

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – Mestrado

PABLO RODRIGO SKOWRONSKI LAZARINI

**INFLUÊNCIA DO CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA NO
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS:**
Deflexão em estados limites de serviço

Maringá - PR
2019

PABLO RODRIGO SKOWRONSKI LAZARINI

**INFLUÊNCIA DO CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA NO
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS:**
Deflexão em estados limites de serviço

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei

Maringá - PR
2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

L431i

Lazarini, Pablo Rodrigo Skowronski

Influência do concreto de alta resistência no dimensionamento de vigas : deflexão em estados limites de serviço / Pablo Rodrigo Skowronski Lazarini. -- Maringá, PR, 2019.
97 f.: il. color.

Orientador: Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2019.

1. Concreto de alta resistência. 2. Concreto armado - Deflexão. 3. Estados limites de serviço (ELS) - Concreto armado. I. Vanderlei, Romel Dias, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 23.ed. 624.1834

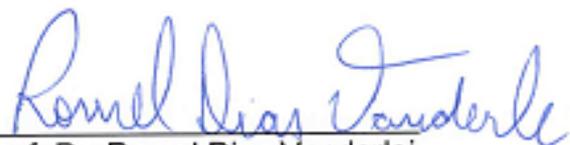
PABLO RODRIGO SKOWRONSKI LAZARINI

**INFLUÊNCIA DO CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA
NO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS: DEFLEXÃO EM
ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO**

Dissertação apresentada à Universidade
Estadual de Maringá, como requisito parcial para
a obtenção do título de mestre.

Aprovado em: 21/08/2019

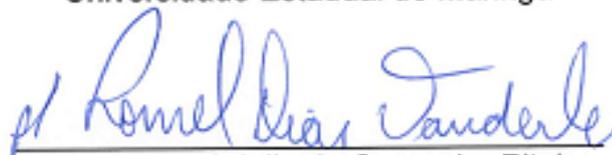
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei
Universidade Estadual de Maringá



Prof. Dr. Wilson Wesley Wutzow
Universidade Estadual de Maringá



Prof. Dr. José Julio de Cerqueira Pituba
Universidade Federal de Goiás

Dedico este trabalho a todos que tiverem a paciência de ler e corrigir.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primordialmente ao meu orientador pela paciência e constante orientação neste trabalho,

Agradeço também a minha esposa Deborah que nunca “permitiu” que eu desistisse, mesmo quando não havia mais coragem para continuar.

Agradeço à minha família que permitiu que eu estudasse e me formasse engenheiro civil, mesmo com tantas adversidades.

Por fim, agradeço a todos os meus mestres que propiciaram o conhecimento que atingi.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Não sei o que possa parecer aos olhos do mundo, mas aos meus pareço apenas ter sido como um menino brincando à beira-mar, divertindo-me com o fato de encontrar de vez em quando um seixo mais liso ou uma concha mais bonita que o normal, enquanto o grande oceano da verdade permanece completamente por descobrir à minha frente.

Isaac Newton

RESUMO

Apesar de muito utilizado nas diversas funções estruturais, o concreto não é um material perfeito. Sua baixa resistência à tração lhe confere fissuras com esforços pequenos e tais fissuras alteram significativamente a rigidez do elemento estrutural ao ponto das diferentes normas de dimensionamento alertarem que os modelos por elas adotados para deflexões não são confiáveis. Este trabalho teve por objetivo investigar a viabilidade técnica da utilização de concretos de alta resistência para o dimensionamento e verificação de deflexões em vigas além comparar os valores entre diferentes normas. Para tal, determinou-se duas seções transversais diferentes, estimou-se carregamentos e dimensionou-se as vigas de acordo com as normas ABNT NBR 6.118:2014, ACI 318R:2014, Eurocode 2:2004 e CEB:2010 para quatro diferentes vãos com diferentes classes de concreto. Após determinado a armadura para o equilíbrio em Estado Limite Último, calculou-se a rigidez em Estado Limite de Serviço de acordo com os parâmetros das mesmas normas e se verificou as deflexões. Traçaram-se relações para a deflexão em função da resistência do concreto. Os resultados mostraram que conforme se aumenta a resistência do concreto, a taxa de armadura tracionada tende a diminuir acompanhada das deflexões, que tiveram ganho de 15 a 50%. Concluiu-se que o concreto de alta resistência é uma opção viável para situações com limitações de geometria quando se têm grandes deformações em vigas e/ou lajes, no entanto, os resultados também mostraram que a norma brasileira destoa bastante nas respostas de deflexão das demais normas, o que pode ser visto como sinal de alerta para a utilização de concretos de resistências superiores nas verificações de deformação excessiva pela NBR 6.118.

Palavras-chave: Concreto de alta resistência, deflexão, Estado-Limite de Serviço.

ABSTRACT

Although widely used in various structural functions, concrete is not a perfect material. Its low tensile strength gives it cracks with small stresses and such cracks significantly alter the stiffness of the structural element to the point that different design standards warn that the models adopted by them for deflections are unreliable. The objective of this work was to investigate the technical feasibility of using high strength concretes for design and verification of deflections in beams and compare the values between different standards. For this, two different cross sections were determined, loads were estimated and the beams were dimensioned according to ABNT NBR 6.118: 2014, ACI 318R: 2014, Eurocode 2: 2004 and CEB: 2004 standards for four different spans and different classes of concrete. After determining the ultimate limit state equilibrium of the reinforcement, the serviceability state stiffness was calculated according to the parameters of the same standards and the deflections were verified. Relationships for deflection were plotted as a function of concrete strength. The results showed that as the concrete strength increases, the tensile reinforcement rate tends to decrease accompanied by deflections, which gained from 15 to 50%. It was concluded that high strength concrete is a viable option for situations with geometry limitations when there are large deformations in beams and / or slabs, however, the results also showed that the brazilian standard is quite different in the deflection responses of the other standards, which can be seen as a warning sign for the use of higher strength concretes in the excessive deformation checks by NBR 6.118.

Keywords: High Strength Concrete, Deflections, Serviceability

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Equilíbrio de forças numa viga a partir da linha neutra	26
Figura 2 – Diagrama parabólico de deformação do concreto numa viga à flexão	28
Figura 3 – Estádio II em vigas de concreto armado	30
Figura 4 – Método para determinação do coeficiente de fluência $\phi(\infty, t_0)$ para o concreto em condições normais com RH = 50%	46
Figura 5 – Método para determinação do coeficiente de fluência $\phi(\infty, t_0)$ para o concreto em condições normais com RH = 80%	47
Figura 6 – Detalhes das vigas trabalho Perera; Mutsuyoshi.....	50
Figura 7 – Gráfico Carga x Deflexão trabalho Perera; Mutsuyoshi	51
Figura 8 – Detalhes geométricos vigas trabalho Capione; Monaco; Minafò	52
Figura 9 – Curvatura viga f_c 70MPa trabalho Capione; Monaco; Minafò.....	53
Figura 10 – Curvatura viga f_c 41,2 MPa trabalho Capione; Monaco; Minafò.....	53
Figura 11 – Detalhes das vigas trabalho Hussien <i>et al.</i>	54
Figura 12 – Deflexão das vigas trabalho Hussien <i>et al.</i>	54
Figura 13 – Detalhes das vigas trabalho Mohammadhassani <i>et al.</i>	55
Figura 14 – Gráfico carga deflexão trabalho Mohammadhassani <i>et al.</i>	56
Figura 15 – Gráfico de deflexões das vigas trabalho Mousa.....	57
Figura 16 – Detalhe das vigas trabalho Mousa.....	58
Figura 17 – Gráfico carga x fissuração/resistência El-Azab e Mohamed	59
Figura 18 – Detalhe das vigas trabalho El-Azab e Mohamed	60
Figura 19 – Gráfico carga x deflexão com transpasse de 20 vezes o diâmetro da barra trabalho El-Azab e Mohamed.....	61
Figura 20 – Gráfico carga x deflexão com transpasse de 30 vezes o diâmetro da barra trabalho El-Azab e Mohamed.....	62
Figura 21 – Gráfico carga x deflexão com transpasse de 40 vezes o diâmetro da barra trabalho El-Azab e Mohamed.....	62
Figura 22 – Viga Modelo	63
Figura 23 – Módulo de Elasticidade Estimado do Concreto	66
Figura 24 – Resistência à tração do concreto	67
Figura 25 – Momento Fletor das vigas em ELU	68
Figura 26 – Área de aços em ELU das vigas com 7m de vão	69

Figura 27 – Área de aços em ELU das vigas com 8m de vão	70
Figura 28 – Área de aços em ELU das vigas com 10m de vão	71
Figura 29 – Área de aços em ELU das vigas com 11,5m de vão	71
Figura 30 – Momento fletor solicitante em ELS para cada norma.....	74
Figura 31 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 7m	75
Figura 32 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 8m	75
Figura 33 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 10m	76
Figura 34 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 11,5m	76
Figura 35 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 7m	78
Figura 36 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 7m.....	78
Figura 37 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 8m	80
Figura 38 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 8m.....	81
Figura 39 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 10m	83
Figura 40 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 10m.....	83
Figura 41 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 11,5m	85
Figura 42 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 11,5m.....	86

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Quadro 1 – Combinações de Serviço	31
Quadro 2 – Limites para deslocamentos	32
Quadro 3 – Deflexões máximas calculadas permitidas segundo o ACI 318R:2014.....	40
Quadro 4 – Fator de função do tempo para cargas suportadas.....	42
Quadro 5 – Combinações de serviço	43
Quadro 6 – Valores de K para os diferentes sistemas estruturais.....	44
Quadro 7 – Cargas das vigas	64
Quadro 8 – Seção transversal por vão livre simulado	65
Quadro 9 – Taxa de armadura por resistência do concreto	72
Quadro 10 – Comparativo entre os Momentos em ELU para ELS	74
Quadro 11 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 7m.....	79
Quadro 12 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 8m.....	81
Quadro 13 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 10m.....	84
Quadro 14 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 11,5m.....	86

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	JUSTIFICATIVA	15
1.2	OBJETIVOS.....	16
2	CONCRETO	17
3	CRITÉRIOS NORMATIVOS.....	23
3.1.	DIMENSIONAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO.....	23
3.2.	VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO A ABNT NBR 6.118:2014.....	30
3.2.1	<i>Combinações de esforços</i>	31
3.2.2	<i>Deformações limites</i>	32
3.2.3	<i>Cálculo das deformações</i>	33
3.3.	VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO O ACI 318R:2014	38
3.3.1	<i>Combinações de esforços</i>	38
3.3.2	<i>Deformações limites</i>	39
3.3.3	<i>Cálculo das deformações</i>	41
3.5	VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO O EUROCODE 2:2004.....	42
3.4.1	<i>Combinações de esforços</i>	43
3.4.2	<i>Deformações limites</i>	43
3.4.3	<i>Cálculo das deformações</i>	45
3.5	VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO O CEB:2004 ..	48
3.5.1	<i>Combinações de esforços</i>	49
3.5.2	<i>Deformações limites</i>	49
3.5.3	<i>Cálculo das deformações</i>	49
4	ESTADO DA ARTE.....	50
4.1	COMPORTAMENTO DO CISALHAMENTO DE VIGAS REFORÇADAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO (PERERA; MUTSUYOSHI, 2013).....	50
4.2	FORÇAS DE CISALHAMENTO PARA VIGAS DE CONCRETOS DE ALTO DESEMPENHO: RECOMENDAÇÕES PARA DESIGN E MODELAGEM (CACIONE; MONACO; MINAFÒ, 2014).....	51
4.3	COMPORTAMENTO ENTRE PROTENSÃO COM E SEM ADERÊNCIA PARA CONCRETOS NORMAIS E DE ALTO DESEMPENHO (HUSSIEN <i>ET AL.</i> 2012).....	53
4.4	ESTUDO EXPERIMENTAL DOS MODOS DE FALHAS DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO COM VARIAÇÕES NAS TENSÕES DAS TAXAS DE ARMADURA (MOHAMMADHASSANI <i>ET AL.</i> , 2013).....	55
4.5	COMPORTAMENTO À FLEXÃO E DUCTILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO COM TENSÃO NO TRANSPASSE (MOUSA, 2015)	56
4.6	EFEITOS DA TENSÃO NA ARMADURA DE TRANSPASSE NO COMPORTAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO (EL-AZAB; MOHAMED, 2014)	59
5	METODOLOGIA.....	63
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	66
6.1	MATERIAIS	66

6.2	MOMENTO FLETOR EM ELU	67
6.3	VERIFICAÇÕES EM SERVIÇO	73
6.4	DEFLEXÕES DAS VIGAS	77
6.4.1	<i>Vão de 7 metros</i>	77
6.4.2	<i>Vão de 8 metros</i>	79
6.4.3	<i>Vão de 10 metros</i>	82
6.4.4	<i>Vão de 11,5 metros</i>	84
7	CONCLUSÕES	88
7.1.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	89
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90
9	APÊNDICES	94
9.1.	PLANILHA RESULTADOS NBR 6.118:2014 – VÃO 7 METROS	94
9.2.	PLANILHA RESULTADOS ACI 318R:2014 – VÃO 7 METROS	95
9.3.	PLANILHA RESULTADOS EUROCODE 2:2004 – VÃO 7 METROS.....	96
9.4.	PLANILHA RESULTADOS CEB:2004 – VÃO 7 METROS.....	97

1 INTRODUÇÃO

O concreto é um dos materiais utilizados na construção mais antigos do mundo, e a inserção do aço propiciou avanços significativos em modelos estruturais, de tal forma que ele permanece como solução em inúmeras obras nos cinco continentes. Contudo, ainda não há um termo matemático ou empírico que determine um critério final, quando se trata em segurança no dimensionamento, tampouco quanto aos limites de deformação. As várias normas no mundo especificam restrições para dimensionamentos e verificações, que apesar de apresentarem respostas confiáveis, divergem em alguns pontos, pois o concreto armado apresenta comportamentos ainda em estudo e análise.

Não bastando as peculiaridades do material concreto convencional, a partir da década de 70 começou-se a se desenvolver concretos com resistências maiores que os paradigmas da época aceitavam como confiável e seguro, tais materiais foram chamados concretos de alta resistência. Como o processo executivo destes concretos de alta resistência era o mesmo utilizado nos concretos usuais (apenas havia um maior controle dos materiais utilizados) o material não apresentava propriedades físicas diferentes do concreto convencional.

Não obstante, com a inserção dos superplastificantes na confecção do concreto, observou-se que o material gerado apresentava diferenças não apenas de resistência, em relação ao concreto usual, mas também haviam alterações significativas de trabalhabilidade, e conseqüentemente, a redução da água também gerou módulos de elasticidade mais elevados, maior resistência à flexão, entre outros. Estes desempenhos modificados conferiram a este material um patamar diferente do concreto convencional. Nascia-se o concreto de alto desempenho (AİTCIN, 2000). Se ainda há muito o que se estudar sobre as características do concreto convencional, a inserção do modelo de desempenho superior aumenta significativamente as linhas de pesquisa.

Quando comparado com o concreto convencional, é certo que a fabricação de um concreto de alto desempenho requer cuidados e controles muito maiores. Não obstante, é um material que acaba por ser mais eficiente, visto que o mesmo permite seções mais esbeltas e conseqüentemente economia de materiais. Portanto, a substituição do material concreto usual pelo concreto de alto desempenho também pode ser vantajosa no Estado Limite de Serviço (ELS).

Para tentar responder, utiliza-se da hipótese de que apesar das condicionantes de baixa permeabilidade e alta resistência não serem obrigatoriamente concomitantes no concreto de alto desempenho, não é segredo que a porosidade do material é um fator determinante na resistência

do mesmo. Quanto maior a porosidade, menor tende a ser a resistência do material (NEVILLE, 2016). Esta relação de porosidade, por tornar o material mais compacto, altera o módulo de elasticidade do concreto, e conseqüentemente afetará as relações de tensões e deformações tal como ocorre com o concreto convencional. Esta condição é contemplada nas normas de dimensionamento.

Segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) Norma Brasileira (NBR) 6.118:2014, o valor do módulo de elasticidade do concreto, seja o inicial ou o secante, pode ser estimado através da resistência característica à compressão. Quanto maior a resistência, menos poroso é o material e maior é o módulo de elasticidade. Todavia, para o concreto de alto desempenho, a relação das tensões e deformações não segue os mesmos preceitos dos concretos de resistência inferior, visto que o material não apresenta mais os mesmos comportamentos do concreto convencional. Porém, mesmo neste modelo, admite-se que quanto maior for a resistência à compressão, maior também será o módulo de elasticidade.

Tal condição é corroborada pelo *American Concrete Institute* (ACI) 318:2014. No entanto, como pelas normativas americanas a determinação da resistência de dimensionamento do concreto é diferente da ABNT NBR 6.118:2014, no ACI a equação que descreve o módulo de elasticidade não sofre variação do inicial para o secante, apenas tem variação em função da classe de resistência.

O Eurocode 2:2004 e o CEB:2004 também relacionam a resistência à compressão com o módulo de elasticidade do concreto, distinguindo as classes de concreto (convencional e de alto desempenho).

Outrossim, o concreto apresenta deformações que podem aumentar ao longo do tempo, mesmo sujeito a carregamentos constantes e inferiores às cargas de ruína. A ABNT NBR 6.118:2014 propõe reduções de tensões para ambos os materiais (concreto convencional e de alto desempenho) em virtude destas deformações. No entanto, o concreto de alto desempenho, por ser mais compacto, pode apresentar comportamento diferenciado para tais critérios de deformação e resistência pelo fato do módulo de elasticidade ser superior e pelo fato da baixa porosidade conseguir transmitir de maneira mais eficiente as cargas.

Esta alteração de comportamentos em relação aos limites de deformação também é prevista no Eurocode 2:2004. No entanto, para o ACI 318R:2014, como o procedimento de cálculo não envolve os domínios de deformação, há apenas coeficientes de redução de capacidade dos elementos quando as barras de aço não atingem alguns parâmetros de deformação específica, o respectivo código limita todas as deformações específicas de encurtamento do concreto a 0,003.

Desta forma, segundo a ABNT NBR 6.118:2014 e o Eurocode 2:2004, quando se dimensionam e se executam obras com o concreto de alto desempenho, não é apenas a resistência do material que sofre alteração quando comparada com o concreto convencional. Em se tratando de deformação, observa-se que há a diminuição da deflexão imediata quando se mantém a mesma seção transversal, ou seja, numa condição de Estado Limite de Serviço (ELS) o concreto de alto desempenho apresenta comportamento superior do concreto convencional (quando às vistas dos parâmetros normativos) visto que a deflexão de uma viga depende, entre outros fatores, da rigidez à flexão (produto do momento de inércia da seção pelo módulo de elasticidade). Como o módulo de elasticidade aumenta conforme se aumenta a resistência do concreto, a rigidez a flexão também aumenta.

Por outro lado, quando se trata de verificação de vigas, como o concreto de alto desempenho pode propiciar economia de materiais por redução da seção transversal dos elementos (se a resistência é superior, a quantidade de materiais para resistir aos esforços pode ser menor) e, como em ELS a geometria da seção contribui nos comportamentos das peças, é possível que o concreto de alto desempenho não ofereça viabilidade financeira. Como a rigidez a flexão envolve resistência extraída da seção transversal através do momento de inércia, se faz necessário que a peça ofereça uma geometria favorável, ou seja, a seção que poderia ser menor para comportar os esforços internos com maior eficiência não favorece à rigidez, o que pode gerar deflexões maiores.

1.1 JUSTIFICATIVA

Apesar do concreto de alto desempenho não ser um material novo na construção civil, no Brasil até 2014 não havia normativa nacional para adotar-se critérios de utilização do mesmo. A revisão anterior da ABNT NBR 6.118:2007, contemplava resistência máxima a compressão para o concreto de 50 MPa. A partir de 2014, um novo tipo de concreto pode ser utilizado no dimensionamento cuja resistência ainda deve ser inferior à 90 MPa.

Aliado a isso, apesar de estar inserido há cinco anos como alternativa, os softwares nacionais não contemplam o dimensionamento de vigas e lajes com resistências superiores a 50 MPa, deixando ao usuário a total responsabilidade dos resultados.

A confecção do concreto de alto desempenho não é muito diferente do concreto convencional, entre os fatores de dosagem e confecção com maiores controles de qualidade, pode-se confeccionar concretos com resistências superiores à 90 MPa utilizando apenas

aditivos superplastificantes para compensar a baixa trabalhabilidade provocada por um fator água aglomerante baixo.

Somam-se os dois fatores e tem-se que há uma grande demanda para a utilização deste material. No entanto, por ser ainda recente a nível nacional, pouco se sabe sobre a viabilidade econômica do material.

Visto que as deformações são limitadas através de critérios normativos, por justificadas razões (no caso das deformações para evitar desconforto sensorial aos usuários da edificação) e como a engenharia civil tem por premissa a segurança ao menor consumo de materiais, seja em função do custo ou dos impactos ambientais, é importante se saber o quanto o concreto de alto desempenho tem a oferecer quando utilizado em elementos sujeitos à flexão simples.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho visa analisar a utilização do concreto de elevadas resistências no projeto de vigas sujeitas à esforços de flexão simples sob as condições das normas ABNT NBR 6.118:2014, ACI 318R:2014, Eurocode2:2004 e CEB:2004 e investigar como é o comportamento das vigas no Estado Limite de Serviço quando aumentada a resistência à compressão do concreto até a resistência de 90MPa de acordo com as mesmas normativas.

2 CONCRETO

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, há duas classes de concreto cujos parâmetros de dimensionamento da referida norma contemplam. Os concretos com classes de resistência até 50 MPa (grupo I) e os concretos com classes de resistência entre 55 MPa e 90 MPa (grupo II). Por outro lado, Neville (2016) classifica concretos de alto desempenho são considerados os que apresentam resistência superior a 80 MPa. Aïtcin (2010) por sua vez, classifica os concretos de alto desempenho em cinco grupos distintos, a partir da resistência característica de 50 MPa. Da mesma forma como a ABNT NBR 6.118:2014, o Eurocode 2:2004 também separa os concretos convencionais dos concretos de alto desempenho na resistência característica de 50 MPa, limitando o dimensionamento de estruturas à 90 MPa. Em se tratando das especificações americanas, o ACI 318R:2014 limita o dimensionamento de estruturas de concreto armado à tensão máxima de compressão de 8.000psi (aproximadamente 56 MPa). Resistências superiores a esta apresentam características diferentes e deverão atender as recomendações do ACI 363R:1992. Em todo caso, a resistência máxima do concreto não deve ultrapassar 83 MPa. Desta forma, este trabalho tratará de concretos convencionais os quais apresentam resistência característica a compressão inferior a 50 MPa.

Para concretos convencionais, o ACI 318R:2014 apresenta uma expressão (Equação 1) a partir da massa específica do concreto (ρ) e da resistência à compressão (f'_c) para a determinação do módulo de elasticidade (E_c) em GPa para concretos massa específica entre 2.300 e 2.500 kg/m³.

$$E_c = 43 \cdot \rho^{1,5} \cdot (f'_c)^{0,5} 10^{-6} \quad (1)$$

Para o Eurocode 2:2004, o módulo de elasticidade também acompanha a resistência à compressão e o código apresenta duas equações para a aproximação do valor (uma para concretos convencionais e outra para concretos de alto desempenho), apesar de considerar que o módulo pode ser consideravelmente influenciado por outros componentes, como o agregado. A expressão da norma (Equação 2) é restrita à concretos de resistência normal (até 50MPa).

$$E_{cm} = (f_{ck} + 8)^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

Em que:

E_{cm} : Módulo de elasticidade inicial do concreto convencional;

f_{ck} : Resistência característica do concreto

Dependendo da origem do agregado, o módulo de elasticidade sofre alteração, de acordo com Eurocode 2:2004. As expressões apresentadas no código levam em conta que o concreto foi confeccionado com quartzito. Para concretos com calcário e arenito, o módulo de elasticidade deve ser reduzido em 10% e 30%, respectivamente. Se o agregado for basalto, por sua vez o módulo deve ser incrementado em 20%.

A nova revisão da ABNT NBR 6.118:2014 também contempla as características dos agregados no módulo de elasticidade inicial e secante do concreto. Estas correções seguem os mesmos parâmetros do Eurocode 2:2004 (CARVALHO; FILHO, 2014).

Segundo Carvalho; Filho (2014), a determinação do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) do concreto segundo ensaio estabelecido na ABNT NBR 8.522:2008 aos 28 dias de idade. Quando não forem realizados tais ensaios, pode-se estimar o módulo de elasticidade através da Equação 03, abaixo. A mesma correlaciona a resistência à compressão do concreto (f_{ck}) com a origem da rocha que servirá de agregado graúdo para o concreto (α_E).

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (3)$$

Em que:

E_{ci} : Módulo de elasticidade inicial do concreto convencional;

f_{ck} : Resistência característica do concreto;

$$\alpha_E = \begin{cases} 1,2 & \text{para basalto e diabásio;} \\ 1,0 & \text{para granito e gnaisse;} \\ 0,9 & \text{para calcário;} \\ 0,7 & \text{para arenito.} \end{cases}$$

Este decréscimo do módulo de elasticidade é chamado módulo de elasticidade secante (E_{cs}). O mesmo, segundo Carvalho; Filho (2014) pode ser obtido através de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8.522:2008, ou estimado pela expressão (Equação 4) abaixo, que correlaciona a resistência característica do concreto (f_{ck}) para diminuir a capacidade inicial de absorção de cargas do concreto.

$$E_{cs} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \leq E_{ci} \quad (4)$$

Para fins de dimensionamento, a ABNT NBR 6.118:2014 classifica as deformações do concreto em elásticas, trecho com comportamento sensivelmente linear, cuja deformação limite é definida em 0,2%, e deformações plásticas, num intervalo de 0,2% à 0,35%, representando a parte curva do diagrama, dados válidos apenas para concretos convencionais, ou seja f_{ck} menor do que 50 MPa. Esta relação também é válida para o Eurocode 2:2004. Já para as normas americanas, tanto para o concreto de alto desempenho quanto para o concreto convencional, há apenas a restrição de deformação específica última de 0,003.

No que se refere as deformações do concreto de alto desempenho, a ABNT NBR 6.118:2014 traz duas equações (5 e 6) para o estado elástico e plástico do concreto de alto desempenho. Observa-se pelas expressões que quanto maior for a resistência do concreto, menor será o intervalo plástico do concreto, ou seja, a equação acompanha as afirmações de Neville (2016) quando trata da extensão do trecho elástico linear. Também se observa, pelas expressões, a preocupação em reduzir as condições de deformação do concreto com a evolução da resistência do mesmo. Tal preocupação é também contemplada pelo Eurocode 2:2004, utilizando as mesmas expressões da norma brasileira.

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (6)$$

Em que:

ε_{c2} : deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

ε_{cu} : deformação específica de encurtamento na ruptura;

f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão.

Segundo Aïtcin (2000), pelo fato do concreto de alto desempenho apresentar relação água/cimento muito baixa, ocasionando uma condição de porosidade muito pequena, o mesmo apresenta um comportamento de tensões-deformações similar ao de rochas, onde esta relação é subdividida em quatro partes principais, sendo um intervalo inicial elástico linear, seguido de deformações visco-elástico linear, ou seja, deformações a longo prazo associadas a um carregamento constante. Se o carregamento cessar, ainda haverá resíduos de deformação. A terceira parte das deformações corresponde à tensão máxima do material seguida da quarta parte onde a ruptura do material ocorreu. Tais condições são similares às do concreto convencional sugerida por Neville (2016).

Neville (2016) acrescenta que como a interface agregado-matriz é maior, a fissuração do concreto no trecho linear é reduzida, o que propicia ao concreto de alto desempenho um ganho no intervalo de tensão-deformação linear, podendo chegar em até 85% da carga de ruptura.

Esta ruptura do concreto de alto desempenho, segundo Aïtcin (2000) ocorre no elo mais fraco entre a pasta de cimento hidratada, a zona de transição entre o agregado e a pasta de cimento hidratada e os agregados, sendo para concretos convencionais o rompimento dos agregados o mais incomum. Desta forma, se houver melhoras na resistência da pasta de cimento hidratada e na zona de transição, o concreto conseqüentemente apresentará ganhos de resistência à compressão. Isto justifica a classificação do autor quanto ao comportamento do concreto de alto desempenho ser similar ao de uma rocha.

Por outro lado, tais condições fazem com que as rupturas do concreto de alto desempenho ocorram rapidamente, ou seja, a curva de tensão-deformação do concreto de alto desempenho apresenta declividade após o pico de tensões abrupta, promovendo ao material um comportamento frágil (NEVILLE, *et al.* 2013).

Para os parâmetros de dimensionamento nacionais, Carvalho; Filho (2014) apresentam equações para determinação tanto do módulo de elasticidade quanto dos limites das deformações elásticas e de ruptura para o concreto de alto desempenho, ambas em função da resistência característica, sendo o cálculo do módulo de elasticidade inicial também em função da origem do agregado graúdo, quando não forem realizados ensaios para a determinação do mesmo (Equação 7).

Nas especificações americanas, para o concreto de alto desempenho, o ACI 363R:1992 correlaciona o módulo (E_c) apenas em função da resistência à compressão (Equação 8). Já o Eurocode 2:2004 apresenta uma expressão (Equação 9) que pode ser utilizada para concretos de alto desempenho, apesar de também aproximar muito bem o módulo de elasticidade dos concretos convencionais.

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (7)$$

$$E_c = 3,32 \cdot (f'_c)^{0,5} + 6,9 \quad (8)$$

$$E_{cm} = 22 [(f_{ck} + 8)/10]^{0,3} \quad (9)$$

Para a ABNT NBR 6.118:2014 o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) tem correção através do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) e da resistência característica a compressão (f_{ck}) da mesma forma que o concreto convencional (Equação 4). Esta correção do módulo de elasticidade também é observada no Eurocode 2:2004. No entanto, neste caso a norma apresenta uma equação para o módulo de elasticidade ($E_{cm(t)}$) (Equação 10) em função do tempo (t) estimado de uso da estrutura a partir da resistência média à compressão do concreto (f_{cm}). O ACI 318R:2014 e ACI 363R:1992, por outro lado, não fazem menção a qualquer adaptação, uma vez que as equações apresentadas nas respectivas normas já contemplam esta alteração de comportamento.

$$E_{cm(t)} = \left(\frac{f_{cm(t)}}{f_{cm}} \right)^{0,3} \cdot E_{cm} \quad (10)$$

Com:

$$\begin{cases} f_{cm(t)} = f_{ck(t)} + 8 \text{ (MPa)} \text{ para } 3 < t < 28 \text{ dias} \\ f_{cm(t)} = f_{ck(t)} \text{ para } t \geq 28 \text{ dias} \end{cases} \quad (11)$$

$$f_{cm(t)} = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (12)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (13)$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (14)$$

Onde:

$\beta_{cc}(t)$: coeficiente de idade do concreto;

$f_{cm(t)}$: resistência média a compressão na idade t em dias;

t : idade em dias do concreto;

Na Equação 14 o coeficiente s depende do tipo de cimento. Para classe R o coeficiente leva o valor de 0,2. Para cimentos classe N, s deve ser igual a 0,25 e para classe de cimento S, o coeficiente é 0,38.

O CEB (2004), por sua vez, especifica que a o módulo de elasticidade inicial do concreto pode ser estimado pela expressão 15, independente da classe de resistência, enquanto o módulo secante é obtido pela expressão 16.

