

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**CIVIL**

**HENRIQUE CESAR CAMPAGNOLO GIMENES**

**EFEITO DO SUBSTRATO DE TRANSIÇÃO SOBRE O REFORÇO**  
**À FLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM**  
**CANTONEIRAS METÁLICAS**

MARINGÁ

2019

**HENRIQUE CESAR CAMPAGNOLO GIMENES**

**EFEITO DO SUBSTRATO DE TRANSIÇÃO SOBRE O REFORÇO  
À FLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM  
CANTONEIRAS METÁLICAS**

Dissertação apresentada com parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir José Ferrari

MARINGÁ

2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

G491e

Gimenes, Henrique Cesar Campagnolo

Efeito do substrato de transição sobre o reforço à flexão de vigas de concreto armado com cantoneiras metálicas / Henrique Cesar Campagnolo Gimenes. -- Maringá, PR, 2019. 192 f.: il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir José Ferrari.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2019.

1. Concreto armado - Cantoneiras metálicas - Reforço estrutural. 2. Compósito cimentício. 3. Substrato de transição . 4. Peça reforçada - Ruína. I. Ferrari, Vladimir José , orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 23.ed. 624

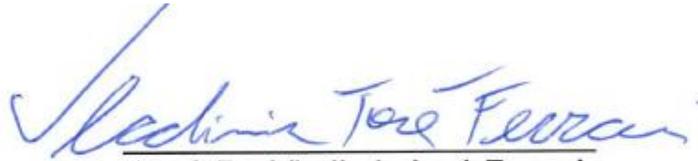
**HENRIQUE CESAR CAMPAGNOLO GIMENES**

**EFEITO DO SUBSTRATO DE TRANSIÇÃO SOBRE O REFORÇO  
À FLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM  
CANTONEIRAS METÁLICAS**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Aprovado em: 20/08/2019

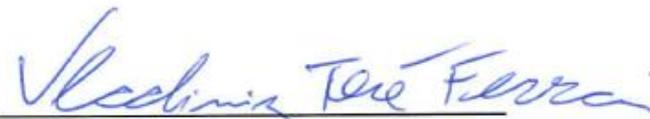
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Vladimir José Ferrari  
Universidade Estadual de Maringá



Prof. Dr. Rafael Alves de Souza  
Universidade Estadual de Maringá

P/   
Profa. Dra. Gláucia Maria Dalfré  
Universidade Federal de São Carlos

Dedico esse trabalho a meus pais,  
grandes incentivadores do progresso  
acadêmico, científico, profissional e moral.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, ser supremo que rege, organiza e determina todas as leis da natureza.

Agradecer minha família, meus pais e minha irmã pelo constante suporte e base.

À minha namorada e companheira Mariana.

Gostaria de agradecer meu orientador, professor Vladimir, pelas orientações, correções, dicas laboratoriais, e-mails, mensagens de WhatsApp, conversas tranquilizadoras no decorrer desse percurso acadêmico e a enorme paciência que é necessária para fazer tudo isso.

Aos professores Jeselay, Romel, Rafael e Ênio pelas também conversas no decorrer do percurso, auxílios e esclarecimentos de problemas da grande e belíssima área de estruturas.

Gostaria de agradecer também o professor José Wilson pela valiosa ajuda e paciência que muitas vezes retomou conceitos e ensinamento da graduação, para possibilitar o seguimento da pesquisa no laboratório.

Também não poderia faltar o agradecimento ao professor Júlio Cesar Pigozzo pelo grande suporte e apoio nos momento de ensaio, lições sobre strain gauges, soldas, cabos, softwares entre outros meios que auxiliaram para completar o trabalho.

Aos engenheiros Gustavo Macedo da VLP3 Engenharia e Rafael Quirino da Construtora Catamarã por inúmeras vezes ajudarem com gentis doações de insumos necessários para a realização da pesquisa.

Aos amigos do PCV/2016 Bruno Pavezzi, Gabriel Trindade, Lucas Milani, João Victor, Milene Cristina.

Aos amigos do PCV/2017 Kilder Machado e Kamille Tomin pela companhia e apoio nas horas de estudo das disciplinas cursadas. Um grande agradecimento ao meu parceiro de pesquisa e laboratório Anderson G. Drun, este que esteve em todas as moldagens e participou ativamente de cada decisão de nossas pesquisas.

Ao corpo técnico de servidores em especial aos técnicos laboratoriais Aparecido, Cipriano, Márcio, aos estagiários Leonardo Canova e Guilherme Cruz do P02 e as secretárias Marli Silveira, Jordina Prado e Joseane.

À CAPES, pela bolsa de mestrado concedida.

"Então ouvi a voz do Senhor,  
conclamando: "Quem enviarei? Quem irá  
por nós? " E eu respondi: "Eis-me aqui.  
Envia-me! "

(Isaías 6-8)

## RESUMO

O reforço estrutural tem a finalidade de promover o aumento da capacidade de carga de uma estrutura. Modificação da utilização de uma edificação, remoção de elementos estruturais, não-conformidade dos requisitos de resistência dos materiais e erros de execução são alguns dos motivos que culminam com a aplicação de reforço numa estrutura. Há diferentes técnicas disponíveis para o reforço de elementos estruturais. Entre elas, a técnica da aderência de chapas de aço apresenta a vantagem da facilidade de execução e a alteração mínima na geometria do elemento estrutural. Todavia, as pesquisas têm revelado que a aderência de chapas de aço à vigas de concreto armado está sujeita ao mecanismo de *peeling* prematuro da chapa, extremamente indesejável, pois antecipa a ruína da peça reforçada. Nascimento (2017) também constatou a impossibilidade de mobilizar toda a capacidade resistente dos elementos reforçados em virtude da presença de ruínas prematuras. Nesse sentido, dando-se sequência aos estudos de Nascimento (2017) e aplicando-se o conceito do substrato de transição, estudado por Ferrari *et al.* (2013), foi analisado o efeito da influência da reconstituição do banzo tracionado de vigotas sobre o comportamento à flexão do elemento reforçado. Para tanto foram moldadas vigotas de concreto armado de seção 150 x 150 mm e 750 mm de comprimento que foram submetidas a ensaios de flexão em quatro pontos. Em algumas vigotas, previamente a execução do reforço, o banzo tracionado foi removido e reconstituído por meio da aplicação de compósito cimentício reforçado com fibras. Foram aplicados dois diferentes compósitos cimentícios já desenvolvidos em outras pesquisas. Tais materiais foram escolhidos com a premissa de que o desempenho das vigotas reforçadas possa ser potencializado por meio de ganho de tenacidade promovido pelo controle da fissuração no banzo tracionado junto ao perfil metálico. Também efetuou-se uma análise de previsão de carga analítica de *peeling*, baseados em modelos já consagrados, e de carga última as luzes do Modelo de Viga com preceitos da ABNT NBR 6118 (2014). Os resultados demonstraram que houve uma melhora no comportamento à flexão das vigotas reforçadas com os compósitos cimentícios, cerca de 37,0 % de aumento de carga crítica no melhor cenário. Os modelos de previsão de carga de *peeling* são satisfatórios para os grupos reforçados com CRF, com erros da ordem de 17,0% para Oehlers e Moran (1990) e de 6,30% para Sharma *et al.* (2008).

**Palavras-chave:** Reforço. Cantoneiras metálicas. Substrato de transição. Compósito cimentício. Ruínas.

## ABSTRACT

Structural strengthening have the purpose to amplify the load capacity of a structure. Changing the utilization load, removal of structural elements, no suitability of safety requires and execution mistakes are some of the few reasons that lead for those strengthening. There are different techniques available for the strengthening of structural elements. Among them, the bound of steel plates presents an easy execution advantage and a minimum changing of the section geometry from the structural element. Nevertheless, present researches have been revealing that the bound of metallic shapes to strengthened concrete beams are subject to the premature peeling mechanism on the metallic shapes, extremely undesirable, therefor anticipates the ruin of the strengthened member. Nascimento (2017) also found the impossibility of mobilizing all of the strength capacity of the strengthened elements based on the existence of premature ruins. In that sense, given sequence on Nascimento (2017) studies and applying the concept of transitional layer, studied by Ferrari (2013), was conducted analysis of the effect of the influence on the reconstitution of the transitional layer surface of rib beams regarding the flexural behavior of the strengthened element. To that end, was casted rib beams of reinforced concrete with 150 x 150 mm section and 750 mm of length that will be submitted a four point flexional test. On some of those rib beams, previously of the execution of the strengthening, the transitional layer surface was removed and reconstructed with the application of cimentitious composites with fibers. Was applied two different cimentitious composites that already have been developed on other researches. Those materials were chosen with the premise that the performance of those rib beams strengthened can be powered by the gain of tenacity promoted by the cracking control on the transitional layer surface adjacent to the metallic shape. Also was made an analysis of the prevision for the analytical peeling load, based on models already consecrated and ultimate load by the light of Beam Model with the Brazilian guideline ABNT NBR 6118 (2014). The result demonstrated an improvement of the behavior on flexion of the rib beams with composites cimentitious, around of 37,0 % of increase in the critical load on the best scenario. The models of prevision of peeling load were satisfactory for the group with cimentitious composites fibers, with errors of the order the 17,0% for Oehlers and Moran (1990) and 6,30% for Sharma et al. (2008).

**Key-words:** Strengthening. Metallic shapes. Transitional layer surface. Cimentitious composites. Ruins.

## LISTAS DE FIGURAS

Figura 1.1 – Reforço da ponte sobre o canal Saint-Dennis na França em 1997.....	2
Figura 1.2 – Viga reforçada com chapas de aço longitudinais e transversais .....	2
Figura 1.3 – Vigas reforçadas com chapas de aço longitudinais e transversais .....	3
Figura 1.4 – Ruínas prematuras .....	5
Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação para o aço de armadura passiva .....	10
Figura 2.2 – Resistências e deformações na seção .....	12
Figura 2.3 - Diagrama parábola-retângulo e retângulo equivalente .....	13
Figura 2.4 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal .....	13
Figura 2.5 – Diagrama da distribuição de tensão da viga de Van Gemert .....	16
Figura 2.6 – Deformações e tensões propostas por Appleton (1997).....	20
Figura 2.7 – Distribuições plásticas da tensões de aderência por Appleton (1997) .....	22
Figura 2.8 – Distribuições de deformações por Charif (1980) .....	24
Figura 2.9 – Seção transformada em concreto armado .....	27
Figura 2.10 – Equilíbrio da seção reforçada.....	29
Figura 2.11 – Diferentes modos de ruína por peeling em uma viga simplesmente apoiada .....	34
Figura 2.12 – Modo de fissuração em uma seção arbitrária.....	37
Figura 2.13 – Distribuição de tensão-deformação nos diferentes componentes .....	38
Figura 2.14 – Esquema da distribuição de tensões no concreto sem (a) e com reforço de fibras (b) .....	42
Figura 2.15 – Compósitos cimentícios reforçados com volumes de fibras (VF) (A) abaixo, (B) acima e (C) igual ao volume crítico de fibras.....	43
Figura 2.16 – Fibras de aço curtas (a) longas (b) e longas coladas (c).....	45
Figura 2.17 – Curva esquemática de uma viga de CRFA .....	46
Figura 2.18 – Curva esquemática de uma viga de CRFA .....	47
Figura 2.19 – Prisma teste e sistema de apoio .....	49
Figura 2.20 – Curva carga x flecha de CRF .....	49
Figura 2.21 – Curva Carga-Deflexão e Tenacidade .....	51
Figura 2.22 – Parâmetros de flexão .....	54
Figura 2.23 – Regra do Trapézio .....	56
Figura 2.24 – Regra de Simpson .....	57
Figura 2.25 – Linhas de tendência adicionadas a curva carga-deflexão .....	57
Figura 3.1 – Aspecto geral das vigas .....	59

Figura 3.2 – Vigotas do grupo 2.....	60
Figura 3.3 – Vigotas do grupo 3,4 e 5 .....	61
Figura 3.4 – Curva granulométrica da brita.....	63
Figura 3.5 – Curva granulométrica da areia .....	64
Figura 3.6 – Projeto da fôrma para moldagem (A) .....	65
Figura 3.7 – Projeto da fôrma para moldagem (B).....	66
Figura 3.8 – Fôrmas para moldagem das vigotas e dos corpos de prova prismáticos.....	66
Figura 3.9 – Detalhamento da armadura das vigotas.....	67
Figura 3.10 – Perfil metálico tipo cantoneira 2,54 x 3,17 mm ASTM 36.....	67
Figura 3.11 – Fibras de aço utilizadas nos compósitos CC1 e CC2.....	69
Figura 3.12 – Materiais: Cimento Portland e Areia.....	70
Figura 3.13 – Materiais: Brita e Plastificante .....	71
Figura 3.14 – Fôrmas com armaduras e desmoldante .....	71
Figura 3.15 – Instrumentação do concreto, armadura e reforço.....	72
Figura 3.16 – Extensômetros elétricos uniaxiais de base 5,0 mm e 50,0 mm.....	72
Figura 3.17 – Ensaio de compressão simples .....	74
Figura 3.18 – Ensaio de módulo de elasticidade .....	74
Figura 3.19 – Corpo de prova prismático posicionado para o ensaio de flexão.....	75
Figura 3.20 – Croqui dos corpos de prova dos perfis metálicos .....	76
Figura 3.21 – Corpos de prova dos perfis metálicos após a ruptura.....	76
Figura 3.22 – Banzo da viga demarcado com disco de corte .....	77
Figura 3.23 – Processo de retirada do concreto do banzo inferior da vigota com talhadeira e ponteira.....	77
Figura 3.24 – Retirada completa do substrato de transição e vigota pronta para reconcretagem .....	78
Figura 3.25 – Retirada da nata de cimento da viga .....	78
Figura 3.26 – Vigota pronta para colagem dos perfis metálicos .....	79
Figura 3.27 – Sistema de fixação dos perfis durante a cura do adesivo .....	79
Figura 4.1 – Parâmetros de flexão .....	86
Figura 4.2 – Carga x Deflexão – G1.....	93
Figura 4.3 – Carga x Deflexão – G2.....	94
Figura 4.4 – Carga x Deflexão – G3.....	95
Figura 4.5 – Carga x Deflexão – G4.....	96
Figura 4.6 – Carga x Deflexão – G5.....	97

Figura 4.7 – Curvas médias P- $\delta$ dos grupos de 01 a 05.....	98
Figura 4.8 – Deformação das Armaduras – G1 .....	100
Figura 4.9 – Deformação das Armaduras – G2.....	101
Figura 4.10 – Deformação das Armaduras – G3 .....	102
Figura 4.11 – Deformação das Armaduras – G4.....	103
Figura 4.12 – Deformação das Armaduras – G5.....	104
Figura 4.13 – Curvas médias P- $\epsilon_a$ dos grupos de 01 a 05 .....	105
Figura 4.14 – Deformação de compressão do concreto – G1.....	106
Figura 4.15 – Deformação de compressão do concreto – G2.....	107
Figura 4.16 – Deformação de compressão do concreto – G3.....	108
Figura 4.17 – Deformação de compressão do concreto – G4.....	109
Figura 4.18 – Deformação de compressão do concreto – G5.....	110
Figura 4.19 – Curvas médias P- $\epsilon_{cc}$ dos grupos de 01 a 05 .....	111
Figura 4.20 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G2 .....	112
Figura 4.21 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G3 .....	113
Figura 4.22 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G4 .....	114
Figura 4.23 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G5 .....	115
Figura 4.24 – Curvas médias P- $\epsilon_{cm}$ dos grupos de 02 a 05 .....	116
Figura 4.25 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G2.....	117
Figura 4.26 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G3.....	118
Figura 4.27 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G4.....	119
Figura 4.28 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G5.....	120
Figura 4.29 – Curvas médias P- $\epsilon_{cext}$ dos grupos de 02 a 05 .....	121
Figura 4.30 – Ensaio de flexão V3 – G1 .....	123
Figura 4.31 – Vigotas do Grupo 01 após o ensaio de flexão.....	123
Figura 4.32 – Ensaio de flexão V1 – G2 .....	125
Figura 4.33 – Vigotas do Grupo 02 após o ensaio de flexão.....	126
Figura 4.34 – Ensaio de flexão V1 – G3 .....	128
Figura 4.35 – Vigotas do Grupo 03 após o ensaio de flexão.....	128
Figura 4.36 – Ensaio de flexão V1 – G4 .....	130
Figura 4.37 – Vigotas do Grupo 04 após o ensaio de flexão.....	130
Figura 4.38 – Ensaio de flexão V1 – G5 .....	132
Figura 4.39 – Vigotas do Grupo 05 após o ensaio de flexão.....	133

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Compósitos cimentícios reforçados com volumes de fibras (VF) (A) abaixo, (B) acima e (C) igual ao volume crítico de fibras.....	45
Tabela 3.1 – Descrição dos grupos das vigotas.....	59
Tabela 3.2 – Classificação Granulométrica da brita.....	62
Tabela 3.3 – Propriedades físicas da brita.....	63
Tabela 3.4 – Classificação Granulométrica da areia.....	64
Tabela 3.5 – Propriedades físicas da areia.....	64
Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas do Sikadur 32.....	68
Tabela 3.7 – Propriedades do graute: SikaGrout 250.....	68
Tabela 3.8 – Descrição da dosagem dos compósitos.....	69
Tabela 3.9 – Resistência flexionais e residuais dos compósitos usados em Ferrari (2007).....	69
Tabela 4.1 – Resistência à compressão simples.....	80
Tabela 4.2 – Propriedades estatísticas da resistência à compressão no dia do ensaio à flexão das vigotas.....	81
Tabela 4.3 – Resistência à tração por compressão diametral.....	82
Tabela 4.4 – Módulo de elasticidade do concreto das vigotas.....	83
Tabela 4.5 – Módulo de elasticidade do concreto do substrato.....	83
Tabela 4.6 – Propriedades mecânicas do aço das armaduras das vigotas.....	84
Tabela 4.7 – Propriedades dos aço: Perfis metálicos.....	85
Tabela 4.8 – Carga de ruína e tensão de flexão do Grupo 01 e 02.....	87
Tabela 4.9 – Carga de ruína e tensão de flexão Grupo 03.....	88
Tabela 4.10 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC1.....	89
Tabela 4.11 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC1.....	90
Tabela 4.12 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC2.....	91
Tabela 4.13 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC2.....	92
Tabela 4.14 – Valores máximos de deformação e deflexão dos ensaios de flexão das vigotas.....	99
Tabela 4.15 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão das vigotas – G1.....	122
Tabela 4.16 – Valores máximos de deformação dos ensaios de flexão – G2.....	124
Tabela 4.17 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G2.....	126
Tabela 4.18 – Valores máximos de deformação dos ensaios ensaio de flexão – G3.....	127
Tabela 4.19 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G3.....	129

Tabela 4.20 – Valores máximos de deformação dos ensaios ensaio de flexão – G4 .....	129
Tabela 4.21 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G4.....	131
Tabela 4.22 – Valores máximos de deformação dos ensaios ensaio de flexão – G5 .....	131
Tabela 4.23 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G5 .....	133
Tabela 4.24 – Valores médios de deformação, deflexão e carga última de todos os grupos ...	134
Tabela 4.25 – Valores de carga ruína .....	135
Tabela 4.26 – Valores de carga – Máxima e Peeling .....	136
Tabela 4.27 – Acréscimo de carga média de peeling experimental .....	136
Tabela 4.28 – Acréscimo de carga média de carga máxima experimental.....	137
Tabela 4.29 – Valores de carga crítica - G1 .....	137
Tabela 4.30 – Valores de carga crítica – G2.....	138
Tabela 4.31 – Valores de carga de peeling – G2 .....	138
Tabela 4.32 – Valores de carga crítica – G3.....	138
Tabela 4.33 – Valores de carga de peeling – G3 .....	139
Tabela 4.34 – Valores de carga crítica – G4.....	139
Tabela 4.35 – Valores de carga de peeling – G4 .....	139
Tabela 4.36 – Valores de carga crítica – G5.....	140
Tabela 4.37 – Valores de carga de peeling – G5 .....	140

## **LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS**

ABNT NBR – Associação Brasileira de Normas Técnicas Norma Brasileira Regulamentadora.

CEB-FIP - Comit euro-international du béton - Fédération internationale de la prcontrainte.

CMOD – Crack Mouth Opening Displacement.

CSA – Canadian Standards Association.

CRF – Concreto Reforçado com Fibras.

CRFA – Concreto Reforçado com Fibras de aço.

ELU – Estado Limite ltimo.

LOP - Limit of Proportionality.

