerzo Exterior. Disponível em: www.gcons.udc.es/investigacion/proyecto-horvital-sp4/. Acesso em: 14, Mar. 2020.

GERE, J.M.; WEAVER JR., W. **Matrix analysis of framed structures**. Second edition, Van Nostrand Reinhold Company, Nova York, EUA, 1980.

GOMES, I. R. **Simulação numérica do ensaio de compressão de eprismas de alvenaria pelo étodo dos elementos finitos com comportamento de interface**. 2001. Tese (Doutorado)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

HAWKINS, N.M; KUCHMA, D.A; MAST, R.F; MARSH, M.L; REINECK, K.H. **Simplified shear design of structural concrete members**, NCHRP Report 549. Washington, Transportation Research Board, 2005.

- ISMAIL, K.S., GUADAGNINI, M., PILAKOUTAS, K. Numerical Investigation of the Shear Strength of RC Deep Beams Using the Microplane Model. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, 2016.
- KABELE, P.; CERVENKA, V.; CERVENKA, J. **ATENA Program Documentation – Part 3: Example Manual**. Prague, República Theca, 2005.
- KANI, G. N. J. How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams? **ACI Structure Journal**, n. 64-12, p. 128-141, mar. 1967.
- KOLMAR, W. **Beschreibung der Kraftuebertragung über Risse in nichtlinearen Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetontragwerken**. Dissertação de Mestrado, T.H. Darmstadt, p. 94., 1986.
- KUPFER, H., HILSDORF, H.K., RÜSCH, H. Behavior of Concrete under Biaxial Stress. **Proceedings of the ACI Journal**, v.66, n.8, Aug., pp.656-666, 1969.
- KREFELD, W.J. ; THURSTON, C.W. Contribution of longitudinal steel to shear resistance of reinforced concrete beams. **ACI Journal**, mar, 1966.
- LEONHARDT, F. MÖNNIG, E. **Construções de Concreto**. Volume 2. Rio de Janeiro, Interciência, 1982.
- MACGREGOR, J.G. ; WIGHT, J.K. **Reinforced concrete – Mechanics and design**. 6a ed., Upper Saddle River, Ed. Prentice Hall, 2012, p. 1177.
- MOEHLE, J. P; ZHAI, J. **Blind Prediction Competition of Shear Strength for Thick Concrete Foundation Elements With and Without Shear Reinforcement**. University of California Berkeley. Dezembro, 2021.
- MÖRSH, E. **Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung**. Verlag von Konrad Wittwer, 1908, p. 376.
- MUTONI, A.; RUIZ, M. F. Dimensionamiento y verificación del hormigón estructural mediante el método de los campos de tensiones. **Journal Hormigón y Acero**, n. 242, 2006. ISSN: 0439-5689.
- POLI, S.D. ; GAMBAROVA, P.G. ; KARAKOÇ, C. **Aggregate interlock role in RC thin-webbed beams in shear**. American Society of Civil Engineers, ASCE,v.113, n1,1987
- RAO, A.G.,and KUNAL, K. **Shear Strength of Reinforced Concrete Deep Beams**. FraMCOS-6, 17-22, June, 2007, Catania, Italy.
- RAO. S.S. **The Finite Element Method in Engineering**. Elsevier Butterworth–Heinemann. 40Ed. 2005.
- REINECK, K.H. Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model. **ACI Structural Journal**, Sept-Oct, 1991.
- RITTER, W. Die **Bauweise Hennbique**. **Schweizerische Bauzeitung**. v. XXXIII, n. 07, p. 41-61, 1899.
- ROTS, J. G.; BLAAUWENDRAAD, J. **Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared? Fixed, Multidirectional or Rotating?** Heron, v.34, n.1, Delft, Netherlands, p.1-60, 1989.

ROTS, J. G.; NAUTA, P.; KUSTERS, G. M. A; BLAAUWENDRAAD, J. **Smearred Crack Approach and Fracture Localization in Concrete**. Heron, v.30, n.1, Delft, Netherlands, p.1-48, 1985.

SCHLAICH, J. S.; SCHÄFER, K. JENNEWEIN, M. Towards a consistent design of reinforced concrete structures. **Journal of the prestressed concrete institute**, v. 32, n. 03, p. 74-150, 1987.

SCHLAICH, J. SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **Journal of Structural Engineering**, v. 69, n. 06, p. 113-125, 1991.

SHIOYA, T.; IGURO, M.; NOJIRI, Y.; AKIYAMA, H.; OKADA, T. Shear Strenght of Large Reinforced Concrete Beams. **Fracture Mechanics**, SP 118-12. p. 259-279. 1989.

SOUZA, R. A. **Análise e dimensionamento de elementos de membrana em concreto estrutural**. Maringá: Eduem, 2016, 312 p. ISBN 978-85-7628-666-0.

SOUZA, R. A. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos e do Método das Bielas na Análise de Blocos Rígidos Sobre Estacas**. Síntese do Estágio Pós-Doutoral – University of Illinois at Urbana-Champaign, Maringá, 2006.

SOUZA, R. A., BREÑA, S. Behavior predictions of deep beams with short straight bar anchorages using strut-and-tie models and nonlinear analysis. **Ibracon Structures and Materials Jornal**. Volume 9, Number 5 (October 2016) p. 710 – 721.

SOUZA, R. A. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. 379 f. Tese (Doutorado em Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SOUZA, R. A. **Relatório de Estágios de Pós-doutorado de Curta Duração Realizados na École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suíça) e na Tecnology University of Delft (Holanda)**. 2011. 54 f. Lausanne e Delft.

TURNER, M. J. et al. Stiffness and deflection analysis of complex structures. **Journal of Aeronautical Sciences**, Easton, v.23, p. 805-824, 1956.

VAN MIER J.G.M. **Multi-axial Strain-softening of Concrete, Part I: Fracture**. **Materials and Structures**. RILEM, v.19, n.111, 1986.

VECCHIO, F. J. Non-linear finite element analyis of reinforced concrete: at the crossroads? **Structural Concrete**, v. 2, n. 4, p. 201–212, 2001.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory. **ACI Structural Journal**, v. 85, n. 3, p. 258–268, 1988.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Structural Journal**, v. 83, n. 22, p. 219–231, 1986.

VECCHIO, F.J., COLLINS, M.P. Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear. **ACI Journal**, v.83, n.2, Mar-Apr., pp 219-231, 1986.

VINTZILEOU, E. Shear transfer by dowel action and friction as related to size effects. **Comité Euro-international du Béton** (CEB), Bulletin d' Information n.237, Concrete tension and size effects, April 1997.