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10}\right)^{1/3} \quad (15)$$

$$E_{cs} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck} + \Delta f}{88}\right) \cdot E_{ci} \leq E_{ci} \quad (16)$$

Em que:

E_{ci} : Módulo de elasticidade inicial do concreto convencional;

f_{ck} : Resistência característica do concreto;

$$\alpha_E = \begin{cases} 1,2 & \text{para basalto e diabásio;} \\ 1,0 & \text{para granito e gnaisse;} \\ 0,9 & \text{para calcário;} \\ 0,7 & \text{para arenito.} \end{cases}$$

Δf : 8MPa.

Gedam *et al.* (2016) constataram que as deformações no concreto de alto desempenho aumentam sob a ação de cargas constantes ao longo do tempo, comportamento similar ao do concreto convencional, desta forma, pode-se dizer que o concreto de alto desempenho está sujeito também ao fenômeno de fluência. Ainda nos ensaios de Gedam *et al.* (2016), em alguns casos a tensão provocada pela fluência foi superior às tensões iniciais, ocasionando um comportamento inverso do concreto convencional. Neville (2016) acrescenta que simulações em pilares produzidos em laboratório não apresentaram variação de resistência entre as idades de 28 dias e após 2 ou 4 anos.

Vidal *et al.* (2015) obtiveram resultados similares em ensaios com concretos de alto desempenho sujeitos à variações de temperatura. Apesar da temperatura ter se mostrado fator determinante nas deformações, as tensões do concreto não tiveram redução, e em algumas amostras obtiveram ganhos de resistência.

3 CRITÉRIOS NORMATIVOS

Como os processos de dimensionamentos de estruturas em concreto armado são divergentes em alguns aspectos entre as normas brasileiras, americanas e europeias, antes de se entender os critérios de carregamentos e procedimentos para dimensionamento e verificações da estrutura, se faz necessário evidenciar as divergências entre as respectivas normas.

Neste capítulo serão apresentados os modelos de dimensionamento e verificação de estruturas de concreto armado segundo a ABNT NBR 6.118:2014, o ACI 318R:2014, o Eurocode 2:2004 e o CEB:2004, desde a determinação dos carregamentos para as condições de dimensionamento e verificação, até os procedimentos e modelos de restrição e aceitabilidade das peças estruturais.

3.1. DIMENSIONAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO

As verificações das peças estruturais em concreto armado se fazem após o dimensionamento das mesmas em Estado Limite Último, desta forma, afim de se poder apresentar os critérios de verificações, será primeiro apresentado os critérios de dimensionamento de vigas (objeto de estudo deste trabalho), comparando-se os modelos das três normas, visto que as características obtidas nesta etapa influenciarão bastante no comportamento em Estado Limite de Serviço.

Segundo a ABNT NBR 12.655:2015 uma análise estatística é realizada inicialmente para se determinar uma resistência característica do concreto, isto é, a resistência que o concreto deverá apresentar na estrutura. Esta análise é realizada a partir de um desvio padrão obtido em ensaios destrutivos com pelo menos 20 amostras num período de 30 dias. Admite-se que a resistência característica do concreto é dada por uma confiabilidade de 95%, ou seja, a média aritmética do ensaio subtraída em 1,65 vezes o desvio padrão. Caso não tenham sido realizados os ensaios, o valor de desvio padrão, segundo ainda ABNT NBR 12.655:2015 pode ser obtido levando em consideração o acompanhamento e controle mais acurado das quantidades de materiais utilizadas no processo de fabricação do concreto, podendo variar de quatro a sete megapascals.

A partir desta determinação, a resistência utilizada para o dimensionamento é reduzida com um coeficiente. Segundo a ABNT NBR 6.118:2014 este coeficiente é denominado coeficiente de ponderação de resistência (γ) que é produto de outros três, um que avalia a diferença entre o dimensionamento realizado por processo linear com baixa precisão, outro que

avalia a diferença entre o comportamento de um corpo-de-prova ensaiado em laboratório e o elemento estrutural na obra e por fim, um que avalia o baixo controle tecnológico do processo de produção do concreto.

Já pelas normativas americanas, a resistência do concreto é obtida de maneira inversa ao método brasileiro. Ao invés de utilizar a resistência característica para se obter a de dimensionamento, utiliza-se a resistência de dimensionamento para se determinar a característica. Segundo o ACI 214:2011 a resistência característica do concreto é obtida a partir de três possíveis critérios. O primeiro leva em conta a chance do valor da resistência característica ser menor do que a de dimensionamento. Para este critério, admite-se 10% de chance deste fenômeno acontecer, neste caso, apenas se deve calcular um coeficiente de modificação do desvio padrão a partir da média dos resultados do ensaio. Este método não é mais utilizado para o ACI 318R:2014, contudo, pode ocorrer situações em que seja necessário utilizá-lo. No segundo critério, de acordo com o ACI 214:2011, pode-se especificar a probabilidade de uma média de uma quantidade n de ensaios de resistência não atingirem o valor de resistência de dimensionamento, tal probabilidade é estabelecida em 1%, em outras palavras, a cada 100 corpos de prova ensaiados, apenas um poderá apresentar resistência menor do que a de dimensionamento. Nota-se que para que isso aconteça, é necessário que a resistência média das amostras ensaiadas seja superior a resistência de dimensionamento. O terceiro critério utiliza um limite de probabilidade para que os ensaios não atinjam a resistência de dimensionamento, porém, com uma margem de erro, ou seja, o material não atingiu a resistência, contudo ficou próximo do valor estabelecido. Esta margem é determinada de acordo com a resistência de dimensionamento desejada e assume que a chance de isso acontecer também deverá ser inferior a 1%.

Em todo caso, ainda segundo o ACI 214:2011, sempre se deverá estabelecer um valor mínimo de resistência característica, obtido pela soma da resistência de dimensionamento com um valor pré-estabelecido. Observa-se que esta é a primeira divergência entre as normas estudadas. Apesar do material ser o mesmo, as resistências não são.

Neville (2016) sintetiza estes procedimentos do ACI em duas exigências para a aceitabilidade do concreto da seguinte forma:

- (a) A média do ensaio de três amostras (cada amostra composta por pelo menos dois corpos de prova) consecutivas é pelo menos igual à resistência de dimensionamento do concreto (f_c').
- (b) Todos os resultados dos ensaios (consecutivos ou não) são no mínimo iguais à resistência de dimensionamento do concreto (f_c') menos 3,5MPa.

Para o Eurocode 2:2004 e CEB:2004, a determinação da resistência característica do concreto (f_{ck}) segue as mesmas regras da ABNT NBR 12.655:2015, que leva em conta uma confiabilidade estatística de 95% da resistência dos ensaios serem iguais ou superior a resistência característica.

Para a correção de resistência de dimensionamento (f_{cd}), o código apresenta algumas particularidades. Como o código abrange mais de um país, e como cada país tem suas próprias exigências, a resistência característica (f_{ck}) pode ser adaptada pela expressão abaixo (Equação 17) com variações do coeficiente α_c .

$$f_{cd} = \alpha_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (17)$$

Em que:

α_c : coeficiente de fluência que leva em conta os efeitos a longo prazo de forças de compressão e os seus efeitos desfavoráveis na resistência.

γ_c : coeficiente de ponderação de resistência do concreto.

Observa-se pela expressão que há muita similaridade entre a norma brasileira e europeia, visto que a correção da resistência se apresenta basicamente com a mesma equação. Não obstante, o coeficiente de ponderação de resistência, entre as normas, apresenta valores diferentes. Enquanto a ABNT NBR 6.118:2014 sugere 1,4 para carregamento normal em estado limite último, a normativa europeia é mais conservadora com coeficiente de 1,5 nos mesmos critérios.

Contudo, enquanto a norma brasileira, independente da região, exige que o fator de fluência sempre corrija a resistência do concreto, com valores que flutuam entre 0,85 e 0,68 (concretos do grupo II), o Eurocode 2:2004 recomenda o coeficiente de fluência em 1,0.

Obviamente, como já mencionado, cada país tem autonomia para adotar valores diferentes deste sugerido, desta forma o Reino Unido, por exemplo, especifica fator de fluência de 0,85, enquanto Portugal recomenda 1,0.

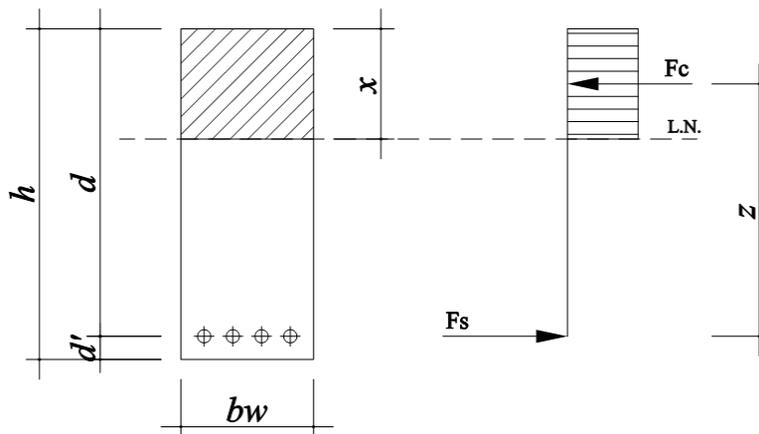
Isto posto, para encontrar-se o equilíbrio de forças em uma viga sujeita à flexão simples, despreza-se a resistência do concreto à tração pelo fato da mesma ser muito baixa, e como segundo Carvalho; Filho (2014) cita, o dimensionamento de uma viga sujeita à um esforço de flexão deve ser realizado no Estado Limite Último, isto é, com os carregamentos permanentes e variáveis somados e majorados, impondo as condições de deformação da viga ao Estádio III, com as fibras mais comprimidas próximas ao limite de deformação e o concreto

fissurado na zona de tração, é mister inserir algum outro material que resista a este esforço de tração, que para o caso do concreto armado são as barras de aço.

Segundo Fusco (1981) o processo de dimensionamento de vigas de concreto à flexão simples é então realizado de tal forma que os materiais, concreto e aço, apresentem resultantes de forças iguais e que as mesmas, quando concentradas, estejam afastadas uma da outra no sentido normal da linha neutra (z). Essa hipótese é essencial para que o diagrama de corpo livre interno da viga seja nulo (Figura 1).

Segundo Fusco (1981), como o concreto e o aço apresentam limites de dimensionamentos avaliados em condições de deformações diferentes, a posição da linha neutra da viga assumirá também valores distintos, que dependerão justamente dessas deformações.

Figura 1 – Equilíbrio de forças numa viga a partir da linha neutra



Fonte: AUTOR

Este modelo de dimensionamento é válido para as três normas deste estudo, no entanto, cada uma apresenta suas particularidades. Diferentemente do modelo brasileiro e europeu, onde há variação da deformação do concreto e do aço, no modelo americano, segundo Wight; MacGregor (2012) o dimensionamento de uma viga sujeita a um esforço de flexão simples é realizado com uma relação direta entre a armadura passiva e o concreto que sempre será admitido com deformação última de 0,003. Assim, o único material da viga passível de variação de deformação é o aço.

Essa análise, segundo Wight; MacGregor (2012) classifica a viga em três possíveis estágios. Esses estágios penalizarão o momento fletor máximo da viga com um coeficiente de segurança (ϕ).

O primeiro estágio, segundo McCormar; Brown (2014) é chamado de compressão controlada. Nesse estágio o concreto atinge a deformação última antes da armadura entrar em escoamento e a viga apresenta baixos valores de deformação, o que a caracteriza como perigosa, preferível ser evitada. Para essa condição a penalização da viga é com uma redução de 35% da capacidade máxima.

Ainda de acordo com McCormar; Brown (2014), o segundo estágio é uma zona de transição, onde apesar do aço já ter atingido o escoamento, ele tem deformação inferior a 0,005. Para esse intervalo, deve-se calcular o coeficiente de minoração de momento a partir de uma equação (Equação 18) que correlaciona a deformação atingida pelo aço (ϵ_t) com a deformação de escoamento (ϵ_{ty}). Esse cálculo produzirá um coeficiente entre 0,65 e 0,9.

$$0,65 + 0,25 \frac{(\epsilon_t - \epsilon_{ty})}{(0,005 - \epsilon_{ty})} \quad (18)$$

Por fim, quando a deformação das barras de aço ultrapassa 0,005, diz-se que o estágio é denominado tensão controlada e o coeficiente de redução é 0,9 (McCORMAR; BROWN, 2014).

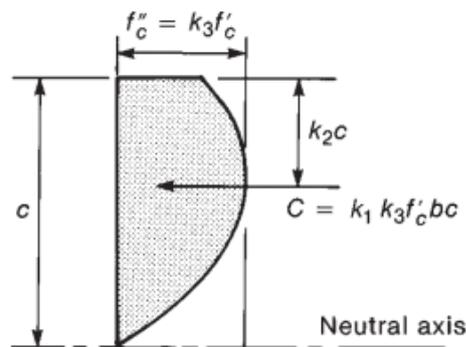
Como já citado, o estado último de carregamento no concreto apresenta para a viga um diagrama de deformações parabólico, segundo Wight; MacGregor (2012). A adaptação desse desenho para um diagrama retangular é realizada pelo ACI 318:2014 a partir da resistência de dimensionamento do concreto podendo ser de 0,85 para concretos com resistência até 28 MPa (4000 psi), 0,65 para concretos de resistência maiores do que 56 MPa (8000 psi) e entre 28 e 56 MPa o coeficiente é determinado por uma equação (Equação 19) cuja variável é a própria resistência do concreto (f_c'), que nesta equação deverá ser inserido em psi.

$$0,85 - \frac{0,05(f_c' - 4000)}{1000} \quad (19)$$

O fator de fluência do concreto, que minora a capacidade de carga do concreto, na normativa americana admite valor constante e igual a 0,85 na zona comprimida, independente da resistência desejada para o concreto (ACI 318:2014).

Os limites de deformação também divergem entre si nas normas. Enquanto a ABNT NBR 6.118:2014 e o Eurocode 2:2014 especificam que o limite do estado elástico de deformações específicas na compressão flutuam na ordem de 0,002 e as deformações específicas limites últimas de ruína estão na ordem de 0,0035 para concretos convencionais e estas mesmas deformações são variáveis em função a resistência característica para os concretos do grupo II (Equações 5 e 6), o ACI 318R:2014 e o ACI 363R:1992 apenas apresentam o limite último de 0,003, independente da resistência característica.

Figura 2 – Diagrama parabólico de deformação do concreto numa viga à flexão



Fonte: WIGHT MACGREGOR (2012)

Segundo Wight; MacGregor (2012), esse limite de 0,003 para o ACI 318R:2014 se deve ao fato que a deformação do concreto em estado último de carregamento tem um diagrama parabólico a partir da linha neutra (c), e na fibra mais comprimida a deformação não é a máxima (Figura 2). O ponto de inflexão da curva, ou seja, a deformação máxima do concreto, ocorre no centroide da área comprimida ($k_2 c$), e a ruína do material, apesar de ocorrer com deformações superiores a 0,003, é caracterizado com resistências inferiores à máxima (f'_c).

No que se refere ao aço, nota-se mais um ponto em comum entre as normas brasileira e europeia. Salvo o coeficiente de ponderação de resistência do concreto que para o Eurocode 2:2004 é superior (1,5), para o aço as reduções seguem o mesmo padrão da ABNT NBR 6.118:2014, quando se trata de carregamentos normais.

Já o ACI 318R:2014 permite utilizar toda a resistência potencial do aço sem aplicar coeficientes de minoração de resistência. Por outro lado, o momento fletor máximo resistido por uma viga deverá sempre ser minorado por um coeficiente que varia de 10% a 35%, dependendo do nível de deformação das barras de aço.

De acordo com Fusco (1981), o mesmo tipo de aço pode atingir diferentes valores de resistência nas estruturas de concreto armado. Se as barras atingirem as deformações correspondentes ao patamar de escoamento, a resistência é constante e depende exclusivamente do tipo de aço utilizado. Contudo, se as deformações forem elásticas, o aço obedecerá a lei de *Hooke*, onde a resistência oferecida pelas barras é proporcional as suas deformações e módulo de elasticidade.

Esses critérios de determinação de resistência das barras são utilizados tanto para o dimensionamento pela ABNT NBR 6.118:2014, quanto pelo Eurocode 2:2004, CEB:2004 e para o ACI 318R:2014. O que diferencia os valores de resistência das referidas normas são os tipos de aço empregados. Segundo a ABNT NBR 6.118:2014, as estruturas de concreto armado só admitem aços de resistência característica de 250 MPa, 500 MPa e 600 MPa e módulo de elasticidade constante de 210 GPa para armadura passiva, enquanto o Eurocode 2:2004 e CEB:2004 admitem aços cuja resistência flutue entre 400 e 600 MPa, com módulo de elasticidade de 200 GPa. Já para o ACI 318R:2014, os aços possíveis de serem utilizados dependem dos esforços nos elementos e podem assumir valores de resistência de dimensionamento de 280 MPa ou 420 MPa para a tensão de escoamento, com módulo de elasticidade de 203 GPa.

As deformações admitidas pelas barras de aço divergem bastante entre os códigos. Para a ABNT NBR 6.118:2014, o limite de escoamento deve ser uma relação entre a tensão de escoamento de dimensionamento da barra pelo módulo de elasticidade e as deformações últimas não devem ultrapassar 1,0%.

O Eurocode 2:2004 por sua vez, admite o mesmo critério para o regime elástico do aço, no entanto, as deformações últimas das barras podem variar de 2,5% a 7,5%. Contudo, o código recomenda para o dimensionamento as deformações em no máximo 90% do valor nominal.

O ACI 318R:2014 por sua vez não faz menção à deformações últimas de barras de aço, no entanto, como já explicado penaliza a capacidade máxima dos elementos em função das deformações sofridas pelas armaduras.

Por fim, pode-se resumir o cálculo do momento fletor solicitante de uma viga de concreto armado através da expressão 20, aplicando os coeficientes específicos de cada norma à equação.

$$M_r = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda}{2} \cdot x \right) \quad (20)$$

Onde:

M_r : Momento fletor resistido pela seção (penalizado com o coeficiente ϕ no ACI 318R:2014);

α_c : fator de fluência;

λ : fator de correção do diagrama parábola retângulo para retângulo equivalente;

f_{cd} : resistência de dimensionamento do concreto comprimido;

b_w : largura da viga no trecho comprimido;

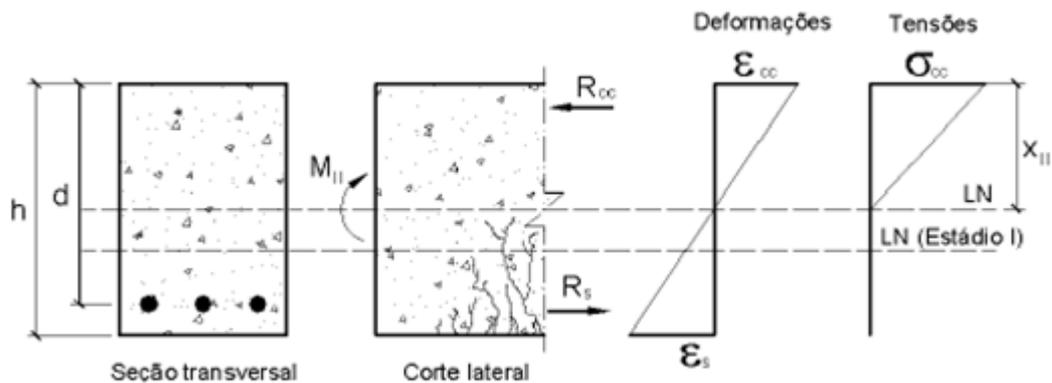
x : posição da linha neutra da viga;

d : altura útil da viga;

3.2. VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO A ABNT NBR 6.118:2014

Para fins de verificação das deformações, a ABNT NBR 6.118:2014 traz critérios diferentes de combinações de carregamentos. Em todo caso, ambas as condições ocorrem no Estádio II da viga, isto é, quando o concreto não oferece mais resistência à tração, no entanto, a região comprimida ainda não foi plastificada, ou seja, as tensões são proporcionais às deformações (FUSCO, 1981), conforme pode ser observado na Figura 3 abaixo.

Figura 3 – Estádio II em vigas de concreto armado



Fonte: FUSCO (1981)

Esta condição de verificação de fissuração e deformação é interessante sob a ótica de economia e segurança.

Por economia, a seção transversal pode ser reduzida visto que o momento fletor que gera a fissuração e a deformação é obtido através de uma expressão que leva em conta apenas uma parte do carregamento que eventualmente são menores do que as cargas características.

Por segurança, observa-se que quando a peça começa a apresentar tais deformações e fissuras, ela ainda não atingiu o limite dos materiais (concreto e aço), ou seja, pode-se, em tempo, evacuar a edificação e se providenciar reforços, dependendo do grau das patologias.

3.2.1 Combinações de esforços

Como dito, as obtenções dos carregamentos são realizadas através das combinações para os Estados-Limites de Serviço (ELS) (CARVALHO, FILHO, 2014).

Segundo a ABNT NBR 6.118:2014, os Estados-Limites de Serviço são separados em três categorias, que avaliam o tempo de aplicação dos carregamentos acidentais, conforme mostrado no Quadro 1 abaixo.

Quadro 1 – Combinações de Serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinação quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \Sigma \Psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + F_{q1k} + \Sigma \Psi_{1j} F_{qj,k}$
<p>Onde $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS; Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.</p>		

Fonte: ABNT NBR 6.118:2014 – adaptado pelo autor

A ABNT NBR 6.118:2014 ainda especifica quais combinações de serviço devem ser utilizadas para as verificações da estrutura.

As combinações quase permanentes devem ser utilizadas para a verificação das deformações excessivas. Justifica-se essa combinação pois as cargas acidentais colaborarão significativamente na elástica da viga e interferirão principalmente na fluência do material

concreto. Não obstante, as cargas variáveis são definidas através de normas brasileiras específicas, principalmente a ABNT NBR 6.120/1980, e as mesmas tem probabilidade 25% a 35% de ocorrer, com período médio de retorno de 174 a 117 anos (ABNT NBR 6.118:2014). Neste caso, elege-se para a combinação apenas uma (mesmo que haja mais) das cargas características para a determinação do momento fletor solicitante, que ainda é reduzida afim de simular com maior precisão a estrutura na sua funcionalidade real, isto é, carregamentos permanentes integrais e sobrecargas com período de retorno diário.

3.2.2 Deformações limites

Os deslocamentos-limites são separados em quatro itens, de acordo com a ABNT NBR 6.118:2014. As restrições ocorrem de forma a evitar o desconforto dos ocupantes, a impossibilitar o uso da estrutura, a evitar deslocamentos e possíveis patologias de elementos que não fazem parte da estrutura, mas que estão ligados a ela ou avaliar se os deslocamentos não geram efeitos de segunda ordem, conforme apresentado no Quadro 2 abaixo.

Quadro 2 – Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 + \text{contraflecha}^b$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$l/500^c$ e 10 mm e $\theta = 0,0017 \text{ rad}^d$

Continua

Continuação

		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorridos após a instalação da divisória	$l/250^c$
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\Psi_1 = 0,30$)	$H/1.700$ e $H_i/850^e$ entre pavimentos ^f
		Movimentos térmicos verticais	Provocados por diferença de temperatura	$l/400^g$ e 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocados por diferença de temperatura	$H/500$
		Revestimentos colados	Ocorridos após a construção do forro	$l/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após a construção do forro	$l/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		

^a As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

^b Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio no plano maior que $l/350$.

^c O vão l deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.

^d Rotação nos elementos que suportam paredes.

^e H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

^f Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos, devido à atuação de ações horizontais. Não podem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica ao deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel.

Fonte: ABNT NBR 6.118:2014 – adaptado pelo autor

3.2.3 Cálculo das deformações

A adaptação da expressão da linha elástica para vigas em concreto armado é complexa e a própria ABNT NBR 6.118:2014 assume que os processos analíticos sugeridos pela mesma

não apresentam precisão, ou seja, as deflexões previstas podem não representar a condição real da estrutura.

Segundo a norma, esta imprecisão ocorre, pois, a deflexão depende de, entre outros fatores, da presença das armaduras na seção, ou seja, a peça apresenta rigidez complexa, da fluência, do processo construtivo, das propriedades dos materiais e principalmente das fissurações que podem ocorrer na seção, além do fato do concreto não apresentar comportamento elástico linear.

Como a peça estará fissurada em alguns trechos, não se pode admitir que a geometria bruta colabore no momento de inércia da seção, pois o trecho fissurado não permite continuidade da seção em relação ao eixo longitudinal. Não obstante, dificilmente toda a peça estará fissurada em relação ao eixo longitudinal. Haverá pontos em que no limite dos Estádios I e II o concreto ainda estará resistindo à tração e dessa forma, oferecerá continuidade da seção.

Em todo caso, segundo a ABNT NBR 6.118:2014, a deformação da viga ocorre em dois momentos, devido à reologia do material concreto. No primeiro momento tem-se a flecha imediata, provocada pela aplicação total do carregamento após a retirada do escoramento. Como o concreto tem comportamento viscoso, tem-se no segundo momento a flecha diferida, obtida ao longo do tempo da aplicação das cargas à viga.

A segunda flecha é um acréscimo da primeira, visto que o carregamento já foi aplicado e avalia-se as deformações devido à fluência do concreto.

Para o cálculo da flecha imediata, a ABNT NBR 6.118:2014 sugere a utilização da equação da elástica, todavia com a correção da rigidez à flexão da peça através do modelo de Branson (Equação 21).

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (21)$$

Em que:

$(EI)_{eq,t0}$: Rigidez à flexão equivalente para flecha imediata;

I_c : Momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} : Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}};$$

M_a : Momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r : Momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} : Módulo de elasticidade secante do concreto;

Segundo Carvalho; Filho (2014), a determinação do momento de inércia no Estádio II puro, isto é, quando a peça fissurou e se despreza a resistência à tração do concreto depende da posição da linha neutra no mesmo Estádio.

A determinação da posição da linha neutra (x_{II}) pode ser feita através do equilíbrio do momento estático da seção. Caso a mesma seja retangular, sem armadura colaborante à compressão, pode-se calcular pela expressão abaixo (Equação 22).

$$b_w \cdot \frac{x_{II}^2}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0 \quad (22)$$

Em que:

b_w : Largura da alma da seção da viga;

x_{II} : Posição da linha neutra no Estádio II;

α_e : Relação entre os módulos de elasticidade do concreto e do aço;

A_s : Área de aço da seção;

d : Altura útil da seção.

Com a posição da linha neutra no Estádio II, pode-se calcular o momento de inércia no mesmo estágio, desprezando-se a região de concreto tracionado. A Equação 23 abaixo apresenta a resolução para uma viga retangular sem armadura de compressão.

$$I_{II} = b_w \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad (23)$$

Em que:

I_{II} : Momento de inércia no Estádio II.

O momento de fissuração (M_r) representa o momento em que a seção não resiste mais aos esforços de tração e fissura, ou seja, este valor representa o final do Estádio I e início do Estádio II. Este momento também deve ser utilizado para o cálculo da armadura mínima para vigas, segundo a ABNT NBR 6.118:2014.

Segundo Carvalho; Filho (2014), a determinação do momento de fissuração pode ser realizada pela expressão abaixo (Equação 24).

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad (24)$$

Sendo:

$$\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seção em forma de "T" ou duplo "T";} \\ 1,3 & \text{para seções I ou T invertido;} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares.} \end{cases}$$

I_c : Momento de inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ct,m}$: Resistência à tração do concreto;

y_t : Distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada.

Segundo Carvalho; Filho (2014), a resistência à tração do concreto pode ser obtida através de ensaios por flexotração, compressão diametral e tração direta. Na falta dos ensaios para a obtenção dos valores, pode-se estimar a resistência à tração do concreto através da resistência característica à compressão, através das Equações 25 e 26 abaixo, para concretos de resistência até 50 MPa e de 50 a 90 MPa, respectivamente.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (25)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (26)$$

Segundo a ABNT NBR 6.118:2014, no cálculo do momento de fissuração de vigas, podem-se assumir dois valores para a resistência à tração.

Quando for necessário avaliar a formação de fissuras, a resistência à tração deve ser o expresso na Equação 27:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (27)$$

Já para o caso de deformação excessiva, utiliza-se a Equação 27, abaixo:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (28)$$

Como já explicado, o concreto apresenta deformações a longo prazo devido à fluência, desta forma, as deflexões nas vigas e lajes também se acentuaram. Segundo Carvalho; Filho (2014), a flecha diferida pode ser calculada de maneira aproximada pela Equação 29, abaixo:

$$a_{t,\infty} = a_{t,0} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (29)$$

Em que:

$a_{t,\infty}$: Valor da flecha no tempo infinito;

$a_{t,0}$: Valor da flecha imediata;

α_f : Fator adicional de flecha;

O fator adicional de flecha depende do tempo de aplicação das cargas de longa duração, sendo este avaliado através do intervalo da retirada dos escoramentos das peças e do período em meses de uso da estrutura. A Equação 30 abaixo estima o fator adicional de flecha e a Equação 31 o coeficiente função do tempo.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50 \cdot \rho'} \quad (30)$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (31)$$

Em que:

ξ : Coeficiente função do tempo;

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot 0,996 \cdot t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 & \text{para } t \geq 70 \text{ meses} \end{cases}$$

t : tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 : idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração;

Se as parcelas de cargas de longa duração forem aplicadas em idades variadas, o tempo t_0 é calculado pela Equação 32, abaixo.

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i} \quad (32)$$

Onde:

P_i : Parcelas de carga;

t_{0i} : idade, em meses, em que se aplicou cada parcela P_i .

Como a armadura inibe a deformação do concreto ao longo do prazo, em peças sujeitas à flexão simples, segundo Carvalho; Filho (2014), e como as armaduras são dispostas geralmente na região tracionada, despreza-se os efeitos da fluência nessa região. Caso a peça fletida apresente armadura comprimida, as deformações são contidas através do coeficiente ρ' calculado pela Equação 33 abaixo.

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d} \quad (33)$$

Em que:

A_s' : Área de aço comprimida;

b: largura da seção;

d: altura útil da seção.

3.3. VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO O ACI 318R:2014

Segundo o ACI 318R:2014, a avaliação da performance das estruturas nas condições de carregamento de serviço deve levar em conta os efeitos das reações, momentos, tensões normais e de cisalhamento, incluindo pró-tensão (quando houver), fissuração, variação de temperatura, deformações axiais e recalques de fundação.

Para este trabalho, serão avaliadas as condições de flexão que provocam as deflexões nas vigas de concreto armado. Segundo Wight; MacGregor (2012), para as verificações de serviço de vigas em concreto armado, deve-se levar em conta as cargas de trabalho (*working loads*) ou também chamadas cargas de serviço (*servisse load*) que geralmente é a soma das cargas permanentes (*dead*) com as cargas acidentais (*live*) sem aplicação dos coeficientes de majoração de carregamento.

3.3.1 Combinações de esforços

Para a determinação das cargas de serviço, McCormac; Brown (2014) sugerem que seja feita mais de uma combinação de carregamentos, admitindo que todas as cargas variáveis podem provocar fissurações e deflexões na estrutura.

Por outro lado, a *American Society of Civil Engineers* (ASCE) 7:2010 recomenda que os carregamentos de serviço devam ser combinados dependendo do que se deseja investigar na estrutura.