## LISTA DE SIMBOLOS

### *Alfabeto latino*

- $A_1$ : Área da armadura interna do tirante;
- $A_2$ : Área da reforço;
- $A'_s$ : Área da armadura de compressão;
- $A_A$ : Área da alma do perfil de reforço;
- $A_M$ : Área da mesa do perfil de reforço;
- $A_{rp}$ : Área do um perfil de aço de reforço;
- $A_s$ : Área de armadura de tração;
- $A_{sw}$ : Área da seção transversal dos estribos da força cortante;
- $b_f$ : Largura da mesa do perfil de aço laminado;
- $b$ : Largura da viga – JSCE-SF4 (1984);
- $b_w$ : Menor largura da viga ao longo da altura útil;
- $cob$ : Cobrimento da armadura;
- $d'$ : Altura útil da armadura de compressão;
- $d$ : Altura útil da armadura de tração;
- $E_1$ : Módulo de elasticidade da armadura interna;
- $E_2$ : Módulo de elasticidade do reforço;
- $E_{ci}$ : Módulo de elasticidade longitudinal inicial do concreto;
- $E_{cs}$ : Módulo de elasticidade secante do concreto;
- $E_s$ : Módulo de elasticidade do aço;
- $EI_{cp}$ : Rigidez flexional da seção fissurada;
- $F$ : Carga do ensaio de três pontas;
- $f_{cd}$ : Resistência de cálculo à compressão do concreto;
- $f_{ck}$ : Resistência de característica à compressão do concreto;
- $f_{ctd}$ : Resistência de cálculo à tração do concreto;
- $f_{ctk,inf}$ : Resistência característica à tração do concreto;
- $f_{ctm}$ : Resistência de cálculo à tração média do concreto;
- $f_t$ : Tensão de escoamento do reforço;
- $f_{yd}$ : Resistência de cálculo do escoamento do aço;
- $f_{yd}'$ : Resistência de cálculo do escoamento do aço na fase linear;
- $f_{yk}$ : Resistência característica do escoamento do aço;

$f_{ywd}$ : Resistência de cálculo do escoamento da armadura transversal;

$F_L$ : Carga correspondente ao limite de proporcionalidade;

$H$ : Altura da seção de concreto armado;

$h$ : Altura do prisma – JSCE-SF4 (1984);

$hf$ : Altura do perfil de reforço;

$h_{sp}$ : Largura do prisma;

$I$ : Momento de inércia da seção transversal;

$I_{tr}$ : Momento de inércia da seção transformada;

$l$ : Vão simples do prisma – JSCE-SF4 (1984);

$L$ : Comprimento total da viga;

$L_1$ : Comprimento inicial do tirante;

$l_b$ : Comprimento da placa de apoio;

$L_{p,i}$ : Comprimento da placa de apoio inferior;

$L_{p,s}$ : Comprimento da placa de apoio superior;

$M_0$ : Momento fletor da seção descarregada/escorada;

$M_d$ : Momento fletor resistente da seção transversal;

$M_{fk}$ : Momento fletor característico;

$M_p$ : Momento fletor no momento do peeling do reforço;

$M_{ud}$ : Momento fletor resistente da seção transversal;

$M_{up}$ : Momento fletor de último na ruína peeling;

$M_{ult}$ : Capacidade de flexão de demanda;

$n$ : Fator de transformação de material aço-concreto para seção homogeneizada;

$P$ : Carga máxima do ensaio – JSCE-SF4 (1984);

$P_1$ : Força atuante no material 1 (armadura interna);

$P_{1,i}$ : Força atuante na armadura interna no instante do reforço;

$P_2$ : Força atuante no material 2 (reforço);

$P_d$ : Carga de ruína;

$P_u$ : Carga de última de ensaio;

$R_{cd}$ : Força atuante no concreto comprimido;

$R_{rp}$ : Força atuante no perfil de reforço;

$R_{sc}$ : Força atuante na armadura de compressão;

$R_{st}$ : Força atuante na armadura de tração;

$s$ : Espaçamento das camadas de armadura;  
 $T_b$ : Tenacidade – JSCE-SF (1984);  
 $t$ : Espessura do reforço na ruína peeling;  
 $tf$ : Espessura da mesa e alma do perfil;  
 $V_c$ : Parcela de força cortante resistida por mecanismo complementares da treliça;  
 $V_p$ : Esforço cortante no momento do peeling do reforço;  
 $V_{RD2}$ : Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;  
 $V_{RD3}$ : Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração da diagonal;  
 $V_{sd}$ : Força cortante solicitante de cálculo;  
 $V_{SW}$ : Parcela de força cortante resistida pela armadura transversal;  
 $Y_{rp}$ : Distância da linha neutra até o centroide do perfil;  
 $w_s$ : Largura da escora interna inclinada;  
 $w_t$ : Largura do tirante;  
 $x$ : Posição da linha neutra;  
 $x_0$ : Posição da linha neutra para situação descarregada;  
 $\emptyset M_n$ : Capacidade de flexão resistente;

### ***Alfabeto grego***

$\alpha_{v2}$ : Coeficiente de adaptação;  
 $\beta_1$ : coeficiente de ajuste da distribuição retangular do bloco de tensão de compressão;  
 $\delta_1$ : Alongamento da armadura interna;  
 $\delta_{1,i}$ : Alongamento da armadura interna no instante da instalação do reforço;  
 $\delta_2$ : Alongamento do reforço;  
 $\delta_j$ : Deslocamento da abertura da fissura tipo CMOD;  
 $\varepsilon_a$ : Deformação da armadura;  
 $\varepsilon_c$ : Deformação do concreto comprimido;  
 $\varepsilon_{c0}$ : Deformação do concreto comprimido descarregado;  
 $\varepsilon_{cm}$ : Deformação do concreto comprimido média;  
 $\varepsilon_{DIR}$ : Deformação da armadura da direita;  
 $\varepsilon_{ESQ}$ : Deformação da armadura da esquerda;  
 $\varepsilon_{rp,ef}$ : Deformação efetiva do perfil de reforço;

$\varepsilon_{rp}$ : Deformação do perfil de reforço;  
 $\varepsilon_{sc}$ : Deformação do aço comprimido;  
 $\varepsilon_{st}$ : Deformação do aço tracionado;  
 $\varepsilon_{EXT}$ : Deformação do perfil da extremidade;  
 $\varepsilon_{V\hat{A}O}$ : Deformação do perfil no vão;  
 $\varepsilon_{yd}$ : Deformação de escoamento do aço;  
 $\gamma$ : Coeficiente de minoração dos momentos últimos/serviço de ruína peeling;  
 $\gamma_s$ : Coeficiente de minoração do aço;  
 $\gamma_c$ : Coeficiente de minoração do concreto;  
 $\gamma_c$ : Coeficiente de minoração do concreto;  
 $\sigma_{sc}$ : Tensão da armadura comprimida;  
 $\sigma_{st}$ : Tensão da armadura tracionada;  
 $\sigma_{rp}$ : Tensão atuante no perfil;  
 $\sigma_{y,1}$ : Tensão de escoamento na armadura interna;  
 $\sigma_{y,2}$ : Tensão de escoamento no reforço;  
 $\emptyset$ : Fator de correção da espessura da mesa;  
 $\emptyset A'_s$ : Diâmetro da armadura comprimida;  
 $\emptyset A_s$ : Diâmetro da armadura tracionada;

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	OBJETIVOS	7
1.1.1	Objetivo Geral	7
1.1.2	Objetivo Específico	7
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>8</b>
2.1	ESTADO LIMITE ÚLTIMO ABNT NBR 6118 (2014)	8
2.1.1	Capacidade Resistente da Seção de Concreto Armado	8
2.2	REFORÇO À FLEXÃO COM PERFIS DE AÇO	14
2.2.1	Modelo proposto por Van Gemert (1990)	15
2.2.2	Modelo proposto por Appleton (1997)	20
2.2.3	Modelo proposto por Charif (1980)	23
2.2.4	Capacidade resistente da seção de concreto reforçada	26
2.2.5	Efeito de <i>peeling</i> em estruturas reforçadas com perfis metálicos	33
2.2.6	Previsão da carga de ruína prematura por <i>peeling</i> de vigotas de concreto armado reforçadas com perfis metálicos segundo Oehlers e Moran (1990)	34
2.2.7	Previsão da carga de ruína prematura por <i>peeling</i> de vigotas de concreto armado reforçadas com perfis metálicos segundo Sharma et al. (2008)	37
2.3	MATERIAIS CIMENTÍCIOS REFORÇADOS COM FIBRAS	40
2.3.1	Histórico	40
2.3.2	Concreto Reforçado com Fibras (CRF)	41
2.3.3	Definição e Tipologia de CRF	43
2.4	PROCEDIMENTOS NORMATIZADOS – ENSAIOS DE FLEXÃO	47
2.4.1	Norma: JSCE – SF4 (1984)	48
2.5	OUTROS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO	52
2.5.1	Resistência à flexão de primeira fissura	52
2.5.2	Resistências residuais	53
2.5.3	Métodos numéricos aplicados ao cálculo da tenacidade	54
<b>3</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL</b>	<b>59</b>
3.1	MATERIAIS:	61

<b>3.1.1</b>	<b>Concreto</b>	<b>61</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Plastificante</b>	<b>65</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Fôrmas</b>	<b>65</b>
<b>3.1.4</b>	<b>Armaduras das vigotas</b>	<b>67</b>
<b>3.1.5</b>	<b>Perfis Metálicos</b>	<b>67</b>
<b>3.1.6</b>	<b>Adesivo para cola do reforço</b>	<b>68</b>
<b>3.1.7</b>	<b>Materiais para moldagem do substrato de transição</b>	<b>68</b>
3.2	EQUIPAMENTOS E INSTRUMENTAÇÃO	72
3.3	ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS	73
<b>3.3.1</b>	<b>Concreto das vigotas e compósitos cimentícios do substrato de transição</b>	<b>73</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Cantoneiras metálicas</b>	<b>75</b>
3.4	RECONSTITUIÇÃO E REFORÇO DAS VIGOTAS	76
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>80</b>
4.1	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	80
<b>4.1.1</b>	<b>Resistência à compressão simples</b>	<b>80</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Resistência à tração por compressão diametral</b>	<b>82</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Módulo de elasticidade</b>	<b>83</b>
<b>4.1.4</b>	<b>Propriedades mecânicas do aço da armadura</b>	<b>84</b>
<b>4.1.5</b>	<b>Propriedades mecânicas dos perfis metálicos do reforço</b>	<b>85</b>
<b>4.1.6</b>	<b>Resistência à flexão do concreto das vigotas e dos materiais do substrato</b>	<b>85</b>
<b>4.1.7</b>	<b>Ensaio de Flexão das vigotas</b>	<b>93</b>
4.2	RESULTADOS ANALÍTICOS	135
4.3	COMPARATIVO DE VALORES	135
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>141</b>
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	143
<b>6</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>144</b>

# 1 INTRODUÇÃO

---

Segundo Figueiredo (2011), o concreto estrutural tem diversas vantagens e características que conferem a este consagrado material o posto de mais utilizado no mundo. As principais vantagens que são possíveis listar são, o baixo custo de produção, a facilidade de execução, a alta familiaridade da técnica nos canteiros de obras no país e pelo mundo, e a versatilidade do material em atender várias formas e arquiteturas mais complexas.

Ainda segundo o mesmo autor, o material tem suas desvantagens, permitindo-se listar as principais como, o comportamento notavelmente frágil, baixa capacidade de deformação em momentos anteriores a ruptura, a impossibilidade de resistir a esforços de tração após ocorrer o processo de fissuração, a baixa relação entre carga suportada e peso próprio em comparação com outros materiais, e pôr fim a incapacidade de aferir sua resistência antes da conclusão produção e cura final do material.

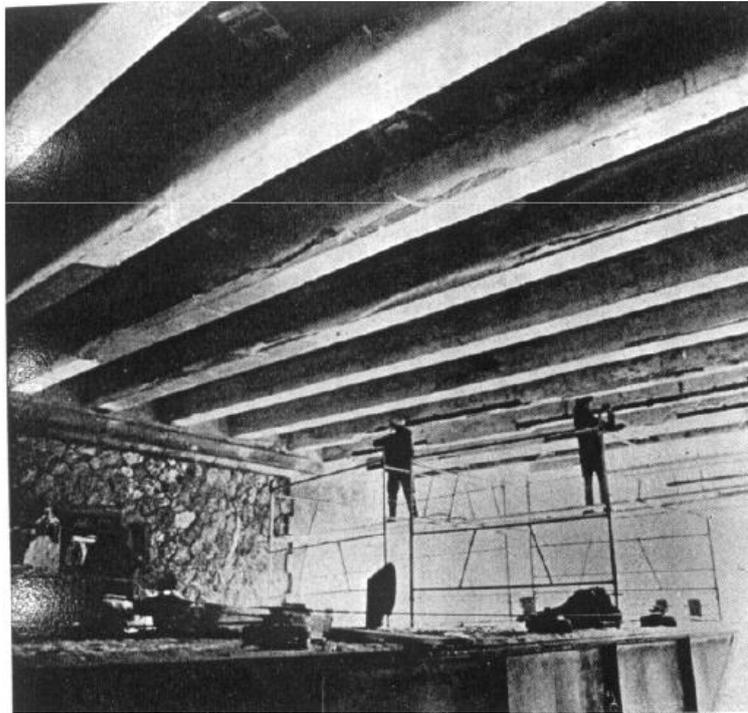
Em razão desse cenário descrito acima, houve a necessidade de melhora do material para que sua utilização fosse ampliada e difundida. A alternativa encontrada foi a introdução de materiais que resistissem à tração de forma mais efetiva que o concreto simples, sendo essa premissa fundamental do material composto entre concreto simples e aço que ficou notoriamente conhecido como concreto armado.

É de fácil percepção que o concreto armado precisa de reparos e cuidados, também é de fácil entendimento que tal material não pode ser submetido a esforços e ações, além e diferentes daquelas que foram inicialmente estabelecidas, na fase de carregamento e dimensionamento, e que se algum dos parâmetros iniciais forem modificados o concreto precisa de alterações, reparos ou até mesmo reforço.

Segundo Aykac *et al.* (2013) erros de projeto, má qualidade de materiais, erros de execução, mudança da carga de utilização, sinistros entre outros são as causas mais comuns para realização de um reforço estrutural. Existe hoje uma demanda crescente para os serviços de recuperação e reforço estrutural dentro da engenharia de estruturas, crescente também é o grau de dificuldade dos serviços levando a soluções mais elegantes e complexas.

A Figura 1.1 ilustra o reforço estrutural com chapas de aço realizado na ponte do canal Saint-Dennis na França em 1997.

**Figura 1.1 – Reforço da ponte sobre o canal Saint-Dennis na França em 1997**



Fonte: Branco (2012)

Um outro caso de recuperação e reforço estrutural é o feito em um edifício comercial em Zhengzhou na China em 2013, como ilustra as Figuras 1.2 e 1.3.

**Figura 1.2 – Viga reforçada com chapas de aço longitudinais e transversais**



Disponível em: <http://www.horseen.com/project/Bonded-steel-plate-reinforcement-Zhengzhou-department-store?page=2>

Acesso em: 25/05/2018

**Figura 1.3 – Vigas reforçadas com chapas de aço longitudinais e transversais**



Disponível em: <http://www.horseen.com/project/Bonded-steel-plate-reinforcement-Zhengzhou-department-store?page=2>

Acesso em: 25/05/2018

De acordo com as informações obtidas no site da empresa Horse Structural Strengthening Materials e em contato remoto com um funcionário da mesma empresa via web-chat, a descrição da obra e serviço de reforço são expostos a seguir: Trata-se de um edifício de seis pavimentos, onde os três primeiros são de concreto armado moldado in-loco e os pavimentos restantes de alvenaria de tijolos de concreto. Os três primeiros pavimentos têm a altura padrão de um edifício comercial chinês, cerca de 4,00 m, já os pavimentos restantes têm 3,60 m de altura.

A proposta da obra foi a alteração completa do edifício, sendo que os três pavimentos iniciais seriam reforçados estruturalmente com a colagem de chapas de aço feitas por meio de adesivo epóxi. Tal reforço seria devido a modificação do sistema construtivo dos pavimentos seguintes, estes, seriam completamente demolidos, uma nova estrutura de concreto armado seria feita com a concepção de um mesmo pé-direito padrão comercial chinês para todo edifício.

Com a limitação de informações à parte, o relato do reforço é marcante, assim como as fotos mostradas anteriormente. Destaca-se as mínimas alterações na estrutura como um todo, não utilização serviços de carpintaria e nova concretagem, etapas usuais em obras de reforço. A interrupção parcial do uso da estrutura e custos reduzidos de mão de obra e insumos são consequências dessa metodologia de reforço.

A literatura técnica versa sobre diversos tipos de reforço de estruturas e/ou elementos existentes. Segundo Arslan *et al.* (2006) algumas delas são, a aderência com chapas de aço, polímeros reforçados com fibras, protensão externa e adição de camada de um novo concreto.

Ainda segundo os referidos autores, a aderência de chapas de aço como reforço de estruturas apresenta como vantagens a facilidade de execução e a alteração mínima na geometria da estrutura, sendo a desvantagem da técnica a possibilidade de corrosão na interface entre o adesivo-chapa, o que afeta diretamente a resistência da aderência, assim como o desempenho do adesivo frente a situações de fogo.

Também sobre o reforço por colagem externa de chapas de aço, Aykac *et al.* (2013) comentam que a facilidade de aplicação, o baixo custo dos materiais envolvidos no processo e a interrupção parcial do uso da estrutura são fatores que tornam a técnica mais atrativa para melhorar o comportamento à flexão de vigas de concreto armado, quando comparada com aquela de adição de uma nova camada de concreto e de armadura ao elemento a ser reforçado.

Os autores ainda comentam que a elevada capacidade de deformação do aço-carbono utilizado nas chapas contribui para a ductilidade da viga reforçada externamente e, esse aspecto representa a vantagem dessa técnica quando comparada com aquela da colagem de polímeros reforçados com fibras. Ainda nesse sentido, o baixo custo e a facilidade de obtenção das chapas de aço em relação aos polímeros constituem outras vantagens quando feita a comparação entre as técnicas.

Estudos já realizados (Oehlers and Moran 1990; Oehlers 1992; Hussain *et al.* 1995; Raoof *et al.* 2000; Barners and Mays 2006; Sharma *et al.* 2008) indicaram que vigas de concreto armado reforçadas externamente com chapas de aço são propensas à apresentar modos de ruína prematuros e frágeis, que antecedem e impedem o desenvolvimento da capacidade de carga máxima do elemento.

A Figura 1.4 ilustra as ruínas prematuras de desprendimento, destacamento e descolagem de um prisma reforçado com a colagem de um perfil metálico tipo cantoneira.

**Figura 1.4 – Ruínas prematuras**



Fonte: Nascimento (2017)

Oehlers (1992) foi capaz de diferenciar dois modos de ruína por *peeling* da chapa: *shear peeling* e *flexural peeling*, sendo o primeiro modo iniciado por fissuras diagonais de cisalhamento e o segundo por fissuras verticais de flexão.

Leung (2001) classificou os modos de *peeling* da chapa de duas formas. Uma é quando o descolamento no meio do vão, que é provocado por fissuração no centro de elemento, se propaga em direção ao final da chapa e o segundo é descolamento no final da chapa, quando iniciado por fissuração no final da chapa, e se propaga em direção ao meio do vão.

Arslan *et al.* (2006) comentam que a ruptura da aderência de vigas de concreto reforçadas é do tipo frágil e usualmente provocada por elevadas tensões normais e de cisalhamento devido a transferência de tensões da placa para a viga.

Segundo Aykac *et al.* (2013), vários estudos focam em pesquisas sobre o mecanismo de *peeling* prematuro da chapa e os parâmetros que afetam esse modo de ruína, entre eles citam-se:

- a) Raof and Zhang (1997) que desenvolveram um modelo para o *peeling* da chapa, assumindo que o descolamento inicia-se quando a tensão de tração no concreto no nível da camada da armadura atinge a resistência à tração do concreto;

- b) Raof *et al.* (2000) usando-se o modelo de Raof and Zhang (1997), examinou o efeito de vários fatores sobre o peeling da chapa, incluindo-se a resistência do concreto, a largura da viga e o número de camadas da armadura tracionada;
- c) Sallam *et al.* (2004) estudou o efeito da substituição do concreto de cobertura por um grout sobre a ruína por peeling da chapa;
- d) Saba *et al.* (2003) mostrou que grampos devem ser posicionados na extremidade da placa para prevenir o peeling da chapa;
- e) Su and Zhu (2005) observou que a ancoragem da chapa com parafusos contribui para a capacidade de carga e a capacidade de absorção de energia da viga reforçada;
- f) Arslan *et al.* (2006) mostrou experimentalmente que a ancoragem da chapa a superfície da viga quando colada melhora a capacidade a flexão da viga de concreto reforçada;
- g) Aykac and Ozbek (2011) concluíram que a adição de chapas laterais foi eficiente como solução para melhorar a ductilidade de vigas reforçadas externamente;
- h) Aykac *et al.* (2013) estudou várias técnicas para a ancoragem da chapa de reforço à viga no sentido de comparar a influência e a eficiência de cada uma sobre o comportamento a flexão da viga reforçada.

Logo, as pesquisas têm revelado que a aderência de chapas de aço a vigas de concreto crescem substancialmente a rigidez à flexão, reduz a fissuração e as deformações do elemento e contribui para o aumento da capacidade de carga. No entanto, como comenta Arslan *et al.* (2006), o ganho de rigidez e de resistência está associado com a diminuição da ductilidade da peça reforçada.

Nascimento (2017) em sua pesquisa de mestrado, aplicada ao reforço de vigotas de concreto armado com perfis colados em toda a extensão do banzo tracionado, também constatou a impossibilidade de mobilizar toda a capacidade resistente dos elementos reforçados, em virtude da presença de ruínas prematuras caracterizadas pelo efeito de *peeling*.

Nesse sentido, dando-se sequência aos estudos de Nascimento (2017) e aplicando-se o conceito do substrato de transição, estudado por Ferrari *et al.* (2013), pretende-se aqui analisar o efeito da influência da reconstituição do banzo tracionado de vigotas sobre o comportamento à flexão do elemento reforçado.

A ideia é que a reconstituição do substrato tracionado por um material de maior resistência á flexão possa retardar ou até mesmo evitar o surgimento das ruínas prematuras

caracterizadas pela fissuração de força cortante e de momento fletor que surgem ao longo do banzo tracionado e que culminam com a ruína prematura do perfil metálico.

Com isso, espera-se que o desempenho dos elementos reforçados possa ser potencializado através de ganho de tenacidade promovido pelo controle da fissuração ao nível do banzo tracionado junto ao perfil de reforço.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

A presente pesquisa tem como objetivo geral a análise da influência de compósitos cimentícios reforçados com fibras metálicas aplicados como substrato de transição na reconstituição do banzo tracionado de vigotas de concreto armado reforçados com perfis metálicos.