Para deformações excessivas por carregamentos verticais, a normativa recomenda duas equações. A primeira (Equação 34) envolvendo as cargas permanentes (D) com uma carga variável (L) e a segunda (Equação 35) somando-se as cargas permanentes com metade do carregamento acumulado de neve (S), se houver.

$$W = D + L \quad (34)$$

$$W = D + 0,5 \cdot S \quad (35)$$

Em que:

W : Carregamento para verificações de serviço;

Não obstante, ainda segundo o ASCE 7:2010, as deflexões para longos períodos de tempo devem levar em conta a combinação de carregamentos que envolve a fissuração da viga, neste caso a Equação 36 abaixo representa a carga que deve ser utilizada.

$$W = D + 0,5 \cdot L \quad (36)$$

3.3.2 Deformações limites

Ao contrário da ABNT NBR 6.118:2014, que apresenta um quadro único contemplando todos os limites de deformações da estrutura (horizontais, verticais e vibração), contemplando inclusive elementos não-estruturais, o ACI 318R:2014 sintetiza apenas os deslocamentos para elementos de cobertura e pavimentos, conforme pode ser observado no Quadro 3, abaixo.

Segundo McCormac; Brown (2014), como as cargas permanentes podem ocorrer mesmo sem a presença de cargas variáveis, as deflexões da estrutura podem ser calculadas separadamente para posteriormente serem compensadas, isto é, assume-se que a retirada do escoramento provoca uma deformação inicial em função exclusivamente do peso próprio, porém que a deformação com a inserção das cargas variáveis não é apenas uma soma de deformações (no caso a deformação do peso próprio com a deformação das cargas variáveis).

A correta determinação desta deflexão deve-se dar calculado uma deformação com as cargas combinadas e subtrai-se desta a deformação com apenas a carga de peso próprio (Equação 37).

$$\delta_L = \delta_{D+L} - \delta_D \quad (37)$$

Em que:

δ_L : Deformação das cargas variáveis;

δ_{D+L} : Deformação das cargas combinadas;

δ_D : Deformação das cargas permanentes;

Quadro 3 – Deflexões máximas calculadas permitidas segundo o ACI 318R:2014

Elemento	Condição		Deflexão a ser considerada	Limite de deflexão
Lajes de Cobertura	Elemento não estrutural ou elementos estruturais não vinculados a elementos cuja deformação cause danos à estrutura		Deflexão imediata considerando os efeitos das cargas acidentais, de chuva e de neve	$l/180^{[1]}$
Pavimentos			Deflexão imediata considerando as cargas acidentais	$l/360$
Coberturas ou Pavimentos	Elemento Estrutural	Passível de causar danos devido a altas deflexões	Deflexão que leva em conta a ocorrência a fixação de todos os elementos não-estruturais levando em conta as deformações imediatas com a aplicação de qualquer carga acidental e de longos períodos de carregamento com todas as cargas suportadas	$l/480^{[3]}$
		Não passível de danos devido à altas deflexões		$l/240^{[4]}$

^[1] Limite não destinado as ponderar as cargas. A ponderação deve ser verificada por meio de cálculos de deflexões, incluindo deformações adicionais devido o acúmulo de água e considerando os efeitos de tempo das cargas suportadas, tolerâncias de construção e confiabilidade do sistema de drenagem pluvial da cobertura.

^[2] As deformações em função do tempo devem ser calculadas de acordo com equação específica com parâmetros de fluência. É permitido reduzir parte do acúmulo da deflexão calculada para a ocorrência anterior da fixação dos elementos não estruturais. Para isso, este montante de deflexão deve ser calculado baseado nos dados técnicos aceitos relativos às características de deformação à longo prazo dos elementos semelhantes ao considerado.

^[3] Limites superiores são permitidos desde que medidas forem tomadas para prevenir os danos nos elementos.

^[4] Limite não pode exceder a tolerância proveniente do elemento não estrutural

Fonte: ACI 318R:2014 – adaptado e traduzido pelo autor

Já para as vibrações, o ASCE 7:2010 se vale de uma equação para avaliar a vibração aproximada da estrutura a partir do deslocamento da mesma em regime elástico. Para tal, utiliza-se a equação 38 abaixo.

$$f_0 \approx \frac{18}{\sqrt{\delta}} \quad (38)$$

Em que:

f_0 : Frequência de vibração da estrutura;

δ : Deslocamento em regime elástico;

O mesmo código recomenda que as vibrações devam ser limitadas para que não ocorram ressonância entre as atividades do ambiente.

Segundo a *Internation Standard* (ISO) 2631:1997, as vibrações para o corpo inteiro aceitáveis para a saúde, proficiência no trabalho e conforto estão na ordem de 1 a 80 Hz. Contudo, a mesma norma especifica que para edificações, os efeitos de vibrações em baixa frequência, isto é, menos de 5 Hz já provocam sensibilidade visual, premissa que é corroborada por Wight; MacGregor (2012). Os autores afirmam que as atividades de andar, dançar ou se exercitar provocam vibrações de 2 a 4 Hz. Se o piso tiver uma frequência natural superior a 5 Hz, deve-se se examinar o problema de vibrações excessivas com maior cuidado.

3.3.3 Cálculo das deformações

Tal como a ABNT NBR 6.118:2014, as deformações são estimadas com a estrutura no estado elástico, portando a equação da elástica também é válida para o ACI 318R:2014.

Acrescenta-se que as equações de cálculo da rigidez aproximada da viga fissurada seguem as mesmas prerrogativas da ABNT NBR 6.118:2014, salvo no que se refere à resistência dos materiais. Ou seja, utiliza-se o modelo de Branson e as Equações 19, 20 e 21 são as mesmas encontradas no ACI 318R:2014, no entanto, o módulo de elasticidade (E_c) no ACI é calculado pela Equação 8.

A Equação 22 também é válida para a determinação do momento de fissuração da viga, contudo com uma pequena alteração. O ACI 318R:2014 não leva em consideração a geometria da viga para esta estimativa, ou seja, pode-se utilizar a expressão admitindo-se que o coeficiente α seja constante e igual a 1,0.

Outrossim, há uma variação na determinação da resistência à tração do concreto, segundo o ACI 318R:2014. Para tal, vale a expressão abaixo (Equação 39).

$$f_r = 7,5 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \quad (39)$$

Em que:

f_r : Resistência à tração do concreto;

O fator de peso específico do concreto (λ) é variável em função das proporções de agregados utilizados na confecção do concreto, sendo 1,0 para concretos normais e 0,75 para concretos leves (até 1850 kg/m³).

Em se tratando de deflexões adicionais em função do tempo de aplicação de carga que provocam fissurações e encurtamento dos elementos estruturais, o ACI 318R:2014 apresenta as mesmas relações da ABNT NBR 6.118:2014, ou seja, pode-se estimar esta deformação a longo prazo pelas Equações 32 e 33, contudo, o fator de função do tempo $\Delta\xi$ é obtido através do Quadro 4, abaixo

Quadro 4 – Fator de função do tempo para cargas suportadas

Duração de aplicação da carga em meses	Fator de função do tempo $\Delta\xi$
3	1,0
6	1,2
12	1,4
60 ou mais	2,0

Fonte: ACI 318R:2014 – adaptado e traduzido pelo autor

3.5 VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO O EUROCODE 2:2004

Segundo o Eurocode 2:2004, devem ser estabelecidos para a estrutura limites de deformações de forma que a mesma não seja prejudicial ao correto funcionamento e aspecto. O código ainda restringe as deformações dos elementos estruturais de forma que estas sejam compatíveis com as deformações de outros elementos ligados à estrutura, como divisórias, revestimentos, acabamentos, entre outros.

A normativa ainda apresenta que não é necessário, em geral, cálculos explícitos das flechas, visto que nos casos correntes, expressões e regras simples já são o suficiente para avaliar as deformações dos elementos, tais como limitação da relação vão/altura. Verificações mais rigorosas são necessárias para os casos em que estes limites não sejam respeitados.

3.4.1 Combinações de esforços

Tal como a ABNT NBR 6.118:2014, o Eurocode 1:2002 traz equações para a combinação dos esforços para Estado Limite Último e para o Estado Limite de Serviço. Para a avaliação das deflexões, utilizam-se os carregamentos de serviço.

O Eurocode 1:2002 apresenta três equações para determinação do carregamento para as verificações de serviços, apresentados no Quadro 5 abaixo.

Segundo Bhatt, MacGinley; Choo (2014), os carregamentos usados para o cálculo das deflexões devem contemplar o valor das cargas permanentes características e as combinações quase-permanentes de cargas variáveis.

Quadro 5 – Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinação característica	Combinação usada normalmente para estados limites irreversíveis	$E_d = \Sigma G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \Sigma \Psi_{0,i} Q_{k,i}$
Combinações frequentes	Combinação usada normalmente para estados limites reversíveis	$E_d = \Sigma G_{k,j} + P + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \Sigma \Psi_{2,i} Q_{k,i}$
Combinações quase-permanentes	Combinação usada normalmente para efeitos de longo prazo e para a aparência da estrutura	$E_d = \Sigma G_{k,j} + P + \Sigma \Psi_{2,i} Q_{k,i}$
<p>Onde</p> <p>E_d é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;</p> <p>$G_{k,j}$ é o valor característico das ações permanentes;</p> <p>$Q_{k,i}$ é o valor característico das ações variáveis;</p> <p>P é o valor representativo dos efeitos de protensão quando houverem;</p> <p>Ψ_0 é o fator de redução de combinação para ações variáveis;</p> <p>Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ações variáveis;</p> <p>Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ações variáveis.</p>		

Fonte: EUROCODE 1:2002 – adaptado e traduzido pelo autor

3.4.2 Deformações limites

De acordo com o Eurocode 2:2004, os limites de deformações que exigem a investigação mais criteriosa das deformações da estrutura se dão em função de uma relação de vão/altura. Esta relação pode ser calculada segundo as expressões abaixo (Equação 40 e 41), ou seja, se o cálculo das deflexões ultrapassar a relação vão/altura (i/d), deve-se avaliar os efeitos destas deformações na estrutura com maior acuidade.

$$\frac{i}{d} = K \cdot \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^2 \right] \text{ se } \rho \leq \rho_0 \quad (40)$$

$$\frac{i}{d} = K \cdot \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ se } \rho > \rho_0 \quad (41)$$

Em que:

$\frac{i}{d}$: valor limite da relação vão/altura;

K : coeficiente que leva em conta os diferentes sistemas estruturais;

ρ_0 : taxa de armaduras de referência = $\sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$;

ρ : taxa de armaduras tracionada no meio do vão para equilibrar o momento;

ρ' : taxa de armaduras comprimida no meio do vão para equilibrar o momento;

f_{ck} : resistência característica do concreto em MPa.

Estas expressões levam em conta que a relação máxima de deformação não ultrapasse o limite de vão/250 para afetar o aspecto e as condições de uso da estrutura e de vão/500 para danificar partes adjacentes da estrutura.

O coeficiente (K) que leva em conta os diferentes sistemas estruturais é obtido através das relações de apoio da estrutura analisada e é sintetizado no Quadro 6, abaixo.

Quadro 6 – Valores de K para os diferentes sistemas estruturais

Sistema Estrutural	K
Viga simplesmente apoiada, laje simplesmente apoiada armada numa direção ou em duas direções	1,0
Vão externo de uma viga contínua ou de uma laje contínua armada numa direção ou de uma laje armada em duas direções ao longo do lado maior	1,3
Vão interior de uma viga ou de uma laje armada numa ou em duas direções	1,5
Laje sem vigas apoiadas sobre pilares (laje cogumelo) (em relação ao maior vão)	1,2
Consoles	0,4
<p>Nota 1: Para lajes armadas em duas direções, a verificação deverá ser efetuada em relação ao menor vão. Para lajes cogumelo deverá ser considerado o maior vão.</p> <p>Nota 2: Os limites indicados para lajes cogumelo correspondem a flecha no meio do vão numa limitação menos exigente do que a de vão/250. A experiência demonstrou que estes limites são satisfatórios.</p>	

Fonte: EUROCODE 2:2004 – adaptado pelo autor

3.4.3 Cálculo das deformações

De acordo Bhatt, MacGinley; Choo (2014) é ilusão esperar grandes e precisos resultados de deflexão em vigas de concreto armado pelo fato das inúmeras variáveis que dificultam e afetam significativamente os resultados, tais como: imprecisão das condições reais de apoio, a carga que a longo prazo causa a fissuração nos elementos é difícil de ser determinada, os elementos podem estar ou não estar fissurados, entre outros.

Segundo Mosley; Bungey; Hulse (2007) o método adotado pelo Eurocode 2 para o cálculo das deflexões é baseado no cálculo da curvatura das seções sujeitas aos momentos fletores e devem levar em conta a fissuração e os efeitos de encurtamento do concreto. Ainda segundo os autores, a aproximação da deflexão de uma viga em concreto armado é aceitável quando se usa a média entre a deflexão na viga fissurada e não fissurada.

Esta média das curvaturas pode ser obtida através da Equação 42 abaixo.

$$\frac{1}{r} = \xi \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{cr} + (1 - \xi) \left(\frac{1}{r}\right)_{uc} \quad (42)$$

Em que:

$\frac{1}{r}$: média da curvatura da viga;

$\left(\frac{1}{r}\right)_{uc}$: curvatura calculada com a seção não fissurada e fissurada, respectivamente;
 $\left(\frac{1}{r}\right)_{cr}$

ξ : coeficiente que considera a contribuição do concreto à tração entre as fissuras.

$$\xi = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \quad (43)$$

Em que:

β : fator de duração de carga (1 para carga única de curta duração e 0,5 para carregamentos de longa duração ou carregamentos repetitivos);

σ_{sr} : tensão nas barras de aço para seção de concreto fissurada;

σ_s : tensão nas barras de aço calculada considerando a carga que inicia a fissuração.

Para a seção não fissurada, a curvatura é calculada a partir do momento fletor (M) e segue a teoria da elasticidade (Equação 44).

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{uc} = \frac{M}{E_{c,eff} \cdot I_{uc}} \quad (44)$$

Onde:

I_{uc} : momento de inércia da seção não fissurada;

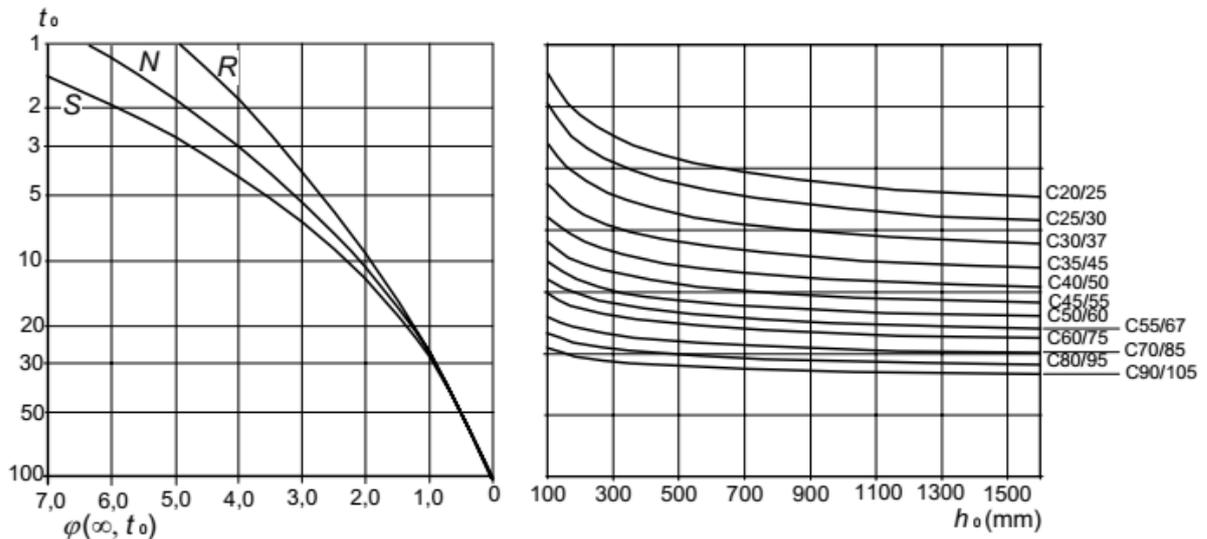
$E_{c,eff}$: módulo de elasticidade efetivo do concreto levando em conta os efeitos de fluência do concreto;

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad (45)$$

$\varphi(\infty, t_0)$: coeficiente de fluência para o carregamento e tempo considerados.

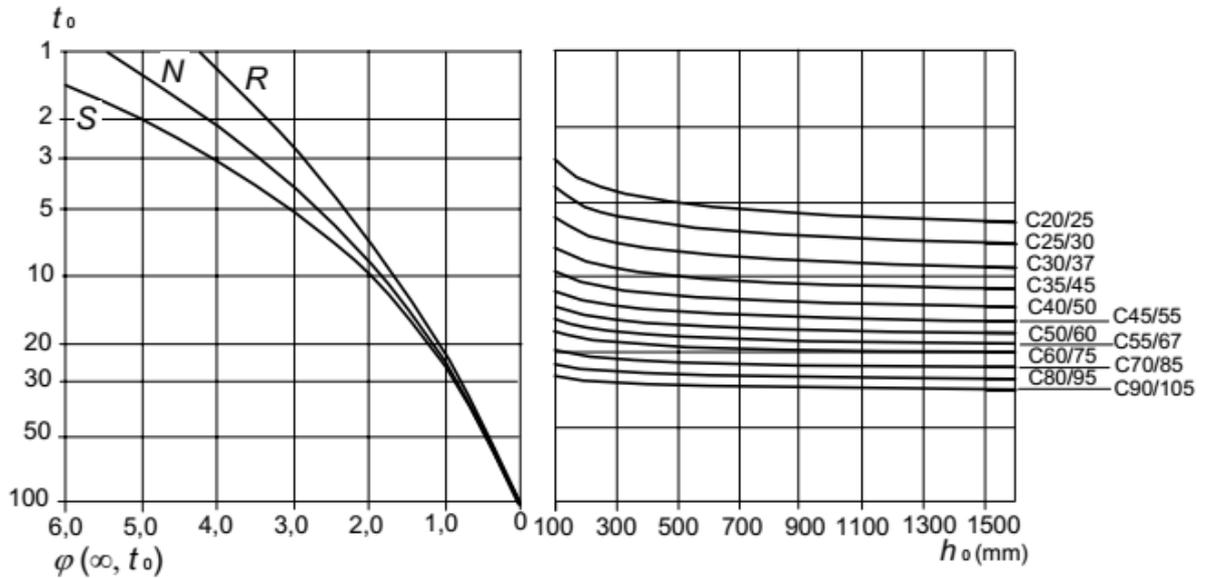
O Eurocode 2:2004 apresenta dois gráficos (Figuras 4 e 5) que levam em conta a umidade relativa (RH) do ambiente (interno e externo) em que o elemento de concreto armado estará submetido, a classe do cimento, a espessura equivalente da seção transversal do concreto (h_0) e o tempo de início do carregamento (t_0) para a determinação coeficiente de fluência.

Figura 4 – Método para determinação do coeficiente de fluência $\varphi(\infty, t_0)$ para o concreto em condições normais com RH = 50%



Fonte: EUROCODE 2:2004

Figura 5 – Método para determinação do coeficiente de fluência $\varphi(\infty, t_0)$ para o concreto em condições normais com RH = 80%



Fonte: EUROCODE 2:2004

Para o cálculo da curvatura com a seção de concreto fissurada Mosley; Bungey; Hulse (2007) apresentam a mesma equação (44) utilizada para a seção não fissurada, salvo que o momento de inércia deve ser corrigido. Para os autores, despreza-se a seção de concreto fissurada e o momento de inércia é calculado também segundo o modelo de Branson (Equação 21).

Por fim, de acordo com Bhatt, MacGinley; Choo (2014), deve-se ainda considerar os efeitos do encurtamento do concreto para as deflexões dos elementos estruturais. Este encurtamento deve ser calculado para a seção não fissurada e para a seção fissurada, ou seja, utiliza-se a equação mais de uma vez com o momento de inércia (I) primeiro da seção bruta, depois da seção fissurada, bem como a posição da linha neutra (x) e o encurtamento específico do concreto (ε_{cs}). Para tal, os autores apresentam a Equação 46, abaixo.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot A_s (d-x)}{I} \quad (46)$$

Em que:

$\left(\frac{1}{r}\right)_{cs}$: curvatura levando em conta o encurtamento do concreto;

ε_{cs} : Encurtamento específico do concreto;

A_s : Área de aço tracionada da seção;

d : Altura útil da seção;

x : Posição da linha neutra;

I : Momento de inércia da seção;

α_e : Relação entre os módulos de elasticidade do concreto e do aço;

Caso o concreto tenha armadura comprimida, a mesma é compensada segundo a teoria da elasticidade. Desta forma, se a armadura comprimida for igual à armadura tracionada, observa-se que não haverá curvatura devido ao encurtamento do concreto (BHATT, MACGINLEY, CHOO; 2014).

A partir da curvatura da seção calculada, utiliza-se novamente as equações da elástica para se determinar a deflexão da seção.

De maneira simplificada, é possível calcular a deflexão da viga a partir da expressão 46.

$$a = \xi a_{II} + (1 - \xi)a_I \quad (46)$$

Em que:

a : deflexão da viga;

a_I, a_{II} : deflexão calculada com a seção não fissurada e totalmente fissurada, respectivamente;

ξ : coeficiente de interpolação, dado pela equação 47

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_r}{M} \right)^2 \quad (47)$$

Com:

β : coeficiente de influência de duração (1,0 para cargas imediatas e 0,5 para ciclos de carregamento repetitivo);

M_r : Momento de fissuração da seção;

M : Momento solicitante;

3.5 VERIFICAÇÕES EM ESTADO LIMITE DE SERVIÇO SEGUNDO O CEB:2004

A norma apresenta critérios de deflexão que não diverge muito das demais. A obtenção do carregamento para Estado Limite de Serviço é muito similar à ABNT NBR 6.118:2014, enquanto o cálculo da deflexão é idêntico Eurocode 2:2004, salvo nos parâmetros de materiais.

3.5.1 Combinações de esforços

Segundo o CEB: 2004, a obtenção do carregamento para as condições de serviço das estruturas pode ser resumida no Quadro 6.

Quadro 6 – Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinação característica	Combinação usada normalmente para estados limites irreversíveis	$E_d = G + P + Q_{k,1} + \sum_{i>1} (\Psi Q_{k,i})$
Combinações frequentes	Combinação usada normalmente para estados limites reversíveis	$E_d = G + P + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$
Combinações quase-permanentes	Combinação usada normalmente para efeitos de longo prazo e para a aparência da estrutura	$E_d = G + P + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} Q_{ki}$
<p>Onde E_d é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; $G_{k,j}$ é o valor característico das ações permanentes; $Q_{k,i}$ é o valor característico das ações variáveis; P é o valor representativo dos efeitos de protensão quando houverem; Ψ_0 é o fator de redução de combinação para ações variáveis; Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ações variáveis; Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ações variáveis.</p>		

Fonte: CEB:2004 – adaptado e traduzido pelo autor

3.5.2 Deformações limites

Diferente das demais normas, o CEB:2004 apenas recomenda que as deformações excessivas sejam apropriadas e apresenta que nas combinações quase-permanentes as cargas não provoquem deflexões maiores do que o $l/250$ de maneira geral. Para deflexões após a instalação de partes adjacentes da construção, o limite $l/500$ é aceitável para combinações quase-permanentes.

3.5.3 Cálculo das deformações

De maneira idêntica ao Eurocode 2:2004, a deflexão das vigas pode ser estimada de maneira simplificada pelas equações 46 e 47.

4 ESTADO DA ARTE

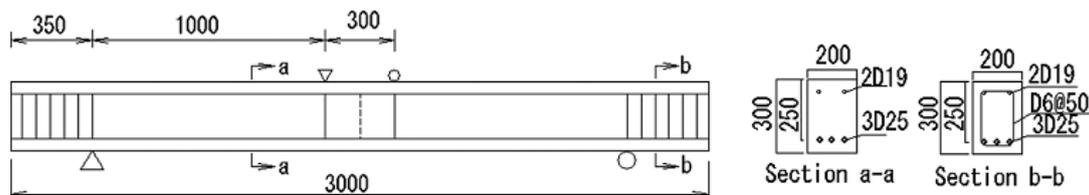
A fim de comparar os resultados obtidos neste trabalho, este capítulo apresentará resultados de pesquisas experimentais que utilizaram o concreto de alto desempenho para investigação das deformações e fissuração do mesmo.

4.1 COMPORTAMENTO DO CISALHAMENTO DE VIGAS REFORÇADAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO (PERERA; MUTSUYOSHI, 2013)

Este trabalho relata o comportamento de cisalhamento de viga de concreto armado de alto desempenho (para concretos de resistência à compressão superior a 100 MPa), sem armadura transversal.

Para o estudo, foram moldadas 12 vigas sem armadura transversal, com armaduras longitudinais positivas compostas de três barras de aço com diâmetro de 25mm (com resistência ao escoamento de 750 MPa) e duas barras negativas de 19mm (com resistência ao escoamento de 384 MPa). As vigas foram moldadas com concretos cujas resistências variaram de 40 MPa a 183 MPa, conforme Figura 6, abaixo.

Figura 6 – Detalhes das vigas trabalho Perera; Mutsuyoshi

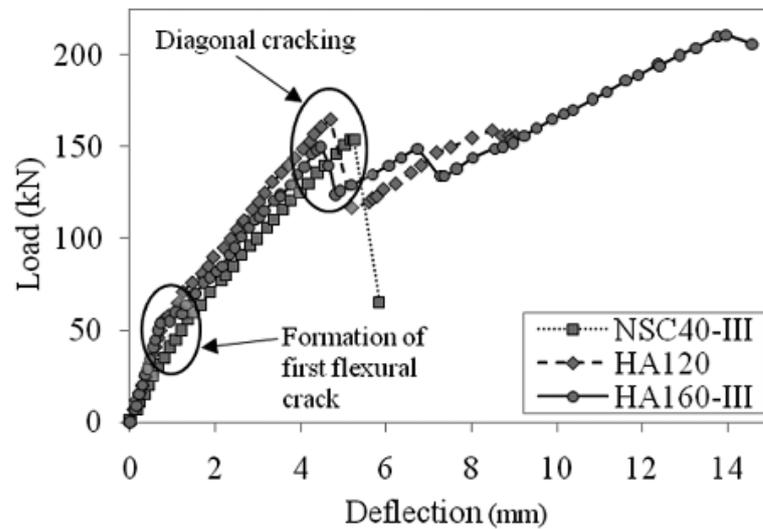


Fonte: PERERA; MUTSUYOSHI (2013)

O uso de concreto de alto desempenho levou a algumas preocupações por causada fragilidade da superfície. Os ensaios mostram que a taxa da força de compressão uniaxial para a força de tensão do concreto relacionado ao agregado, regem a força de cisalhamento do concreto de alto desempenho. Quando o módulo de elasticidade do concreto coincide com a do agregado a força de cisalhamento se mantém constante, independente do desempenho do concreto. Quando o módulo de elasticidade do concreto é superior ao do agregado, então, a força de cisalhamento diminui para a superfície fraturada.

Observa-se que neste caso, a resistência característica do concreto pouco afetou as deformações e fissurações das vigas (Figura 7).

Figura 7 – Gráfico Carga x Deflexão trabalho Perera; Mutsuyoshi



Fonte: PERERA; MUTSUYOSHI (2013)

No trabalho, NSC40-III trata-se de uma viga moldada com concreto de resistência de 36 MPa, HA120 viga com concreto de 138 MPa e HA160-III concreto de 183 MPa. O gráfico mostra que o ponto das formações das fissuras e as deformações sofridas nas mesmas são similares, a ponto de se poder dizer que a variável resistência do concreto em pouco influenciou nestes parâmetros.

4.2 FORÇAS DE CISALHAMENTO PARA VIGAS DE CONCRETOS DE ALTO DESEMPENHO: RECOMENDAÇÕES PARA DESIGN E MODELAGEM (CAPIONE; MONACO; MINAFÒ, 2014)

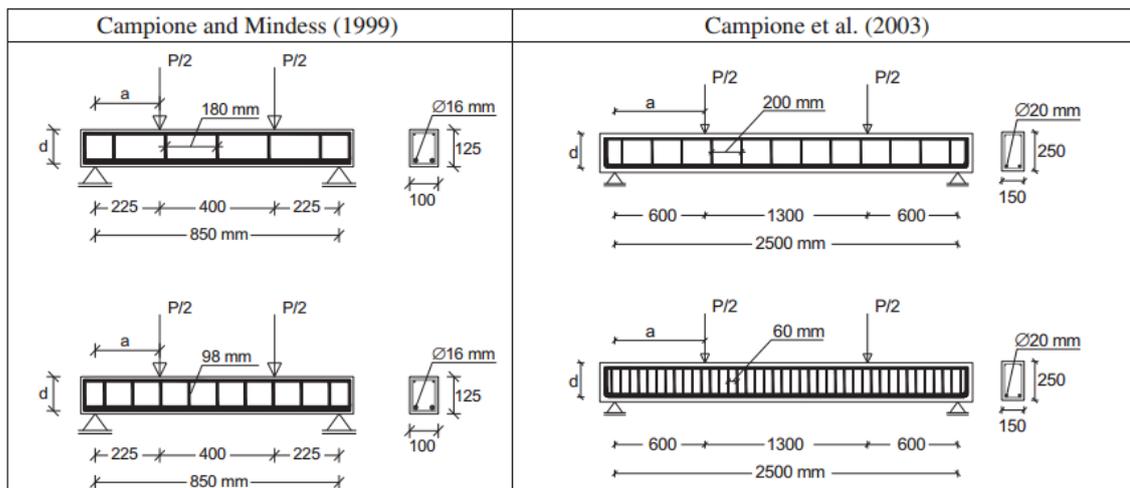
O objetivo deste trabalho foi analisar teoricamente e experimentalmente a resistência à flexão e cisalhamento de vigas de concreto armado de alta resistência, com barras longitudinais, na presença de estribos transversais.

A pesquisa experimental desse estudo é procedente de trabalhos anteriores do autor. Estas pesquisas referem-se a vigas de secção retangular com base $b=100$ mm e altura $h=125$ mm e comprimento $L=1000$ mm. As vigas foram reforçadas com barras de aço longitudinal, com diâmetro $\phi=16$ mm, e resistência do concreto de 70 MPa. As vigas também foram reforçadas com estribos feitos de barras de 6,35 mm de diâmetro e localizadas no intervalo de

198 ou 98 mm. Mais duas barras longitudinais na parte superior das vigas, com 6,35mm de diâmetro cada, foram utilizadas.

A segunda investigação experimental feita para esse trabalho, se refere a vigas com vãos de cisalhamento diferentes ($a/d=2$ e $2,8$). As vigas tinham secção retangular com base $b=150\text{mm}$ altura $h=250\text{mm}$ e comprimento $l=2500\text{mm}$. As vigas foram reforçadas com duas barras longitudinais com diâmetro= 20mm , e estribos feitos com barras com 6mm de diâmetro e localizadas num intervalo p de 200 ou 60mm . Duas barras longitudinais adicionais foram utilizadas na parte superior da viga com diâmetro de 10mm . Foi ensaiado o concreto à compressão e a resistência do corpo-de-prova cilíndrico apresentou $41,2\text{ MPa}$. Para as barras de aço o fator de escoamento foi de 610 MPa , para as barras longitudinais, e 510 MPa para os estribos. A Figura 8 mostra os detalhes geométricos das vigas testadas.

Figura 8 – Detalhes geométricos vigas trabalho Capione; Monaco; Minafò

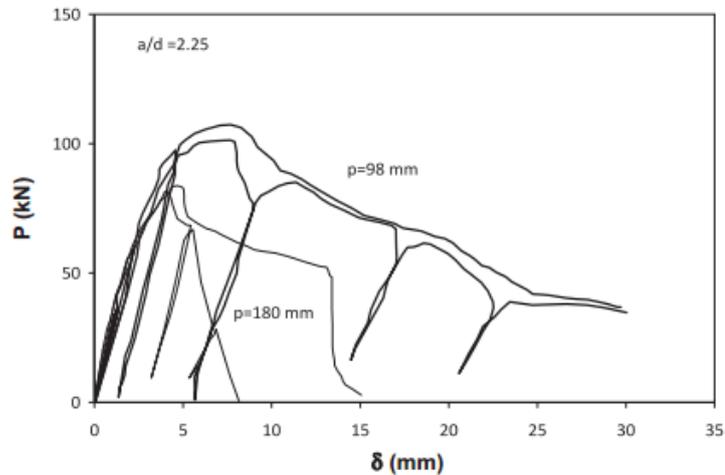


Fonte: CAPIONE ET AL. (2014)

A Figura 9 mostra a curva de deflexão em relação as vigas com concreto de 70 MPa e a Figuras 10 mostra as curvas de deflexão das vigas com concreto de $41,2\text{ MPa}$.

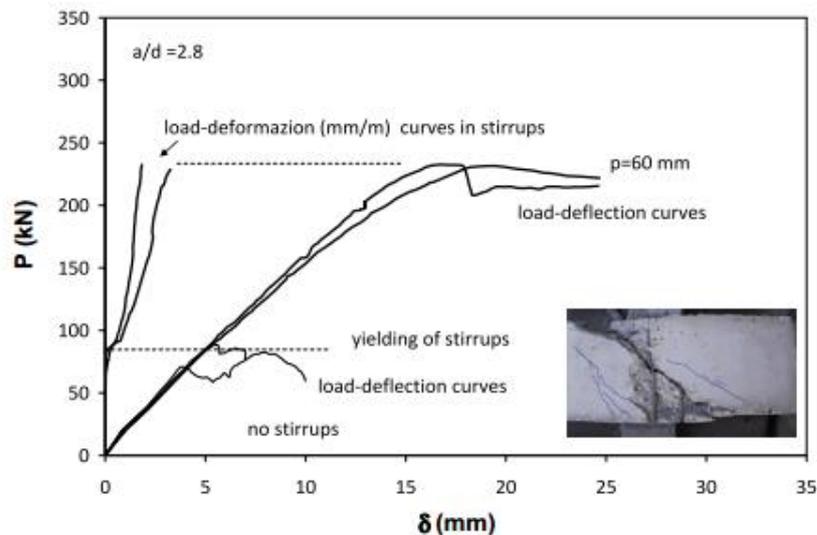
Observa-se nestes ensaios que a geometria teve grande influência nas deformações das vigas, independente do concreto utilizado. Apesar do primeiro ensaio apresentar concreto cuja resistência foi quase duas vezes maior do que as vigas do segundo trabalho, as deformações apresentaram valores semelhantes apenas com a metade do carregamento (comparando-se o primeiro com o segundo), isto desprezando-se que o vão das vigas do primeiro ensaio era praticamente metade do vão do segundo, o que interfere bastante no momento fletor solicitante de ambas.

Figura 9 – Curvatura viga f_c 70MPa trabalho Capione; Monaco; Minafò



Fonte: CAPIONE *ET AL.* (1999)

Figura 10 – Curvatura viga f_c 41,2 MPa trabalho Capione; Monaco; Minafò



Fonte: CAPIONE *ET AL.* (2003)

4.3 COMPORTAMENTO ENTRE PROTENSÃO COM E SEM ADERÊNCIA PARA CONCRETOS NORMAIS E DE ALTO DESEMPENHO (HUSSIEN *ET AL.* 2012)

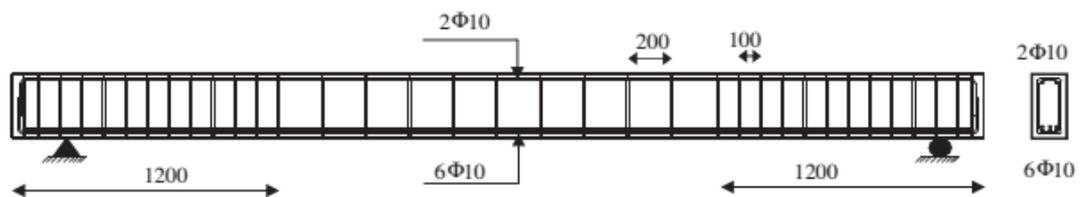
O objetivo deste trabalho foi analisar o comportamento de vigas submetidas à flexão moldadas com concretos de resistência normal e de alto desempenho, todas elas protendidas, algumas com aderência e outras sem.

Foram moldadas nove vigas, duas delas sem protensão, quatro com protensão com aderência e as demais com protensão sem aderência. Todas as vigas tiveram seção de 160 mm

de base por 340 mm de altura e comprimento de 4400 mm, mantendo-se 4000 mm de vão para os ensaios. O detalhe das armaduras longitudinais e transversais utilizadas e as dimensões das vigas pode ser observado na Figura 11 abaixo.

As vigas que tiveram protensão total foram separadas em protensão total e parcial. A cordoalha das vigas com protensão total foi de 15,2 mm e a cordoalha das vigas com protensão parcial (70%) foi de 12 mm. As armaduras das barras das vigas foram de resistência ao escoamento de 470 MPa e o concreto utilizado teve resistências entre 43 a 97 MPa.

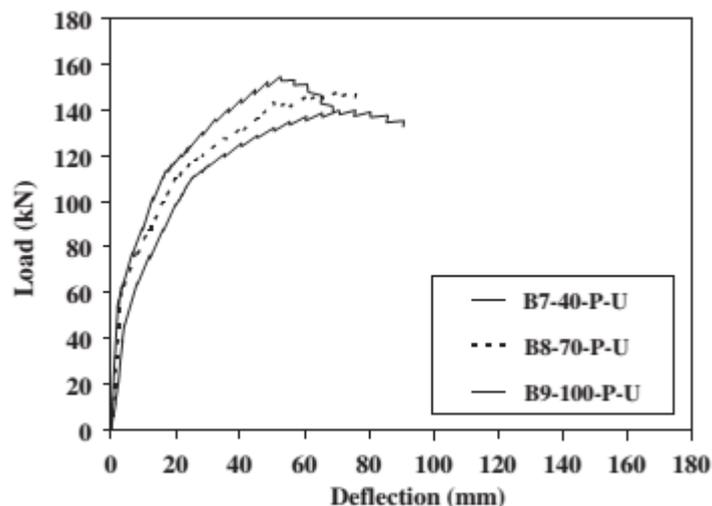
Figura 11 – Detalhes das vigas trabalho Hussien *et al.*



Fonte: HUSSIEN *ET AL.* (2012)

O que serão utilizados deste estudo são as deflexões das vigas ensaiadas. O gráfico abaixo (Figura 12) compara três vigas, uma com concreto de resistência de 43 MPa, outra com concreto de 72 MPa e a última com concreto de 97 MPa. Todas elas foram moldadas com protensão parcial sem aderência.

Figura 12 – Deflexão das vigas trabalho Hussien *et al.*



Fonte: HUSSIEN *ET AL.* (2012)

Observa-se que as vigas com concreto de alto desempenho resistiram a um carregamento superior a viga com concreto normal, no entanto a evolução da deflexão foi

similar. Na ruína, as vigas B9 e B8 foram 23% e 16% menores do que a viga B7, respectivamente. As fissuras, por sua vez, foram 34% e 38% maiores nas vigas B8 e B9 quando comparadas com a viga B7, respectivamente. Tais resultados são consequências das ductilidades das vigas, visto que a B8 e a B9 foram 25% e 31% menos dúcteis do que a B7, respectivamente.

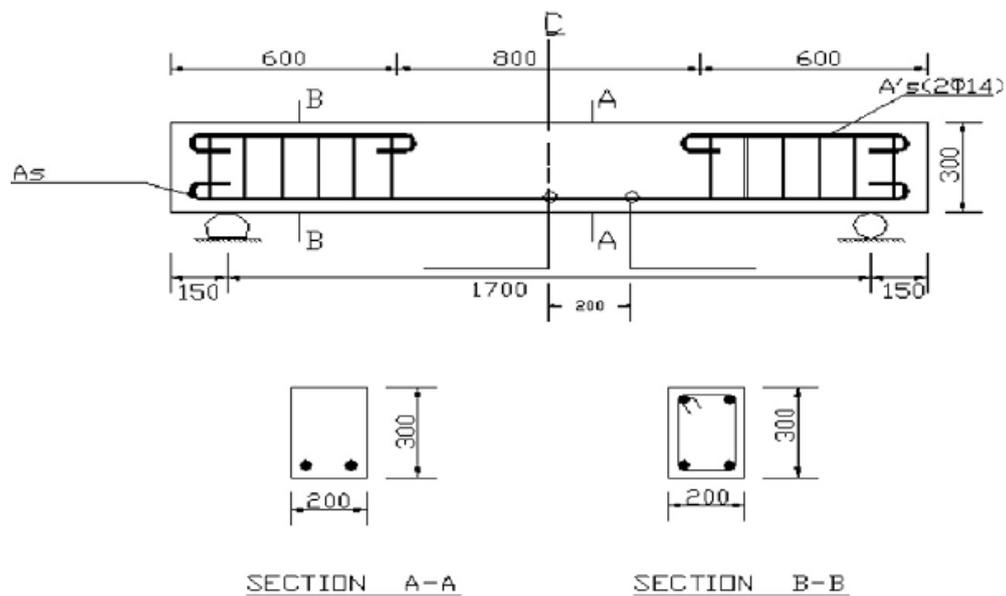
4.4 ESTUDO EXPERIMENTAL DOS MODOS DE FALHAS DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO COM VARIAÇÕES NAS TENSÕES DAS TAXAS DE ARMADURA (MOHAMMADHASSANI *ET AL.*, 2013)

Este trabalho investigou os modos de falha de vigas de concreto de alto desempenho armadas. Foram observadas as deflexões e fissurações das mesmas até a ruína.

Para o desenvolvimento, foram moldadas seis vigas com concreto variando de 67 a 71 MPa com taxas de armadura variando de 0,61% a 4,81% da área da seção transversal das vigas. A resistência ao escoamento das barras variou de 315 MPa à 400 MPa.

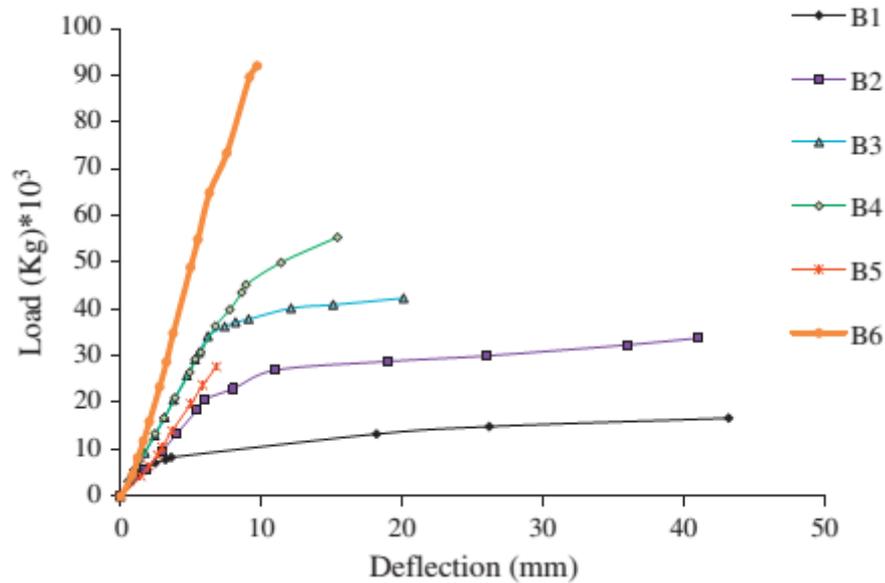
As vigas tiveram dimensões de 200 mm de base por 300 mm de altura e comprimento de 2000 mm, sendo 1700 mm de vão, conforme mostrado na Figura 13.

Figura 13 – Detalhes das vigas trabalho Mohammadhassani *et al.*



Fonte: MOHAMMADHASSANI *ET AL.* (2013)

Figura 14 – Gráfico carga deflexão trabalho Mohammadhassani *et al.*



Fonte: MOHAMMADHASSANI *ET AL.* (2013)

Os resultados mostraram que a deflexão da viga respondeu diretamente à taxa de armadura inserida. A viga B6 tinha área de aço total de 24,64 cm² e apresentou deformação muito inferior à viga B1, cuja área de aço foi de apenas 3,08 cm², conforme pode ser observado no gráfico acima (Figura 14), isto em se tratando de deformações até a ruína. No entanto, analisando para cargas menores, as vigas apresentaram bastante regularidade nas deflexões, mostrando que a armadura pouco contribui na rigidez para cargas de serviço.

Por outro lado, observa-se que a capacidade de carga da viga foi muito afetada pela quantidade de armadura inserida, na mesma comparação das vigas B6 e B1, o carregamento suportado pela primeira é quase dez vezes maior do que o suportado pela segunda.

4.5 COMPORTAMENTO À FLEXÃO E DUCTILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO COM TENSÃO NO TRANSPASSE (MOUSA, 2015)

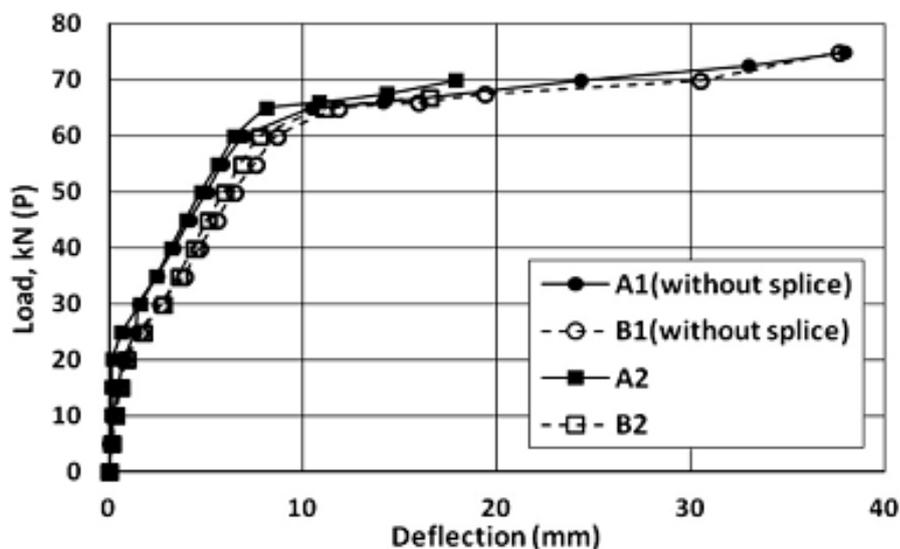
O objetivo deste trabalho foi investigar o comportamento à flexão de vigas de concreto de alto desempenho com variados comprimentos de transpasse de armaduras. Para tal, foram moldadas 18 vigas simples com diferentes comprimentos de transpasse, variando de 0 a 700 mm.

As vigas confeccionadas foram de seção 150 mm de base por 200 mm de altura, com comprimento total de 2200 mm. O transpasse ocorreu no meio do vão com diferentes

comprimentos (0, 300, 500 e 700mm). As vigas também foram separadas em seis grupos, de acordo com as armaduras e o concreto utilizado. No primeiro, o concreto utilizado foi de resistência à compressão de 55 MPa e as barras longitudinais apresentaram diâmetro de 12 mm. O segundo foi similar ao primeiro, com exceção do concreto que teve resistência ligeiramente superior (65 MPa). O terceiro grupo teve acréscimo, em relação ao grupo dois, de armaduras transversais, no caso, 13 barras de seis milímetros dispostas ao longo do eixo longitudinal da viga. No grupo quatro, o transpasse foi realizado em forma de U, aderindo também ao concreto do interior da viga. Para o quinto grupo, ao invés de barras longitudinais de 12 mm utilizadas no grupo dois, foram usadas barras de 16 mm. Finalmente, o grupo seis, também similar ao grupo dois, teve um reforço no transpasse de 35 mm, ao invés de 20 mm, usados nos grupos um, dois, três, quatro e cinco. A Figura 16 ilustra as disposições construtivas das vigas confeccionadas.

Os resultados obtidos apresentam a carga suportada pela viga e o início da fissuração da mesma. A relação entre as duas demonstrou que as fissurações se iniciaram com cargas entre 28% a 52% da carga suportada pela viga. Observou-se também que as vigas que apresentaram barras longitudinais de diâmetro superior (16mm) tiveram fissuração menor quando comparadas com as vigas com barras de 12mm.

Figura 15 – Gráfico de deflexões das vigas trabalho Mousa

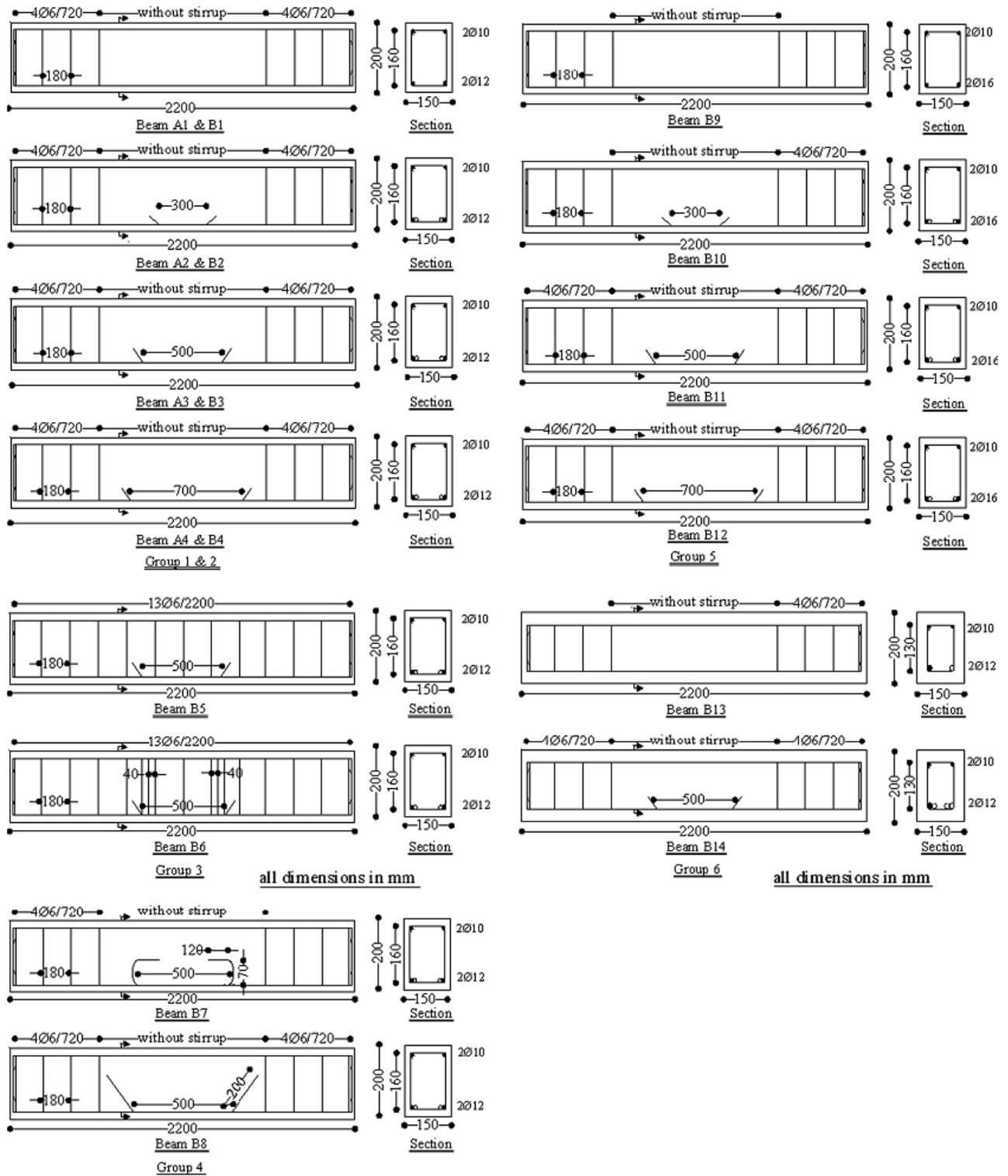


Fonte: MOUSA (2015)

Com relação às deflexões, observou-se entre os grupos um e dois (Figura 15) que houve pouca variação do deslocamento. O gráfico abaixo mostra que as vigas do grupo um, que apresentava concreto com resistência menor, sofreu menos deformações do que o grupo dois,

novamente se a análise for para deformações até a ruína. Para cargas menores, nota-se que a resistência do concreto em pouco afetou a rigidez da viga.

Figura 16 – Detalhe das vigas trabalho Mousa



Fonte: MOUSA (2015)

4.6 EFEITOS DA TENSÃO NA ARMADURA DE TRANSPASSE NO COMPORTAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO (EL-AZAB; MOHAMED, 2014)

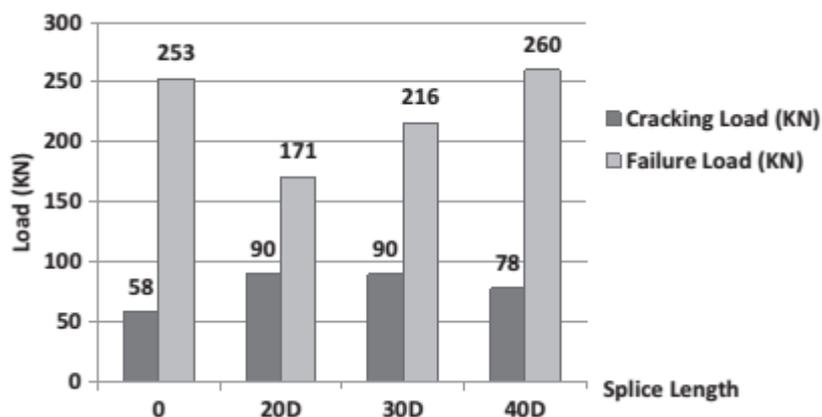
Este trabalho experimental avaliou a ancoragem das armaduras em concretos de alto desempenho nas regiões de tensão em vigas. Foram testadas 16 vigas bi-apoiadas simples com 1800 mm de vão, com seção de 200 mm por 400 mm de altura. Foram registradas as cargas que provocaram a fissuração, a propagação das mesmas, a ruína e a deflexão sofrida pelas vigas.

O concreto utilizado para as vigas foi de resistência à compressão e 75 MPa e foram distribuídas armaduras de diâmetro 10 mm e 12 mm no topo e na base das amostras, conforme mostrado na Figura 18. O comprimento do transpasse variou de 20 vezes a 40 vezes o diâmetro da barra utilizada e foram comparados os resultados com um testemunho que não utilizou transpasse.

As vigas também contaram com armadura transversal de 10 mm distribuídas ao longo do eixo longitudinal, com espaçamentos menores próximos aos apoios e maiores nos pontos de aplicação de carga.

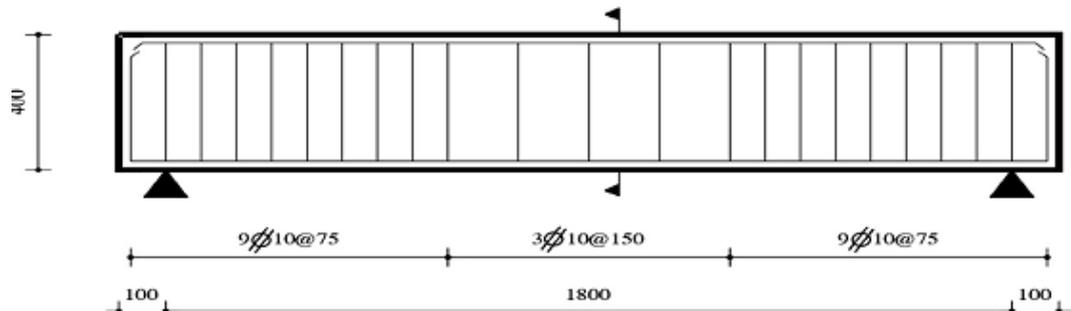
Os resultados mostraram que as fissuras se iniciaram com carregamentos que variaram de 22% a 52% da carga máxima resistida pelas vigas, sendo que os menores transpasse apresentaram menores capacidades últimas de carga, conforme pode ser observado na Figura 17.

Figura 17 – Gráfico carga x fissuração/resistência El-Azab e Mohamed

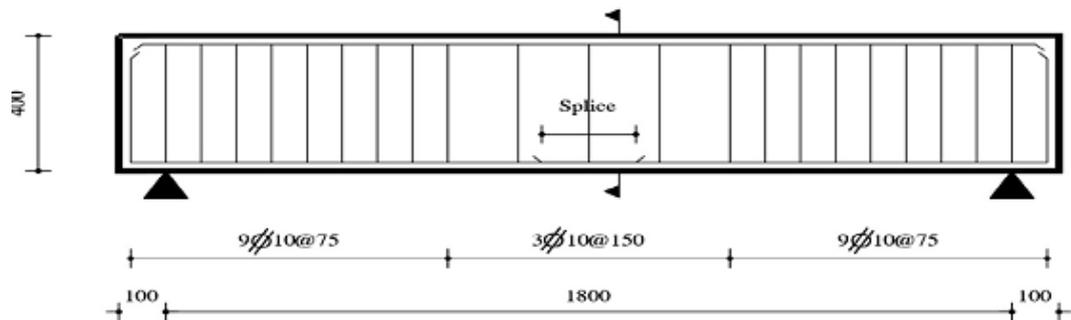


Fonte: EL-AZAB; MOHAMED (2014)

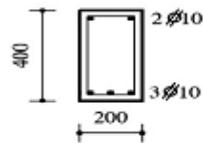
Figura 18 – Detalhe das vigas trabalho El-Azab e Mohamed



Details of Beams without Splices

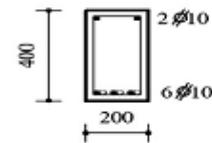


Details of Beams with Splices



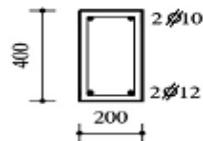
Section

Specimen B-L0x10-R.295
Specimen T-L0x10-R.295



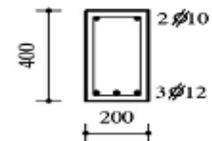
Section

Specimen B-L20x10-R.295
Specimen T-L20x10-R.295
Specimen B-L30x10-R.295
Specimen T-L30x10-R.295
Specimen B-L40x10-R.295
Specimen T-L40x10-R.295



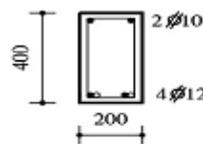
Section

Specimen B-L0x12-R.295



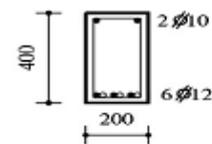
Section

Specimen B-L0x12-R.424



Section

Specimen B-L20x12-R.295
Specimen B-L30x12-R.295
Specimen B-L40x12-R.295



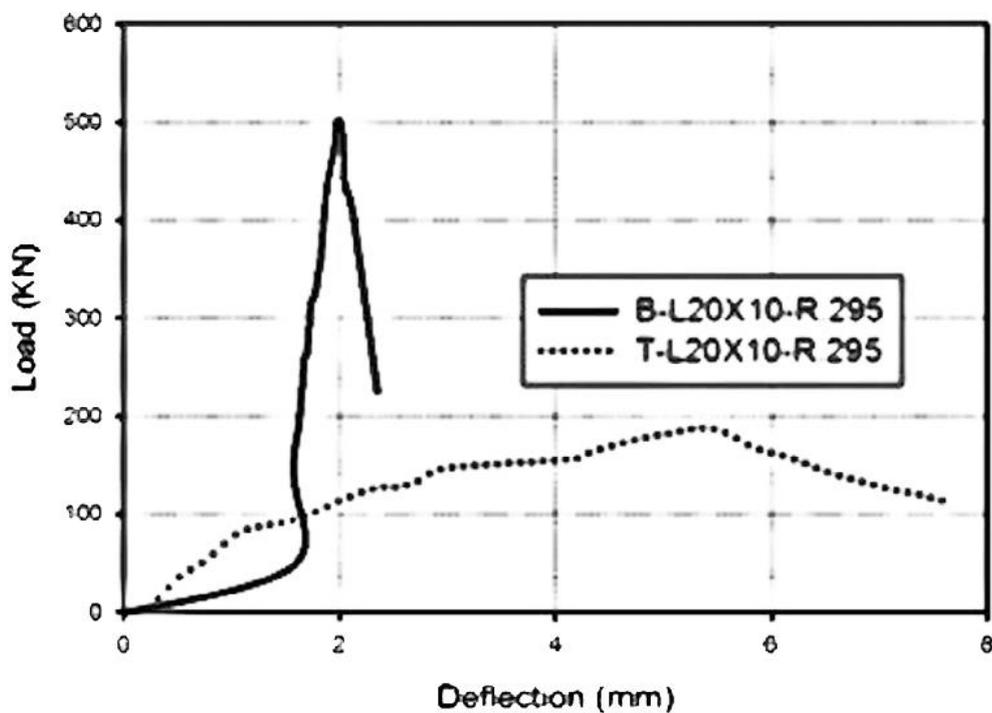
Section

Specimen B-L20x12-R.424
Specimen B-L30x12-R.424
Specimen B-L40x12-R.424

Fonte: EL-AZAB; MOHAMED (2014)

Observando-se os resultados de deflexão até a ruína, nota-se que a armadura positiva tem grande significância na ductilidade e capacidade de carga da viga. A linha cheia da Figura 19 abaixo representa a viga com transpasse de 20 vezes o diâmetro da barra realizado na face inferior da viga, o que propiciou uma taxa de armadura dobrada nesse intervalo e a linha pontilhada representa a mesma configuração, no entanto com o transpasse ocorrendo na face superior da viga.