A intenção é reconstituir o substrato tracionado com um material de maior resistência à flexão e tenacidade para verificar a influência sobre o modo de ruína por *peeling* prematuro, comum a tais sistema de reforços.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para o objetivo geral ser atingido, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Estudar o efeito do substrato de transição sobre o desempenho da vigota reforçada com perfis metálicos;
- b) Analisar a influência da carga, deformação, modo de ruína e o tipo de material do substrato de transição sobre o desempenho da vigota reforçada com perfis metálicos;
- c) Desenvolver estudo analítico para prever cargas de ruptura das vigotas com base na ABNT NBR 6118 (2014), tendo-se como referência os conceitos da teoria da flexão;
- d) Aplicar os modelos analíticos já existentes no estado da arte para prever a ruína prematura por *peeling* das vigotas reforçadas com perfis.
- e) Reproduzir compósitos já estudados para aplicação de substratos de transição.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

Nessa parte do estudo mostra-se uma sugestão para o dimensionamento de elementos de concreto reforçados com perfis metálicos, as luzes da ABNT NBR 6118 (2014) e também um apanhado em revista de estudos anteriores que já trataram do tema.

A norma de concreto armado brasileira, especifica que as estruturas de concreto sejam dimensionadas em ELU e verificadas em ELS. Em ELU, a ruptura poderá ocorrer de duas formas, sendo uma delas a deformação excessiva do aço tracionado da armadura e a outra o esmagamento do bloco de concreto comprimido, com a seção resistente se enquadrando no estágio III de fissuração.

As equações para o dimensionamento da armadura são inspiradas no princípio da compatibilidade de deformações e da distribuição linear das tensões ao longo da seção transversal. Aderência entre o concreto e o reforço é tido como perfeita, uma vez que o adesivo epóxi usado promove a aderência idealizada dos elementos, não havendo deslizamento entre os entes colados.

A distribuição de tensões de flexão é linear, sendo compressão na parte superior da seção, acima da linha neutra e tração na parte inferior da seção, abaixo da linha neutra. A resultante de tração no reforço é concentrada no centróide da alma e da mesa do perfil, visto que é uma seção de geometria simplificada.

### 2.1 ESTADO LIMITE ÚLTIMO ABNT NBR 6118 (2014)

#### 2.1.1 Capacidade Resistente da Seção de Concreto Armado

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2012), para se determinar a resistência de cálculo de uma dada seção transversal, é necessário saber em primeiro lugar, em qual domínio a peça está. É imperativo saber em qual domínio está situado o diagrama de deformações específicas dos materiais, o aço e concreto.

As equações a seguir são utilizadas para o cálculo das deformações do aço e concreto, em função da posição da linha neutra e do domínio da seção. Serão utilizados inequações obtidas por semelhança de triângulo, conforme o diagrama de deformações da Figura 2.2.

As Equações 2.1 a 2.9 descrevem os limites de deformações do aço e do concreto nos domínios de 2 a 4.

a) Domínio 2 – ( $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ ) máximo alongamento permitido:

$$\varepsilon_c = \frac{0,010 \cdot x}{(d - x)} \leq \varepsilon_{cu} \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 0,010}{(d - x)} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{st} = 0,010 \quad (2.3)$$

b) Domínio 3 – ( $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{cu}$ ), para o aço CA-50:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \quad (2.5)$$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} \leq \varepsilon_{st} = \frac{(d - x) \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \leq 0,010 \quad (2.6)$$

c) Domínio 4 – ( $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ ), para aço CA-50:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{(d - x) \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \leq 0,00207 \quad (2.9)$$

em que,

$\varepsilon_c$ : deformação do concreto da face comprimida;

$\varepsilon_{sc}$ : deformação da armadura comprimida;

$\varepsilon_{st}$ : deformação na armadura tracionada interna;

$x$ : posição da linha neutra;

$d$ : altura útil da armadura de tração;

$d'$ : altura útil da armadura de compressão.

Conhecendo o comportamento da curva tensão-deformação do aço, conforme ilustrado na Figura 2.3, pode-se calcular a tensão no material, tanto no aço tracionado quanto no comprimido. O valor da deformação que separa o comportamento do aço, em elástico e plástico é de  $\varepsilon_{yd}$ , valor este calculado segundo a Equação 2.10. Assim, para deformações do aço menores que  $\varepsilon_{yd}$ , o valor da tensão é calculado pela Lei de Hooke.

Por outro lado, para valores de deformação maiores que  $\varepsilon_{yd}$ , o valor da tensão fica limitado em  $f_{yd}$ , devido ao comportamento elasto-plástico perfeito do aço.

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.10)$$

O valor das tensões, tanto na armadura tracionada, quanto na comprimida são dadas pelas Equações 2.11 e 2.12, e são ilustradas a seguir:

$$\begin{cases} \sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc}, se \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{yd} \\ \sigma_{sc} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} se \varepsilon_{sc} \geq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.11)$$

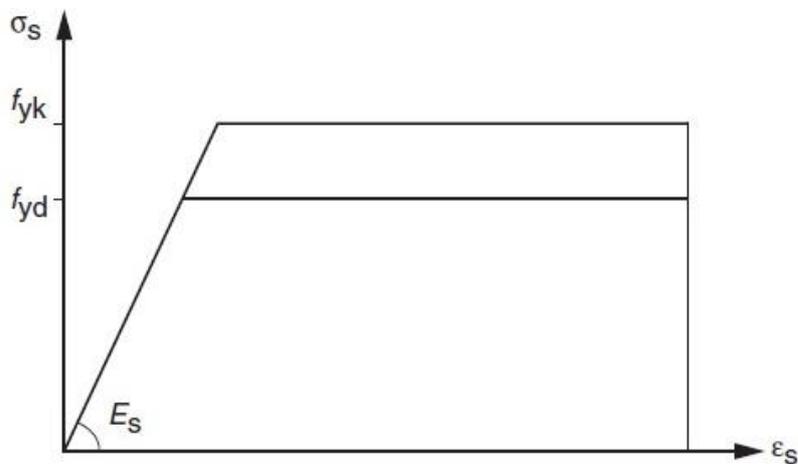
$$\begin{cases} \sigma_{st} = E_s \cdot \varepsilon_{st}, se \varepsilon_{st} \leq \varepsilon_{yd} \\ \sigma_{st} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} se \varepsilon_{st} \geq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.12)$$

em que,

$\sigma_{sc}$ : tensão do concreto da face comprimida;

$\sigma_{st}$ : tensão da armadura comprimida.

**Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação para o aço de armadura passiva**



Com isso, os valores de das forças que atuam nas armaduras, são obtidas pela multiplicação do valor das tensões pelas áreas de aço de compressão e tração, dos arranjos de barras.

Já o valor da resultante de concreto comprimido,  $R_{cd}$ , é obtido de acordo com Equação 2.13, que segundo a ABNT NBR 6118 (2014) é a área do retângulo equivalente, proveniente da distribuição de tensão de compressão do concreto, ilustrado na Figura 2.3.

$$R_{cd} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot \lambda \cdot x \quad (2.13)$$

em que,

$R_{cd}$ : resultante das forças atuantes no concreto comprimido;

$\alpha_c$ : parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão;

$f_{cd}$ : resistência de cálculo á compressão do concreto;

$bw$ : largura da seção de concreto.

$\lambda$ : relação entre a profundidade y do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva x da linha neutra;

Com o somatório das forças horizontais, o equilíbrio é obtido e representado segundo a Equação 2.14.

$$R_{st} = R_{cd} + R_{sc} \quad (2.14)$$

em que,

$R_{sc}$ : resultantes das forças atuante na armadura de compressão;

$R_{st}$ : resultante das forças atuante na armadura de tração;

Quando a Equação 2.14 for satisfeita, o valor da altura da linha neutra foi estimado como correto, a tolerância de uma iteração para outra deve ser da ordem de duas casas decimais. Com a Equação 2.14 atendida, calcula-se o momento fletor resistente da viga, em relação a armadura, conforme a Equação 2.15.

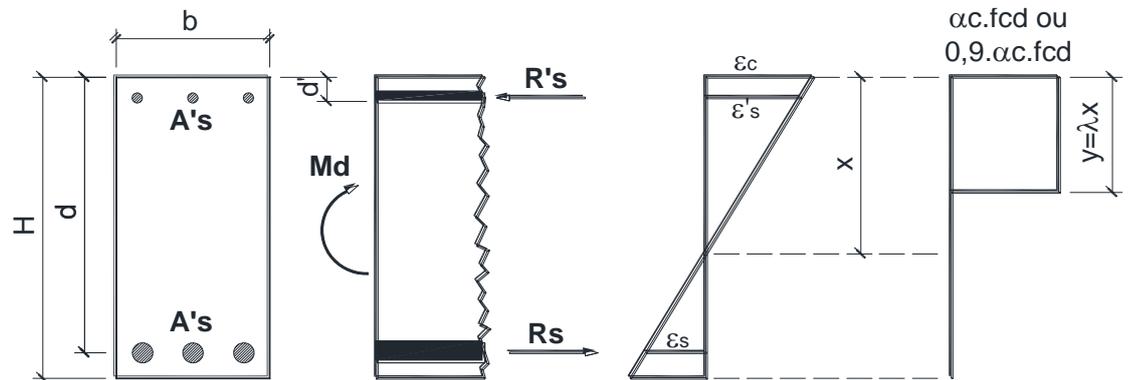
$$M_{ud} = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0,4x) + A'_s \cdot \sigma_{sc} \cdot (d - d') \quad (2.15)$$

em que,

$M_{ud}$ : momento resistente da seção transversal;

$A'_s$ : área da armadura de compressão.

**Figura 2.2 – Resistências e deformações na seção**



A primeira ação a ser tomada, antes de iniciar o reforço da estrutura, é conhecer o valor do momento máximo da viga estudada. Tal momento será obtido por meio de um algoritmo de cálculo iterativo, com a finalidade de obter-se a profundidade da linha neutra da seção.

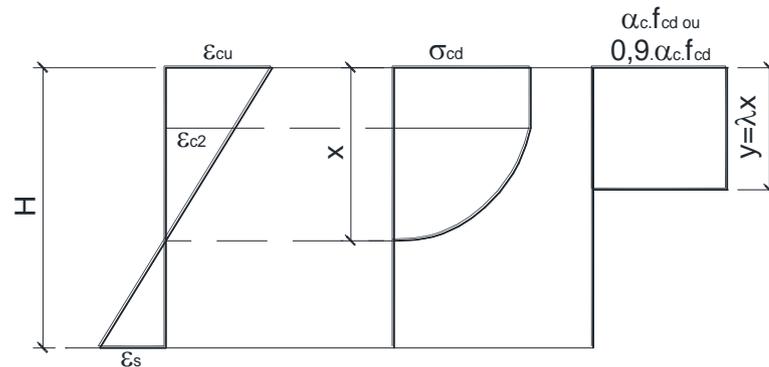
Com essa informação pode-se calcular as deformações do aço e do concreto da seção transversal assim como as resultantes de concreto comprimido. Usando tais valores, é verificado se satisfazem a somatória das resultantes horizontais e por fim o cálculo do momento resistente é realizado.

O procedimento de cálculo é feito de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) e é apresentado a seguir:

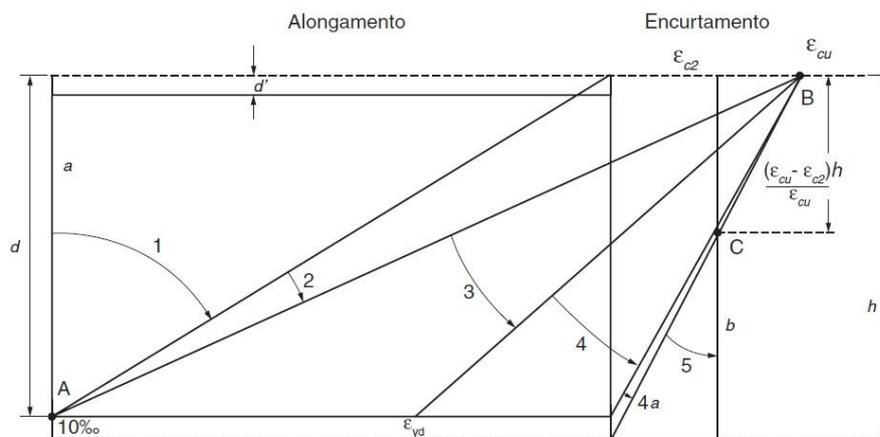
1. Adota-se um valor para linha neutra;
2. Calculam-se os valores de deformação da seção transversal;
3. Calculam-se os valores das resultantes de força de compressão e tração;
4. Faz-se o equilíbrio das forças;
5. Para isso, tomam-se as hipóteses básicas da teoria clássica para o cálculo de esforços resistentes de uma seção. Segundo a ABNT NBR 6118 (2014) essas hipóteses são:
  - a) As seções transversais planas se mantêm planas após a deformação;
  - b) O concreto fissurado é desprezado aos esforços de tração no ELU;
  - c) A aderência das superfícies concreto-aço é tida como perfeita;
  - d) A deformação do aço, tanto na compressão quanto na tração, deve ser a mesma do concreto, nas regiões próximas aos dois elementos;
  - e) A tensão da armadura deve ser obtida a partir dos diagramas de tensão-deformação previstos em norma;

- f) A distribuição da tensão no concreto é feita de acordo com o diagrama retangular, conforme a Figura 2.3, onde tem-se as seguintes observações:
- i.  $\lambda = 0,8$  – para  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ ;
  - ii.  $\lambda = \left(0,8 - \frac{f_{ck}-50}{400}\right)$  – para  $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$ ;
  - iii. Largura do retângulo equivalente:
    - a.  $\alpha \cdot f_{cd}$  – quando a largura da seção, quando medida paralelo a linha neutra, não diminuir a partir da mesma borda comprimida;
    - b.  $0,9 \cdot \alpha \cdot f_{cd}$  – em caso contrário ao exposta acima;
  - iv.  $a_c = 0,85$  para  $f_{ck} < 50 \text{ MPa}$ ;
  - v.  $a_c = 0,85 \cdot \left(1,0 - \frac{f_{ck}-50}{200}\right)$  – para  $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} < 90 \text{ MPa}$ ;
- g) O Estado Limite Último é caracterizado quando as deformações na seção transversal coincidirem com um dos domínios definidos na Figura 2.4.

**Figura 2.3 - Diagrama parábola-retângulo e retângulo equivalente**



**Figura 2.4 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal**



A Reta a e os domínios 1 e 2 correspondem ao estado limite último por deformação plástica excessiva, onde o aço têm alongamento máximo, já os domínios 3, 4, 4a, 5 e Reta b correspondem ao estado limite último por ruptura convencional, onde há ruptura do concreto por encurtamento limite.

- a) Reta a: Tração uniforme;
- b) Domínio 1: Tração não uniforme, sem compressão;
- c) Domínio 2: Flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$  e com máximo alongamento permitido).
- d) Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2012), a ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto ocorre nos seguintes domínios:
  - I. Domínio 3: Flexão simples, seção sub-armada, ou flexão composta. A seção resistente é composta por aço tracionado e concreto comprimido, com ruptura do concreto comprimido e com escoamento do aço. Ruína com grandes deformações;
  - II. Domínio 4: Flexão simples, seção super-armada, ou flexão composta. A seção resistente é composta por aço tracionado e concreto comprimido, com ruptura do concreto comprimido e aço tracionado sem escoamento. Ruína frágil sem advertência.
  - III. Domínio 4a: Flexão composta com armaduras comprimidas;
  - IV. Domínio 5: Compressão não uniforme, sem tração;
  - V. Reta b: Compressão uniforme.

## 2.2 REFORÇO À FLEXÃO COM PERFIS DE AÇO

Segundo Souza e Ripper (1998), a utilização de chapas finas de aço para reforçar estruturas que sofrem flexão é uma técnica moderna, que quando executada com afino demonstra resultados eficientes.

Os autores também salientam que, a eficiência do reforço está atrelada a qualidade da resina empregada para a cola, da preparação da superfície a serem coladas e da execução do reforço. O reforço de peças estruturais tem início na década de 70 com os estudos de L'Hermite e J. Bresson, com uma hipótese muito simples, tratando-se de colar chapas finas de aço à superfície de concreto com uma resina epóxi, compondo assim um novo elemento estrutural, heterogêneo, com as fases de concreto, resina e aço.

Diversos pesquisadores no mundo todo estudaram tal técnica, na Europa, Oriente Médio, Ásia e Oceania. Na esfera nacional destaca-se os estudos de Campagnolo *et al.* (1995) e Silveira e Souza (1995).

Ainda segundo Souza e Ripper (1998), é importante seguir as orientações de códigos, sendo um dos mais utilizados o CEB-FIP, que tem por recomendações as seguintes premissas:

- I. Espessura da cola inferior à 1,5 mm;
- II. Espessura da chapa inferior a 3,0 mm;
- III. Incremento de reforço inferior a 50% da situação inicial, tanto para flexão quanto para o cisalhamento;

É interessante que, antes de iniciar o cálculo de reforço dos elementos os dados de contorno inicial estejam bem determinados, sendo eles, dados geométricos da seção, posição das armaduras, classe do concreto, tipo do aço entre outros. Ao final, o reforço consiste em determinar área de aço das chapas que serão aderidas, assim como o comprimento de ancoragem desses elementos de reforço.

### **2.2.1 Modelo proposto por Van Gemert (1990)**

Para Van Gemert (1990), a distribuição de tensões na seção transversal no momento da colagem dos elementos de reforço externos, têm uma importância relevante no cálculo das áreas de reforço. O ELU têm uma importância secundária, uma vez que, as considerações de domínio plástico, podem levar a erros, visto que a seção transversal em serviço está no domínio elástico.

Souza e Ripper (1998), destacam premissas da teoria de elasticidade, que no modelo de Van Gemert são válidas, sendo elas enumeradas a seguir:

- I. Aço e concreto são materiais elásticos;
- II. A seção transversal permanece plana ao longo do eixo da viga;
- III. O concreto está fissurado na zona tracionada.

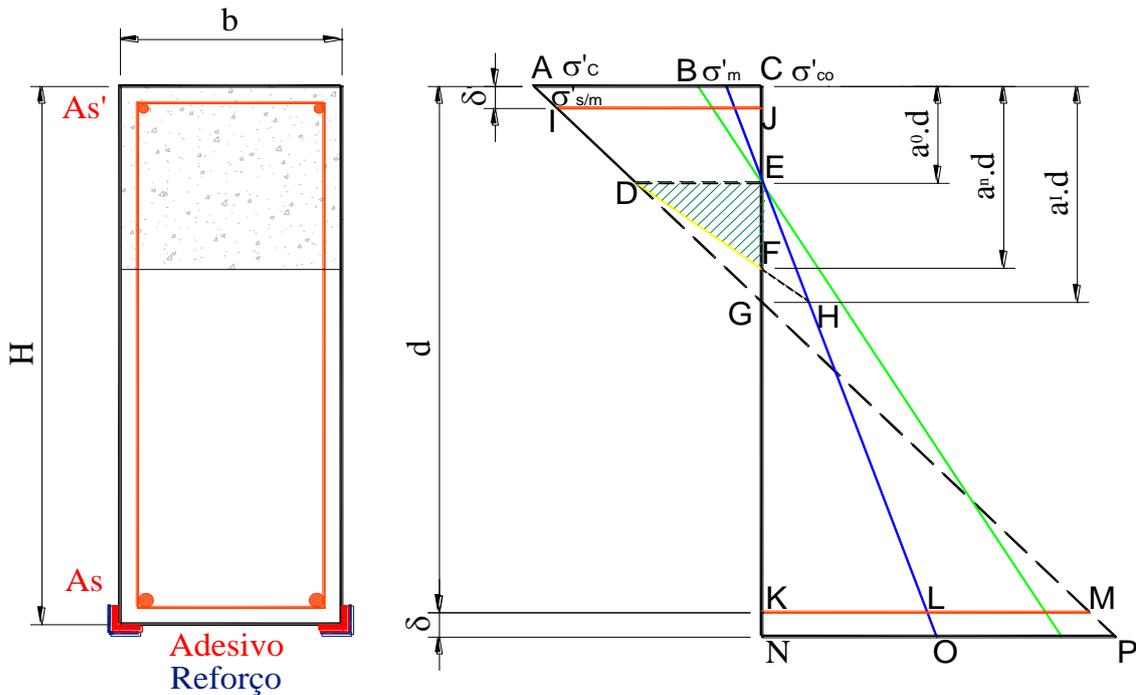
A ligação entre o substrato da viga e o elemento reforçador é perfeita, sendo assim, não há manifestação de deslizamento entre os materiais e a espessura da cola é desprezível.

Van Gemert (1990) denomina como  $M_0$  o momento fletor máximo que a seção pode suportar em condições de serviço, para esse mesmo momento, a tensão de compressão na

fibra mais comprimida é  $\sigma'_M$ . O eixo neutro está situado a uma distância  $\alpha_0 \cdot d$  do topo da seção, que deve ser calculada como o centróide da seção fissurada transformada.

A Figura 2.5 ilustra a distribuição de tensões ao longo da seção transversal, tanto para a situação de carregamento, quanto para outras situações nas demais etapas de reforço.

**Figura 2.5 – Digrama da distribuição de tensão da viga de Van Gemert**



As tensões de compressão, que estão localizadas entre  $\alpha_0 \cdot d$  e  $\alpha_1 \cdot d$ , só surgirão se as deformações oriundas das trações do momento fletor  $M_0$  forem contrabalançadas pelas deformações de compressão do momento fletor resultante da subtração  $M_n - M_0$ . Dessa forma, o valor de  $\alpha_n$  ficará entre  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$ , criando assim uma zona de tensões nulas.