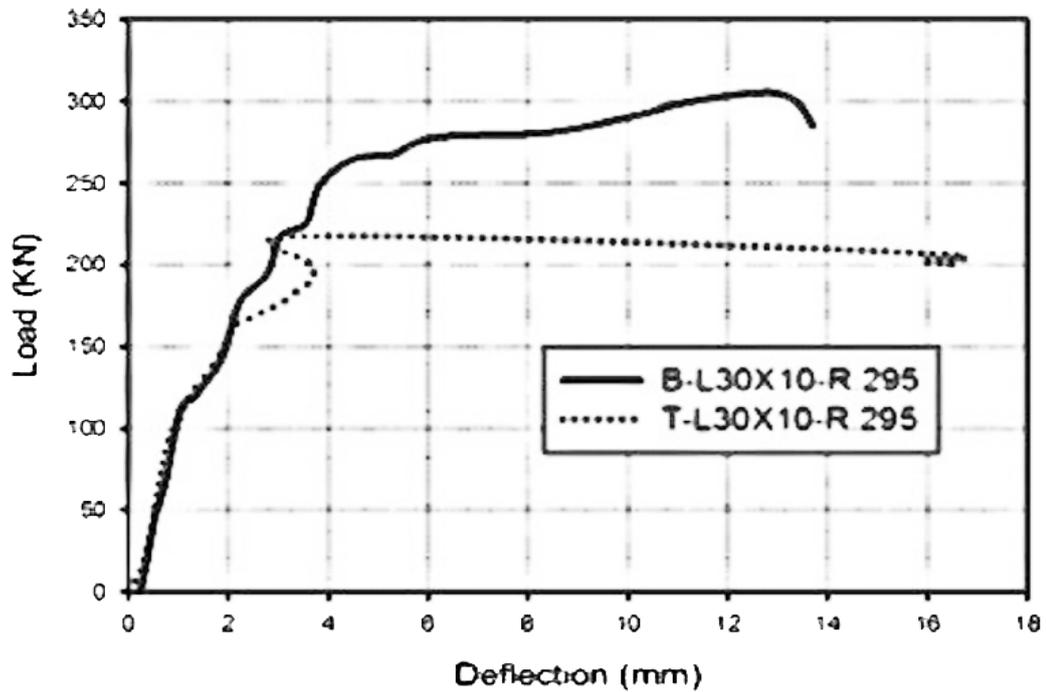
Figura 19 – Gráfico carga x deflexão com transpasse de 20 vezes o diâmetro da barra trabalho El-Azab e Mohamed



Fonte: EL-AZAB; MOHAMED (2014)

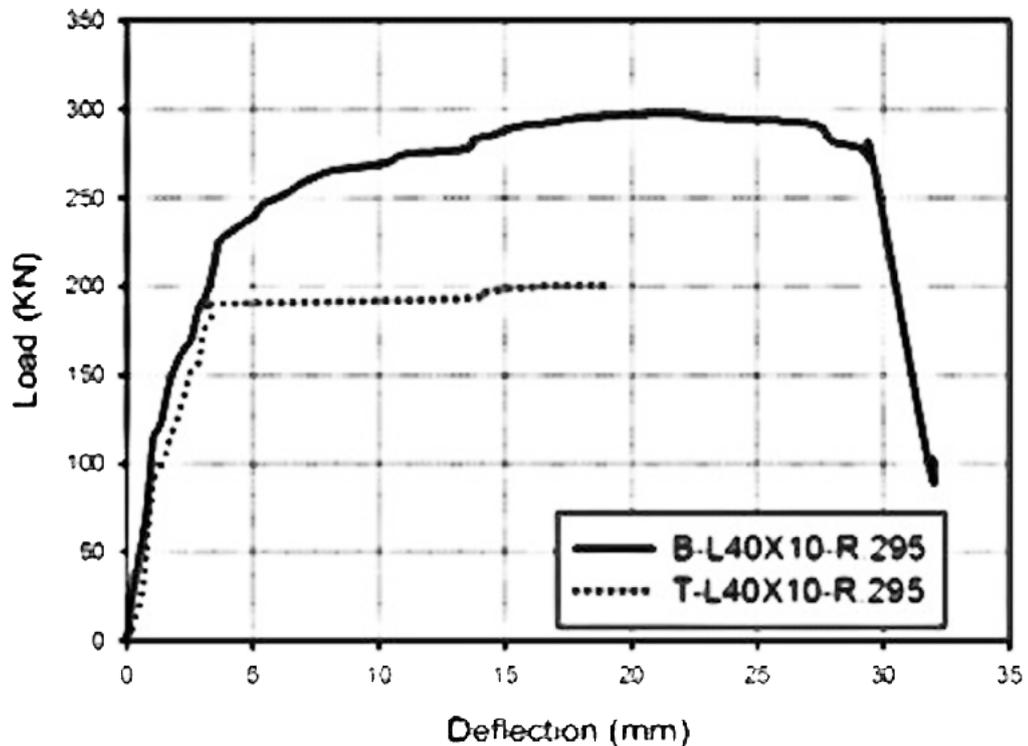
Além da carga suportada ter sido muito superior na viga com reforço positivo, as deflexões ocorridas foram muito menores. A partir do momento em que ocorre mais aderência entre o concreto e a armadura, o comportamento de deflexão inicial das vigas passa a ser mais similar e regular, apesar das condições finais de carga e deformação serem melhores quando o transpasse ocorre na face inferior, conforme observado na Figura 20 e 21 abaixo.

Figura 20 – Gráfico carga x deflexão com transpasse de 30 vezes o diâmetro da barra trabalho El-Azab e Mohamed



Fonte: EL-AZAB; MOHAMED (2014)

Figura 21 – Gráfico carga x deflexão com transpasse de 40 vezes o diâmetro da barra trabalho El-Azab e Mohamed



Fonte: EL-AZAB; MOHAMED (2014)

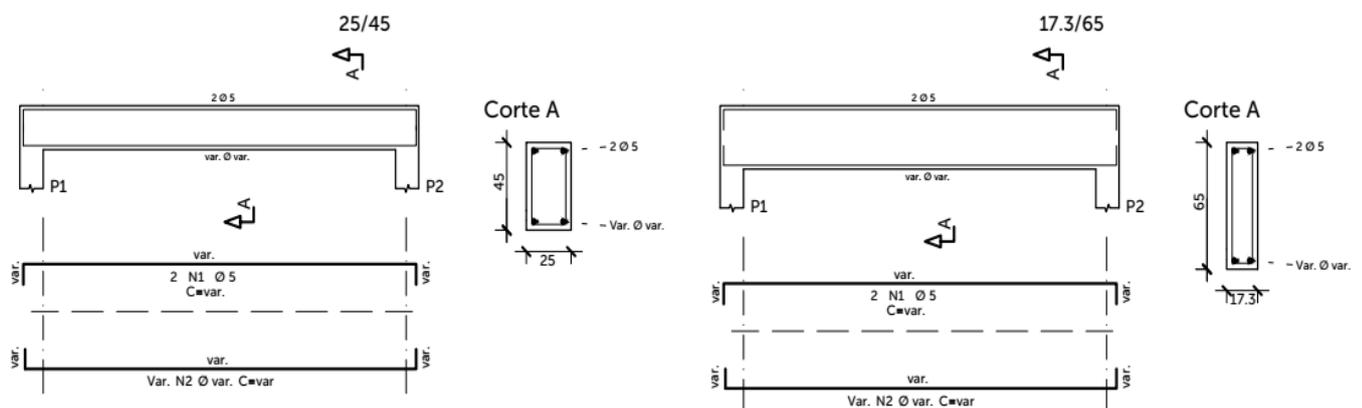
5 METODOLOGIA

A concepção deste trabalho se deu inicialmente por uma revisão bibliográfica, que segundo Gil (2009) se desenvolve a partir de materiais elaborados e publicados para a obtenção das informações pertinentes ao que se pretende estudar. O presente trabalho também é classificado, ainda segundo Gil (2009) como uma pesquisa exploratória pois visa responder o problema baseando-se em hipóteses, aprimorando as ideias. Por fim, pode-se dizer que a pesquisa é um estudo de caso pois, segundo o mesmo autor, busca-se um estudo profundo de poucos objetos dentro do seu contexto real, afim de explicar os comportamentos dos fenômenos em situações muito complexas onde não se é possível investigar através de pesquisas experimentais.

Para o desenvolvimento, buscou-se no estado a arte ensaios experimentais com concretos de alto desempenho submetidos à flexão com análise das deformações.

Como as deflexões são influenciáveis pela armadura longitudinal, o início do trabalho implica no dimensionamento da mesma. Desta forma, as vigas foram simuladas sujeitas apenas à esforços de flexão simples, utilizando seções transversais fixas para cada vão livre proposto, todas elas bi-apoiadas (Figura 22).

Figura 22 – Viga Modelo



Fonte: AUTOR

O agregado graúdo adotado foi o granito para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal do concreto. Objetivou-se assim eliminar uma análise multivariável, neste caso, as únicas variáveis são a resistência característica do concreto e sua respectiva taxa de armadura longitudinal. Acrescenta-se que não foi analisada a influência da armadura

transversal nas deformações das peças, tal armadura informada na Figura 1 serve apenas de modelo construtivo. A armadura longitudinal colaborante (porta estribos) foi utilizada apenas nas situações em que foi necessário garantir a relação de linha neutra por altura útil (x/d) menor ou igual a 0,45 (valor padronizado para todas as normas, a partir do modelo da ABNT NBR 6.118:2014). Nos demais casos, manteve-se uma armadura constante composta de duas barras de cinco milímetros de diâmetro no dimensionamento das vigas em Estado Limite Último.

A partir do dimensionamento, foram estimadas de acordo com as normas ABNT NBR 6.118:2014, ACI 318R:2014, Eurocode 2:2004 e CEB:2010 as deflexões da viga em ELS. As cargas nominais para as combinações foram separadas em dois grupos, o primeiro denominado Cargas Permanentes que foi constante para todas as vigas e o segundo denominado Cargas Variáveis que levou em conta apenas uma sobrecarga simulada de uma laje maciça. O Quadro 7 abaixo sintetiza as características de cargas.

Acrescenta-se que a determinação deste carregamento se deu segundo a ABNT NBR 6.120/1980 para as cargas permanentes e de parede, além da sobrecarga da laje maciça.

Quadro 7 – Cargas das vigas

Cargas			
<i>Permanentes</i>	<i>Peso Próprio Viga</i>		2.81 <i>kN/m</i>
	<i>Carga Parede (h=2,80m)</i>	<i>Tijolos furados (e=9cm)</i>	3.28 <i>kN/m</i>
		<i>Argamassa cimento e areia (e=3cm)</i>	1.76 <i>kN/m</i>
	<i>Peso Próprio Laje</i>	<i>Maciça Concreto Armado (h=10cm)</i>	4.37 <i>kN/m</i>
		<i>Contrapiso Argamassa (h=3cm)</i>	1.10 <i>kN/m</i>
		<i>Piso Cerâmico (h=1cm)</i>	0.31 <i>kN/m</i>
<i>Variáveis</i>	<i>Resultante Laje</i>	<i>Salas de uso geral e banheiro</i>	3.50 <i>kN/m</i>

FONTE: AUTOR

Embora o carregamento seja o mesmo para todas as vigas e todas as normas deste estudo, as combinações de esforço em Estado Limite Último e Estado Limite de Serviço foram variáveis segundo os critérios de cada normativa, ou seja, os momentos solicitantes em ELU e ELS, a armadura longitudinal e conseqüentemente as deflexões das vigas apresentaram resultados diferentes quando comparados entre as normas.

Como citado, nas simulações para cada vão não foram alteradas as geometrias dos elementos, apenas a resistência característica do concreto (de 20 a 90MPa com intervalos de 5 MPa por simulação) e conseqüentemente o módulo de elasticidade do material e armadura longitudinal positiva, lembrando que estes diferentes valores de módulos de elasticidade não tiveram influência do agregado graúdo, visto que foi o mesmo para todos os modelos. O

objetivo foi traçar uma linha de tendência das deformações em função da resistência característica do concreto, ou seja, traçar um gráfico deflexão x f_{ck} .

O quadro 8 abaixo sintetiza as seções transversais para cada vão livre simulado. Observa-se que apesar da relação entre base e altura sofrer alteração, buscou-se manter a mesma área de seção transversal para não haver alteração das cargas permanentes das vigas.

Quadro 8 – Seção transversal por vão livre simulado

Seção Transversal (cm)	Vão livre (m)
25 x 45	7
	8
17,3 x 65	10
	11,5

FONTE: AUTOR

Por fim, após as simulações foram realizadas as análises das vantagens e desvantagens do uso do concreto de alto desempenho, quando comparado com o concreto convencional, quando o critério envolve as deformações em ELS de cada norma proposta. Nos apêndices deste trabalho encontram-se os cálculos modelos com as equações utilizadas para as vigas de 7 metros, segundo cada norma.

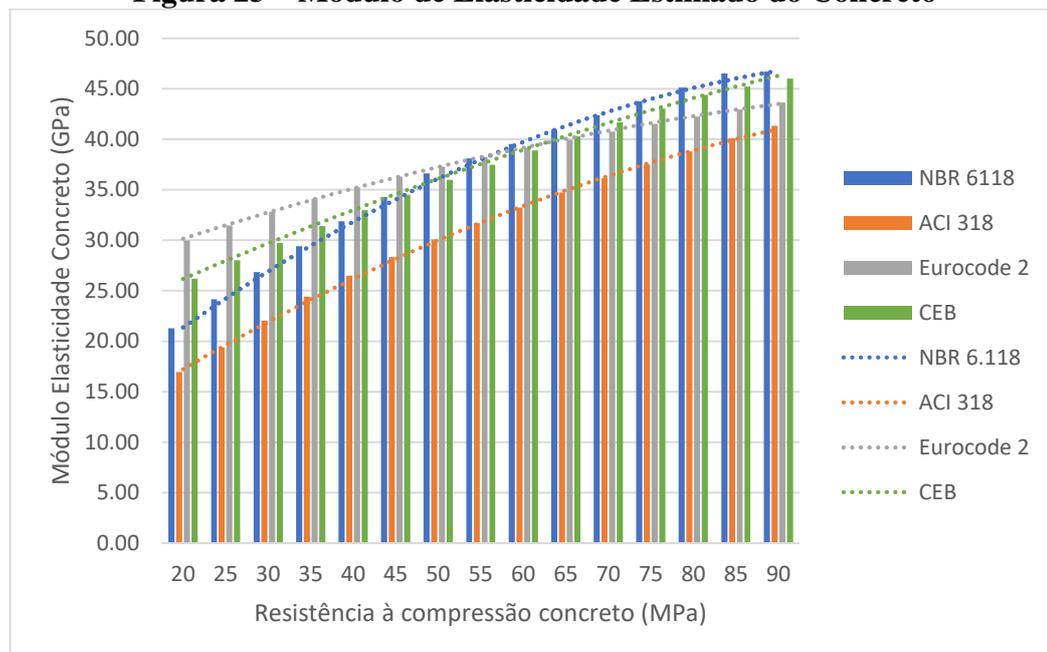
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir dos resultados obtidos, pode-se analisar o comportamento das vigas em função de cada norma, que foram separados nas categorias que seguem:

6.1 MATERIAIS

Entre as normas estudadas, algumas peculiaridades são observadas tanto para o dimensionamento da estrutura, quanto para as verificações em serviço. A primeira a ser elencada é o módulo de elasticidade do concreto. A figura 23 compara os valores obtidos para o dimensionamento segundo os critérios de cada norma.

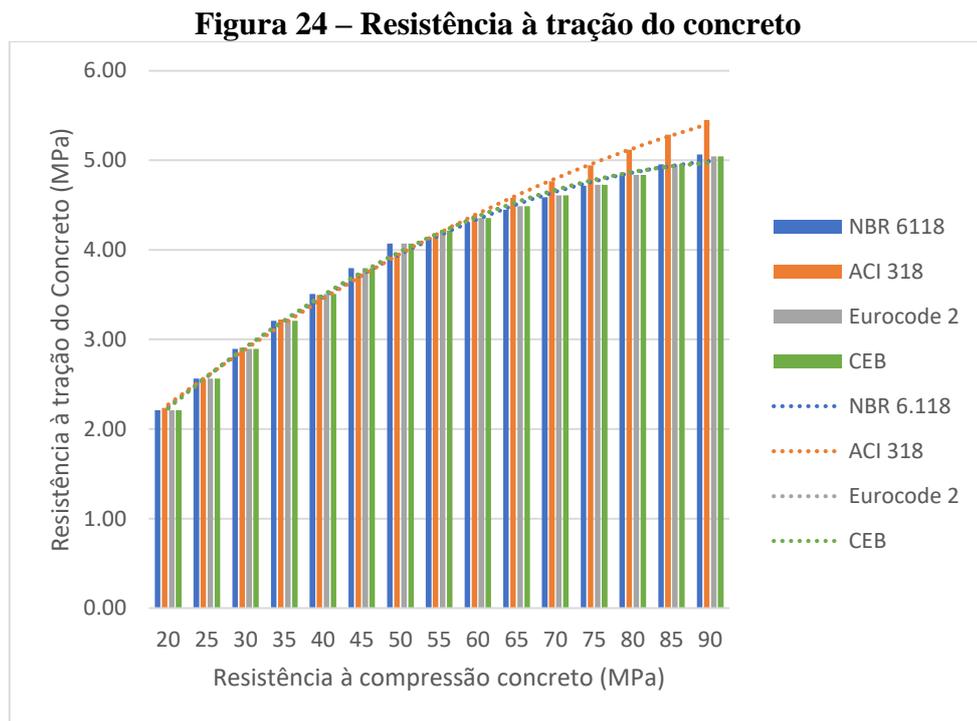
Figura 23 – Módulo de Elasticidade Estimado do Concreto



Fonte: AUTOR

Todos os valores apresentados referem-se ao módulo de elasticidade secante, utilizado para a determinação da rigidez equivalente das vigas na flexão simples. Pode-se observar no gráfico que para resistência abaixo de 50MPa, as normas se distinguem bastante no valor do módulo. A partir desta resistência, a NBR 6.118:2014 e o CEB:2010 convergem para valores próximos, enquanto o Eurocode 2:2004 se aproxima dos valores do ACI 318R:2014. Em todo caso, nota-se que a norma americana apresenta sempre valores inferiores aos valores das demais normas.

No que se refere à resistência à tração do concreto, os valores das normas NBR 6.118:2014, Eurocode 2:2004 e CEB:2010 não divergem muito entre si, no entanto, para concretos com f_{ck} maiores que 50MPa a norma americana apresenta valores maiores que as demais normas, isto porque, diferente das demais normas, a americana apresenta o modelo de cálculo do módulo de ruptura. A figura 24 apresenta a resistência à tração (salvo a norma ACI 318R:2014) para cada classe de resistência.



Fonte: AUTOR

A resistência à tração, ou o módulo de ruptura do concreto é utilizado para as verificações da fissuração da viga, e conseqüentemente influencia na deflexão da mesma. Desta forma, quanto maior for a resistência, menor a deflexão.

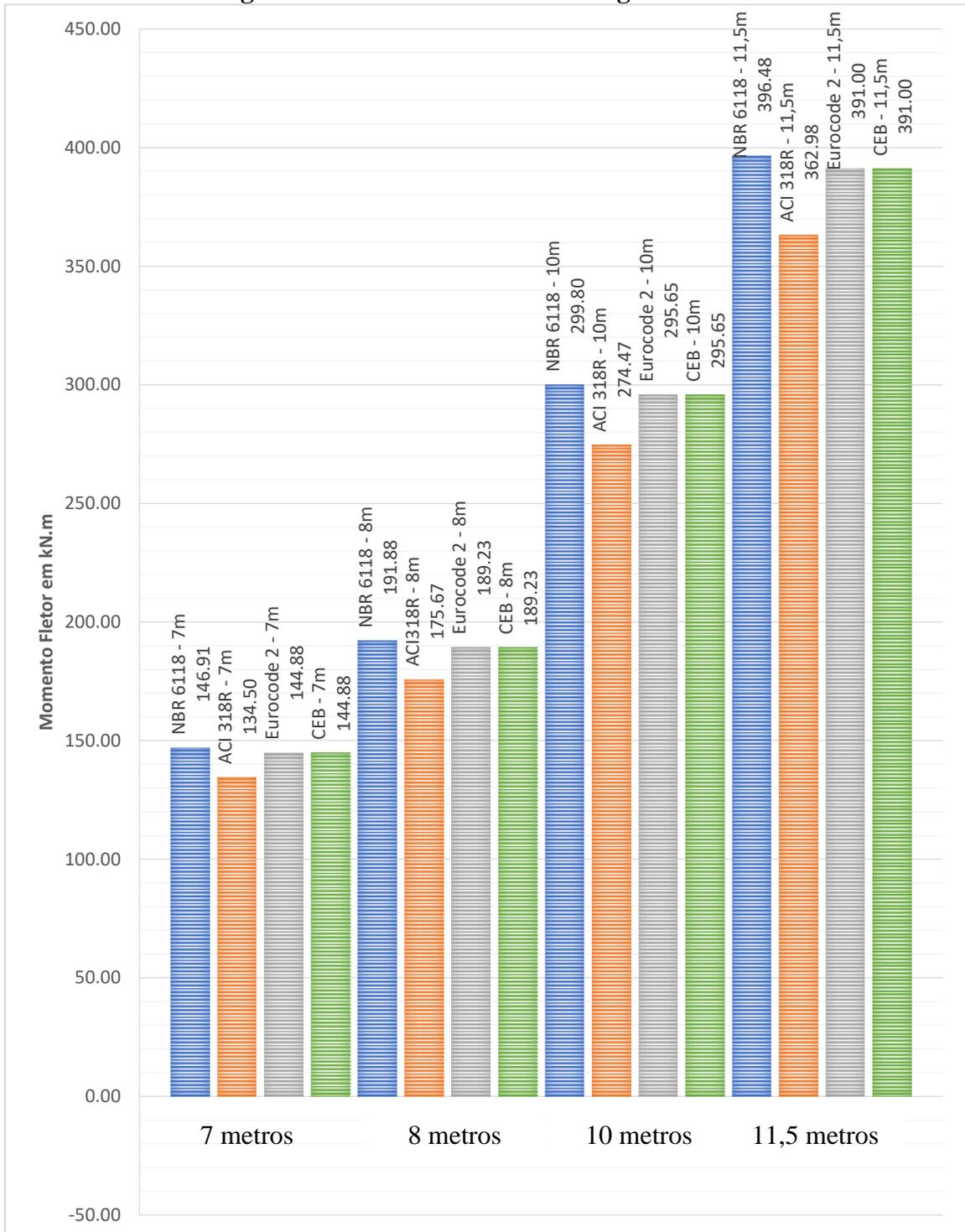
6.2 MOMENTO FLETOR EM ELU

Como cada norma traz os próprios critérios para determinação dos carregamentos que levam a ruína da estrutura, era de se esperar que os momentos solicitantes fossem dissonantes, no entanto, não apresentassem grandes diferenças entre si. O gráfico da Figura 25 apresenta a intensidade de cada momento de acordo com as respectivas normas.

Como esperado, mantendo-se o carregamento e aumentando-se o vão, os momentos solicitantes sobem progressivamente. Observa-se também no gráfico que entre as normas, a

brasileira é a mais rigorosa quanto ao carregamento, enquanto a americana é a mais flexível. Por outro lado, quando se observa o dimensionamento das armaduras das vigas, as premissas mudam e a norma americana passa a ser a mais conservadora, conforme observado nas figuras 26, 27, 28 e 29.

Figura 25 – Momento Fletor das vigas em ELU

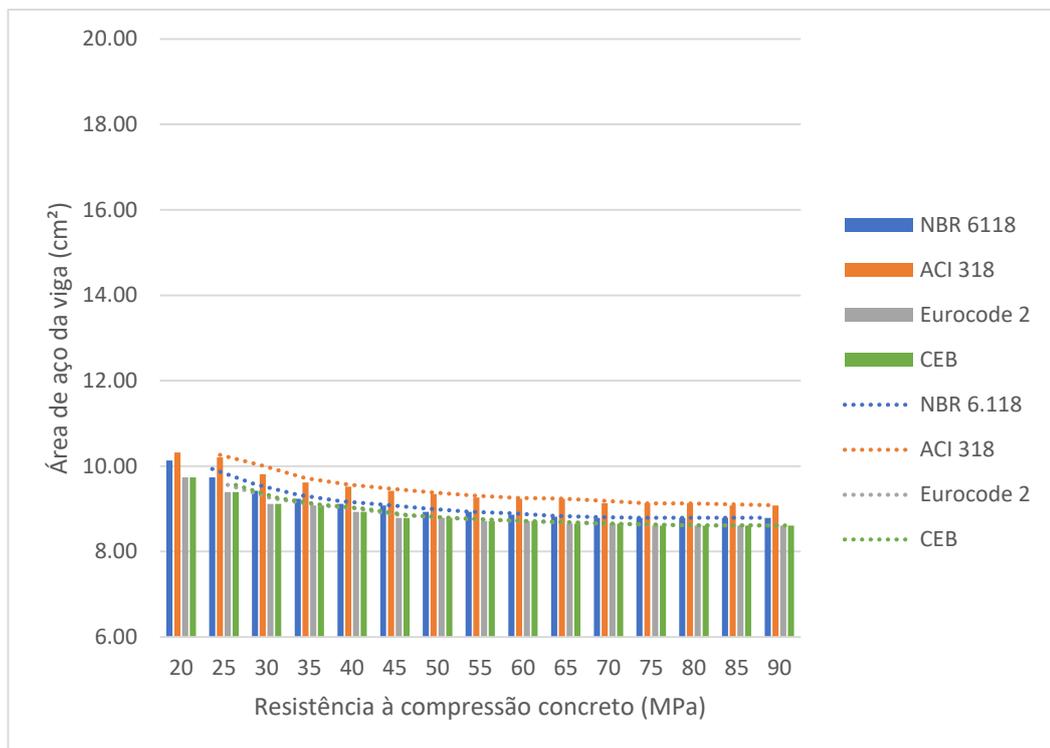


Fonte: AUTOR

Esta diferença da taxa de armadura é de extrema importância, visto que ela interfere em comportamentos da viga em ELS, principalmente no que se refere às deflexões. Em parte, esta diferença entre as normas se dá pela resistência do aço ao escoamento impostos pelas quatro normas. Enquanto a NBR 6.118:2014, o Eurocode 2:2004 e o CEB:2010 admitem uma resistência ao escoamento na faixa de 434 MPa, o ACI 318R:2014 impõe o limite de 420 MPa.

Todavia, não se pode atribuir esta diferença apenas à esta resistência do aço. A resistência do concreto, os fatores de fluência e plastificação da seção do concreto à compressão (coeficiente de correção do diagrama parábola-retângulo para retângulo equivalente) são outros fatores que fazem com que o dimensionamento pela norma americana gere taxas de armaduras maiores.

Figura 26 – Área de aços em ELU das vigas com 7m de vão



Fonte: AUTOR

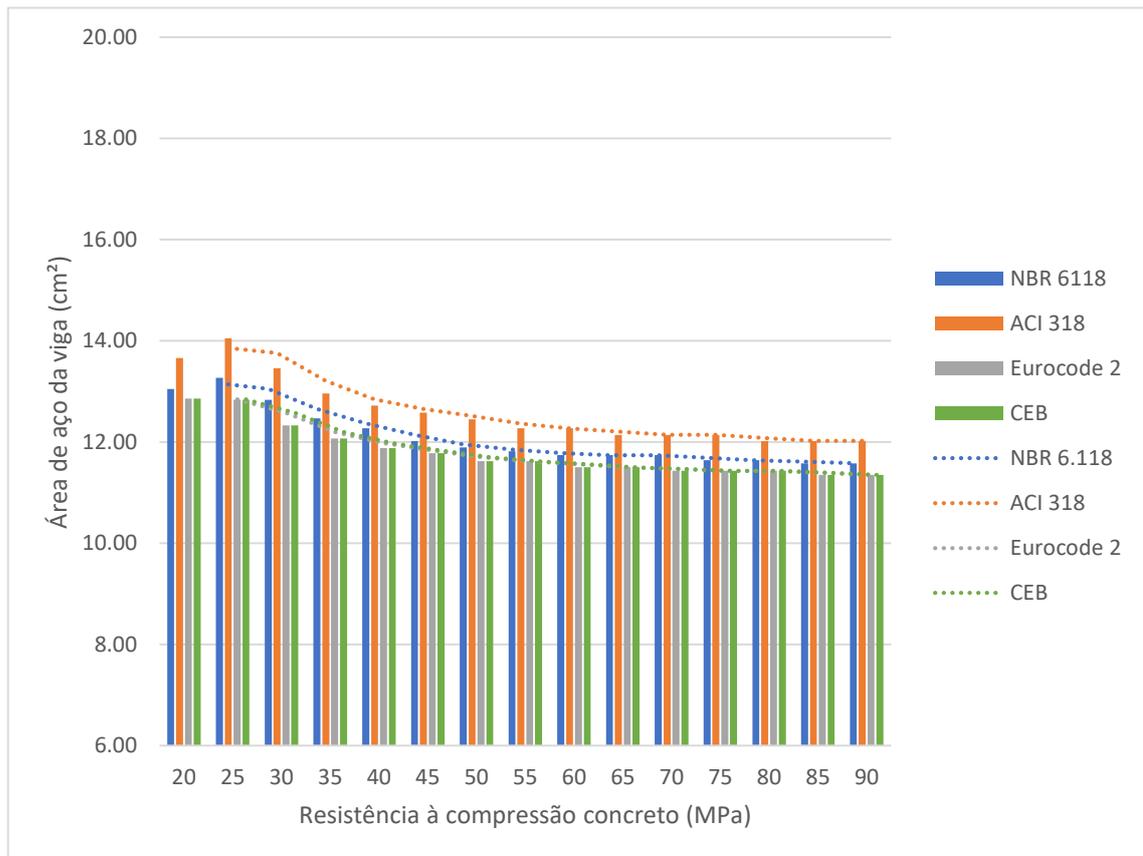
Vale destacar que o processo de determinação das armaduras levou em conta todas as imposições de cada norma, não sendo admitido parâmetros universais para o dimensionamento e verificação, isto é, desde a resistência característica do concreto, a resistência de dimensionamento do aço, fatores de minoração, fluência, entre outros, foram extraídos de cada norma, como se fossem realizados no seu país de origem.

Percebe-se nos resultados que, independente da norma, quanto maior foi a resistência do concreto menor a área de aço, isto porque a redução da área comprimida da viga permite que o braço de alavanca do momento fletor seja maior, conseqüentemente permite que a armadura das vigas possa ser reduzida.

As figuras 27, 28 e 29 apresentam as variações das taxas de armadura em função da resistência à compressão do concreto para as vigas de 8 metros, 10 metros e 11,5 metros, respectivamente, de forma gráfica.

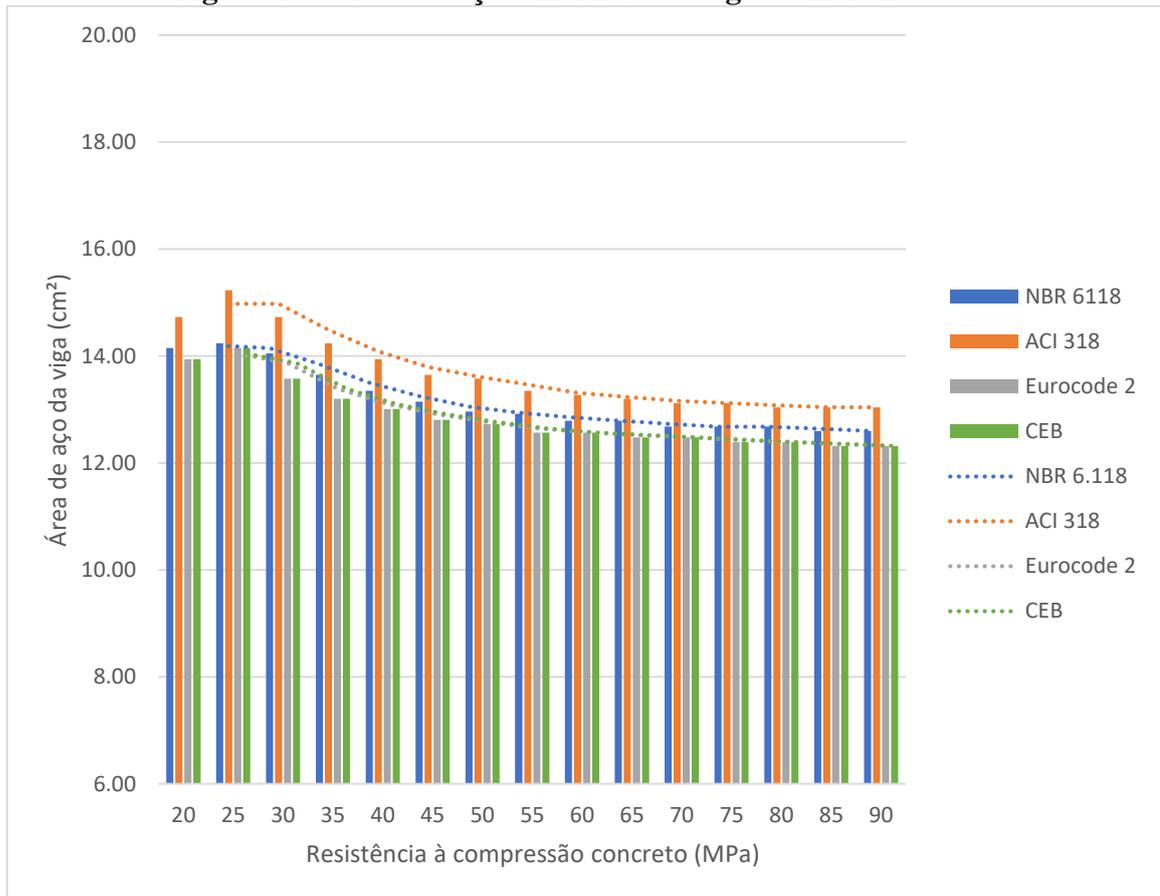
Importante destacar que todos os gráficos mantiveram a mesma escala vertical para não gerar falsas impressões dos resultados. Os acréscimos de armaduras que ocorreram para algumas vigas nas classes de concreto C20, C25, C30 e C35 se deu porque foi necessário utilizar armaduras colaborantes na região comprimida de modo a se manter a relação de linha neutra por altura útil menor do que 0,45.

Figura 27 – Área de aço em ELU das vigas com 8m de vão



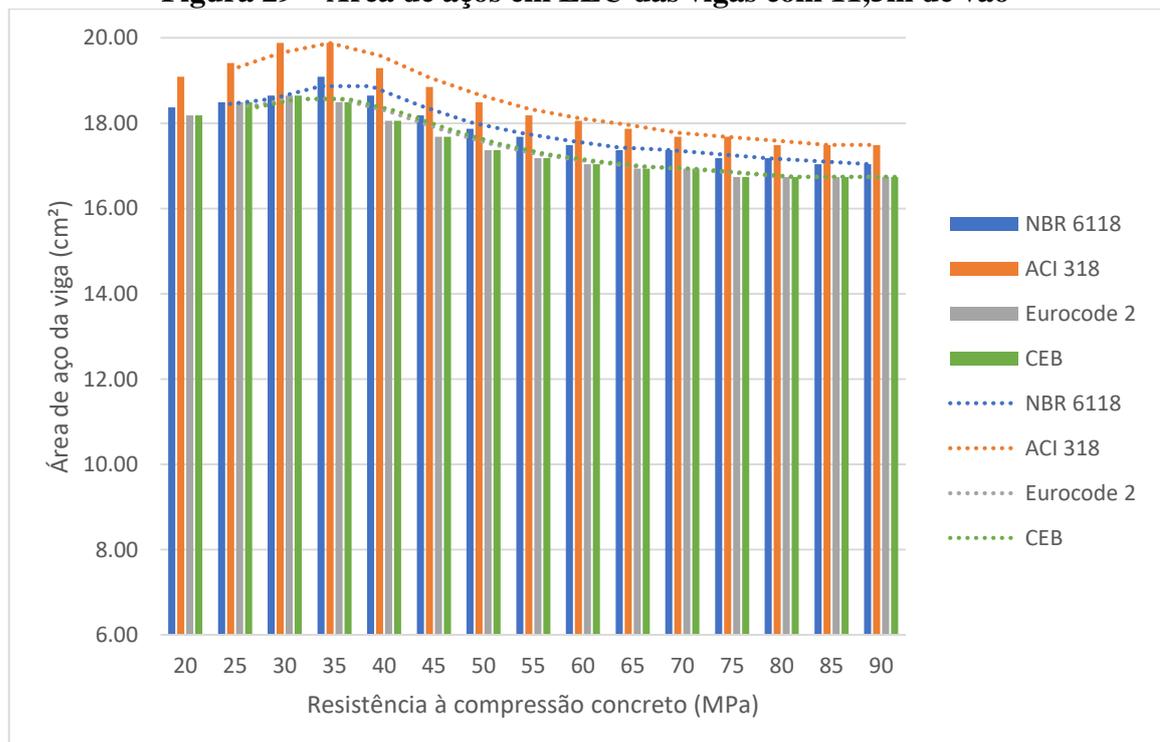
Fonte: AUTOR

Figura 28 – Área de aços em ELU das vigas com 10m de vão



Fonte: AUTOR

Figura 29 – Área de aços em ELU das vigas com 11,5m de vão



Fonte: AUTOR

O quadro 9 apresenta um resumo da variação das armaduras tracionadas nas vigas para cada vão, em valores absolutos e relativos.

Quadro 9 – Taxa de armadura por resistência do concreto

	Norma							
	NBR 6.118				CEB			
Vão (m)	7	8	10	11,5	7	8	10	11,5
Fck (MPa)	Área de aço (cm ²)							
20	10.13	13.05*	14.15*	18.37*	9.74	12.86*	13.94*	18.18*
25	9.74	13.27*	14.24*	18.49*	9.39	12.83	14.15	18.49*
30	9.42	12.83	14.05	18.65*	9.12	12.33	13.58	18.65*
35	9.24	12.47	13.65	19.09*	9.08	12.07	13.20	18.49
40	9.12	12.27	13.35	18.65	8.93	11.88	13.01	18.06
45	9.08	12.02	13.15	18.18	8.79	11.78	12.81	17.68
50	8.93	11.89	12.96	17.87	8.79	11.62	12.73	17.37
55	8.93	11.82	12.92	17.68	8.71	11.62	12.57	17.18
60	8.86	11.74	12.79	17.49	8.71	11.50	12.57	17.04
65	8.82	11.74	12.79	17.37	8.65	11.50	12.48	16.93
70	8.79	11.74	12.68	17.37	8.65	11.43	12.48	16.93
75	8.79	11.64	12.68	17.18	8.61	11.43	12.39	16.74
80	8.79	11.64	12.68	17.18	8.61	11.43	12.39	16.74
85	8.79	11.58	12.60	17.04	8.61	11.35	12.32	16.74
90	8.79	11.58	12.60	17.04	8.61	11.35	12.32	16.74
Var. Abs.	1.34	1.69	1.64	2.05	1.13	1.51	1.83	1.91
Var. Rel. (%)	13.23	12.73	11.51	11.15	11.60	11.74	12.93	10.24
	Norma							
	ACI 318R				Eurocode 2			
Vão (m)	7	8	10	11,5	7	8	10	11,5
Fck (MPa)	Área de aço (cm ²)							
20	10.32*	13.66*	14.73*	19.09*	9.74	12.86*	13.94*	18.18*
25	10.21	14.05*	15.23*	19.41*	9.39	12.83	14.15	18.49*
30	9.81	13.46	14.73	19.88*	9.12	12.33	13.58	18.65*
35	9.62	12.96	14.24	19.88	9.08	12.07	13.20	18.49
40	9.52	12.72	13.94	19.29	8.93	11.88	13.01	18.06

continua

continuação

45	9.42	12.58	13.65	18.85	8.79	11.78	12.81	17.68
50	9.35	12.45	13.58	18.49	8.79	11.62	12.73	17.37
55	9.27	12.27	13.35	18.18	8.71	11.62	12.57	17.18
60	9.24	12.27	13.27	18.06	8.71	11.50	12.57	17.04
65	9.24	12.14	13.20	17.87	8.65	11.50	12.48	16.93
70	9.13	12.14	13.12	17.68	8.65	11.43	12.48	16.93
75	9.13	12.14	13.12	17.68	8.61	11.43	12.39	16.74
80	9.13	12.02	13.04	17.49	8.61	11.43	12.39	16.74
85	9.08	12.02	13.04	17.49	8.61	11.35	12.32	16.74
90	9.08	12.02	13.04	17.49	8.61	11.35	12.32	16.74
Var. Abs.	1.24	2.03	2.19	2.39	1.13	1.51	1.83	1.91
Var. Rel. (%)	12.01	14.45	14.38	12.02	11.60	11.74	12.93	10.24

*Vigas com armadura colaborante à compressão

Fonte: AUTOR

Observa-se o ganho na taxa de armadura variou de 10 a 15% com o aumento da resistência do concreto. Também se nota que a norma americana é a mais conservadora para obtenção de equilíbrio do momento fletor, entretanto, é a norma que promoveu maiores ganhos de armadura. Por outro lado, as normas europeias, por apresentarem critérios idênticos para dimensionamento em ELU, apresentaram valores mais arrojados e menores ganhos de taxa de armadura com o aumento da resistência do concreto.

6.3 VERIFICAÇÕES EM SERVIÇO

Tal como no Estado Limite Último, cada norma traz os próprios parâmetros para determinação do carregamento em serviço, o que conseqüentemente gera diferentes momentos solicitantes. A figura 29 compara os valores de momento fletor em serviço para os diferentes vãos.

Observa-se no gráfico que as normas ACI 318R:2014 e Eurocode 2:2004 também são mais conservadoras na especificação da carga que provocam as fissurações e deflexões nas vigas. Este momento implica em deixar o elemento mais suscetível a deformações que ultrapassem os limites de aceitabilidade. Entre todas as normas estudadas, o CEB:2010 é a norma mais arrojada para este carregamento, seguida pela NBR 6.118:2014.

Numa análise de quanto é permitida a redução do momento fletor em ELU para as verificações em ELS, repete-se a sequência das normas mais arrojadas para as mais conservadoras, conforme pode ser observado no quadro 10. Enquanto o momento em ELS representa 62,07% do momento em ELU para o CEB:2010, no ACI 318R:2014 estes mesmos momentos representam 78,02% entre si.

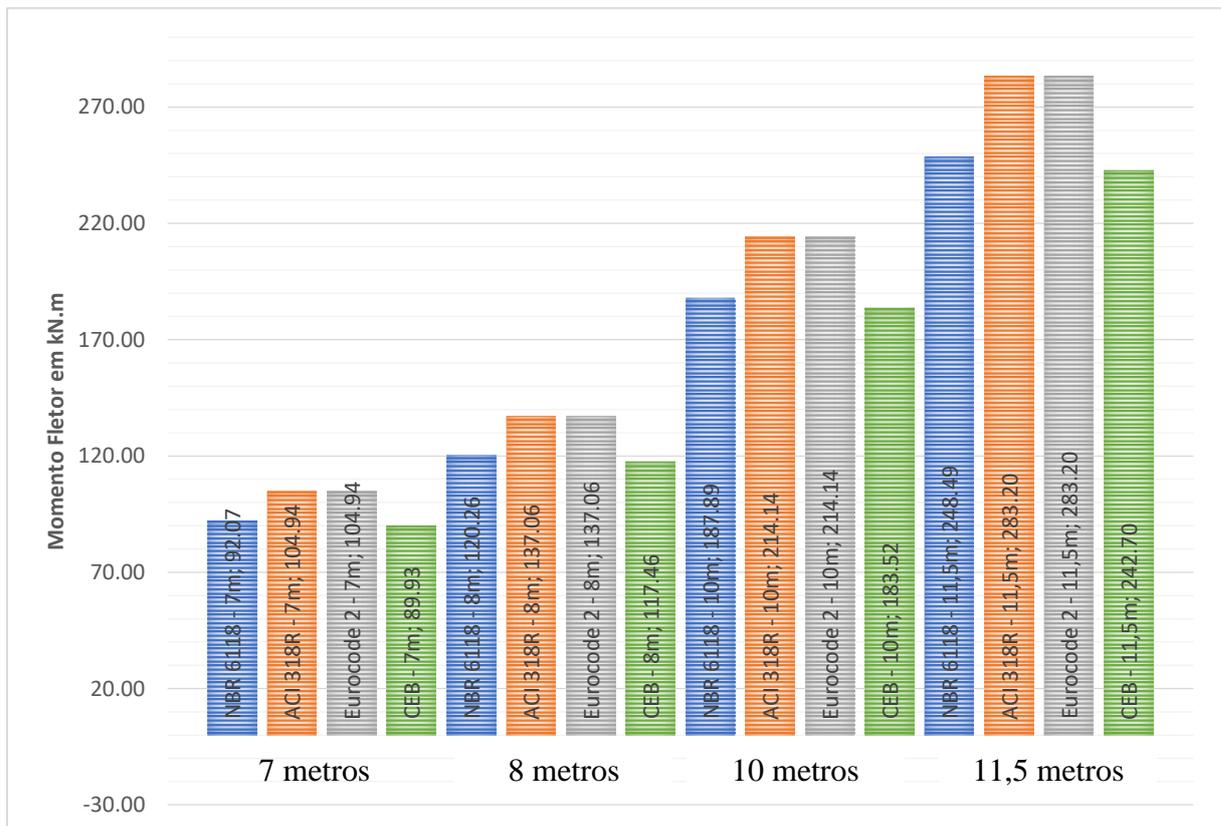
Quadro 10 – Comparativo entre os Momentos em ELU para ELS

Norma	Redução dos momentos em ELU para ELS (%)
NBR 6.118:2014	37,32
ACI 318R:2014	21,98
Eurocode 2:2004	27,57
CEB:2010	37,93

Fonte: AUTOR

Vale ressaltar que os valores obtidos levam em conta apenas as condições estabelecidas para este estudo. Tais valores podem variar quando os elementos tiverem diferentes vinculações de apoio e carregamentos.

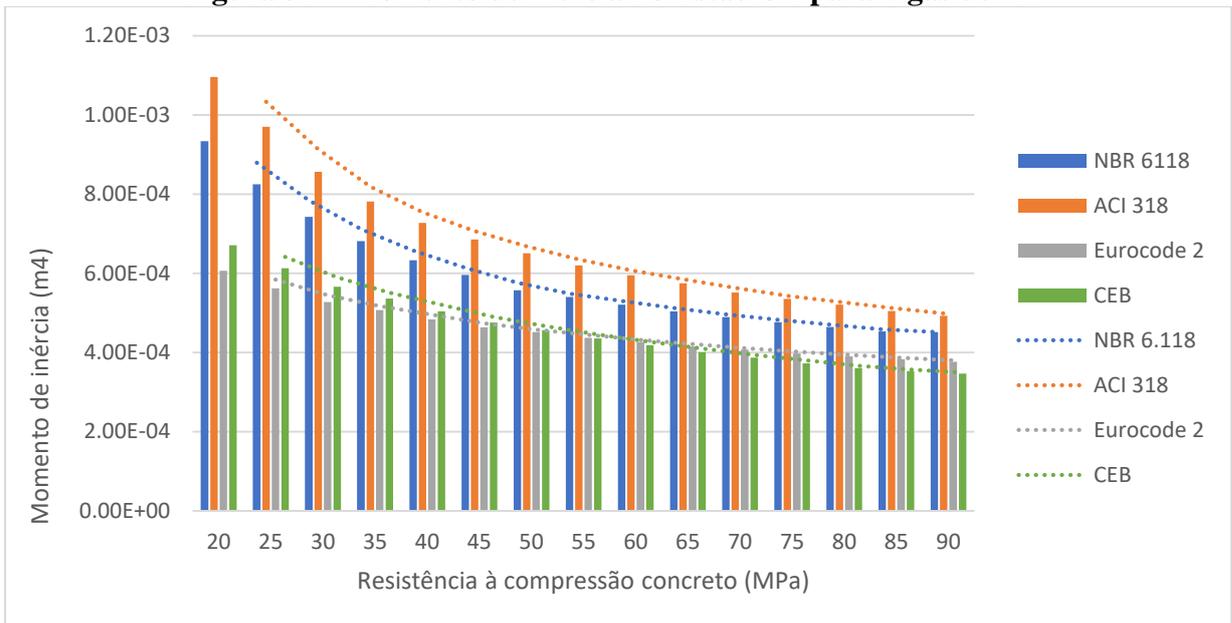
Figura 30 – Momento fletor solicitante em ELS para cada norma



Fonte: AUTOR

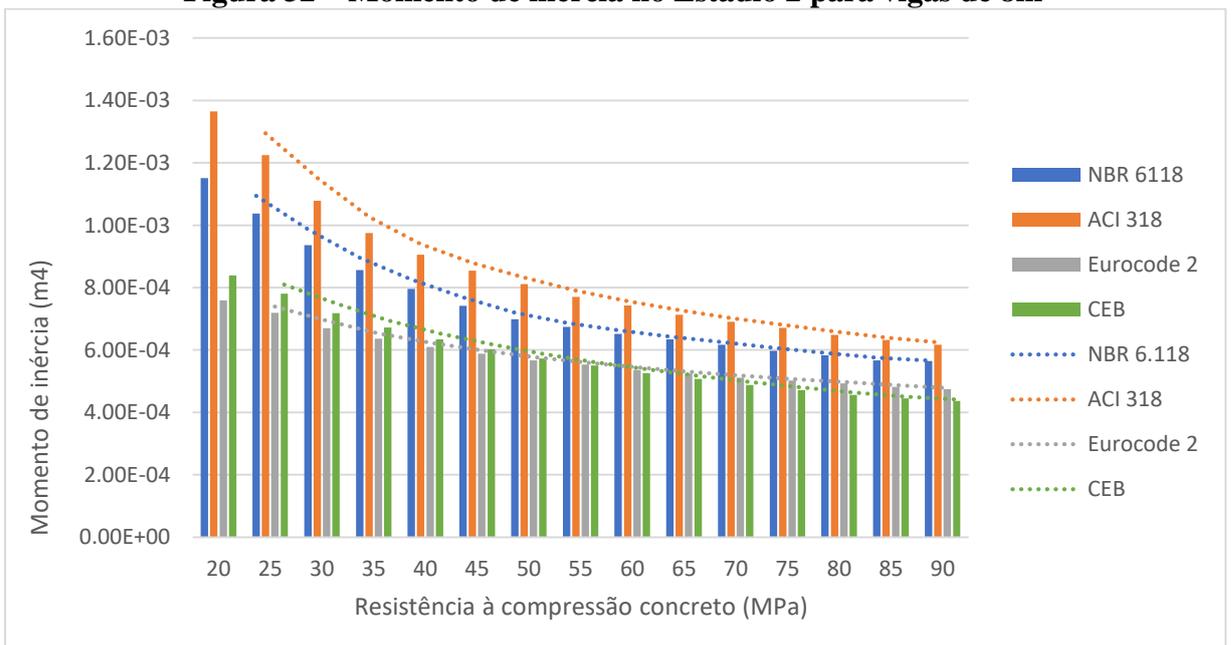
A partir dos esforços, características dos materiais e taxa de armadura para as vigas, pode-se calcular o momento de inércia da seção transversal da viga no Estádio 2, isto é, o momento de inércia da seção transversal desprezando-se a contribuição do concreto abaixo a linha neutra. Comparando-se estes dados entre as normas, observou-se que a norma americana apresenta os maiores valores de momento de inércia, seguido da norma brasileira e europeias, conforme pode ser observado na figura 31, 32, 33 e 34.

Figura 31 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 7m



Fonte: AUTOR

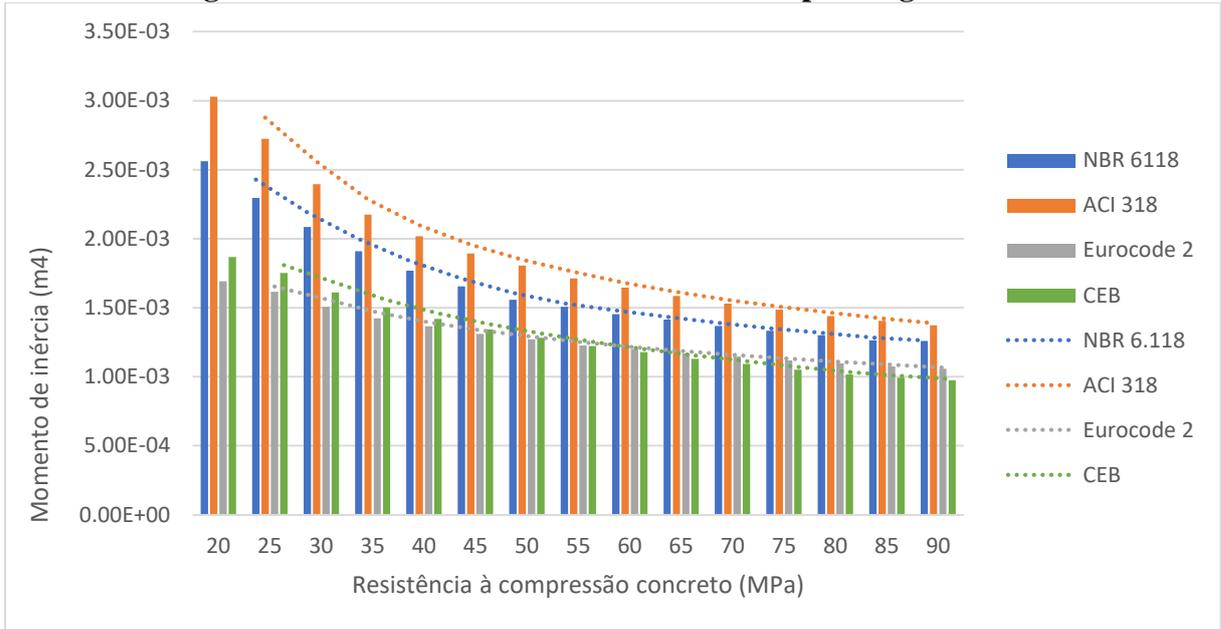
Figura 32 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 8m



Fonte: AUTOR

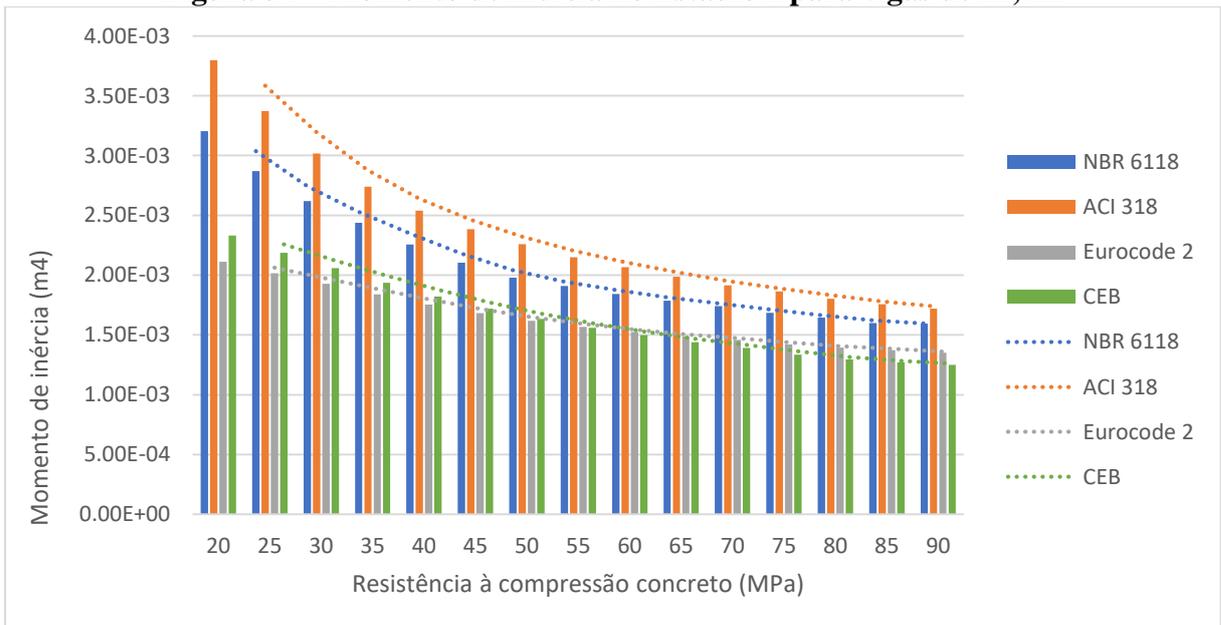
Observa-se que conforme a resistência do concreto aumenta, há uma natural redução da taxa de armadura provocada pela também redução da posição linha neutra (medida da fibra mais comprimida à mais tracionada), o que consequentemente reduz o momento de inércia da seção no estágio 2. Por outro lado, conforme já observado na figura 23, a rigidez à flexão é compensada com o aumento do módulo de elasticidade do concreto.

Figura 33 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 10m



Fonte: AUTOR

Figura 34 – Momento de inércia no Estádio 2 para vigas de 11,5m



Fonte: AUTOR

6.4 DEFLEXÕES DAS VIGAS

A partir de todos os dados extraídos, pode-se verificar qual é a previsão de deformação das vigas e comparar os valores com seus respectivos limites, levando em consideração os critérios de cada norma.

Observa-se que os modelos de cálculo de deflexão da NBR 6.118:2014 e ACI 318R:2014 são idênticos (modelo de Branson), bem como o Eurocode 2:2004 e o CEB também seguem as mesmas equações. Todavia, é natural esperar-se divergência entre as deformações, visto que apenas a equação do cálculo da deflexão não pode suprir todas as demais divergências já apontadas neste trabalho.

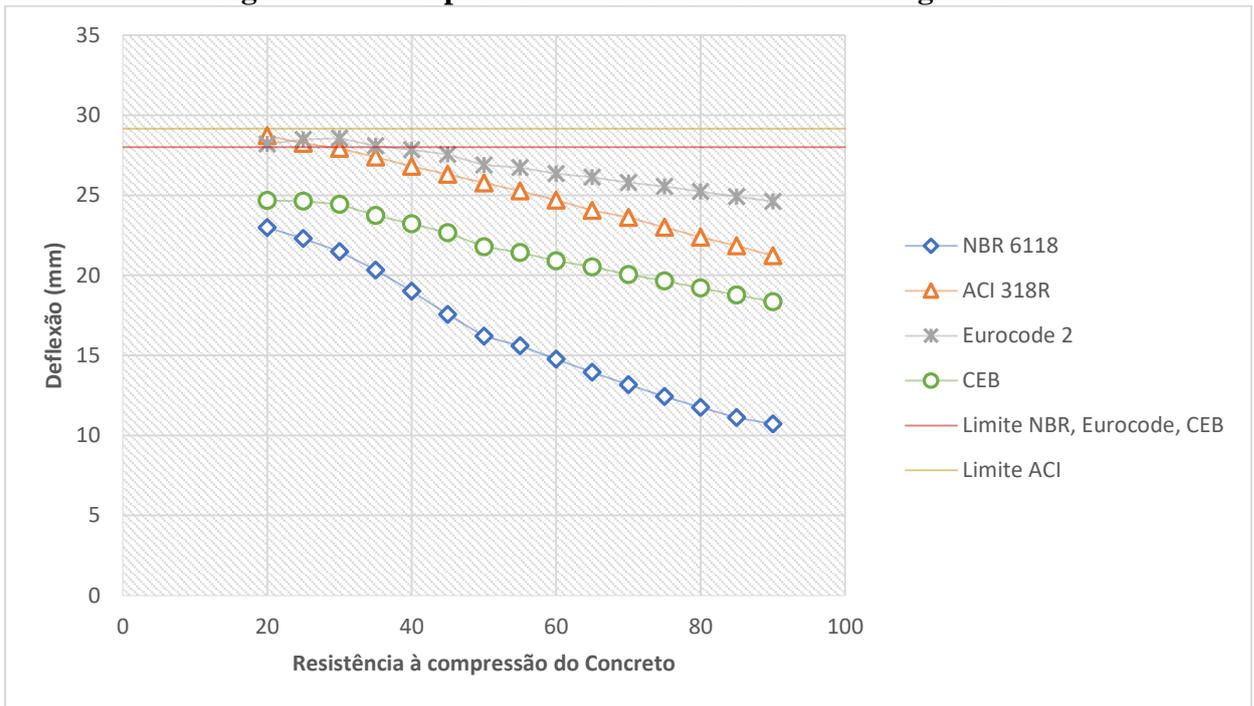
Por outro lado, observou-se que as tendências apresentadas nestes mesmos dados (módulo de elasticidade do concreto, resistência à tração, taxa de armadura, momento de inércia, entre outros) não foram condizentes com os valores finais de deformação. Era de se supor que maiores taxas de armadura, módulos de ruptura e momento de inércia no estádio 2 gerassem resultados mais arrojados para as vigas dimensionadas segundo a norma americana, ou seja, menores valores de deformação. No entanto, o que se pode notar é que estes parâmetros não foram o suficiente para compensar a diferença entre os módulos de elasticidade do concreto.

6.4.1 Vão de 7 metros

A figura 35 apresenta os valores absolutos de deflexão das vigas de 7 metros de vão e, para este caso, seria interessante a utilização de concretos de maior resistência (acima de C30) para solucionar problemas de deformação excessiva pelo Eurocode 2:2004. Porém, para as normas NBR 6.118:2014 e CEB:2010, nas condições de estudo, qualquer classe de concreto acima de C20 já atenderia os critérios de aceitabilidade

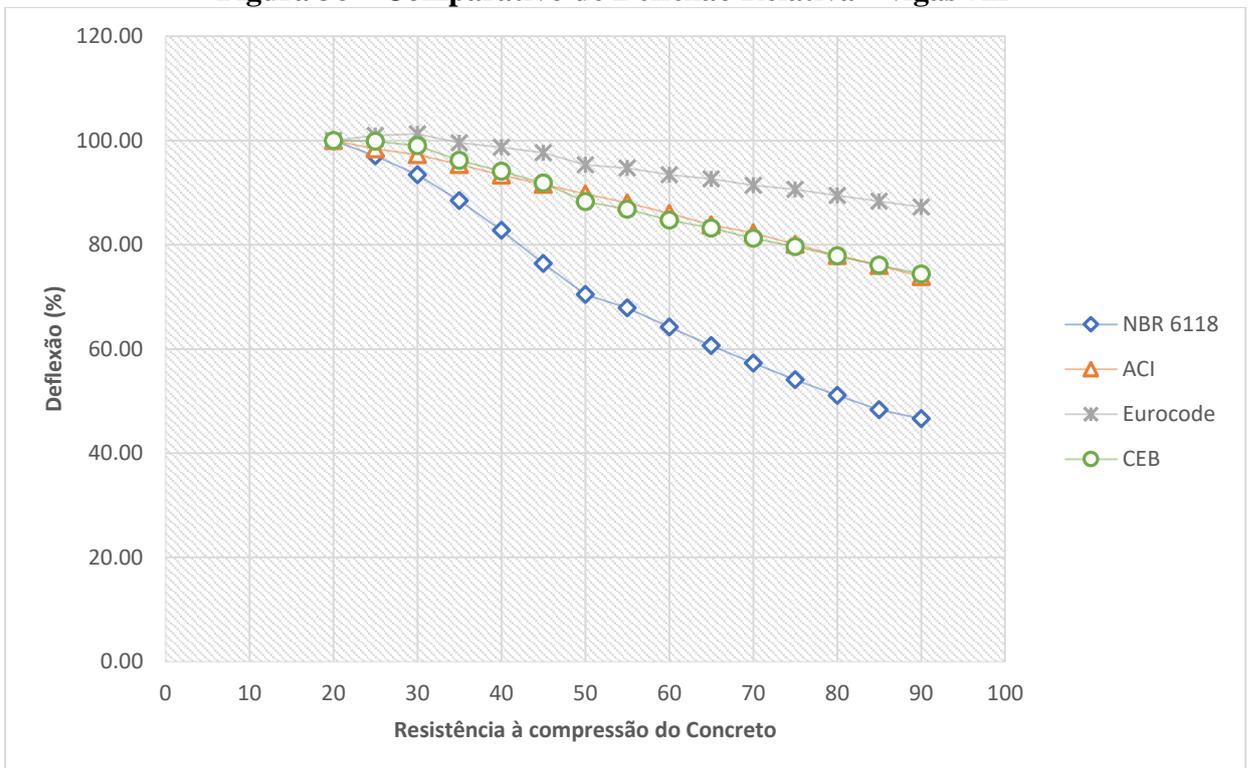
Em se tratando de valores relativos, em que foi avaliado a redução da deflexão a partir do valor obtido com o concreto C20 em termos percentuais, observa-se na figura 36 que o desempenho das normas ACI 318R:2014 e CEB:2010 é muito similar, a ponto de se dizer que a diminuição da deflexão com o aumento da resistência do concreto é o mesmo. Por outro lado, a NBR 6.118:2014 apresenta valores extremamente arrojados para este ganho de resistência, enquanto o Eurocode 2:2004 se mostra bastante conservador.