As deformações permanecem com distribuição linear, tendo o início em  $\sigma'_{s/m}$  em que  $m$  é o fator de transformação dos materiais, aço e concreto. Com o equilíbrio da seção resistente em relação a posição do reforço, como mostra a Figura 2.5, obtém-se o valor para  $M_n$ , segundo a Equação 2.16:

$$M_n = \left[ \sigma'_{c1} \cdot \alpha_0 \cdot d \cdot \left( h - \frac{\alpha_0 \cdot d}{2} \right) + (\sigma'_c + \sigma'_{c1}) \cdot \frac{\alpha_0 \cdot d}{2} \cdot \left( h - \frac{\alpha_0 \cdot d}{3} \right) \right] \cdot b \quad (2.16)$$

$$+ \left[ \sigma'_{c1} \cdot (\alpha_n + \alpha_0) \cdot \frac{d}{2} \cdot \left[ h_t - \left[ \alpha_0 \cdot d + (\alpha_n + \alpha_0) \cdot \frac{d}{2} \right] \right] \right] \cdot b$$

$$+A'_s \cdot (m - 1) \cdot \frac{\sigma'_s}{m} \cdot (h - \delta') - \frac{\sigma_s}{m} \cdot A_s \cdot m$$

em que,

- $M_n$ : momento máximo para a viga reforçada;
- $\sigma'_{c1}$ : tensão no concreto na profundidade da linha neutra;
- $\sigma'_s$ : tensão na armadura comprimida, quando atua  $M_n$  em uma viga descarregada;
- $\sigma'_c$ : tensão máxima no concreto comprimido, quando atua  $M_n$  em uma viga descarregada;
- $\sigma_s$ : tensão na armadura de tração existente, quando atua  $M_s$ ;
- $\alpha_0 \cdot d$ : posição da linha neutra para  $M_n$  e  $M_0$ ;
- $\alpha_n$ : fator que define a posição da linha neutra quando atua  $M_n$ ;
- $h$ : altura total da viga, da face comprimida até o cg do reforço;
- $b$ : largura da seção de concreto;
- $d$ : altura útil;
- $\delta$ : distância do cg da armadura positiva para o cg do reforço;
- $\delta'$ : distância do cg da armadura negativa para a face comprimida de concreto;
- $A'_s$ : área da armadura de compressão;
- $A_s$ : área da armadura de tração;
- $m$ : fator de transformação de material.

As Equações 2.17 a 2.19 são definidas com base na seção reforçada da viga, ilustrada na Figura 2.5.

$$h = d + \delta \quad (2.17)$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d \quad (2.18)$$

$$A'_s = \rho' \cdot b \cdot d \quad (2.19)$$

em que,

- $\rho$ : taxa de armadura positiva;
- $\rho'$ : taxa de armadura negativa.

Com o uso de relações de semelhança de triângulos, no diagrama de distribuição de tensões da Figura 2.5 e das Equações 2.17 a 2.19, é possível obter as expressões de tensão em

função da tensão máxima de compressão do concreto,  $\sigma'_c$ , e do coeficiente que estipula a posição final da linha neutra,  $\alpha_n$ , como apresentado a seguir nas Equações 2.20 a 2.22:

$$\sigma'_s = m \cdot \left( \sigma'_c \cdot \frac{a_n - \frac{\delta'}{d}}{a_n} + \sigma'_{co} \cdot \frac{\delta'}{d} \cdot \frac{a_n - a_0}{a_n \cdot a_0} \right) \quad (2.20)$$

em que,  $\sigma'_{co}$ : tensão máxima no concreto comprimido, quando atua  $M_0$ ;

$$\sigma_s = m \cdot \left( \frac{1 - a_n}{a_n} \cdot \sigma'_c + \frac{a_n - a_0}{a_n \cdot a_0} \cdot \sigma'_{co} \right) \quad (2.21)$$

$$\sigma_{A,n} = m \cdot \left[ \left( \frac{1 - \frac{\delta}{d}}{a_n} \right) \cdot \sigma'_c - \frac{\sigma'_{co}}{a_0} \cdot \left( \frac{(a_n - a_0) \cdot \left(1 + \frac{\delta}{d}\right)}{a_n} + \left(1 + \frac{\delta}{d} - \alpha_0\right) \right) \right] \quad (2.22)$$

em que,  $\sigma_{A,n}$ : tensão no reforço tracionado externo, quando atua  $M_n$ ;

Os valores referentes ao estado de tensões na fase de descarregamento podem ser obtidos de acordo com a teoria de flexão de elementos de concreto armado quando se encontram no Estádio II. Desta forma, com a substituição da Equação 2.17 na Equação 2.22, é possível determinar  $M_n$  com a Equação 2.23:

$$M_n = \frac{b \cdot d \cdot \alpha_0}{\alpha_n} \cdot \sigma_c \cdot [X] + \frac{b \cdot d^2 \cdot (\alpha_n - \alpha_0) \cdot \alpha_0}{\alpha_n} \cdot \sigma'_{co} \cdot [Y] \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} [X] = & - \left[ \frac{\alpha_n - \alpha_0}{3} \cdot \alpha_0 + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)^2}{6 \cdot \alpha_0} \cdot (\alpha_n - \alpha_0)^2 + \frac{\alpha_n \cdot \alpha_0}{6} \right] \quad (2.24) \\ & + \left(1 + \frac{\delta}{d}\right) \cdot \left[ \frac{\alpha_n - \alpha_0}{2} + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)^2}{2 \cdot \alpha_0} + \frac{\alpha_n}{2} \right] + (m + 1) \cdot \frac{\alpha_n - \frac{\delta'}{d}}{\alpha_0} \cdot \rho' \\ & \cdot \left(1 + \frac{\delta}{d} - \frac{\delta'}{d}\right) - m \cdot \frac{1 - \alpha_n}{\alpha_0} \cdot \rho \cdot \frac{\delta}{d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[Y] = & - \left[ \frac{\alpha_0}{3} \cdot \alpha_0 + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)}{6 \cdot \alpha_0} \cdot (\alpha_n + 2 \cdot \alpha_0) \right] + \left( 1 + \frac{\delta}{d} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha_n - \alpha_0}{2 \cdot \alpha_0} \right) \\
& + \frac{\delta}{d \cdot \alpha_0^2} \cdot \left[ (m - 1) \cdot \rho' \cdot \frac{\delta'}{d} \cdot \left( 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{\delta'}{d} \right) + m \cdot \rho \right] \\
& + \left( 1 + \frac{\delta}{d} \right) \cdot \left[ \frac{\alpha_n - \alpha_0}{2} + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)^2}{2 \cdot \alpha_0} + \frac{\alpha_n}{2} \right] + (m + 1) \cdot \frac{\alpha_n - \frac{\delta'}{d}}{\alpha_0} \cdot \rho' \\
& \cdot \left( 1 + \frac{\delta}{d} - \frac{\delta'}{d} \right) - m \cdot \frac{1 - \alpha_n}{\alpha_0} \cdot \rho \cdot \frac{\delta}{d}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Nas Equações 2.23 e 2.25 as duas incógnitas são  $\sigma'_c$  e  $\alpha_n$ , e sendo ambas variáveis correlacionadas entre si, a solução se dá quando as Equações 2.26 a 2.29 são atendidas.

$$\sigma_s \leq \sigma_{sR} \tag{2.26}$$

$$\sigma'_s \leq \sigma'_{sR} \tag{2.27}$$

$$\sigma_{A,n} \leq \sigma_{A,nR} \tag{2.28}$$

$$\sigma'_s \leq \sigma'_{cR} \tag{2.29}$$

em que,

$\sigma_{sR}$ : tensão admissível na armadura tracionada;

$\sigma'_{sR}$ : tensão admissível na armadura comprimida;

$\sigma_{A,nR}$ : tensão admissível no perfil de reforço;

$\sigma'_{cR}$ : tensão admissível no concreto.

A área de reforço pode ser calculada pelo equilíbrio da seção reforçada do diagrama de tensões da Figura 2.5, quando há a atuação de  $M_n$ . Após os ajustes matemáticos, a taxa de reforço pode expressa pela Equação 2.30:

$$\rho_n = \frac{1}{2 \cdot \sigma_{s,n}} \cdot \left[ \alpha_n \cdot \sigma'_c + (\alpha_n - \alpha_0) \cdot \sigma'_{c0} + 2 \cdot \frac{m - 1}{m} \cdot \sigma'_s \cdot \rho' - 2 \cdot \sigma_s \cdot \rho \right] \tag{2.30}$$

em que,

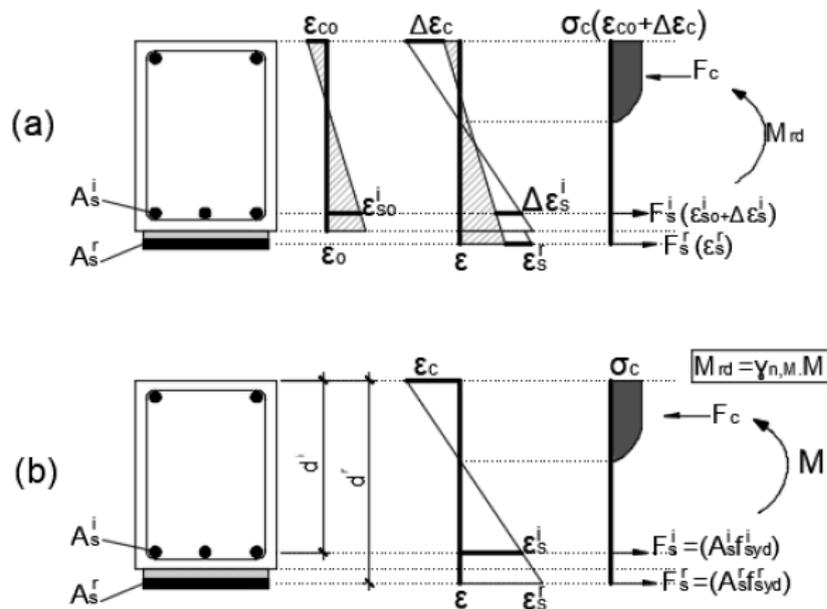
$\rho_n$ : taxa de armadura do reforço.

### 2.2.2 Modelo proposto por Appleton (1997)

Com base na Figura 2.6 (a), é possível visualizar o modelo do comportamento do ELU de uma seção de um elemento de concreto armado que foi reforçado e a compatibilização entre as deformações foram realizadas. A parte (b) da figura, diz respeito ao dimensionamento pelo método dos coeficientes globais, uma vez que, pode-se atribuir um coeficiente de monolitismo de  $\gamma_{n,M} = 1,0$ , para a flexão e  $\gamma_{n,V} = 0,9$ , para a força cortante.

Tendo estabelecido tal relação, determina-se o momento fletor resistente  $M_{rd}$ , admitindo-se que a seção é monolítica e existe aderência perfeita. O cálculo é feito pelo equilíbrio da seção resistente, como ilustra a Figura 2.6 (b):

**Figura 2.6 – Deformações e tensões propostas por Appleton (1997)**



Fonte: Appleton (1997) – Adaptada

Tendo em vista a proximidade da armadura tracionada e a área de aço do reforço, o cálculo do momento resistente pode ser efetuado com a adoção de uma armadura equivalente,  $A_s^{eq}$ , com uma resistência de cálculo  $f_{syd}^i$ , posicionada no centróide dessas armaduras, conforme ilustra a Equação 2.31:

$$M_{rd} = A_s^{eq} \cdot z^{eq} \cdot f_{syd}^i = A_s^i \cdot z^i \cdot f_{syd}^i + A_s^r \cdot z^r \cdot f_{syd}^r \quad (2.31)$$

em que,

- $M_{rd}$ : momento resistente de cálculo da seção reforçada;
- $A_s^{eq}$ : área de aço da armadura equivalente tracionada, igual a soma da armadura interna com a chapa de reforço;
- $z^{eq}$ : distância do centroide da armadura equivalente até a resultante da força de compressão;
- $f_{syd}^i$ : tensão de escoamento de cálculo da armadura tracionada interna;
- $A_s^i$ : área de aço da armadura tracionada interna;
- $z^i$ : distância do centroide da armadura tracionada interna até a resultante da forças de compressão;
- $A_s^r$ : área de aço da armadura tracionada externa (reforço);
- $z^r$ : distância do centroide da armadura tracionada externa até a resultante da forças de compressão;
- $f_{syd}^r$ : tensão de escoamento de cálculo da armadura tracionada externa (reforço).

Com a simplificação de que,  $z \cong 0,9 \cdot d$ , a equação 2.31 pode ser reescrita conforme a Equação 2.32:

$$M_{rd} = A_s^{eq} \cdot 0,9 \cdot d^{eq} \cdot f_{syd}^i = f_{syd}^i \cdot \left( A_s^i \cdot 0,9 \cdot d^i + A_s^r \cdot 0,9 \cdot d^r \cdot \frac{f_{syd}^r}{f_{syd}^i} \right) \quad (2.32)$$

em que,

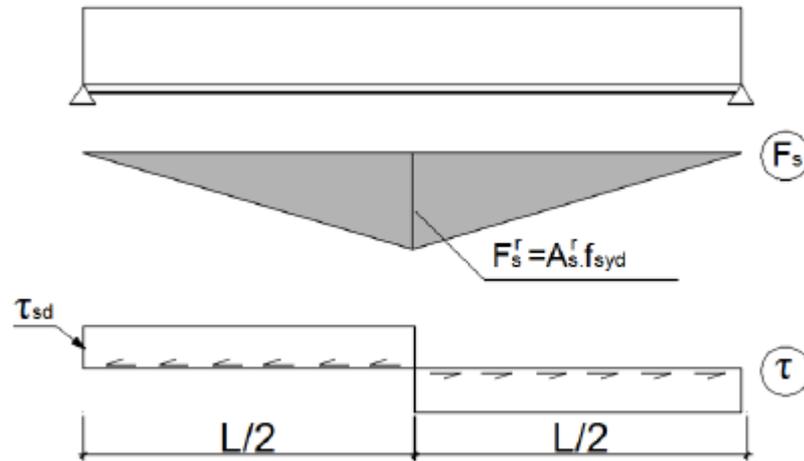
- $d_{eq}$ : distância do centróide da armadura equivalente até a face comprimida do concreto.

Esse procedimento permite a utilização de tabelas de dimensionamento de armaduras, sendo a área de reforço determinada pela Equação 2.33:

$$A_s^{eq} = \frac{f_{syd}^r}{f_{syd}^i} \cdot \left( A_s^{eq} \cdot \frac{d^{eq}}{d^r} - A_s^i \cdot \frac{d^i}{d^r} \right) \quad (2.33)$$

A ligação aço-concreto é feita admitindo-se a transferência de tensões de cisalhamento de forma plástica e uniforme, como ilustra a Figura 2.7:

**Figura 2.7 – Distribuições plásticas das tensões de aderência por Appleton (1997)**



Fonte: Appleton (1997) – Adaptada

Segundo Appleton (1997) a verificação da aderência do aço junto ao concreto se dá quando as Equações 2.34 e 2.35 são verificadas:

Ligação sem chumbador metálico:

$$F_{sd} = A_{sd}^r \cdot f_{syd}^r \leq \tau_{sb} \cdot b \cdot \frac{L}{2} \quad (2.34)$$

em que,

$\tau_{sb}$ : o menor valor entre:  $\begin{cases} f_{ct,min} \\ 2,0 \text{ MPa} \end{cases}$

$b$ : largura da chapa de reforço;

$L$ : comprimento do reforço.

Ligação com chumbador metálico:

$$F_{sd} = A_{sd}^r \cdot f_{syd}^r \leq n \cdot F_b + \gamma \cdot \tau_{sb} \cdot b \cdot \frac{L}{2} \quad (2.35)$$

em que,

$F_b$ : valor de cálculo da força resistente de um parafuso;

$n$ : número de parafuso colocados no comprimento  $L/2$ ;

$\gamma \cdot \tau_{sb}$ : tensão de aderência aço/resina/concreto mobilizada simultaneamente com  $F_b$ , que pode-se adotar 0,5 MPa.

A verificação de segurança da ligação pode ser efetuada sob as condições de serviço, sendo assim as tensões atuantes de corte calculadas através da avaliação do fluxo de cisalhamento elástico.

A ligação da chapa reforçada com parafusos metálicos funciona também em serviço por meio da colagem da resina já os parafusos tem sua função principal no reforço da capacidade última da ligação.

### 2.2.3 Modelo proposto por Charif (1980)

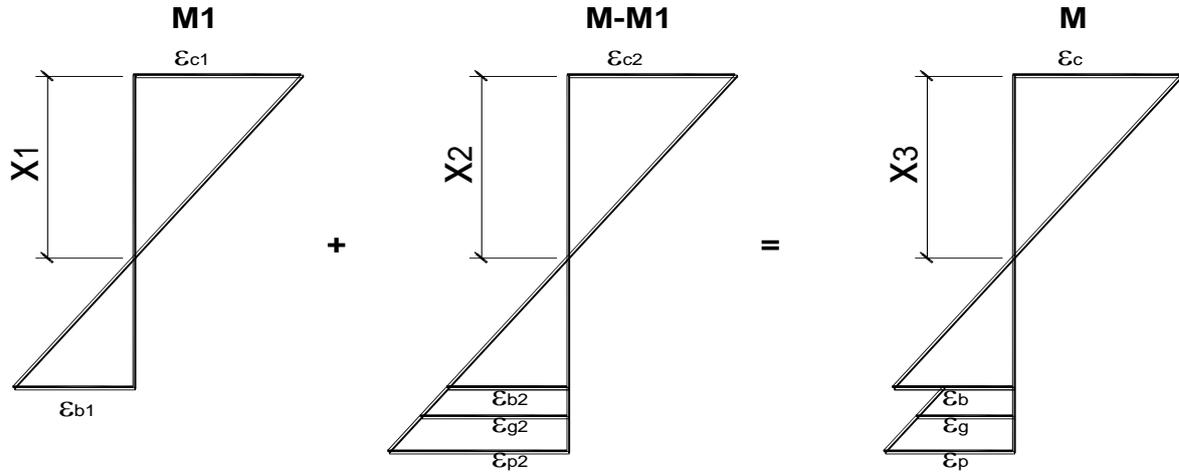
Em seu modelo, Charif (1980), discorre sobre três métodos de verificação teórica da capacidade de flexão de uma viga de concreto armado reforçado com elementos de reforço externo. Neste modelo, o autor baseia-se nas seguintes premissas, para consolidar o Método da Compatibilidade de Deformações:

- I. Seções planas permanecem planas após deformadas, com variações pequenas ao longo da profundidade da viga;
- II. O concreto tracionado, fissurado, tem sua contribuição desprezada;
- III. O bloco de compressão da zona comprimida do concreto, tem seu valor constante, com módulo no valor de  $0,6 \cdot f_{cu}$ ;
- IV. A deformação de compressão última do concreto, no bloco de compressão da seção resistente, tem valor igual a 3,5%.

São considerados dois estágios de carga nesse modelo, o pré-carregamento, onde a seção encontra-se em Estádio II, sendo assim, o concreto tracionado é desprezado e os materiais estão no regime elástico-linear. O outro estágio é o crítico, onde atuará o momento  $M_1$ , sendo os materiais ainda regidos pelo regime elástico linear.

A Figura 2.8 ilustra a distribuição de deformações na seção transversal para os estágios de pré-carregamento e momento total.

**Figura 2.8 – Distribuições de deformações por Charif (1980)**



A solução desse método é obtido de forma iterativa, seguindo a sequência abaixo:

- Adoção da profundidade da linha neutra;
- Obtenção das deformações por semelhança de triângulos (armadura interna, adesivo, reforço);
- Obtenção das resultantes de compressão e tração de tais materiais, com o uso das deformações calculadas no passo anterior;
- Verificação do valor da igualdade de resultante de forças, caso não satisfeita, outro valor de profundidade de linha neutra será atribuído até a verificação da igualdade de resultante, a convergência do método.

As iterações devem ser feitas usando as Equações 2.36 a 2.46.

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035 \quad (2.36)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{d_b - x}{x} \quad (2.37)$$

$$\varepsilon_g = (\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}) \cdot \frac{d_g - x}{x} \quad (2.38)$$

$$\varepsilon_p = (\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}) \cdot \frac{d_p - x}{x} \quad (2.39)$$

$$\text{se } \varepsilon_b > \varepsilon_{b0}, \text{ então } \varepsilon_b = \varepsilon_{b0} \quad (2.40)$$

$$\text{se } \varepsilon_g > \varepsilon_{g0}, \text{ então } \varepsilon_g = \varepsilon_{g0} \quad (2.41)$$

$$\text{se } \varepsilon_p > \varepsilon_{p0}, \text{ então } \varepsilon_p = \varepsilon_{p0} \quad (2.42)$$

$$T = A_b \cdot E_b \cdot \varepsilon_b + A_g \cdot E_g \cdot \varepsilon_g + A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_p \quad (2.43)$$

$$C = 0,6 \cdot b \cdot x \cdot f_{cu} \quad (2.44)$$

$$\text{se } \frac{C}{T} > 1,001 \text{ ou } \frac{C}{T} < 0,999 \therefore$$

$$\text{Então: } x = \frac{T + C}{2 \cdot (0,6 \cdot b \cdot f_{cu})} \quad (2.45)$$

em que,

$\varepsilon_{cu}$ : deformação última do concreto;

$\varepsilon_b$ : deformação da armadura interna tracionada;

$\varepsilon_{b1}$ : deformação da armadura quando atua o pré-carregamento;

$\varepsilon_g$ : deformação no adesivo;

$\varepsilon_p$ : deformação na chapa de reforço;

$\varepsilon_{b0}$ : deformação de escoamento na armadura interna tracionada;

$\varepsilon_{g0}$ : deformação do escoamento do adesivo;

$\varepsilon_{p0}$ : deformação de escoamento da chapa de reforço;

$d_b$ : profundidade da armadura interna tracionada a partir da face comprimida;

$d_g$ : profundidade do adesivo a partir da face comprimida;

$d_p$ : profundidade da chapa de reforço a partir da face comprimida;

$E_b$ : Módulo de Elasticidade da armadura interna tracionada;

$E_g$ : Módulo de Elasticidade do adesivo;

$E_p$ : Módulo de Elasticidade da chapa de reforço;

$A_b$ : Área da armadura interna tracionada;

$A_g$ : Área do adesivo;

$A_p$ : Área da chapa do reforço;

$C$ : Resultante da força de compressão;

$T$ : Resultante da força de tração;

$b$ : largura da seção de concreto;

$f_{cu}$ : tensão de compressão última do concreto;

Após a convergência do processo, calcula-se o momento resistente,  $M_u$ , de acordo com a Equação 2.46:

$$M_u = A_b \cdot E_b \cdot \varepsilon_b \cdot \left(d_b - \frac{x}{2}\right) + A_g \cdot E_g \cdot \varepsilon_g \cdot \left(d_g - \frac{x}{2}\right) + A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_p \cdot \left(d_p - \frac{x}{2}\right) \quad (2.46)$$

### 2.2.4 Capacidade resistente da seção de concreto reforçada

Nessa seção do trabalho é apresentada uma rotina de cálculo para o dimensionamento de reforço de estruturas de concreto armado com a colagem extra de perfis de aço, atentando-se para as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014).

Devido a efeitos de comparação, tal metodologia é a mesma utilizada em Nascimento (2017) o qual se suportou em Charif (1980) para realizar o dimensionamento dos perfis metálicos adicionados como reforço. Charif (1980) propõem o dimensionamento as luzes do Método de Compatibilidade de Deformações, em que conhece-se a área de reforço, supõem-se aderência perfeita entre os elementos envolvidos na colagem, sem deslizamento, distribuição de tensão é elástica, linear, zero no eixo neutro e máxima nas extremidades da seção. Também se considera que as resultantes estão concentradas nos centróides do bloco de compressão do concreto, armadura comprimida, armadura tracionada e nos elementos de mesa inferior e alma do perfil reforçador.

Sendo assim, diante da constatação de um cenário onde há a necessidade de reforço à flexão, inicia-se o dimensionamento do reforço metálico. Com a área de reforço conhecida,  $A_{rp}$ , é calculado a capacidade resistente da viga, agora reforçada, com concreto, armadura interna e reforço aderido com resina epóxi.

A primeira ação a ser tomada é conhecer a deformação da seção transversal no momento e no local que o reforço será instalado, na condição de pré-carregamento. Como o perfil utilizado tem uma geometria simples, pode-se adotar que a resultante estará concentrada no centróide da seção do perfil. A área do perfil é dada pela Equação 2.47, a qual corrige o valor da área devido a variações de espessura.

$$A_{rp} = b_f \cdot t_f + (h_f - t_f) \cdot t_w \cdot \emptyset \quad (2.47)$$

em que,

$b_f$ : largura da mesa do perfil conforme o fabricante;

$t_f$ : espessura da mesa do perfil conforme o fabricante;

$t_w$ : espessura da alma do perfil conforme o fabricante;

$h_f$ : altura do perfil conforme o fabricante;

$\emptyset$ : fator de correção da espessura da mesa.

A altura do centróide do reforço é obtido conforme a Equação 2.48:

$$Y_{rp} = H - x - y_{cg} \quad (2.48)$$

em que,

$H$ : altura da seção de concreto armado;

$x$ : profundidade da linha neutra;

$h_f$ : altura do perfil conforme o fabricante;

$y_{cg} = 0,76 \text{ cm}$  - altura do cg do perfil conforme o fabricante;

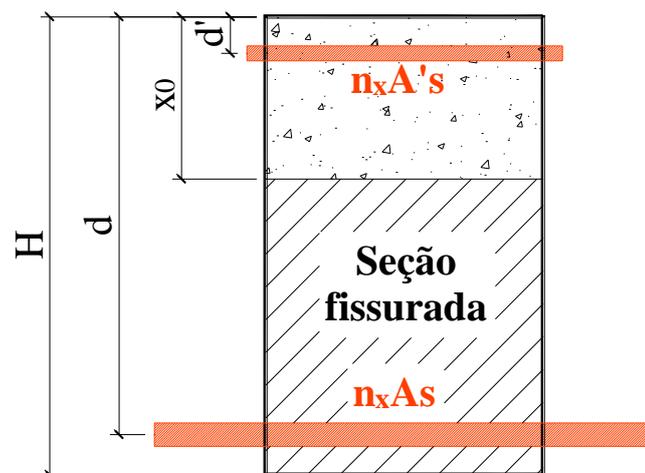
No Apêndice D, é exposto em detalhes o cálculo do  $y_{rp}^i$ , altura do cg da alma do perfil e do  $y_{rp}^{minf}$ , altura do cg da mesa inferior do perfil.

Para o cálculo das deformações, faz-se a divisão dos elementos da cantoneira em alma e aba. Em seguida, define-se as cargas na estrutura no momento da execução e com o escoramento, com isso é possível determinar a deformação efetiva do reforço, após a aplicação da cargas de uso.

Essa deformação efetiva é a subtração da deformação da viga carregada para a viga no instante da fixação do reforço, condição inicial.

Com o uso das cargas definidas, calculam-se os esforços internos em serviço e a posição da linha neutra,  $x_0$ , para a seção fissurada homogeneizada em Estádio II, com o cálculo da seção transformada de materiais, como ilustra a Figura 2.9:

**Figura 2.9 – Seção transformada em concreto armado**



O cálculo da linha neutra se dá com o equilíbrio do momento estático, conforme demonstrado em Apêndices.

Com esses dados em mãos o valor da deformação do reforço  $\varepsilon_{rp}$  é obtida por semelhança de triângulo, em vista da Figura 2.3, matematicamente ilustrada na Equação 2.49:

$$\frac{\varepsilon_{rp}}{(H - x)} = \frac{\varepsilon_{st}}{(d - x)} \quad (2.49)$$

em que,

$H$ : altura da seção;

$\varepsilon_{rp}$ : deformação do reforço de perfis;

$\varepsilon_{st}$ : deformação na armadura tracionada interna.

Já o valor da deformação existente na seção de concreto descarregada é obtido pela Lei de Hooke adaptada, como ilustra a Equação 2.50:

$$\varepsilon_{c0} = \frac{M_0 \cdot Y_{rp}}{I_{tr} \cdot E_{cs}} \quad (2.50)$$

em que,

$M_0$ : momento fletor da seção descarregada/escorada;

$Y_{rp}$ : posição do cg da resultante de aço do perfil de reforço em relação a linha neutra;

$I_{tr}$ : momento de inércia da seção transformada;

$E_{cs}$ : módulo de elasticidade secante do concreto.

Com isso faz-se o cálculo da altura útil equivalente por meio da média ponderada das áreas de aço, conforme mostra a Equação 2.51:

$$d_{eq} = \frac{A_s \cdot d + 2 \cdot A_{rp} \cdot d_{rp}}{A_s + 2 \cdot A_{rp}} \quad (2.51)$$

em que,

$d_{eq}$ : distância da borda comprimida da seção de concreto até o centróide das armaduras positivas;

$A_s$ : área da armadura tracionada;

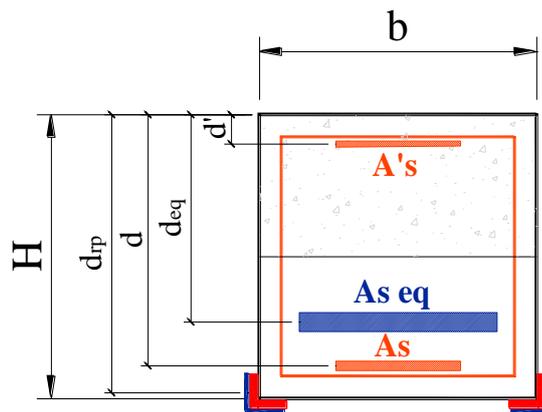
$d$ : altura útil da armadura tracionada;

$A_{rp}$ : área de aço da armadura comprimida;

$d_{rp}$ : distância da borda comprimida da seção de concreto até o centróide dos perfis de reforço;

O equilíbrio da seção reforçada, levando em contas as áreas de aço e alturas uteis, é expresso na Figura 2.10:

**Figura 2.10 – Equilíbrio da seção reforçada**



Dessa forma, os limites dos domínios 2,3 e 3,4 podem ser expressos de acordo com as Equações 2.52 e 2.53:

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot d_{eq}}{0,01 + \varepsilon_{cu}} \quad (2.52)$$

$$x_{34} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot d_{eq}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} \quad (2.53)$$

Alguns pontos são interessantes e válidos de ressalva neste momento. É de fácil compreensão que o valor de  $x_{34}$  está atrelado a deformação que inicia o escoamento da armadura positiva.

A estrutura reforçada tem dois materiais metálicos com propriedades diferentes, um dele é o aço da armadura, CA-60 e ASTM A36 para as cantoneiras, sendo assim haverá dois valores de  $\varepsilon_{yd}$ . Essa deformação será estabelecida como igual a deformação que inicia o escoamento da armadura, com 2,71%, reduzindo-se assim a região do domínio 3, com também a justificativa de segurança.

Dessa forma, o limite entre os dois domínios é regulado pela Equação 2.54, uma vez que o concreto tem resistência à compressão inferior a 50 MPa.

$$x_{34} = 0,585 \cdot d_{eq} \quad (2.54)$$

O cálculo do momento resistente é feito de forma iterativa, primeiramente com a atribuição do valor da linha neutra, em seguida o cálculo das deformações e tensões dos dois aço envolvidos na seção, em seguida as resultantes de armadura comprimida, concreto comprimido, aço da armadura tracionado e aço do reforço.

As deformações são regidas pela profundidade da linha neutra e seus valores são estabelecidos com as Equações 2.55 a 2.69:

a) Domínio 2 – ( $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ ) máximo alongamento permitido:

$$\varepsilon_c = \frac{0,010 \cdot x}{(d - x)} \leq \varepsilon_{cu} \quad (2.55)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 0,010}{(d - x)} \quad (2.56)$$

$$\varepsilon_{st} = 0,010 \quad (2.57)$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{0,010 \cdot y_{rp}^{m,inf}}{(d - x)} \quad (2.58)$$

$$\varepsilon_{c0}^{m,inf} = \frac{M_0 \cdot y_{rp}^{m,inf}}{I_{tr} \cdot E_{cs}} \quad (2.59)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} = \varepsilon_{rp}^{m,inf} - \varepsilon_{c0}^{m,inf} \quad (2.60)$$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{0,010 \cdot y_{rp}^i}{(d - x)} \quad (2.61)$$

$$\varepsilon_{c0}^i = \frac{M_0 \cdot y_{rp}^i}{I_{tr} \cdot E_{cs}} \quad (2.62)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = \varepsilon_{rp}^i - \varepsilon_{c0}^i \quad (2.63)$$

em que,

$\varepsilon_{rp}^{m,inf}$ : deformação da mesa inferior do perfil do reforço;

$\varepsilon_0^{m,inf}$ : deformação inicial da mesa inferior do perfil do reforço;

$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf}$ : deformação efetiva da mesa inferior do perfil do reforço;

$\varepsilon_{rp}^i$ : deformação da alma do perfil do reforço;

$\varepsilon_0^i$ : deformação inicial da alma do perfil do reforço;

$\varepsilon_{rp,ef}^i$ : deformação da alma efetiva do perfil do reforço;

b) Domínio 3 – ( $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{cu}$ ), para o aço CA-60:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (2.64)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \quad (2.65)$$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} \leq \varepsilon_{st} = \frac{(d - x) \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \leq 0,010 \quad (2.66)$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (y_{rp}^{m,inf}) \quad (2.67)$$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (y_{rp}^i) \quad (2.68)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = \varepsilon_{rp}^i - \varepsilon_{c0}^i \quad (2.69)$$

#### 2.2.4.1 Deformações e tensões dos materiais da seção reforçada

O equilíbrio da seção de concreto é dado pela Equação 2.70:

$$R_{cd} + R_{sc} = R_{st} + R_{rp} \quad (2.70)$$

em que,  $R_{rp}$ : força atuante no perfil de reforço;

Já  $R_{rp}$  pode ser expresso pela Equação 2.71:

$$R_{rp} = \sigma_{rp} \cdot A_{rp} \quad (2.71)$$

em que,  $\sigma_{rp}$ : tensão atuante no perfil;

$A_{rp}$ : área do perfil;

A tensão no perfil de reforço, para o aço ASTM A36, segue a seguinte relação, conforme mostra a Equação 2.72:

$$\sigma_{rp} \begin{cases} 25,0 \frac{kN}{cm^2}, & se \quad \varepsilon_{rp,ef} \geq 0,0012 \\ E_s \cdot \varepsilon_{rp,ef}, & se \quad \varepsilon_{rp,ef} < 0,0012 \end{cases} \quad (2.72)$$

em que,  $\varepsilon_{rp,ef} = \varepsilon_{rp} - \varepsilon_{c0}$ : deformação efetiva;

#### 2.2.4.2 Algoritmo iterativo

Com essas informações inicia-se o cálculo iterativo que obedece a seguinte sequência:

- I. Calcula-se o valor de  $d_{eq}$ ;
- II. Calcula-se os valores de profundidade do eixo neutro nos valores limítrofes  $x_{23}$  e  $x_{34}$ ;
- III. Com uma planilha Excel, calcula-se de forma correlacionada, as deformações do concreto, aço da armadura negativa, aço da armadura positiva;
- IV. Com a Equação 2.73 calcula-se a deformação existente na seção de concreto da seção descarregada/escorada;

$$\varepsilon_{c0} = \frac{M_0 \cdot Y_{rp}}{I_{tr} \cdot E_{cs}} \quad (2.73)$$

- V. Calcula-se a deformação efetiva do perfil de reforço,  $\varepsilon_{rp,ef}$ ;
- VI. Com a Equação 2.7 obtém-se a tensão do perfil de reforço;

$$\sigma_{rp} \begin{cases} 25,0 \frac{kN}{cm^2}, & se \quad \varepsilon_{rp,ef} \geq 0,0012 \\ E_s \cdot \varepsilon_{rp,ef}, & se \quad \varepsilon_{rp,ef} < 0,0012 \end{cases} \quad (2.74)$$

- VII. O algoritmo se encerra quando a Equação 2.75 é satisfeita;

$$R_{cd} + R_{sc} = R_{st} + R_{rp} \quad (2.75)$$

- VIII. Por fim efetua-se o cálculo do momento resistente da seção.

$$M_d = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \lambda \cdot x \cdot \left( x - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) + R_{sc} \cdot (x - d') + R_{st} \cdot (d - x) + R_{rp}^i \cdot y_{rp}^i + R_{rp}^{m,inf} \cdot y_{rp}^{m,inf} \quad (2.76)$$

### 2.2.5 Efeito de *peeling* em estruturas reforçadas com perfis metálicos

Segundo Sharma *et al.* (2008) *peeling* pode ser definido como o descolamento prematuro dos elementos de reforço do componente original de concreto antes de atingir a resistência e ductilidade desejada.

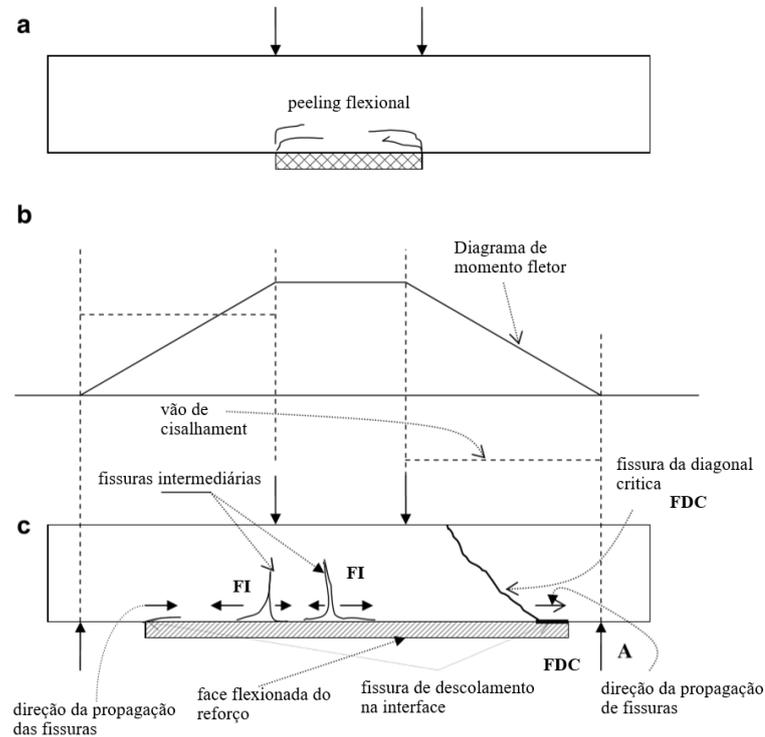
Já Oehlers e Moran (1990) definem *peeling* como a separação prematura devido a ruína do elemento de concreto junto ao elemento de reforço, de forma que pode-se assumir que tal efeito está diretamente ligado as propriedades dos elementos reforçados, reforçadores tanto na resistência, ductilidade e ruína.

Sharma *et al.* (2008) divide o *peeling* em flexional, devido à ação de momento fletor e tensões de flexão, axial ou com fissura intermediária de descolamento e devido ao efeito cisalhante com fissura diagonal de descolamento, mas conhecida como *shear peeling*.

A respeito de *shear peeling* os autores Oehlers e Moran (1990) versam que, são induzidos pela formação de fissuras diagonais de cisalhamento, causando a separação rápida do reforço. Ressaltam também que a concentração de esforços no final do reforço ativa o descolamento do elemento e que, por sua vez, é dependente do tipo da descontinuidade do reforço, atuação das cargas externas, comportamento não linear dos materiais envolvidos e do cenário complexo do conjunto resina, concreto, elemento reforçador.

Sharma *et al.* (2008) complementa que o descolamento da fissura diagonal crítica, origina-se no deslocamento do corpo rígido, devido a força cortante vertical. Isso acarreta no deslizamento ou abertura da fissura diagonal, que causa o início do descolamento do reforço, desde o início da fissura diagonal até a extremidade do reforço, como mostra a Figura 2.11.

Figura 2.11 – Diferentes modos de ruína por peeling em uma viga simplesmente apoiada



Fonte: Sharma *et al.* (2008) – Adaptada

Na maioria das vezes não há aviso para a fissura da diagonal crítica ou mesmo do descolamento, sendo manifestado de forma repentina. Ainda segundo os mesmo autores, os elementos de reforços espessos e enrijecidos se descolam prematuramente e não solicitam as armaduras verticais, já os elementos de reforço mais flexíveis permitem que as armaduras transversais atuem no conjunto resistente devido a força cortante, antes do descolamento do reforço.

### 2.2.6 Previsão da carga de ruína prematura por peeling de vigotas de concreto armado reforçadas com perfis metálicos segundo Oehlers e Moran (1990)

Segundo Oehlers e Moran (1990), o momento devido a ruína prematura por *peeling* tem duas definições, o momento de serviço e o momento último. O momento de serviço,  $M_{sp}$ , que corresponde o momento no início da manifestação de peeling. Já o  $M_{up}$ , é o momento onde o reforço está completamente separado do elemento reforçado.

O valor para momento último é obtido com:

$$M_{up} = \frac{EI_{cp} \cdot f_t}{0,474 \cdot E_s \cdot t} \quad (2.77)$$

em que,  $EI_{cp}$ : Rigidez flexional da seção fissurada;  
 $f_t$ : Tensão de escoamento no reforço;  
 $E_s$ : Módulo de elasticidade do aço;  
 $t$ : Espessura do reforço;

Já o valor do momento de serviço é dado por:

$$M_{sp} = \frac{EI_{cp} \cdot f_t}{0,827 \cdot E_s \cdot t} \quad (2.78)$$

em que,  $EI_{cp}$ : Rigidez flexional da seção fissurada;  
 $f_t$ : Tensão de escoamento no reforço;  
 $E_s$ : Módulo de elasticidade do aço;  
 $t$ : Espessura do reforço;

Contando com a interação entre o peeling flexional e o de cisalhamento, Oehlers (1992) estabeleceu que para vigas de concreto externamente recompostas a ruína prematura de peeling é iniciada quando a Equação 2.79 é satisfeita:

$$\frac{M_p}{M_{up}} + \frac{V_p}{V_{uc}} \geq 1,17 \quad (2.79)$$

em que,  $M_{up}$ : Obtido conforme Equação 2.77;  
 $M_p$ : Momento fletor no momento do peeling do reforço;  
 $V_p$ : Força cortante no momento do peeling do reforço;  
 $V_{uc}$ : Parcela do concreto para contribuição do mecanismo complementar ao modelo de treliça.

#### 2.2.6.1 Verificação do ELU – Força Cortante

A ABNT NBR 6118 (2014) trata da verificação de ELU da força cortante, que simplificarmente podemos versar em, verificações de resistência das ruínas das diagonais principais comprimidas de concreto de acordo com o modelo I e modelo II, itens 17.4.2.2 e

17.4.2.3 e também a verificação da ruína da tração da diagonal, com uma parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares a da treliça e uma parcela resistida pela armadura transversal.

Neste estudo foi escolhido o modelo de verificação I, com diagonais de compressão à 45°, parcela comprimida do concreto constante independentemente de do esforço de cálculo. Sendo assim, temos que segundo a ABNT NBR 6118 (2014), na verificação do estado-limite último relativo a forças cortantes, a resistência de uma determinada seção será considerada satisfatória, quando verificadas duas condições:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (2.80)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.81)$$

em que,

- $V_{sd}$ : Força cortante solicitante de cálculo;
- $V_{Rd2}$ : Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;
- $V_{Rd3}$ : Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração da diagonal;
- $V_c$ : Parcela do concreto para contribuição do mecanismo complementar ao modelo de treliça.
- $V_{sw}$ : Parcela resistida pela armadura transversal;

Ainda segundo a mesma norma, o  $V_c$  é igual ao  $V_{c0}$  quando a peça está sujeita flexão simples e flexo-tração com a linha neutra cortando a seção.