Figura 35 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 7m



Fonte: AUTOR

Figura 36 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 7m



Fonte: AUTOR

O quadro 11 complementa as informações das figuras 37 e 38 com valores absolutos e relativos das deflexões de acordo com cada norma.

Quadro 11 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 7m

	NORMA							
	NBR 6.118		ACI 318R		Eurocode 2		CEB	
Fck (MPa)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)
20	22.99	0.00	28.72	0.00	28.21	0.00	24.67	0.00
25	22.31	2.94	28.25	1.62	28.48	-0.95	24.63	0.16
30	21.48	6.57	27.93	2.73	28.57	-1.28	24.43	0.99
35	20.33	11.54	27.39	4.60	28.08	0.46	23.73	3.82
40	19.02	17.25	26.80	6.65	27.84	1.31	23.22	5.88
45	17.56	23.60	26.31	8.38	27.55	2.32	22.66	8.18
50	16.19	29.57	25.78	10.22	26.89	4.67	21.78	11.73
55	15.61	32.10	25.28	11.95	26.72	5.27	21.42	13.18
60	14.76	35.77	24.70	13.99	26.35	6.58	20.91	15.25
65	13.95	39.33	24.07	16.19	26.14	7.33	20.52	16.81
70	13.17	42.69	23.63	17.72	25.80	8.56	20.05	18.75
75	12.44	45.90	23.00	19.90	25.56	9.41	19.65	20.34
80	11.75	48.89	22.38	22.07	25.23	10.56	19.21	22.16
85	11.11	51.67	21.84	23.96	24.91	11.68	18.78	23.90
90	10.71	53.41	21.22	26.10	24.61	12.77	18.36	25.60

Fonte: AUTOR

Observa-se nos resultados que independente da condição das vigas atenderem as deflexões limites estipuladas pelas normas, o aumento da resistência à compressão do concreto promove reduções significativas de flecha. Para concretos do grupo 1 (fck menor do que 50 MPa) as reduções foram de 4,67% (Eurocode 2) a quase 30% (NBR 6.118). Elevando-se a resistência até 90 MPa (grupo II), as deformações reduzem ainda mais com 12,77% no Eurocode 2 e 53,41% na NBR 6.118.

Os resultados obtidos com o vão de 7 metros corroboram com a hipótese levantada de que o aumento da resistência do concreto pode ser uma alternativa viável para a solução de deformações em vigas, além de promover uma redução significativa na taxa de armadura tracionada.

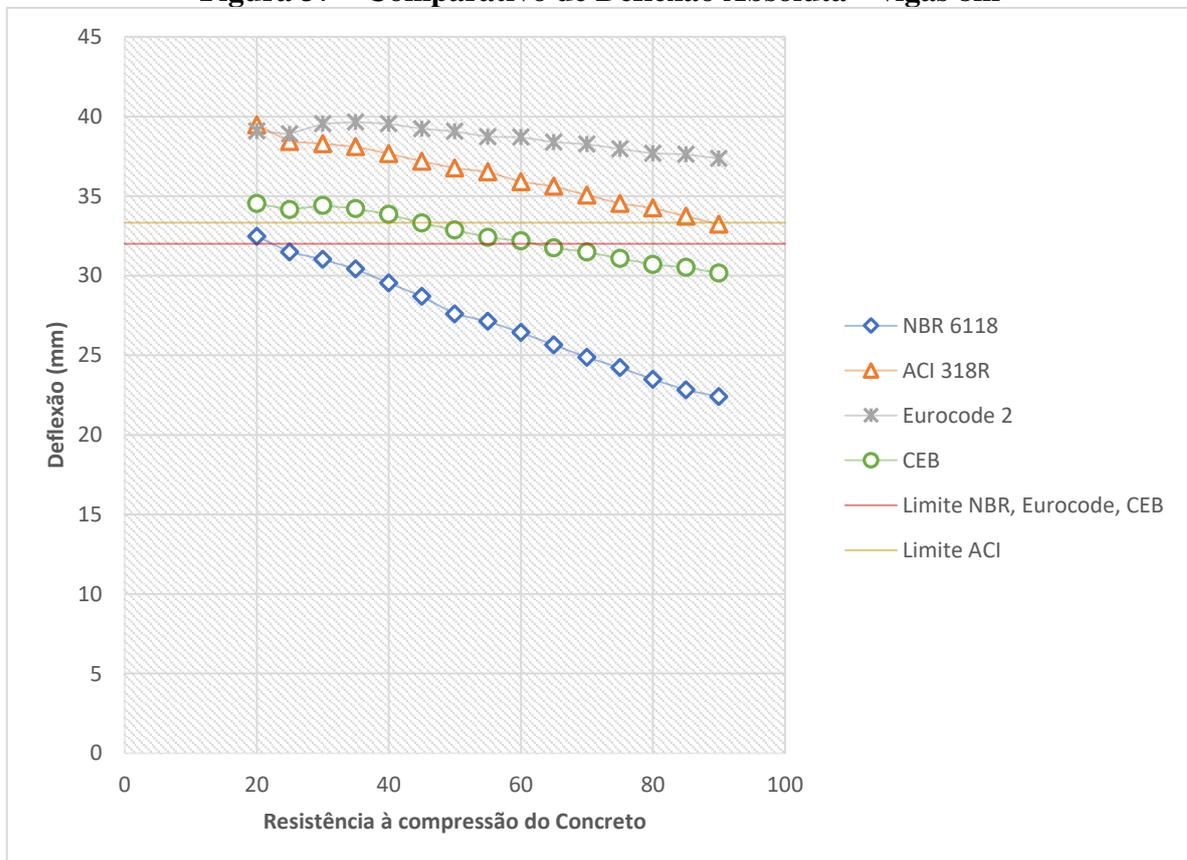
6.4.2 Vão de 8 metros

Para a segunda simulação (vão de 8 metros), observa-se na Figura 37 tendências similares aos do vão de 7 metros, salvo no que se refere aos limites máximos de deflexão. Nestes casos, o aumento de resistência se mostrou ser uma alternativa viável para solução dos problemas de deformação excessiva para o CEB:2010 (resistência acima de 60 MPa) quando

se objetiva deflexões menores do que os parâmetros máximos permitidos pela norma. A NBR 6.118:2014 manteve sua característica de resultados arrojados e neste caso, qualquer concreto com resistência acima de 25MPa já seria o suficiente para atender os limites sensoriais de deformação. Para as normas Eurocode 2:2004 e ACI 318R:2014 não haveria solução viável para tais deformações apenas com o aumento de resistência do concreto.

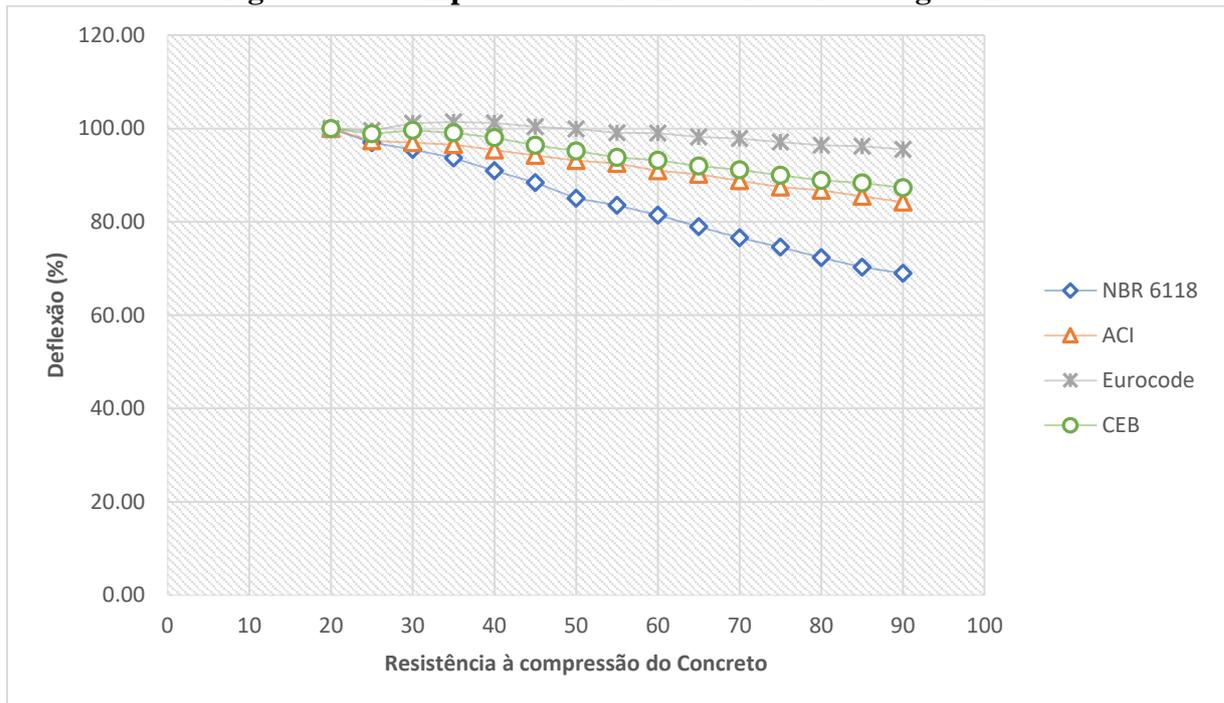
Quando repetida a análise em termos relativos, notou-se também a mesma tendência obtida com as vigas de 7 metros, isto é, o ACI 318R:2014 e o CEB:2010 apresentam ganhos muito similares enquanto a NBR 6.118:2014 se sobressai em eficiência e o Eurocode 2:2004 se sobressai em poucos ganhos, conforme apresenta a Figura 38.

Figura 37 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 8m



Fonte: AUTOR

Figura 38 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 8m



Fonte: AUTOR

O quadro 12 apresenta os valores das figuras 41 e 42 em forma numérica.

Quadro 12 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 8m

Fck (MPa)	NORMA							
	NBR 6.118		ACI 318R		Eurocode 2		CEB	
	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)
20	32.47	0.00	39.47	0.00	39.10	0.00	34.54	0.00
25	31.49	3.02	38.43	2.65	38.92	0.46	34.15	1.13
30	31.02	4.45	38.29	3.00	39.55	-1.17	34.41	0.36
35	30.41	6.32	38.11	3.45	39.64	-1.39	34.21	0.95
40	29.54	9.03	37.67	4.58	39.56	-1.18	33.86	1.96
45	28.69	11.62	37.19	5.79	39.24	-0.36	33.31	3.56
50	27.60	14.98	36.77	6.85	39.06	0.08	32.87	4.84
55	27.13	16.43	36.51	7.50	38.73	0.95	32.40	6.19
60	26.43	18.58	35.91	9.03	38.71	1.00	32.19	6.79
65	25.64	21.03	35.61	9.78	38.39	1.82	31.76	8.06
70	24.86	23.41	35.06	11.17	38.26	2.13	31.49	8.83
75	24.22	25.39	34.53	12.52	37.97	2.88	31.09	9.98
80	23.48	27.68	34.25	13.22	37.69	3.61	30.71	11.08
85	22.82	29.71	33.74	14.52	37.62	3.77	30.52	11.64
90	22.39	31.03	33.24	15.80	37.36	4.45	30.17	12.66

Fonte: AUTOR

Novamente, se observou que o aumento da resistência do concreto promove redução da deflexão das vigas. No entanto, nota-se que o aumento do vão e conseqüentemente aumento do esforço nas vigas, propiciou ganhos menores. Nesta simulação com o vão de 8 metros, os ganhos para concretos do grupo I atingiram quase 15% para a norma brasileira, 6,85% para o ACI 318R e quase 5% para o CEB. No grupo II, os ganhos foram de mais de 30% para a NBR 6.118, quase 16% para a norma americana e pouco mais de 12,5% para o CEB.

Nota-se que os resultados do Eurocode 2 pouco foram influenciados pela resistência do concreto. O ganho máximo foi de pouco mais do que 4% com a maior resistência utilizada.

6.4.3 Vão de 10 metros

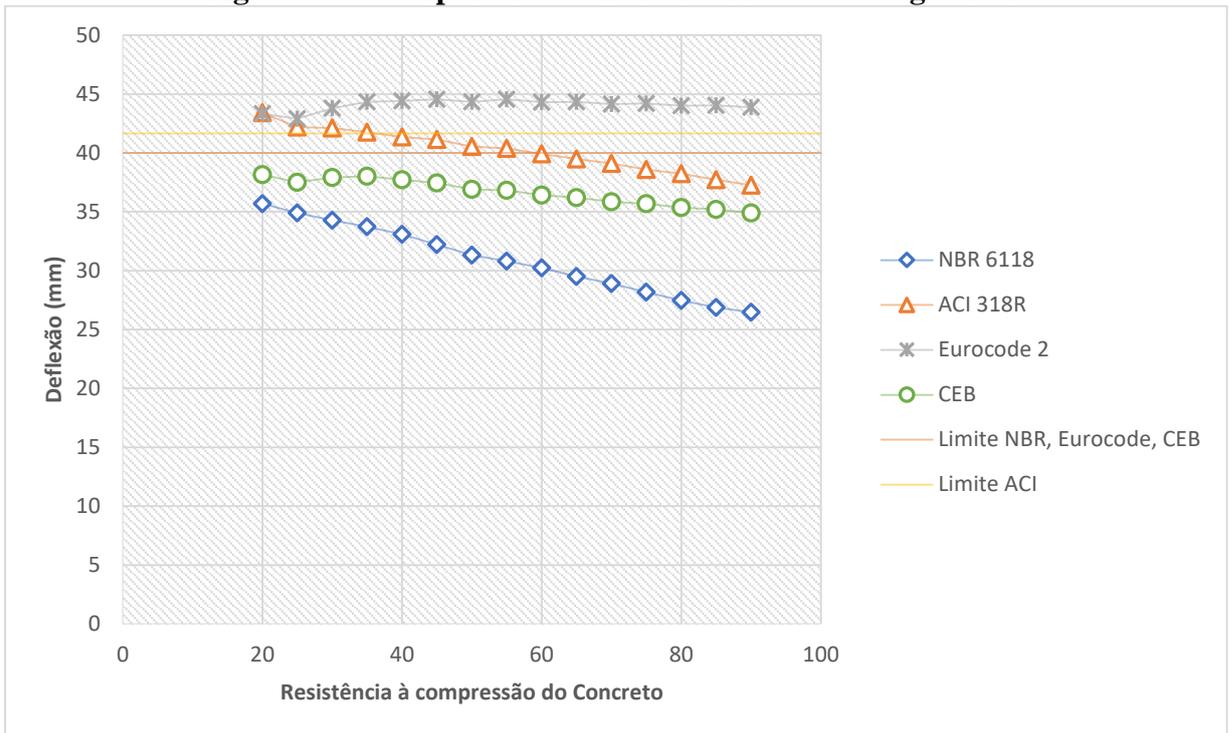
Para a viga de 10 metros, a geometria da seção transversal sofreu alteração (mantendo-se a mesma área), e o ganho de momento de inércia viabilizou a utilização de concretos de resistência superior (acima de 40MPa) para solução de problemas de deformação em vigas quando dimensionadas e verificadas segundo o ACI 318R:2014.

Observa-se no gráfico da Figura 39 que o aumento do vão e conseqüentemente momento fletor em pouco interferiu nas tendências observadas nas vigas de 7 e 8 metros, ou seja, a NBR 6.118:2014 manteve seu comportamento de deflexões muito menores (quando comparadas com as demais normas), o Eurocode 2:2004 também manteve sua característica extremamente conservadora e o CEB:2010, juntamente com o ACI 318R:2014 apresentaram resultados entre estes dois extremos.

Nota-se também que tanto o CEB:2010 e a NBR 6.118:2014 não necessitariam de concretos de resistências maiores para atender as deformações limites se o objetivo for atender os limites das normas, enquanto para o Eurocode 2:2004 o aumento de resistência não se mostra uma opção para atender estas solicitações de serviço.

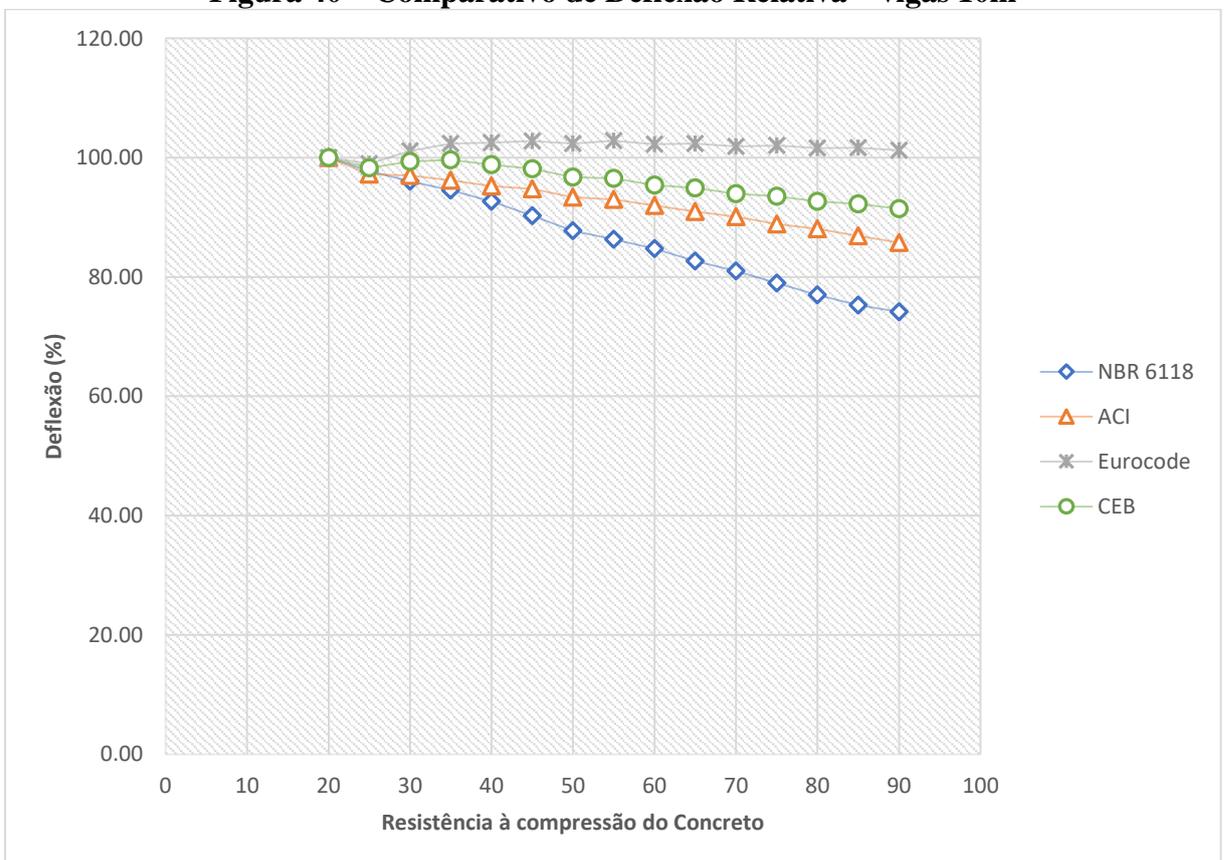
Na comparação dos dados em valores relativos, as tendências se repetiram às observadas nos vão de 7 e 8 metros, salvo o Eurocode 2:2004, em que a deflexão apresentou valores superiores com concreto C50 (2,35% maior) e com concreto C90 (+1,25%). A NBR 6.118:2014 apresentou resultados mais arrojados novamente (12,27% de redução com concreto C50 e 25,82% para concreto C90) enquanto o ACI 318R:2014 (-6,62% para C50 e -14,21% para C90) e o CEB:2010 (-3,27% para C50 e -8,54% para C90) com evoluções similares em relação ao aumento de resistência do concreto, conforme mostrado na figura 40 e quadro 13.

Figura 39 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 10m



Fonte: AUTOR

Figura 40 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 10m



Fonte: AUTOR

Quadro 13 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 10m

	NORMA							
	NBR 6.118		ACI 318R		Eurocode 2		CEB	
Fck (MPa)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)
20	35.70	0.00	43.42	0.00	43.33	0.00	38.16	0.00
25	34.89	2.25	42.21	2.79	42.90	1.00	37.50	1.71
30	34.29	3.95	42.12	3.00	43.81	-1.10	37.92	0.62
35	33.75	5.45	41.78	3.79	44.34	-2.33	38.01	0.38
40	33.07	7.34	41.36	4.74	44.42	-2.52	37.72	1.15
45	32.22	9.73	41.14	5.25	44.55	-2.80	37.45	1.86
50	31.31	12.27	40.55	6.62	44.35	-2.35	36.91	3.27
55	30.81	13.68	40.37	7.01	44.55	-2.81	36.83	3.47
60	30.25	15.25	39.93	8.05	44.32	-2.28	36.41	4.57
65	29.50	17.35	39.49	9.04	44.35	-2.35	36.22	5.08
70	28.92	18.99	39.11	9.92	44.15	-1.88	35.85	6.06
75	28.19	21.03	38.58	11.15	44.21	-2.01	35.69	6.46
80	27.48	23.02	38.24	11.94	44.02	-1.59	35.36	7.33
85	26.88	24.71	37.74	13.09	44.04	-1.64	35.20	7.74
90	26.48	25.82	37.25	14.21	43.87	-1.25	34.90	8.54

Fonte: AUTOR

Os resultados novamente mostram que o aumento da resistência do concreto é eficiente para redução de deflexões, no entanto, também se nota que conforme o vão passa a ser maior, a tendência é a eficiência do concreto ser menor. Outrossim, novamente se percebe que pelo Eurocode 2, a resistência do concreto não é um fator decisivo quando se avaliam as deflexões em Estado Limite de Serviço.

6.4.4 Vão de 11,5 metros

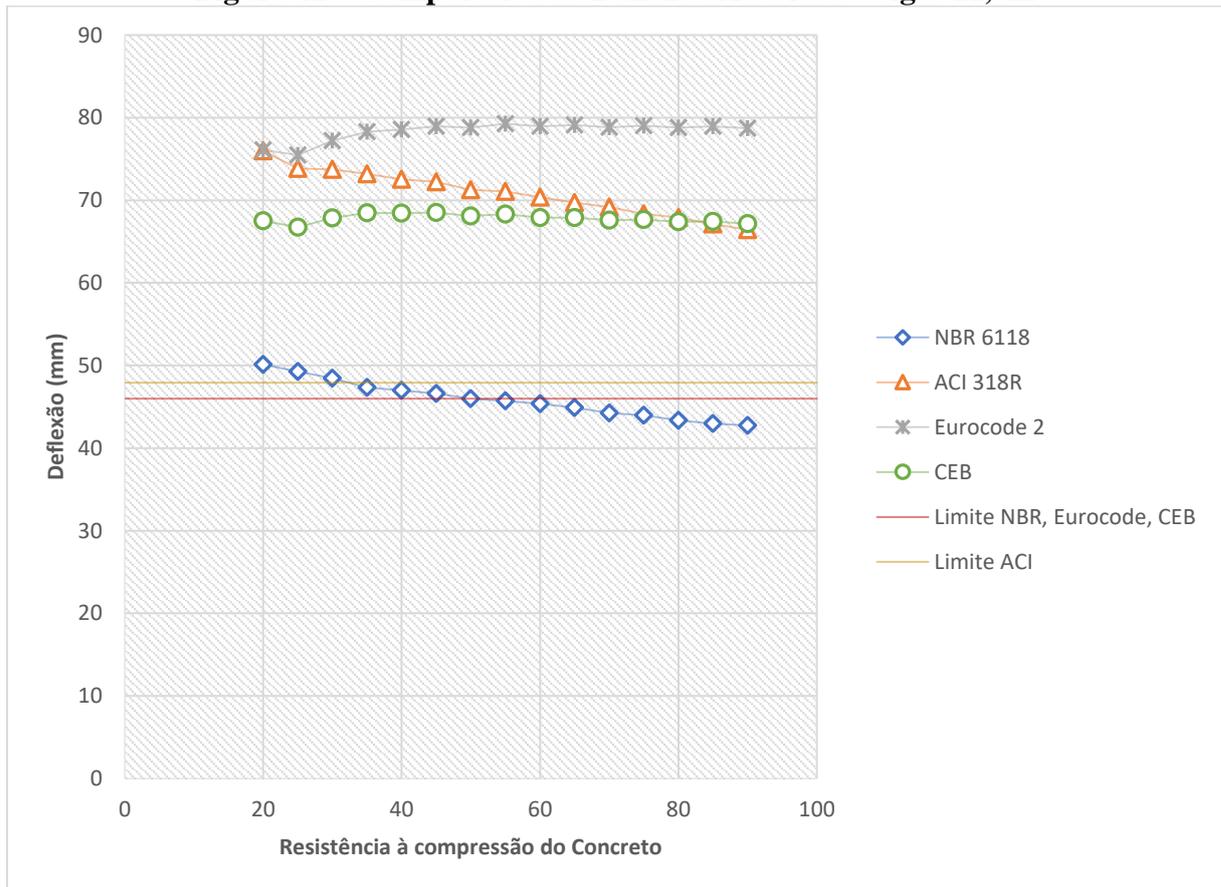
Por fim, para a simulação com as vigas de 11,50 metros, observou-se que o uso do concreto de resistência superior a 50MPa se mostrou eficiente para compensar as deflexões excessivas em vigas segundo a ABNT NBR 6.118:2017. Não obstante, tal como já se observou nas vigas anteriores, esta versatilidade da norma brasileira não se repete para as demais normas, onde com nenhuma classe de concreto poderia se compensar tais deflexões, conforme observado na figura 41.

Em valores relativos, observa-se na Figura 42 que a norma americana (com 5,58% de redução para concreto C50 e 10,9% para concreto C90) ainda se aproxima da variação percentual da norma brasileira (-8,29% para C50 e -14,78% para C90), que se mantém ainda

como a mais arrojada em termos de deformação estimada. Por outro lado, nota-se nas normas europeias que o ganho é menor, ao ponto do Eurocode 2:2004 ainda apresentar um comportamento novamente inverso do que se esperava (1,98% de aumento da deflexão com concreto C50 e 1,92% com concreto C90). O aumento de resistência do concreto acompanhou deformações maiores na viga. A justificativa desta inversão se dá pelo fato de a armadura na seção reduzir conforme a resistência do concreto aumenta, e consequentemente, esta redução de aço também reduz significativamente a rigidez à flexão da viga. O CEB por sua vez teve redução de 2,06% de deflexão quando comparadas as deformações do concreto C20 com o C50 e 5,12% quando comparados novamente o C20 com o C90.

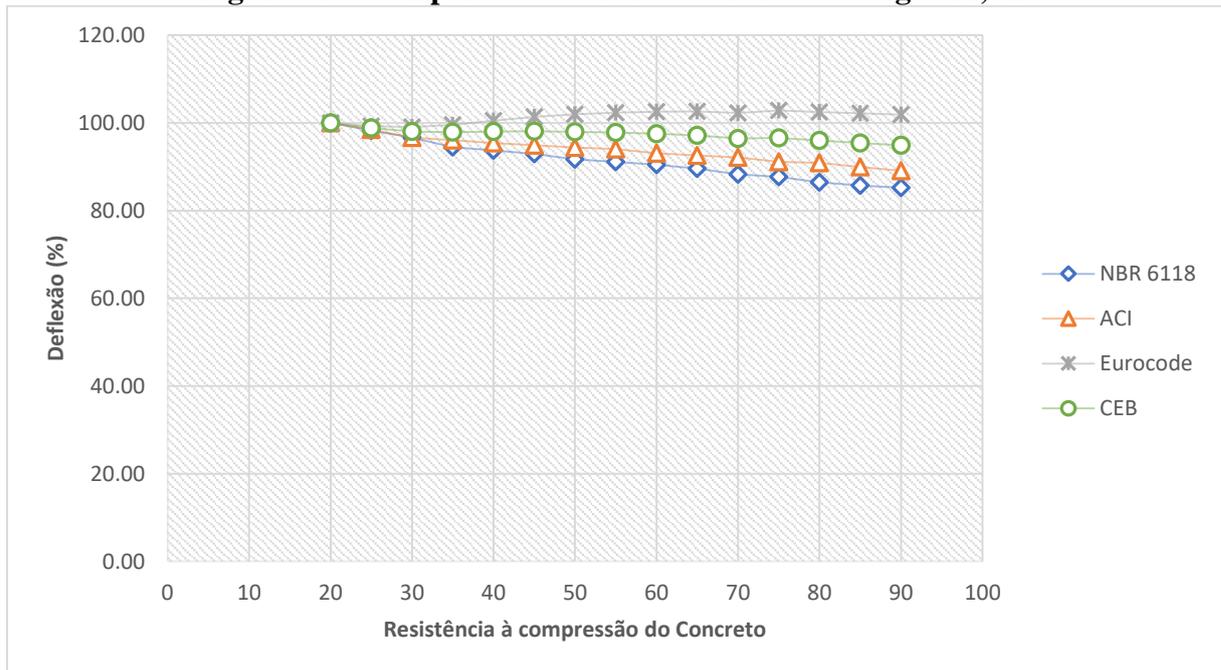
O quadro 14 apresenta os valores relativos e absolutos das deformações para todas as normas no vão de 11,5 metros.