O  $V_c$  é expresso por:

$$V_c = V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.82)$$

em que,

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad \therefore \quad f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad \therefore \quad f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

em que,

- $f_{ctm}$ : Resistência média à tração do concreto;
- $f_{ctk,inf}$ : Resistência característica à tração inferior;

$f_{ctd}$ : Resistência de cálculo à tração do concreto;

$b_w$ : Menor largura da viga ao longo da altura útil;

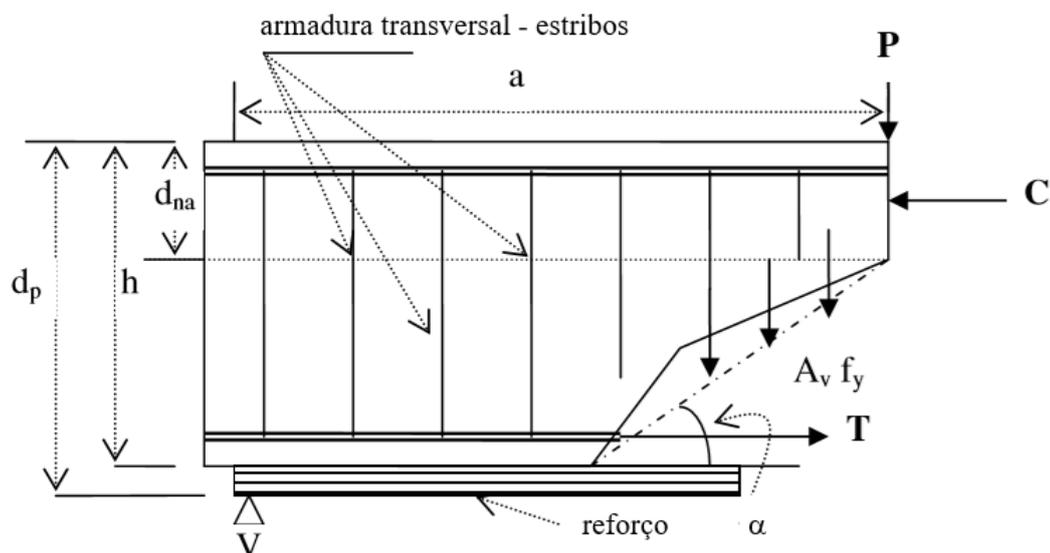
Dessa forma, o valor de  $V_{uc}$  indicado em Oehlers e Moran (1990) pode ser equivalente ao  $V_{c0}$  citado na ABNT NBR 6118 (2014).

### 2.2.7 Previsão da carga de ruína prematura por peeling de vigotas de concreto armado reforçadas com perfis metálicos segundo Sharma et al. (2008)

Segundo Sharma *et al.* (2008) a primeira manifestação de fissura se dá no estágio elástico e a segunda no estágio último com a fissura diagonal ocorrendo segundo o ângulo  $\alpha$ , conforme ilustra a Figura 2.12.

Algumas premissas devem ser ressaltadas para o bom funcionamento do modelo, sendo elas a perfeita aderência do resina no elemento de concreto e no reforço, a compatibilidade de módulos de elasticidade e o comportamento linear até a ruína da viga sem ocorrência de ruptura.

**Figura 2.12 – Modo de fissuração em uma seção arbitrária**



Fonte: Sharma *et al.* (2008) – Adaptada

Ainda sobre o modelo dos mesmos autores, a força no reforço é restrita a resistência de adesão crítica,  $P_{b,crit}$ , a qual é representada pelas Equação 2.83 e 2.84:

$$P_{b,crit} = 1,227 \cdot L_b \cdot f_b \cdot b_p \quad \text{se} \quad \frac{L_b}{t_p} < \frac{L_{b,crit}}{t_p} \quad (2.83)$$

$$P_{b,crit} = 1,227 \cdot L_{b,crit} \cdot f_b \cdot b_p \quad \text{se} \quad \frac{L_b}{t_p} \geq \frac{L_{b,crit}}{t_p} \quad (2.84)$$

em que,

$L_b$ : Comprimento de adesão disponível;

$L_{b,crit}$ : Comprimento máximo de adesão do reforço;

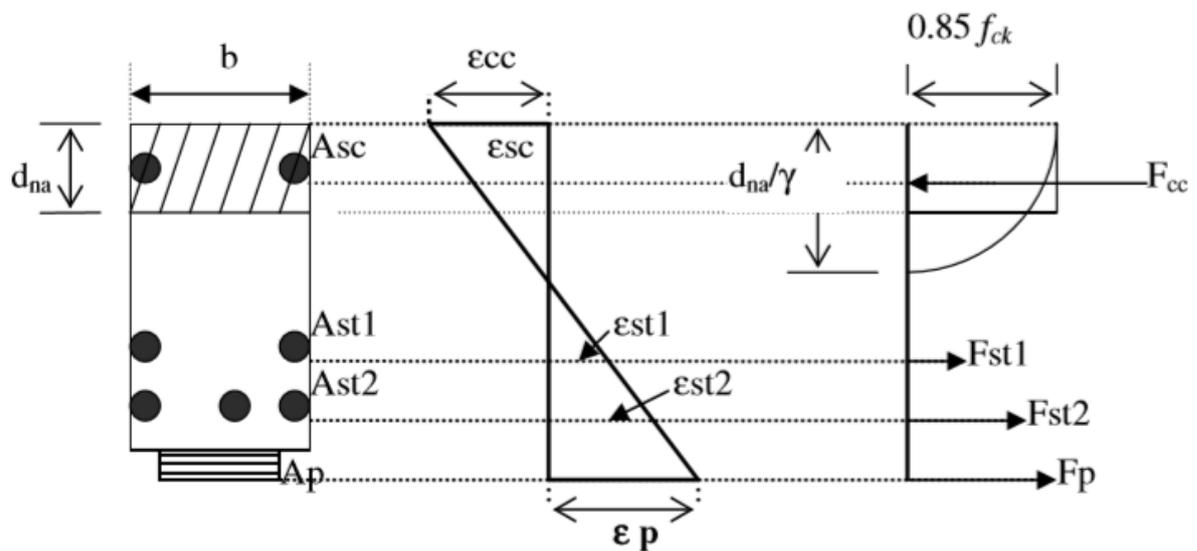
$f_b$ : Resistência de tração por compressão diametral;

$b_p$ : Largura do reforço;

$t_p$ : Espessura do reforço;

A distribuição das tensões e deformações em elementos de concreto armado reforçados com perfis metálicos é ilustrado na Figura 2.13:

**Figura 2.13 – Distribuição de tensão-deformação nos diferentes componentes**



Fonte: Sharma *et al.* (2008) – Adaptada

Para a determinação da resultante de concreto comprimido,  $F_{cc}$ , na zona de compressão, adota-se a relação de tensão deformação da teoria de Hogenstad, que é expressão pela Equação 2.85:

$$\sigma_{cc} = f_{ck} \cdot \left\{ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_0} \right)^2 \right\} \quad (2.85)$$

em que,  $\sigma_{cc}$ : Tensão de compressão do concreto;  
 $\varepsilon_{cc}$ : Deformação na fibra mais comprimida;  
 $\varepsilon_0$ : Deformação do limite elástico do concreto.

Já para as resultantes de aço tracionado e perfil podem ser expressas segundo as Equações 2.86 e 2.87:

$$F_{st1 e 2} = \sigma_{st1 e 2} \cdot A_{st1 e 2} \quad (2.86)$$

em que,  $\sigma_{st}$ : Tensão do aço tracionada;  
 $A_{st}$ : Área da seção transversal do aço tracionado.

$$F_p = P_{b,crit} \quad (2.87)$$

Com o equilíbrio da seção reforçada a profundidade do eixo neutro,  $d_{na}$ , pode ser encontrada usando um processo iterativo em uma planilha Excel. A inclinação da fissura da diagonal crítica, onde o esforço cortante é mínimo, é obtida segunda a Equação 2.88:

$$\cotg(\alpha) = \frac{a}{1 - 2h + d_{na}} \quad (2.88)$$

$$\mp \sqrt{\left( \frac{a}{1 - 2h + d_{na}} \right)^2 - \frac{2s \cdot (A + B + D)}{P_{b,crit} \cdot (h - d_{na})^2 \cdot (1 - 2h - 2d_{na})}}$$

em que,  $A = \left[ k_1 \cdot f_{ck} \cdot b \cdot \frac{d_{na}^2}{2} \right]$   
 $B = A_{st1} \cdot f_y \cdot (d_{st1} - d_{na}) + A_{st2} \cdot f_y \cdot (d_{st2} - d_{na})$   
 $C = \left[ \frac{A_v \cdot f_y}{2s} \cdot (h - d_{na})^2 \cdot \cotg^2(\alpha) \right]$   
 $D = P_{b,crit} \cdot (d_p - d_{na})$

onde:  $a$ : Distância do apoio para aplicação da carga;

$h$ : Altura da viga;  
 $d_{na}$ : Profundidade do eixo neutro;  
 $s$ : Espaçamento dos estribos;  
 $k_1$ : Coeficiente relacionado a média tensão no bloco de concreto;  
 $b$ : Largura da viga;  
 $A_{st\ 1}$ : Área da seção transversal do aço tracionado 1;  
 $f_y$ : Tensão de escoamento do aço;  
 $d_{st\ 1}$ : Altura útil da armadura 1;  
 $A_{st\ 2}$ : Área da seção transversal do aço tracionado 2;  
 $d_{st\ 2}$ : Altura útil da armadura 2;  
 $A_v$ : Armadura vertical transversal – estribos.

Após determinar o ângulo da inclinação de  $\alpha$ , a resistência da fissura da diagonal crítica,  $V_{u,peel}$ , da viga reforçada com perfis metálicos determina-se pela Equação 2.89:

$$V_{u,peel} = \frac{1}{a + (h - d_{na}) \cdot \cot g(\alpha)} \cdot (A + B + D) \quad (2.89)$$

## 2.3 MATERIAIS CIMENTÍCIOS REFORÇADOS COM FIBRAS

### 2.3.1 Histórico

Segundo Bentur e Mindess (2007), o uso de materiais reforçados com fibras é muito antigo e remonta civilizações datadas a mais de 3500 anos. Pode-se observar a citação do uso desse material no livro de Êxodo, capítulo 5 versículos de 6 a 7:

“No mesmo dia o faraó deu a seguinte ordem aos feitores e capatazes responsáveis pelo povo: Não forneçam mais palha ao povo para fazer tijolos, como faziam antes. Eles que tratem de ajuntar palha!”

Ainda segundo os mesmo autores, o concreto reforçado com fibra tem seu primeiro uso datado nas década de 1950 e 1960, com as fibras de vidro e aço, com formato reto e deformáveis. Desde então, outras geometrias e materiais que compõem as fibras surgiram a fim de ajustar seu uso na adesão na matriz cimentícia.

Figueiredo (1997) relata que o uso de concreto projetado via seca com fibras de aço precede o de via úmida, estudos e aplicações práticas ocorreram em 1970 nas universidades americanas na região de Washington. Já na Europa estudos acadêmicos foram desenvolvidos em meados da década de 80, tais estudos estavam direcionados na avaliação do emprego de novos tipos de fibra e no controle tecnológico.

Já no Brasil a técnica chega com o concreto projetado via seca com fibras de aço, assim como em outras regiões do mundo, descreve Figueiredo (1997), por volta do início dos anos 90 com publicações abordando o tema.

Em Figueiredo (2011), é reportado que o uso de fibras é concentrado em aplicações de baixo consumo e estruturas contínuas. O autor também afirma que o principal nicho de atuação do mercado de fibra de aço são os pavimentos industriais, seguido do concreto projetado e em terceiro lugar a indústria do pré-moldado.

### **2.3.2 Concreto Reforçado com Fibras (CRF)**

O concreto é material mais utilizado na indústria da construção civil e é o segundo bem mais consumido pelo homem, ficando apenas atrás da água segundo Revista Concreto & Construção (2009). A sua técnica de construção é consagrada no mundo todo e marcada pela facilidade de projeto, preparação, execução e aplicabilidade em diversas arquiteturas.

Contudo, o material tem suas limitações. Uma delas é a baixa resistência à tração oferecida pela matriz cimentícia, tanto em concretos quanto em argamassas, em comparação com a sua elevada resistência à compressão, sendo essa propriedade sua principal característica. Outra restrição seria a pequena capacidade de deformação e a perda de resistência, quase que imediata, após o primeiro surgimento de fissura.

Dessa forma a inclusão de fibras de aço, de alta resistência à tração e ductilidade, à matriz cimentícia pode acarretar em uma melhora da capacidade de carga e de deformação. A adição de tais fibras não resulta em um aumento de resistência à tração, entretanto melhora seu comportamento na fase pós-fissuração e suporta deformações maiores que a matriz sozinha.

Arquez (2010) salienta que:

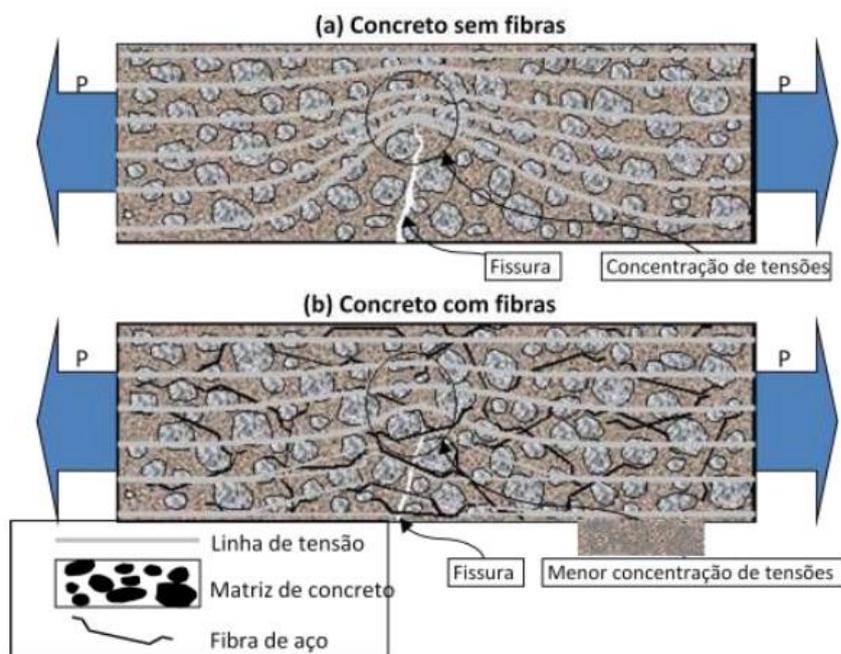
*Ao inserir fibras no concreto, cria-se um compósito, ou seja, um material formado por dois ou mais materiais diferentes. Os materiais que compõem um compósito são classificados em matriz e reforço. Embora o concreto por*

*sí só seja um compósito (com poros agregados e pasta) ao inserir fibras, as fases torna-se o concreto (matriz) e as fibras (reforço).*

Figueiredo (2000), complementa o enunciado acima ressaltando que as fibras atuam como reforço da matriz, alterando o comportamento do novo material, agora bifásico em matriz e reforço. Dessa forma, tal alteração passa a conferir o concreto com um comportamento pseudo-dúctil, de forma que, apresenta uma resistência residual mesmo após o processo de fissuração da matriz cimentícia.

Arquez (2010) observa que a concentração de tensões na ponta da fissura é reduzida de maneira a delongar o processo de fissuração, isso pode ser observado na Figura 2.14:

**Figura 2.14 – Esquema da distribuição de tensões no concreto sem (a) e com reforço de fibras (b)**



Fonte: Figueiredo (2000)

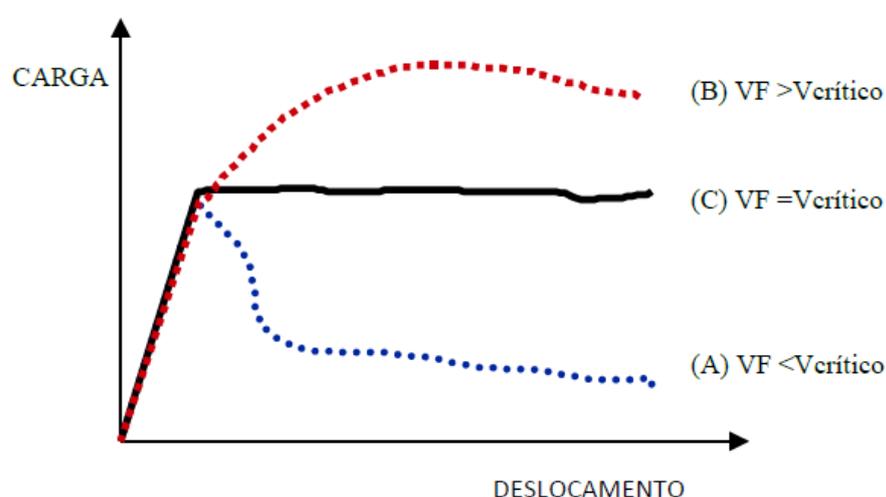
O volume de fibras é um fator decisivo no comportamento do compósito. Segundo Figueiredo (2000) o conceito de volume crítico corresponde ao teor de fibras que mantém a capacidade portante do compósito mesmo após a fissuração, ou seja, além da ruptura da matriz.

O volume de fibras crítico conduz a um diagrama de carga-deslocamento horizontal, após o pós-pico. Se o volume de fibras empregados é maior que o crítico, o compósito continua a aceitar níveis de carregamento maiores, resultando em uma curva crescente após o

trecho linear. Em contra partida, quando o volume de fibras utilizado é menor que o volume crítico o compósito não aceita o acréscimo dos níveis de carga, resultando em uma curva decrescente após o trecho linear.

O trecho linear corresponde a fase pré-fissurada da matriz, existe também um trecho onde pode-se diferenciar o comportamento do compósito com teores de fibras igual, acima e abaixo do volume crítico. Tal comportamento e formato de curva é ilustrado na Figura 2.15.

**Figura 2.15 – Compósitos cimentícios reforçados com volumes de fibras (VF) (A) abaixo, (B) acima e (C) igual ao volume crítico de fibras**



Fonte: Figueiredo (2000)

### 2.3.3 Definição e Tipologia de CRF

Na norma ACI 544.1R (2009) define-se o concreto reforçado com fibras como um material com cimento hidráulico e materiais finos ou cimento hidráulico com finos, agregados graúdos, miúdos e com adição descontínua e discreta de fibras de aço.

As fibras são divididas em três tipos:

- I. Fibras metálicas: fibras de aço.
- II. Fibras minerais: fibras de vidro, mais comum.
- III. Fibras poliméricas: fibras de carbono, nylon, polipropileno e poliéster.

Segundo Oliveira (2005), existem também as fibras de origem natural como a fibra de sisal, cânhamo, juta e coco. Figueiredo (2011) define as fibras como:

*As fibras são elementos descontínuos, cujo comprimento é bem maior que a maior dimensão da seção transversal. As fibras destinadas ao reforço do concreto são atualmente chamadas de maneira genérica como microfibras e podem ser de aço ou poliméricas.*

### 2.3.3.1 Fibras de aço

Figueiredo (2000) relata que o mercado brasileiro de fibras de aço disponibiliza três tipos de fibras de aço mais recorrentes, sendo elas:

- Tipo A: Fibra de aço com ancoragem nas extremidades.
- Tipo C: Fibra de aço corruga.
- Tipo R: Fibra de aço reta.

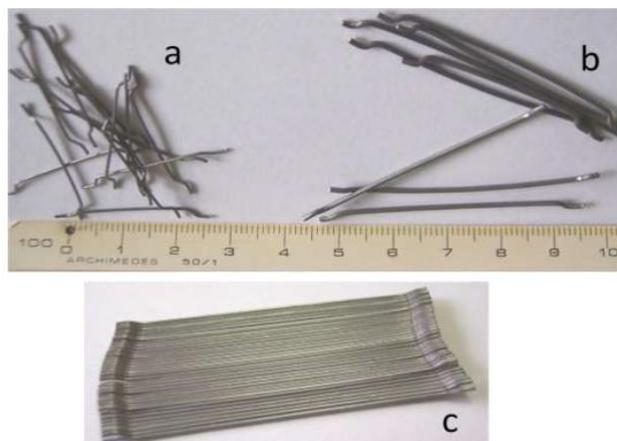
A fibra de aço tipo A, com ancoragem nas extremidades pode ser encontrada com a seção transversal circular ou quadrada. Existe também a classificação quanto a sua origem:

- Classe I: Fibra oriunda de arame trefilada a frio.
- Classe II: Fibra oriunda de chapa laminada cortada a frio.
- Classe III: Fibra oriunda de arame trefilado e escarificado.

Ainda pode-se classificar quanto ao tamanho e a forma de fornecimento. Ainda segundo Figueiredo (2000) as fibras têm o comprimento variando de 25,0 mm, as quais são chamadas de curtas, até 60,0 mm estas são classificadas como longas. Já em relação ao fornecimento podem ser distintas em coladas em pente ou soltas. As coladas em pentes facilitam o trabalho de mistura, homogeneização e transporte.

A Figura 2.16 ilustra os tipos de fibras de aço segundo o tamanho e coladas ou soltas.

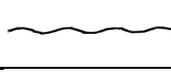
**Figura 2.16 – Fibras de aço curtas (a) longas (b) e longas coladas (c)**



Fonte: Figueiredo (2011)

A Tabela 2.1 ilustra as diferentes tipologias de fibras quanto a sua forma e classe:

**Tabela 2.1 – Compósitos cimentícios reforçados com volumes de fibras (VF) (A) abaixo, (B) acima e (C) igual ao volume crítico de fibras**

<b>Tipo</b>	<b>Classe da fibra</b>	<b>Geometria</b>	<b>Observações</b>
A	I		Seção circular
	II		Seção prismática
C	I		Seção circular
	II		Seção prismática
	III		Seção semi-circular
R	I		Seção circular
	II		Seção prismática

Fonte: Figueiredo (2011) – Adaptada

### 2.3.3.2 Comportamento á flexão de vigas com concreto reforçado com fibras de aço (CRFA)

Segundo Ferrari (2002), a resistência à tração no concreto é diretamente influenciada pela adição de fibras de aço. Tal adição proporciona uma restrição da abertura e propagação

de fissuras, resultando em um compósito mais tenaz. O ACI 544.1R (2009) define tenacidade como a energia total absorvida antes da separação total de um corpo de prova.

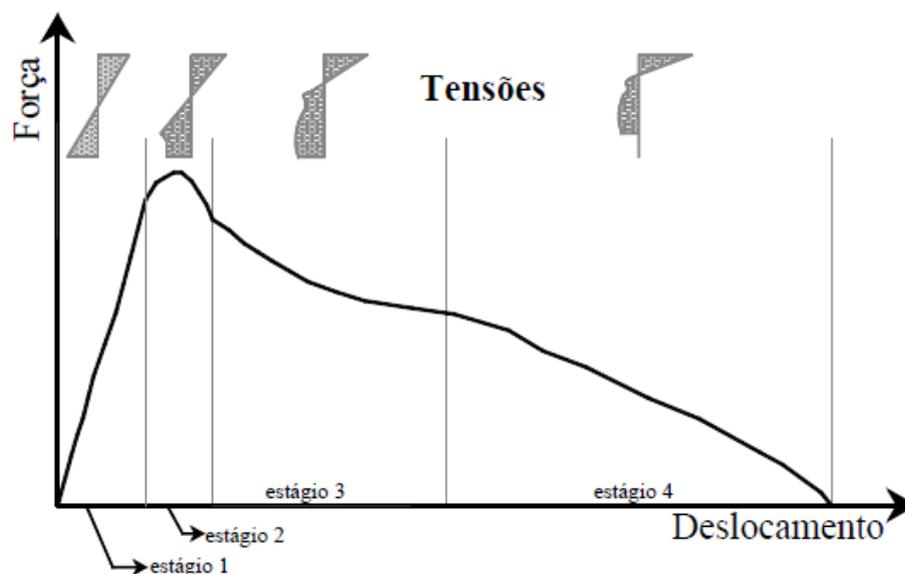
Sendo assim a inclusão de fibras de aço contribuem na absorção e dissipação de energia ao decorrer do processo de fissuração e fraturamento. Segundo Ferrari (2002), a principal contribuição das fibras ocorre após a fissuração da matriz, sendo as fibras responsáveis pela transferência de forças entre as fissuras, resultando em um aumento da tenacidade via alongamento e escorregamento das fibras.

Segundo Nunes (1998) *apud* Ferrari (2007), o comportamento de vigas pode ser dividido em 4 estágios que são apresentados como:

- Estágio 1: É o estágio que precede a primeira fissura e não é influenciado pelas fibras de aço;
- Estágio 2: É quando a capacidade de resistência a tração da matriz é alcançada, desenvolvendo-se o processo de micro fissuração;
- Estágio 3: Nesse estágio existe a propagação das microfissuras, que são fissuras maiores, e ocorre também o arrancamento das fibras;
- Estágio 4: É o estágio em que as fibras começam a se alongar ou são arrancadas da matriz, resultando em uma região livre de tensões de tração;

Tais estágios são representados pela Figura 2.17 a seguir:

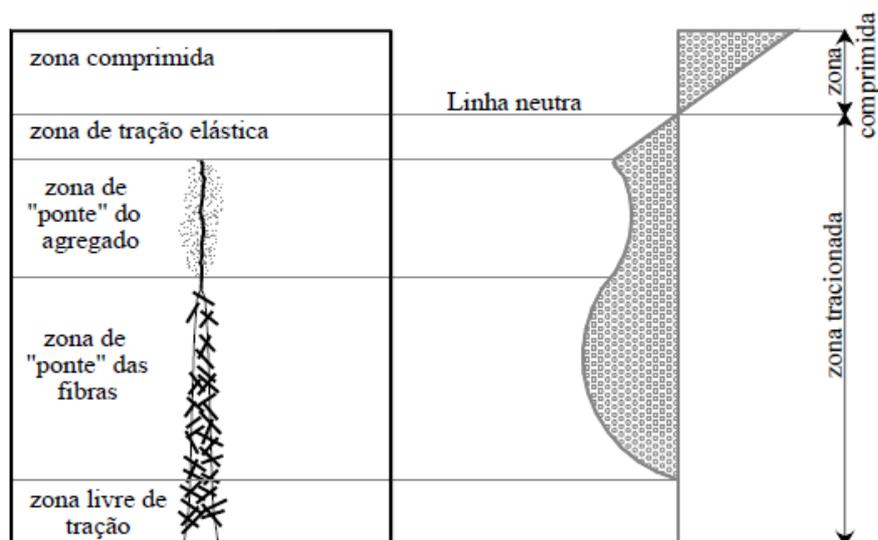
**Figura 2.17 – Curva esquemática de uma viga de CRFA**



Fonte: Nunes (1998) *apud* Ferrari (2007)

O estágio final do comportamento de vigas com CRFA é ilustrado pela Figura 2.18 abaixo:

**Figura 2.18 – Curva esquemática de uma viga de CRFA**



Fonte: Nunes (1998) *apud* Ferrari (2007)

Bentur e Mindess (2007) relatam que a influência das fibras passa a ser determinante só a partir da primeira fissura, ou seja, no estágio de microfissuração da matriz, descrito a pouco, a matriz transfere as tensões para as fibras, estas transferem as mesmas tensões para regiões íntegras da matriz, regiões que ainda não sofreram o processo de fissuração sucessiva.

No estágio seguinte, as fibras comandam o comportamento da viga que chega ao fim com o arrancamento ou ruptura da fibras.

#### 2.4 PROCEDIMENTOS NORMALIZADOS – ENSAIOS DE FLEXÃO

A avaliação do comportamento do concreto com fibras é feito por meio de ensaios normalizados que mensuram os parâmetros de tenacidade e resistência residual. Segundo Mindess, Young e Darwin (2003), *apud* Salvador (2016), tais parâmetros devem satisfazer os seguintes critérios:

- a) Devem ter um significado físico, para especificação ou controle de qualidade de concreto reforçados com fibras;

- b) O deslocamento empregado para determinação da tenacidade deve refletir as condições mais extremas de serviço;
- c) A variabilidade das medidas e propriedades do concreto deve ser baixas de forma a proporcionar um nível de confiabilidade e precisão;
- d) Devem refletir as características da curva carga-deslocamento;
- e) Devem ser independentes do tamanho e forma do corpo-de-prova.

Contudo, os procedimentos de norma existentes no cenário atual, em especial os que serão tratados adiante nesse estudo, não preenchem todas as questões necessários enumerados acima. Em adição ao que foi exposto acima, as correlações entre os métodos conduzem a resultados conflitantes e com variáveis que dependem do tipo de fibra, equipamento de ensaio e operador.

Dessa forma será abordado somente alguns parâmetros que são cabíveis para o tipo do ensaio, geometria do prisma, equipamentos e aparatos. A metodologia de ensaio utilizada será da norma JSCE – SF (1984) e os parâmetros de avaliação serão, além dos tratados na primeira norma, das normas ASTM C78 (2018) e ASTM C1609 (2019).

#### **2.4.1 Norma: JSCE – SF4 (1984)**

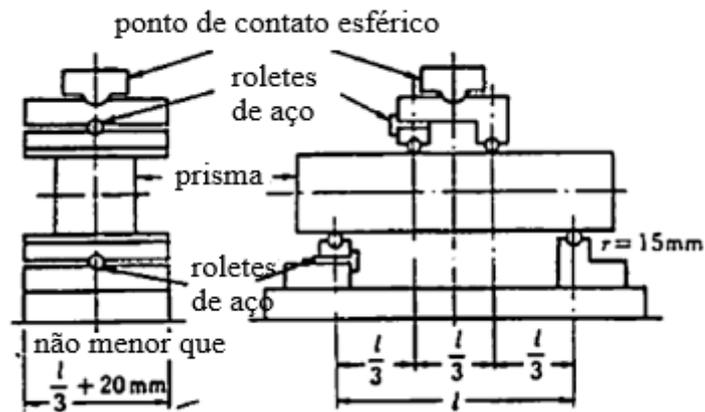
Essa norma esclarece os métodos de ensaio para a tensão de flexão e a tenacidade flexional de concretos reforçados com fibras de aço em um ensaio de quatro pontos.

##### **2.4.1.1 Máquina de ensaio e aparatos**

A máquina de teste deve ser conforme especificado em JIS B7733, compatível com o transdutor de deslocamento vertical, do tipo hidráulica e com capacidade máxima de 100 toneladas.

O sistema de apoio e de aplicação de carga, no ensaio de quatro pontos, deve ser composto por roletes de aço, de aproximadamente 30,0 mm de diâmetro, com capacidade de rotação longitudinal. Como é esperado uma grande deformação do concreto com fibras de aço, é desejável que os suportes de flexão sejam combinações de barras aço, conforme mostra a Figura 2.19 abaixo:

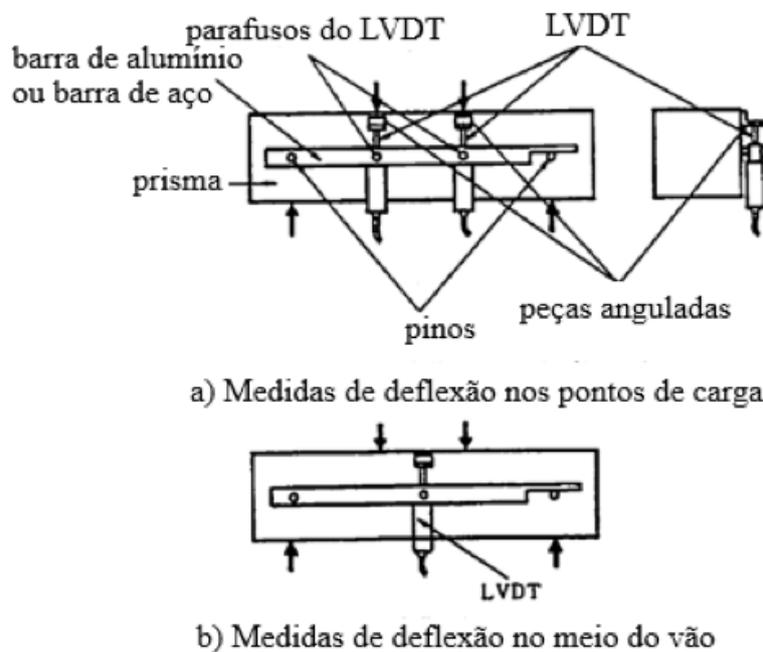
**Figura 2.19 – Prisma teste e sistema de apoio**



Fonte: JSCE – SF4 (1984) - adaptada

O aparato de mensuração de deflexão, também conhecido como yoke, é composto por um transdutor elétrico vertical (LVDT) e fixadores. Ele deve ser capaz de medir a deflexão com precisão no meio do vão do prisma, como mostra a Figura 2.20 abaixo:

**Figura 2.20 – Curva carga x flecha de CRF**



Fonte: JSCE – SF4 (1984) - adaptada

### 2.4.1.2 Método de ensaio

A máquina de ensaio deve ser usada com 1/5 da sua capacidade de alcance total. As faces em contato com as formas devem ser utilizadas como apoio e ponto de aplicação de cargas. O prisma deve ser centralizado no sistema de apoio, assim como o embolo vertical, onde será aplicada a carga. É importante também que nos pontos de contato do apoio e no embolo de carga não devem existir superfícies irregulares visíveis ao olho nu.

O vão do prisma deve ser três vezes maior que a altura do mesmo, a carga deve ser aplicada no prisma continuamente, sem impactos. A taxa de carregamento deve ser conduzida de forma que mantenha a taxa de deflexão aproximadamente constante. Nesse caso, a taxa de deflexão deve estar contida no intervalo de 1/1,500 até 1/3,000 vão por minuto.

A carga máxima indicada pela máquina de teste, até o momento da ruptura do prisma, deve ser lida com 3 casas decimais. A largura do prisma deve ser medida em três locais, a média das mediadas deve ser feita com quatro casas decimais. Já a altura do prisma deve ser medida em dois locais e a média das medidas deve ser feita com também quatro casas decimais.

Os valores de *Flexural Strenght* (Resistência à flexão), *Residual Flexural Strenght* (Resistência de flexão residual), *Flexural Toughness* (Tenacidade) e *Flexional Toughness Factor* (Fator de Tenacidade) devem ser calculados no mínimo com 5 prismas. Em caso de que a ruptura do prisma caia fora do terço medial, na porção central do prisma, ele deve ser descartado do ensaio.

### 2.4.1.3 Cálculos

#### 2.4.1.3.1 Resistência à flexão:

A resistência à flexão deve ser calculada com três casas decimais, conforme a Equação 2.90:

$$\sigma_b = \frac{P \cdot l}{b \cdot h^2} \quad (2.90)$$

em que,  $\sigma_b$  : Resistência à flexão [kgf/cm<sup>2</sup>] ou [N/mm<sup>2</sup>];  
 $P$  : Carga máxima de ensaio [kgf] ou [N];

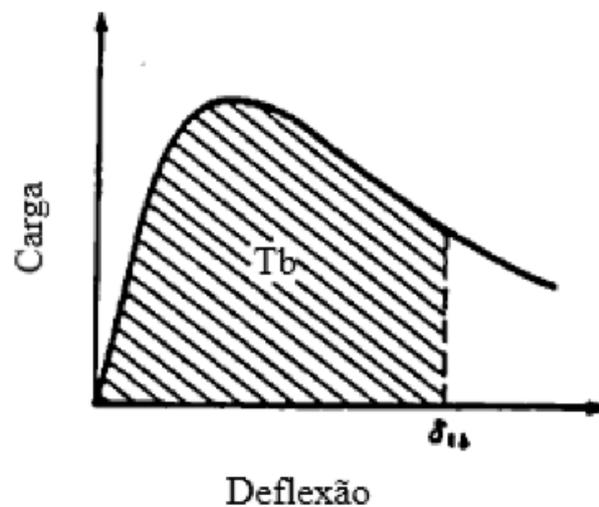
- $l$ : Vão do prisma [cm] ou [mm]  
 $b$ : Largura do prisma [cm] ou [mm];  
 $h$ : Altura do prisma [cm] ou [mm];

#### 2.4.1.3.2 Tenacidade

A tenacidade deve ser expressa em função do Fator de Tenacidade. A tenacidade em si, deve ser obtida com três casas decimais, referente a área da curva do gráfico carga-deflexão, medida até a deflexão de 1/150 do vão do prisma.

A Figura 2.21 ilustra graficamente a tenacidade na curva carga-deflexão:

**Figura 2.21 – Curva Carga-Deflexão e Tenacidade**



Fonte: JSCE – SF4 (1984) - adaptada

#### 2.4.1.3.3 Fator de Tenacidade

O Fator de Tenacidade deve ser calculado com três casa decimais, de acordo com a Equação 2.91 abaixo:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{T_b}{\delta_{tb}} \cdot \frac{l}{b \cdot h^2} \quad (2.91)$$

em que,  $\bar{\sigma}_b$ : Fator de Tenacidade [kgf/cm<sup>2</sup>] ou [N/mm<sup>2</sup>];

$T_b$ : Tenacidade [kgf.cm] ou [N];

$l$ : Vão do prisma [cm] ou [mm];

$b$ : Largura do prisma [cm] ou [mm];

$h$ : Altura do prisma [cm] ou [mm];

$\delta_{tb}$ : Deflexão de 1/150 do vão do prisma [cm] ou [mm];

## 2.5 OUTROS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO

Para um entendimento mais profundo da caracterização ante a flexão de concretos com fibras faz-se necessário o cálculo de mais alguns parâmetros de resistência à flexão, estes serão demonstrados a seguir.

### 2.5.1 Resistência à flexão de primeira fissura

Segundo a ASTM C1018 (2006), a resistência à flexão de primeira fissura consiste no valor limítrofe do comportamento do CRF antes do surgimento da primeira fissura de tração, devido à flexão, da matriz.

Segundo a norma ASTM C78 (2018) a resistência à flexão na primeira fratura é expressão pela Equação 2.92:

$$f_{cr} = \frac{P_f \cdot l}{b \cdot h^2} \quad (2.92)$$

em que,  $f_{cr}$ : Resistência à flexão de primeira fissura [kgf/cm<sup>2</sup>] ou [N/mm<sup>2</sup>];

$P_f$ : Carga de primeira fissura de ensaio [kgf] ou [N];

$l$ : Vão do prisma [cm] ou [mm]

$b$ : Largura do prisma [cm] ou [mm];

$h$ : Altura do prisma [cm] ou [mm]

### 2.5.2 Resistências residuais

Segundo a ASTM C1609 (2010), as resistências residuais  $f_{d,L/600}$  e  $f_{d,L/150}$  advém das cargas residuais  $P_{d,L/600}$  e  $P_{d,L/150}$ , respectivamente, quando o deslocamento vertical do prisma é de L/600 e L/150.

Para o deslocamento L/600, tem-se:

$$f_{d,L/600} = P_{d,L/600} \cdot \frac{l}{b \cdot h^2} \quad (2.93)$$

em que,  $f_{d,L/600}$ : Resistência à flexão residual quando L/600 [kgf/cm<sup>2</sup>] ou [N/mm<sup>2</sup>];

$P_{d,L/600}$ : Carga residual quando L/600 [kgf] ou [N];

$l$ : Vão do prisma [cm] ou [mm]

$b$ : Largura do prisma [cm] ou [mm];

$h$ : Altura do prisma [cm] ou [mm];

Para o deslocamento L/150, tem-se:

$$f_{d,L/150} = P_{d,L/150} \cdot \frac{l}{b \cdot h^2} \quad (2.94)$$

em que,  $f_{d,L/150}$ : Resistência à flexão residual quando L/150 [kgf/cm<sup>2</sup>] ou [N/mm<sup>2</sup>];

$P_{d,L/150}$ : Carga residual quando L/150 [kgf] ou [N];

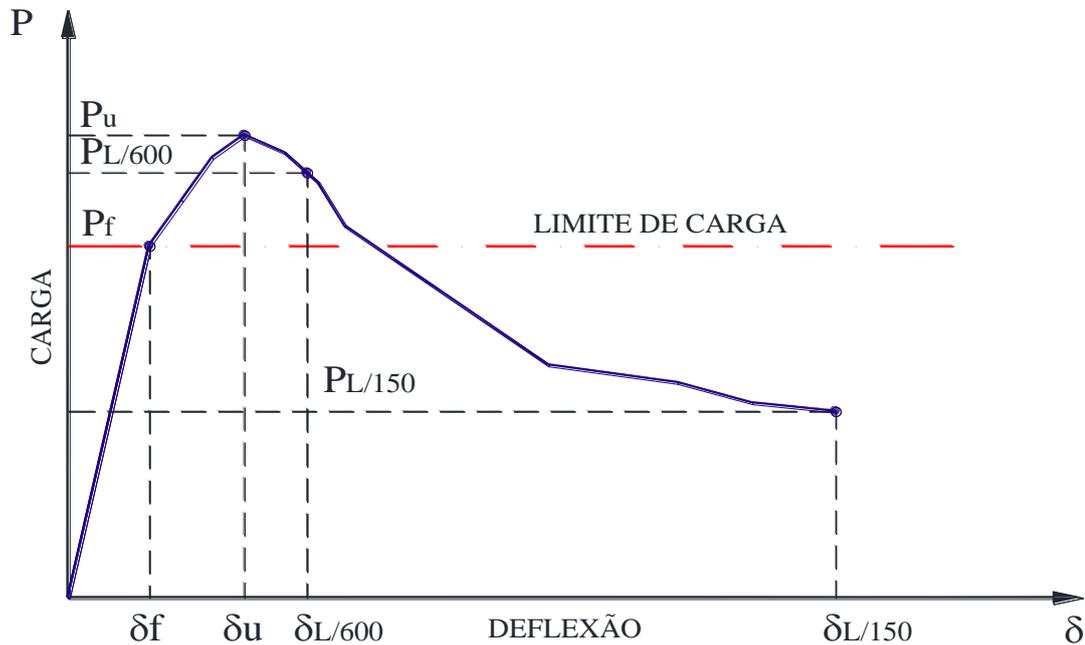
$l$ : Vão do prisma [cm] ou [mm]

$b$ : Largura do prisma [cm] ou [mm];

$h$ : Altura do prisma [cm] ou [mm];

Simplificadamente temos os parâmetros expostos acima de forma gráfica como segue a Figura 2.22:

Figura 2.22 – Parâmetros de flexão



### 2.5.3 Métodos numéricos aplicados ao cálculo da tenacidade

Segundo SPERANDIO *et al.* (2006), o cálculo de áreas e volumes de figuras com geometria complexa, por meio de adaptações de figuras mais simples, é longínquo, datado em 381 a 212 a.C, pelo filósofo grego Arquimedes. Os estudo de Arquimedes foram aperfeiçoados por Newton (1642-1727) e Leibnitz (1646-1716), considerados atualmente como os criadores do cálculo diferencial e integral.

No entanto, nem todas as funções têm integrais definidas, que podem ser resolvidas com base nas técnicas de integração aprendidas nas disciplinas de cálculo diferencial integral lecionadas no primeiro ano dos cursos de engenharia.

Os autores Chapra e Canale (2008) destacam que existem três tipos de funções:

- 1) Uma função no contínuo simples, tal qual um polinômio, uma exponencial ou uma função trigonométrica;
- 2) Uma função no contínuo complexa;
- 3) Uma função tabulada, com valores de  $x$  e  $f(x)$  discretos, distribuído de forma aproximadamente randômica, sem formação de comportamento descrito por uma função. Normalmente é oriunda de ensaios de campo.