Figura 41 – Comparativo de Deflexão Absoluta – vigas 11,5m



Fonte: AUTOR

Figura 42 – Comparativo de Deflexão Relativa – vigas 11,5m



Fonte: AUTOR

Quadro 14 – Deflexões absolutas e relativas para vigas de vão 11,5m

Fck (MPa)	NORMA							
	NBR 6.118		ACI 318R		Eurocode 2		CEB	
	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)	δ (mm)	Redução (%)
20	50.13	0.00	60.65	0.00	61.10	0.00	54.04	0.00
25	49.27	1.72	59.71	1.54	60.68	0.69	53.43	1.13
30	48.46	3.33	58.63	3.32	60.53	0.93	52.99	1.94
35	47.35	5.56	58.25	3.95	60.85	0.40	52.89	2.13
40	47.00	6.26	57.86	4.59	61.43	-0.53	52.97	1.97
45	46.59	7.07	57.55	5.11	61.94	-1.37	53.01	1.91
50	45.98	8.29	57.27	5.58	62.31	-1.98	52.93	2.06
55	45.70	8.84	57.02	5.98	62.55	-2.36	52.86	2.19
60	45.36	9.53	56.47	6.90	62.67	-2.56	52.71	2.47
65	44.91	10.42	56.15	7.42	62.73	-2.66	52.53	2.80
70	44.26	11.71	55.90	7.83	62.50	-2.29	52.13	3.53
75	43.96	12.31	55.27	8.87	62.83	-2.83	52.20	3.40
80	43.34	13.54	55.11	9.13	62.63	-2.51	51.86	4.02
85	42.98	14.28	54.56	10.04	62.45	-2.20	51.56	4.58
90	42.72	14.78	54.04	10.90	62.27	-1.92	51.27	5.12

Fonte: AUTOR

Observou-se novamente a tendência da redução da eficiência conforme o vão aumenta, não obstante, é importante salientar que não houve alteração da geometria da seção transversal,

ou seja, a resistência do concreto foi papel preponderante nestas reduções, tanto da taxa de armadura, quanto na deflexão das vigas.

7 CONCLUSÕES

Apesar do concreto armado ser mundialmente utilizado para fins estruturais, apresentar características físicas e mecânicas muito semelhantes e desta forma ter procedimentos de dimensionamento de vigas muito bem resolvidos nas diversas normativas mundiais, o que se observou neste trabalho é que ainda não há um consenso dos parâmetros de verificações de deflexões máximas permitidas nas vigas.

A divergência dos resultados das deflexões estimadas se deu em função de dissonâncias entre alguns parâmetros mecânicos do material concreto (módulo de elasticidade, módulo de ruptura, resistência à tração) e geométricos da seção transversal (posição da linha neutra no Estádio II). Era de se esperar que houvessem tais divergências, visto que em todas as normas estudadas, as deflexões são sempre citadas como aproximações que não podem ser admitidas como reais em função da rigidez à flexão da viga sofrer grande alteração devido à fissuração do concreto.

Contudo, apesar de se esperar diferenças entre as respostas, observou-se que a norma brasileira apresentou comportamento extremamente arrojado quando comparada com as demais normas. Apesar de datar do mesmo ano da norma americana, o que se entende que ambas as normas se basearam nos mesmos critérios científicos disponíveis, o ACI 318R:2014 apresentou respostas muito similares às do CEB:2010 em se tratando de deflexão estimada.

Este comportamento da norma brasileira, que destoou bastante das demais normas, pode ser visto como um sinal de alerta para a segurança estrutural, principalmente na utilização do concreto de alta resistência para verificações em ELS. Desta forma, é compreensível que os softwares de dimensionamento estrutural ainda estão limitados ao dimensionamento de vigas com concretos apenas pertencentes ao grupo I.

De maneira oposta à NBR 6.118, o Eurocode 2:2004 apresentou respostas em que a resistência do concreto em quase nada interfere nas deflexões da viga.

Neste trabalho, o momento solicitante fixo, aliado à seção transversal também fixa, promoveu diferentes relações de linha neutra no estado limite último e conseqüentemente diferentes armaduras nas vigas, o que influenciou diretamente na rigidez à flexão no Estádio II das mesmas, reduzindo a linha neutra neste estágio. Entretanto, como era esperado, esta redução de seção foi compensada com o aumento do módulo de elasticidade em todos os casos. Estas flutuações dos valores mostraram que quanto maior foi a resistência à compressão do concreto, maior também foi a rigidez à flexão da viga e conseqüentemente menor será a deflexão da mesma.

Observou-se no dimensionamento das vigas, que o aumento da resistência à compressão, mantendo-se a seção, permite-se redução de 10 a 15% da taxa de armadura tracionada na seção.

Também foi possível perceber a redução da deflexão das vigas, variando de 15% a 50%, mostrando que o concreto de alta resistência pode ser uma opção viável para solução de vigas e/ou lajes com grandes deformações. Como dito, o aumento significativo do módulo de elasticidade do concreto consegue superar a diminuição do momento de inércia no estágio II das vigas, e conseqüentemente a rigidez a flexão pode ser considerada maior conforme se aumenta a resistência à compressão do concreto.

Em outras palavras, a escolha do concreto de alta resistência para utilização em vigas e lajes, além de permitir uma redução na taxa de armadura das vigas, também consegue resolver deformações excessivas pois a seção ganha rigidez com concretos de resistência superior.

7.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se para trabalhos futuros ensaios experimentais para comparação dos resultados obtidos neste trabalho, bem como sugere-se simulações numéricas por elementos finitos ou simulações teóricas com diferentes geometrias de seções transversais afim de avaliar se os comportamentos apresentados pelas normas se repetem aos calculados. Outrossim, sugere-se avaliação de novas condições de contorno para as vigas, uma vez que todas as simulações neste trabalho foram com vigas retangulares e bi-apoiadas. Seções diferentes e apoios diferentes podem acrescentar e evidenciar novas informações ao conteúdo estudado.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AÏTCIN, P. C. **Concreto de alto desempenho** – tradução Geraldo G. Serra. São Paulo: Pini, 2000.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 214**: Guide to Evaluatino of Strength Test Results of Concrete. Farmington Hills, 2011.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318R**: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 363R**: Report on High Strength Concrete. Farmington Hills, 1992.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **ASCE 7-02**: Mininum Design Loads for Buildings and Other Structures. Reston, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6.118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6.120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8.522**: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 12.655**: Concreto - Preparo, controle e recebimento. Rio de Janeiro, 2015.

BHATT, P.; MACGINLEY, T. J.; CHOO, B. S. **Reinforced Concrete Design to Eurocodes: Design Theory and Examples** – 4. ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2014.

CAPIONE, G., MONACO, A., MINAFÒ, G., Shear strength of high-strength concrete beams: Modeling and design recommendations. **Engineering Structures**, v. 69, April 2014.

CAPIONE, G.; MINDESS, S., Fiber as shear reinforcements for high strength concrete beams containing fibers, In: Proceeding of the third international HSPFRC – RILEM workshop, Mainz, Germany, 16-19 May: 1999, p. 509-518.

CAPIONE G.; CUCCHIARA C.; LA MENDOLA, L., Role of fibers and stirrups on the experimental behaviour of reinforced beams and flexure and shear. **Int Conf Compos Constr**, Rende, Italy, September 2003.

CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. de Figueiredo. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014 4ª edição**. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION (CEN). **Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-1: General actions - Densities, self-weight, imposed loads for buildings**. Brussels, 2002.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION (CEN). **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings**. Brussels, 2004.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 2010**. First complete draft, Lausanne, Switzerland, 2010.

EL-AZAB, A.; MOHAMED, H. M., Effect of tension lap splice on the behavior of high strength concrete (HSC) beam. **HBRC Journal**, v. 10, January 2014.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto: Solicitações Normais**. Rio de Janeiro: Guanabara dois, 1981.

GEDAM, B. A.; BHANDARI, N. M.; UPADHYAY, A. Influence of supplementary cementitious materials on shrinkage, creep, and durability of high-performance concrete. **Journal of Materials in Civil Engineering**, Reston, v. 28, abr. 2016.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa – 4ª edição – São Paulo: Atlas, 2009.**

HUSSEIN, O. F.; ELAFANDY, T. H. K.; ABDELRAHMAN, A. A.; ABDEL BAKY, S. A.; NASR, E. A., Behaviour of bonded and unbounded prestressed normal and high strength concrete beams. **HBRC Journal**, v. 8, June 2012.

INTERNATIONAL STANDARD. **ISO 2631: Guide for evaluation of human exposure to whole body vibration**. ISO: Switzerland, 1997.

MCCORMAC, J. C.; BROWN, R. H. **Design of Reinforced Concrete – 9th ed**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014.

MOHAMMADHASSANI, M.; AKIB, S.; SHARIATI, M.; SUHATRIL, M.; KHANOUKI, M. M. A., An experimental study on the failure modes of high strength concrete beams with particular references to variation of the tensile reinforcement ratio. **Engineering Failure Analysis**, v. 41, September 2013.

MOUSA, M. I., Flexural behaviour and ductility of high strength concrete (HSC) beams with tension lap splice. **Alexandria Engineering Journal**, v. 54, March 2015.

MOSLEY, B.; BUNGEY, J.; HULSE, R. **Reinforced Concrete Design to Eurocode 2 – 6. ed**. Houndmills; Basigstoke; Hampshire: PALGRAVE MACMILLAN, 2007.

NEVILLE, A. M. **Propriedades do concreto 5ª edição – tradução Ruy Alberto Cremonini**. Porto Alegre: Bookman, 2016.

NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. **Tecnologia do concreto 2ª edição** – tradução Ruy Alberto Cremonini. Porto Alegre: Bookman, 2013.

PERERA, J.; MUTSUYOSHI, H., Shear Behavior of Reinforced High-Strength Concrete Beams. **ACI Structural Journal**, v. 110, January-February 2013.

VIDAL, T.; SELLIER, A.; LADAoui, W.; BOURBON, X. Effect of temperature on the basic creep of high-performance concretes heated between 20 and 80°C. **Journal of Materials in Civil Engineering**, Reston, v. 27, Jul. 2015.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete: mechanics and design** – 6th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, 2012.

9 APÊNDICES

9.1. PLANILHA RESULTADOS NBR 6.118:2014 – VÃO 7 METROS

PLANILHA RESULTADOS NBR 6.118:2014

Combinação		
	ELU	ELS
G+Q (kN/m)	23.99	15.03
Md (kN.m)	146.91	92.07

$$F_{d,ser} = \sum F_{oi,k} + \sum \psi_{oi} F_{ci,k}$$

fck (MPa)	Eci (GPa)	Ecs (GPa)	fct,m (MPa)	x (cm)	As	As real (cm²)	A's (cm²)	A's	Ic (m4)	Mr (kN.m)	xii (cm)	lii (m4)	(EI)eq,t0 (kN.m²)	δ (mm)	Redução (%)
20	25.04	21.29	2.21	17.25	2Ø25mm + 1Ø6.3mm	10.13	0.39			27.98	14.35	9.33E-04	20445.20	22.98638573	100.00
25	28.00	24.15	2.56	13.16	3Ø20mm + 1Ø6.3mm	9.74	0.39			32.46	13.45	8.25E-04	21064.93	22.31013592	97.06
30	30.67	26.84	2.90	10.66	3Ø20mm	9.42	0.39			36.66	12.72	7.42E-04	21883.11	21.47598394	93.43
35	33.13	29.40	3.21	8.97	2Ø20mm + 2Ø12.5mm + 1Ø8mm	9.24	0.39			40.63	12.16	6.82E-04	23112.14	20.33396373	88.46
40	35.42	31.88	3.51	7.75	2Ø16mm + 1Ø25mm + 1Ø5mm	9.12	0.39			44.41	11.70	6.33E-04	24707.71	19.02083748	82.75
45	37.57	34.28	3.80	6.82	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø10mm	9.08	0.39			48.04	11.33	5.96E-04	26759.44	17.56245078	76.40
50	39.60	36.63	4.07	6.09	2Ø16mm + 1Ø25mm	8.93	0.39			51.53	10.95	5.57E-04	29028.09	16.18988068	70.43
55	40.63	38.09	4.14	5.74	2Ø16mm + 1Ø25mm	8.93	0.39	2Ø5mm	1.90E-03	52.40	10.77	5.40E-04	30112.10	15.60706004	67.90
60	41.61	39.53	4.30	5.47	4Ø16mm + 1Ø6.3mm + 1Ø5mm	8.86	0.39			54.42	10.57	5.21E-04	31831.13	14.76420806	64.23
65	42.55	40.95	4.45	5.25	4Ø16mm + 1Ø10mm	8.82	0.39			56.29	10.39	5.04E-04	33696.56	13.94686585	60.67
70	43.44	42.36	4.59	5.09	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39			58.04	10.23	4.89E-04	35674.95	13.1734266	57.31
75	44.30	43.75	4.72	4.95	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39			59.69	10.09	4.76E-04	37791.57	12.43561218	54.10
80	45.13	45.13	4.84	4.86	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39			61.24	9.96	4.64E-04	40000.26	11.7489591	51.11
85	45.93	46.51	4.95	4.78	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39			62.70	9.83	4.53E-04	42299.13	11.11042724	48.33
90	46.70	46.70	5.06	4.74	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39			64.09	9.81	4.51E-04	43878.88	10.71042358	46.59

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

$$f_{ct,m} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{\gamma_r}$$

$$b_w \cdot \frac{x_{II}^2}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0$$

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c$$

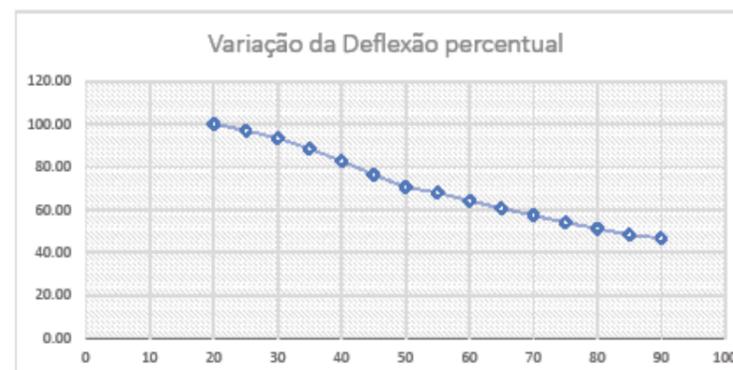
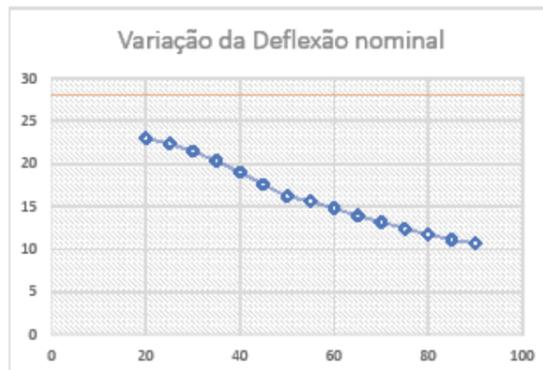
$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck})$$

$$I_{II} = b_w \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

$$\delta = \frac{5 \cdot Q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_{eq}}$$

$$E_{cs} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \leq E_{ci}$$



9.2. PLANILHA RESULTADOS ACI 318R:2014 – VÃO 7 METROS

PLANILHA RESULTADOS ACI 318R:2014

Combinação		
	ELU	ELS
G+Q (kN/m)	19.09	17.13
Md (kN.m)	134.50	104.94

$W = D + L$

fcr (MPa)	fc (MPa)	Ec (GPa)	fr (MPa)	x (cm)	As	As real (cm²)	A's (cm²)	A's	Ic (m4)	Mr (kN.m)	xii (cm)	lii (m4)	(EI)eq,t0 (kN.m²)	δ (mm)	Redução (%)
20	13.00	16.95	2.24	15.26	2Ø25mm + 1Ø8mm	10.32	1.76	2Ø10mm + 1Ø5mm	1.90E-03	18.86	15.14	1.10E-03	18652.44	28.7154769	100.00
25	17.00	19.38	2.56	13.41	2Ø25mm + 2Ø5mm	10.21	0.39	2Ø5mm		21.57	14.65	9.70E-04	18959.75	28.25004598	98.38
30	22.00	22.04	2.91	9.94	2Ø25mm	9.81	0.39			24.54	13.71	8.57E-04	19175.74	27.93183897	97.27
35	27.00	24.42	3.22	7.91	3Ø20mm + 1Ø5mm	9.62	0.39			27.18	13.07	7.81E-04	19552.07	27.3942135	95.40
40	31.82	26.51	3.50	6.84	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø12.5mm	9.52	0.39			29.51	12.59	7.28E-04	19982.03	26.80476695	93.35
45	36.36	28.34	3.74	6.16	3Ø20mm	9.42	0.39			31.55	12.20	6.85E-04	20358.11	26.30960172	91.62
50	40.91	30.06	3.97	5.67	4Ø16mm + 1Ø8mm + 1Ø6.3mm	9.35	0.39			33.46	11.87	6.51E-04	20776.19	25.78016506	89.78
55	45.45	31.69	4.18	5.30	4Ø16mm + 1Ø12.5mm	9.27	0.39			35.27	11.58	6.20E-04	21184.09	25.28377134	88.05
60	50.00	33.23	4.38	5.02	2Ø20mm + 2Ø12.5mm + 1Ø8mm	9.24	0.39			36.99	11.33	5.95E-04	21685.85	24.69876114	86.01
65	54.55	34.71	4.58	4.81	2Ø20mm + 2Ø12.5mm + 1Ø8mm	9.24	0.39			38.64	11.13	5.75E-04	22256.08	24.06595006	83.81
70	59.09	36.13	4.77	4.50	2Ø20mm + 2Ø12.5mm + 1Ø5mm	9.13	0.39			40.21	10.89	5.52E-04	22668.17	23.62844729	82.28
75	63.64	37.49	4.95	4.16	2Ø20mm + 2Ø12.5mm + 1Ø5mm	9.13	0.39			41.73	10.72	5.35E-04	23287.37	23.00018473	80.10
80	68.18	38.81	5.12	3.88	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	9.13	0.39			43.20	10.57	5.21E-04	23935.11	22.37774133	77.93
85	72.73	40.08	5.29	3.63	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	9.08	0.39			44.61	10.40	5.05E-04	24529.53	21.83546362	76.04
90	77.27	41.32	5.45	3.41	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø10mm	9.08	0.39			45.99	10.27	4.93E-04	25239.09	21.22159333	73.90

$f_c = f_{cr} - 7 \text{ MPa}$

$f_c = f_{cr} - 8 \text{ MPa}$

$f_c = \frac{f_{cr} - 5 \text{ MPa}}{1.1}$

$E_{ci} = 4700 \cdot \sqrt{f_c}$

$f_r = 0,62 \sqrt{f_c}$

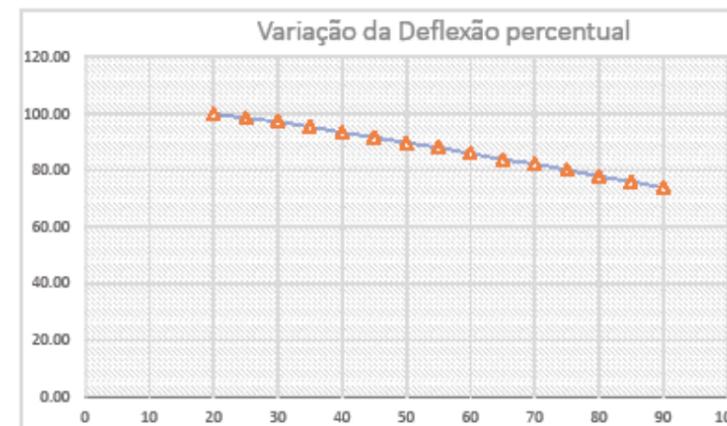
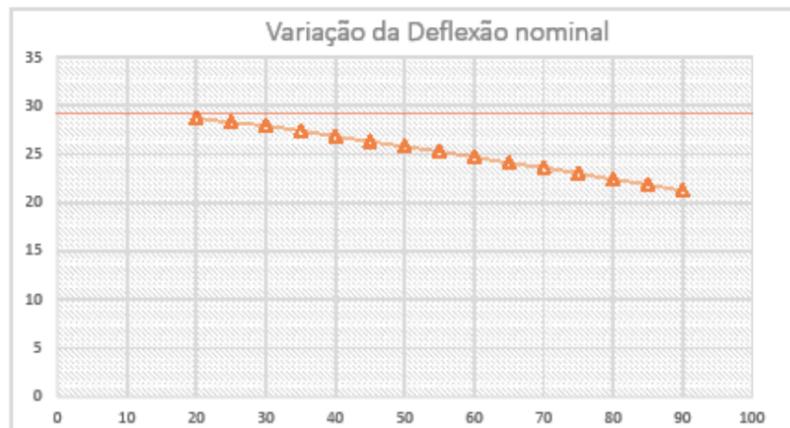
$M_r = \frac{f_{cr} \cdot I_c}{y}$

$b_w \cdot \frac{x_{II}^2}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0$

$\delta = \frac{S \cdot Q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_{eq}}$

$I_{II} = b_w \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$

$(EI)_{eq,t0} = E_{ci} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{ci} I_c$



9.3. PLANILHA RESULTADOS EUROCODE 2:2004 – VÃO 7 METROS

PLANILHA RESULTADOS EUROCODE 2:2004

Combinação		
	ELU	ELS
G+Q (kN/m)	20.25	17.13
	23.65	
	22.06	
	22.63	
Md (kN.m)	144.88	104.94

$$E_d = \Sigma G_{k,i} + P + \Sigma \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

fck (MPa)	Ec (GPa)	Ecm (GPa)	fct,m (MPa)	x (cm)	As	As real (cm²)	A's (cm²)	A's	lc (m4)	Mr (kN.m)	xii (cm)	lii (m4)	Eli	Elii	δi (mm)	δii (mm)	ξ	δ (mm)	Redução (%)	EI (eq)
20	31.46	29.96	2.21	15.10	3Ø20mm + 1Ø6.3mm	9.74	0.39		2.16E-03	25.45	11.44	6.06E-04	67838.81	18168.69	7.895387495	29.48003307	0.941170714	28.21022379	100.00	18986.51
25	33.05	31.48	2.56	11.61	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø10mm + 1Ø6.3mm	9.39	0.39		2.13E-03	29.43	11.00	5.62E-04	70493.11	17699.77	7.598099578	30.26105962	0.921345187	28.47850873	100.95	18807.65
30	34.48	32.84	2.90	9.44	2Ø16mm + 1Ø25mm + 1Ø5mm	9.12	0.39		2.12E-03	33.14	10.64	5.27E-04	72929.32	17321.19	7.344285224	30.92245935	0.900248123	28.57049223	101.28	18747.09
35	35.78	34.08	3.21	7.97	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø10mm	9.08	0.39		2.11E-03	36.68	10.42	5.07E-04	75337.99	17278.74	7.109477275	30.99841855	0.877849746	28.0803783	99.54	19074.31
40	36.98	35.22	3.51	6.89	2Ø16mm + 1Ø25mm	8.93	0.39		2.09E-03	40.02	10.18	4.84E-04	77461.44	17055.74	6.914584703	31.40371994	0.854547163	27.84170575	98.69	19237.82
45	38.10	36.28	3.80	6.07	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39		2.09E-03	43.22	9.95	4.64E-04	79437.82	16839.22	6.742553046	31.80751467	0.830326043	27.55464345	97.68	19438.24
50	39.14	37.28	4.07	5.43	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39		2.08E-03	46.33	9.81	4.52E-04	81402.49	16837.20	6.579619843	31.8113315	0.805066584	26.89286675	95.33	19916.57
55	40.12	38.21	4.21	5.12	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 2Ø8mm + 1Ø5mm	8.71	0.39	2Ø5mm	2.07E-03	47.90	9.65	4.37E-04	83184.41	16704.79	6.438871163	32.06347237	0.791605292	26.72344109	94.73	20042.84
60	41.05	39.10	4.35	4.88	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 2Ø8mm + 1Ø5mm	8.71	0.39		2.07E-03	49.47	9.53	4.27E-04	84935.49	16696.13	6.306123607	32.08011669	0.777786573	26.35278936	93.42	20324.74
65	41.94	39.94	4.49	4.69	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 3Ø6.3mm + 1Ø5mm	8.65	0.39		2.06E-03	50.92	9.40	4.15E-04	86548.39	16589.53	6.188603913	32.2862459	0.764531029	26.14106099	92.67	20489.36
70	42.78	40.74	4.61	4.54	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 3Ø6.3mm + 1Ø5mm	8.65	0.39		2.06E-03	52.30	9.30	4.07E-04	88134.77	16576.72	6.077212383	32.31120508	0.751613882	25.79504547	91.44	20764.21
75	43.58	41.51	4.73	4.42	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.06E-03	53.59	9.19	3.97E-04	89618.27	16496.38	5.976613068	32.46462646	0.739170934	25.55578267	90.59	20958.61
80	44.36	42.24	4.84	4.34	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.05E-03	54.82	9.10	3.90E-04	91073.14	16482.88	5.881138064	32.49514361	0.727037966	25.23053051	89.44	21228.79
85	45.10	42.95	4.94	4.27	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.05E-03	56.00	9.02	3.83E-04	92471.55	16466.43	5.792199768	32.5276091	0.715258889	24.91493893	88.32	21497.69
90	45.81	43.63	5.04	4.23	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.05E-03	57.11	8.94	3.77E-04	93818.56	16449.19	5.709038013	32.5617054	0.703811901	24.60826489	87.23	21765.60

$$E_{cm} = 22 [(f_{ck} + 8)/10]^{0.3}$$

$$f_{ct,m} = 0.3 \cdot f_{ct}^{2/3}$$

$$F_c = E_{cm} \cdot 1.05$$

$$f_{ct,m} = 2.12 \cdot \ln(1 + 0.11 \cdot f_{ck})$$

$$M_w = \frac{F_c \cdot I_c}{l_c}$$

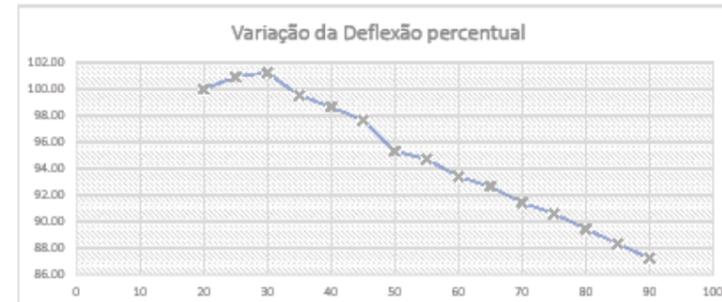
$$b_w \cdot \frac{x_{II}}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0$$

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_w}{M} \right)^2$$

$$I_{II} = b_w \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

$$a = \xi a_{II} + (1 - \xi) a_1$$

$$E \cdot I_{II} = \frac{3 \cdot Q \cdot L^4}{384 \cdot \delta}$$



9.4. PLANILHA RESULTADOS CEB:2004 – VÃO 7 METROS

PLANILHA RESULTADOS CEB:2004

Combinação		
	ELU	ELS
G+Q (kN/m)	23.65	14.68
Md (kN.m)	144.88	89.93

$$E_d = G + P + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} Q_{ki}$$

fck (MPa)	Eci (GPa)	ai	Ecs (GPa)	fct,m (MPa)	x (cm)	As	As real (cm²)	A's (cm²)	A's	lc (m4)	Mr (kN.m)	xii (cm)	lii (m4)	Eli	Elii	δi (mm)	δii (mm)	ξ	δ (mm)	Redução (%)	Ei (eq)
20	30.30	0.86	26.17	2.21	15.10	3Ø20mm + 1Ø6.3mm	9.74	0.39		2.14E-03	25.72	12.07	6.71E-04	56127.47	17558.77	8.178157696	26.14188004	0.918223316	24.67287	100.00	18604.21
25	32.01	0.88	28.01	2.56	11.61	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø10mm + 1Ø6.3mm	9.39	0.39		2.12E-03	29.88	11.51	6.13E-04	60067.27	17165.01	7.641753858	26.74156625	0.889601185	24.63297	99.84	18634.35
30	33.55	0.89	29.74	2.90	9.44	2Ø16mm + 1Ø25mm + 1Ø5mm	9.12	0.39		2.10E-03	33.78	11.04	5.66E-04	63777.13	16839.68	7.197239395	27.25819569	0.858933186	24.42826	99.01	18790.50
35	34.96	0.90	31.39	3.21	7.97	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø10mm	9.08	0.39		2.09E-03	37.46	10.73	5.36E-04	67311.99	16825.50	6.819279747	27.2811742	0.826469615	23.73041	96.18	19343.06
40	36.27	0.91	32.97	3.51	6.89	2Ø16mm + 1Ø25mm	8.93	0.39		2.08E-03	40.98	10.39	5.04E-04	70709.80	16627.24	6.491594006	27.60645725	0.792360423	23.22218	94.12	19766.42
45	37.49	0.92	34.50	3.80	6.07	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39		2.07E-03	44.35	10.09	4.76E-04	73997.92	16426.67	6.203137976	27.94354545	0.756756033	22.65532	91.82	20260.99
50	38.63	0.93	36.00	4.07	5.43	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø8mm	8.79	0.39		2.06E-03	47.61	9.87	4.56E-04	77196.76	16427.77	5.946095769	27.94167105	0.719777148	21.77801	88.27	21077.19
55	39.71	0.94	37.45	4.21	5.12	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 2Ø8mm + 1Ø5mm	8.71	0.39	2Ø5mm	2.05E-03	49.30	9.63	4.35E-04	80321.93	16295.92	5.714744362	28.16774436	0.699511552	21.42088	86.82	21428.60
60	40.73	0.95	38.88	4.35	4.88	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 2Ø8mm + 1Ø5mm	8.71	0.39		2.05E-03	50.96	9.44	4.19E-04	83385.68	16279.52	5.504773993	28.19612657	0.678878114	20.90944	84.75	21952.73
65	41.71	0.97	40.29	4.49	4.69	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 3Ø6.3mm + 1Ø5mm	8.65	0.39		2.04E-03	52.52	9.23	4.01E-04	86397.75	16162.62	5.312862027	28.40004808	0.658895197	20.5249	83.19	22364.02
70	42.64	0.98	41.67	4.61	4.54	2Ø20mm + 1Ø12.5mm + 3Ø6.3mm + 1Ø5mm	8.65	0.39		2.04E-03	53.99	9.06	3.87E-04	89366.04	16133.04	5.136395197	28.45212226	0.639522638	20.04733	81.25	22896.78
75	43.53	0.99	43.04	4.73	4.42	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.03E-03	55.38	8.88	3.73E-04	92297.05	16035.29	4.973282545	28.62556649	0.620723783	19.65482	79.66	23354.04
80	44.39	1.00	44.39	4.84	4.34	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.03E-03	56.70	8.73	3.60E-04	95196.16	15995.26	4.821825845	28.6972133	0.602460859	19.20581	77.84	23900.02
85	45.21	1.01	45.21	4.94	4.27	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.03E-03	57.95	8.64	3.53E-04	96966.01	15968.37	4.733816601	28.74554023	0.584791231	18.77566	76.10	24447.57
90	46.01	1.02	46.01	5.04	4.23	2Ø20mm + 1Ø16mm + 1Ø6.3mm	8.61	0.39		2.02E-03	59.14	8.56	3.46E-04	98673.51	15940.74	4.651900168	28.79536016	0.567599401	18.35571	74.40	25006.89

$$E_{ct} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10}\right)^{1/3}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ct}^{2/3}$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ct,m} \cdot I_{yy}}{y_{II}}$$

$$b_w \cdot \frac{x_{II}^2}{2} - \alpha_E \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0$$

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_x}{M}\right)^2$$

$$E_s \cdot I_{eq} = \frac{S \cdot Q \cdot L^4}{304 \cdot \delta}$$

$$E_{cz} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck} + \Delta f}{88}\right) \cdot E_{ct} \leq E_{ct}$$

$$I_{II} = b_w \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + \alpha_E \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

$$a = \xi a_{II} + (1 - \xi) a_I$$