Os autores ainda ressaltam que, no primeiro caso, a solução de tais integrais é dada com as técnicas de integração analíticas e consagradas no meio acadêmico, ensinadas nas disciplinas de cálculo. O segundo grupo, as soluções analíticas são frequentemente não práticas, sem uma regra estabelecida a ser seguida, e em alguns casos, impossível de se realizar. Por fim o terceiro grupo, assim como o grupo anterior, é necessário o emprego de métodos numéricos aproximados.

A tenacidade é uma propriedade intrínseca do concreto reforçado com fibras, ela é uma função tabulada, com dados discretos e se encaixa na descrição do grupo 3, exposto acima. Para obter seu valor é necessário calcular a área da curva carga-deflexão e para isso usam-se os métodos de integração numéricos.

Aqui serão expostos três métodos, Regra do trapézio, Regra de 1/3 de Simpson e o processo da integração da linha de tendência. Os dois primeiros estão contidos nas fórmulas de integração numéricas de Newton-Cotes, encontrados nas literaturas de cálculo numérico e métodos numéricos aplicados a engenharia.

#### 2.5.3.1 Regra do Trapézio

Segundo Chapra e Canale (2008), a Regra do Trapézio normalmente é a primeira técnica de integração numérica de Newton-Cotes a ser introduzida. O cálculo da integral segundo essa regra é feito de acordo com a Equação 2.95:

$$I = (b - a) \cdot \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (2.95)$$

em que,

$b$ : Valor final do domínio da função;

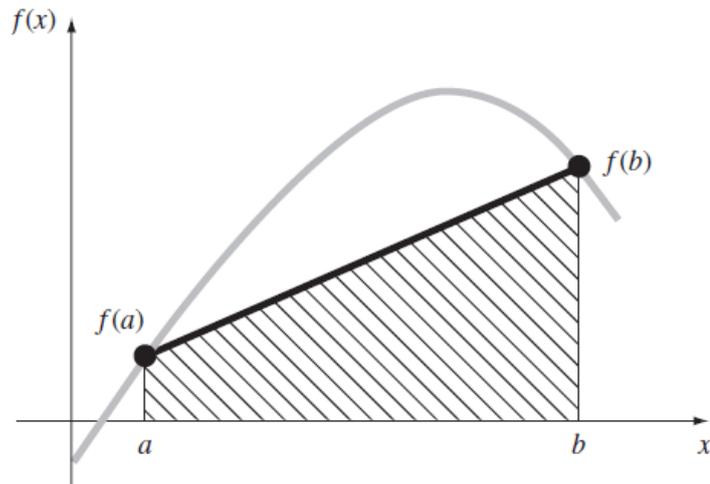
$a$ : Valor inicial do domínio da função;

$f(a)$ : Valor da imagem da função em  $a$ ;

$f(b)$ : Valor da imagem da função em  $b$ ;

A Figura 2.23 ilustra a descrição gráfica da Regra do Trapézio:

**Figura 2.23 – Regra do Trapézio**



Fonte: Chapra e Canale (2008) - adaptada

### 2.5.3.2 Regra de 1/3 de Simpson

Ainda segundo Chapra e Canale (2008), a regra de um terço de Simpson consiste em interpolar um polinômio do segundo grau em uma função. A Equação 2.96 mostra tal regra as luzes da aplicação para intervalos múltiplos:

$$I = (b - a) \cdot \frac{f(x_0) + 4 \cdot \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)}{3 \cdot n} \quad (2.96)$$

em que,

$b$ : Valor final do domínio da função;

$a$ : Valor inicial do domínio da função;

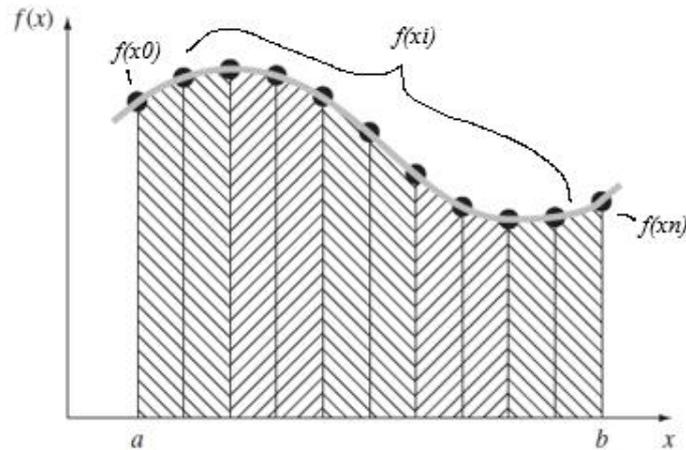
$f(x_0)$ : Valor inicial da imagem da função;

$f(x_i)$ : Valor intermediário da imagem da função;

$f(x_n)$ : Valor final da imagem da função;

A Figura 2.24 ilustra a descrição gráfica da Regra de 1/3 de Simpson:

**Figura 2.24 – Regra de Simpson**

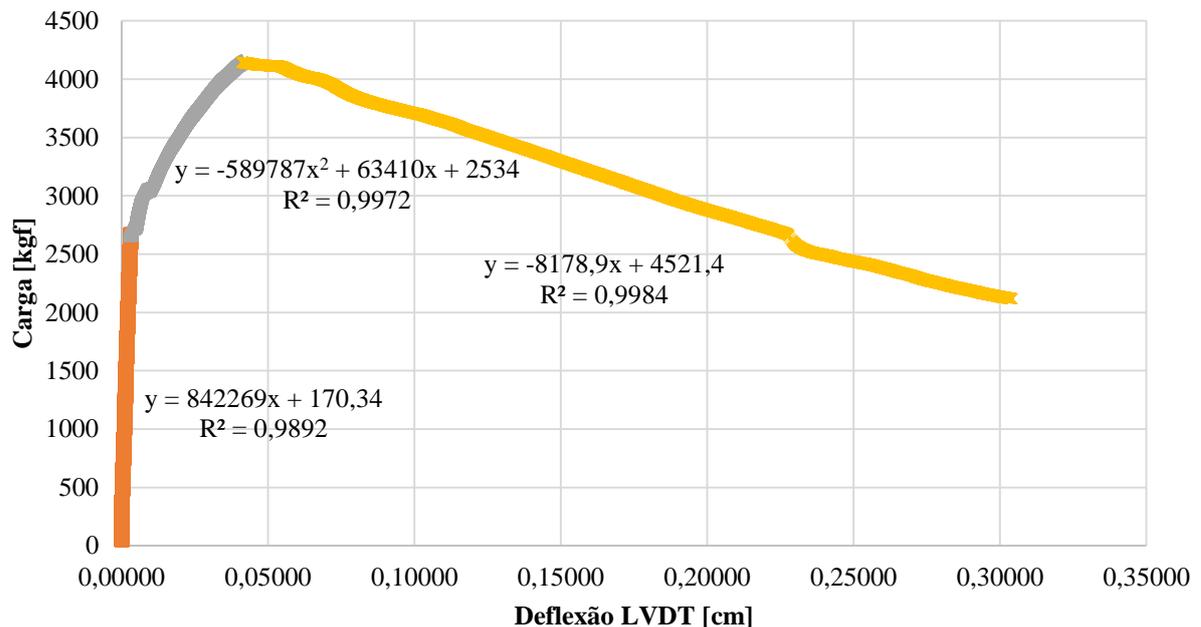


Fonte: Chapra e Canale (2008) - adaptada

### 2.5.3.3 Técnica da integração da linha de tendência

É uma técnica muito simples que este autor sugere para corroboração dos valores obtidos com os métodos de Newton-Cotes. Consiste em inserir uma linha de tendência para a distribuição discreta da curva carga-deflexão da tenacidade, usando um software análise de curvas ou o Excel. Com isso realiza-se a integral dessa linha de tendência obtendo assim o valor da área da curva, conforme mostra a Figura 2.25:

**Figura 2.25 – Linhas de tendência adicionadas a curva carga-deflexão**



Nessa curva carga-deflexão, foi realizada a subdivisão em três seguimentos de linhas de tendência, cada um com o seu coeficiente  $r^2$  com valores superiores a 0,94.

O coeficiente  $r^2$  é o coeficiente de correlação, o qual mensura quão próximo a equação da linha de tendência descreve o comportamento da curva. Quanto mais próximo de 1,0 esse valor, mais representativo é a equação em relação a tendência dos valores.

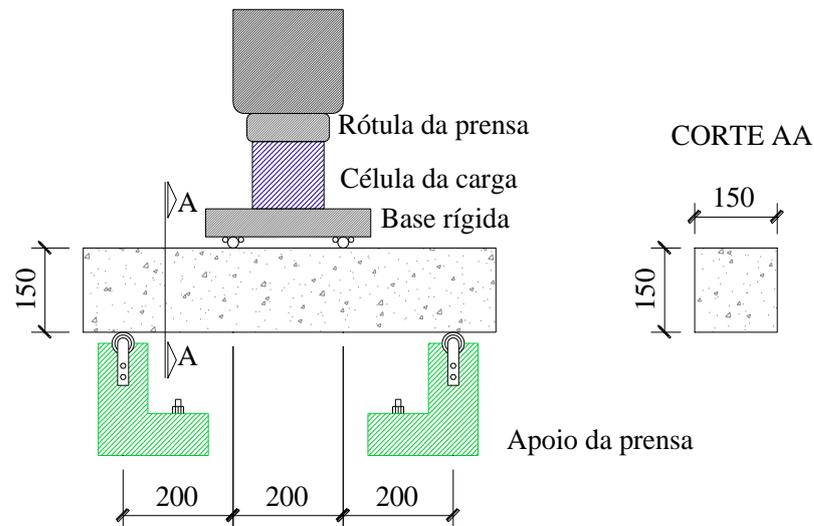
O sucesso do método está ligado a esse valor, visto que ele quantifica o qual próximo a equação descreve a curva.

Feito isso basta realizar a integração analítica desses polinômios, a qual é uma integral facilmente resolvida, para quantificar o valor da área abaixo da curva.

### 3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Na Figura 3.1 tem-se o aspecto geral dos prismas submetidas ao ensaio de flexão em quatro pontos, sendo a seção transversal de 150 x 150 mm e o comprimento total de 750 mm, equivalendo a um vão de cisalhamento igual a 200 mm.

**Figura 3.1 – Aspecto geral das vigas**



Na Tabela 3.1 tem-se a indicação dos grupos das vigotas.

**Tabela 3.1 – Descrição dos grupos das vigotas**

Grupos	Vigotas	Intervenção	Tipo da intervenção
1	V1 / V2 / V3	Nenhuma	Nenhuma
2	V1 / V2 / V3	Reforço	Colagem de perfis metálicos
3	V1 / V2 / V3	Reconstituição	Remoção do concreto e nova moldagem com Graute: SikaGrout 250
		Reforço	Colagem de perfis metálicos
4	V1 / V2 / V3	Reconstituição	Remoção do concreto e nova moldagem com composto cimentício CC1 reforçado com fibras de aço
		Reforço	Colagem de perfis metálicos
5	V1 / V2 / V3	Reconstituição	Remoção do concreto e nova moldagem com composto cimentício CC2 reforçado com fibras de aço
		Reforço	Colagem dos perfis metálicos

O grupo 1 é formado por vigotas de referência, sem nenhum tipo de intervenção (reconstituição do substrato e reforço à flexão), para que possam ser estabelecidas comparações com as vigotas dos demais grupos.

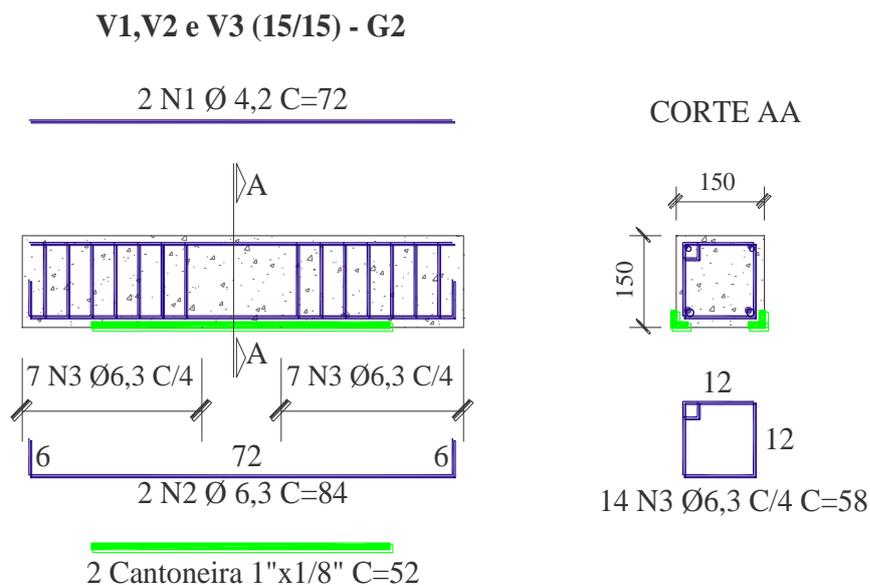
O grupo 2 é formado por vigotas reforçadas à flexão com cantoneiras metálicas coladas externamente no banzo inferior tracionado conforme é indicado na Figura 3.2. Para o reforço à flexão foram empregadas cantoneiras metálicas com seção de abas iguais de 1" x 1/8" coladas externamente ao concreto por meio de adesivo epoxídico SikaDur 32.

Os grupos 3,4 e 5 são formados por vigotas submetidas a um processo de intervenção caracterizado por recuperação do banzo inferior seguida por reforço externo com cantoneira metálica. A recuperação é dada pela remoção completa do banzo inferior e reconstituição com um material de melhores propriedades mecânicas em termos de resistência à tração e tenacidade, formando assim o substrato de transição como indicado na Figura 3.3.

A espessura do substrato de transição é de 40 mm em todo o vão das vigotas com o objetivo de melhor ancorar o material do substrato numa camada de vigota além da armadura tracionada.

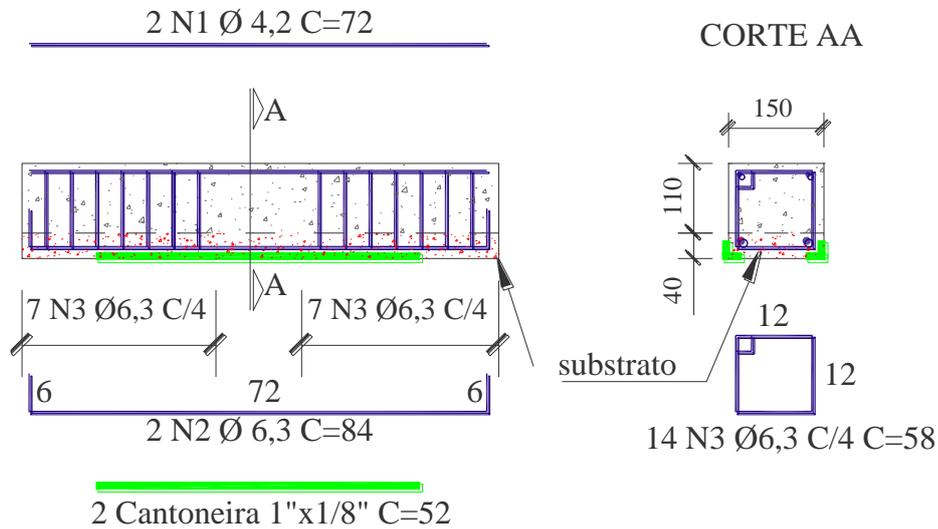
O aço utilizado nos arranjos das armaduras são do tipo CA-60, tanto para a armadura longitudinal negativa, com diâmetro de 4,2 mm, quanto para a armadura longitudinal positiva e armadura transversal (estribos), com diâmetro de 6,3 mm.

**Figura 3.2 – Vigotas do grupo 2**



**Figura 3.3 – Vigotas do grupo 3,4 e 5**

**V1,V2 e V3 (15/15) - G3,G4 e G5**



### 3.1 MATERIAIS:

Os materiais utilizados na confecção das vigotas a serem ensaiadas são descritos a seguir:

#### 3.1.1 Concreto

A dosagem do concreto das vigotas foi realizada tendo-se como referência o ábaco proposto por Assunção (2002), uma vez que tal estudo foi realizado com materiais da região da pesquisa, sendo assim mais próprio para esse estudo, sendo o traço base (areia natural, brita 1, cimento Portland comum e aditivo plastificante) para um abatimento da ordem de  $60 \pm 10$  mm e teor de argamassa de 50%.

O traço obtido foi de 1 : 2,7 : 3,7 : 0,54 (cimento:areia:brita:a/c), com o objetivo de obter um concreto com  $f_{c28}$  igual a 31,6 MPa.

### 3.1.1.1 Cimento

O cimento utilizado foi CP II Z 32 do fabricante Votoram que apresenta as seguintes propriedades: início de pega depois de uma hora de concretagem, recomendado para vigas de concreto armado e adições de até 14 % de material pozolânico e 15% de calcário.

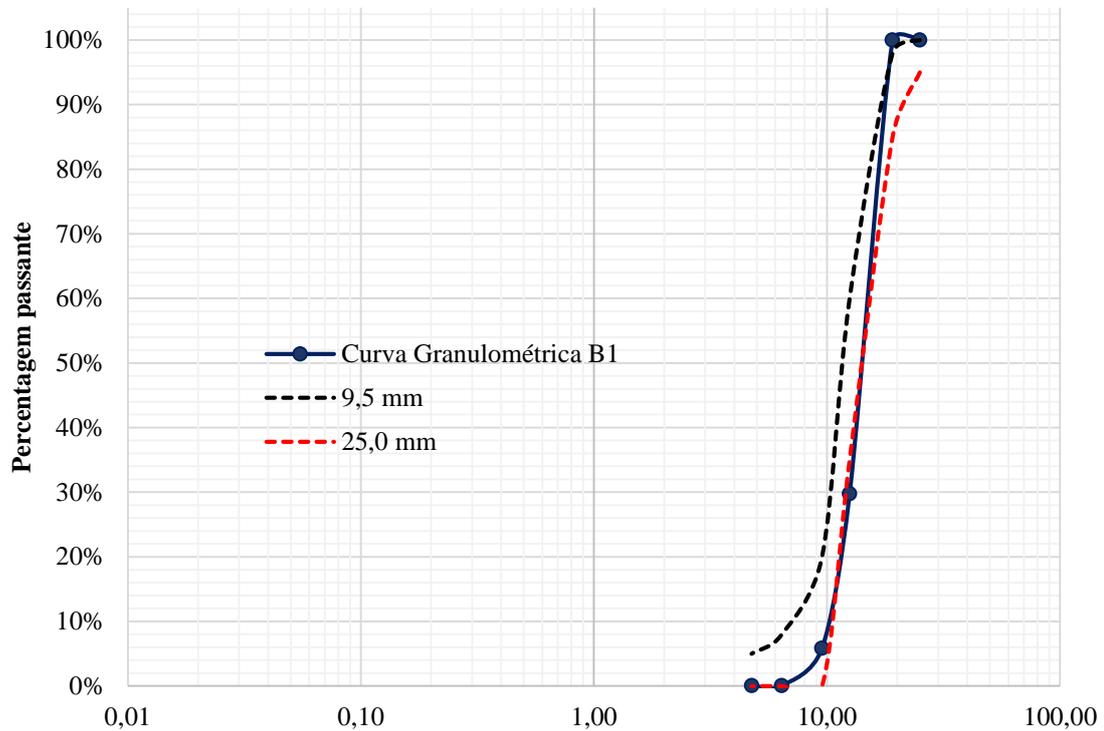
### 3.1.1.2 Agregado graúdo

A brita utilizada na moldagem do concreto das vigotas tem dimensão máxima característica de 12,5 mm e módulo de finura igual a 3,60. O agregado foi caracterizado conforme a ABNT NBR NM 248 (2003) e a NM 53 (2009). Na Tabela 3.2 apresenta-se a composição granulométrica e na Figura 3.4 a curva granulométrica. Na Tabela 3.3 são apresentados os valores de massa específica real (2,77g/l) e aparente (1,48 g/l).

**Tabela 3.2 – Classificação Granulométrica da brita**

<b>Peneira (mm)</b>	<b>Retido (g)</b>	<b>% Retida</b>	<b>% Retida e acumulada</b>	<b>% passante</b>
25,0	0,0	0,0%	0,00%	100%
19,10	0,0	0,0%	0,00%	100%
12,50	1751,78	70,2%	70,24%	29,76%
9,52	596,12	23,9%	94,14%	5,86%
6,40	143,97	5,8%	99,91%	0,09%
4,75	0,88	0,0%	99,95%	0,05%
fundos	1,27	0,1%	100%	0,00%

**Figura 3.4 – Curva granulométrica da brita**



**Tabela 3.3 – Propriedades físicas da brita**

Agregado Graúdo	
Massa específica média do agregado seco (g/cm <sup>3</sup> )	2,767
Massa específica média aparente (g/cm <sup>3</sup> )	1,483
Absorção de água do agregado (%)	3,11

### 3.1.1.3 Agregado miúdo

A areia utilizada na moldagem das vigotas foi caracterizada conforme a ABNT NBR NM 248 (2003). A composição granulométrica é indicada na Tabela 3.4 e a curva granulométrica na Figura 3.5. A dimensão máxima característica da areia é de 1,18 mm e o módulo de finura de 1,70. Para determinação da massa específica foi realizado ensaio segundo a ABNT NBR NM 53 (2009). Os resultados são mostrados na Tabela 3.5.

Tabela 3.4 – Classificação Granulométrica da areia

Peneira [mm]	Retido [g]	% Retida	% Retida e acumulada	% passante
4,75	0,0	0,0%	0,00%	100%
2,36	0,71	0,0%	0,00%	99,8%
1,18	2,71	1,0%	1,0%	98,9%
0,600	20,95	7,0%	8,0%	91,9%
0,300	167,37	56,0%	64,0%	35,9%
0,150	101,7	34,0%	98,0%	2,2%
fundos	6,44	2,0%	100%	0,00%

Figura 3.5 – Curva granulométrica da areia

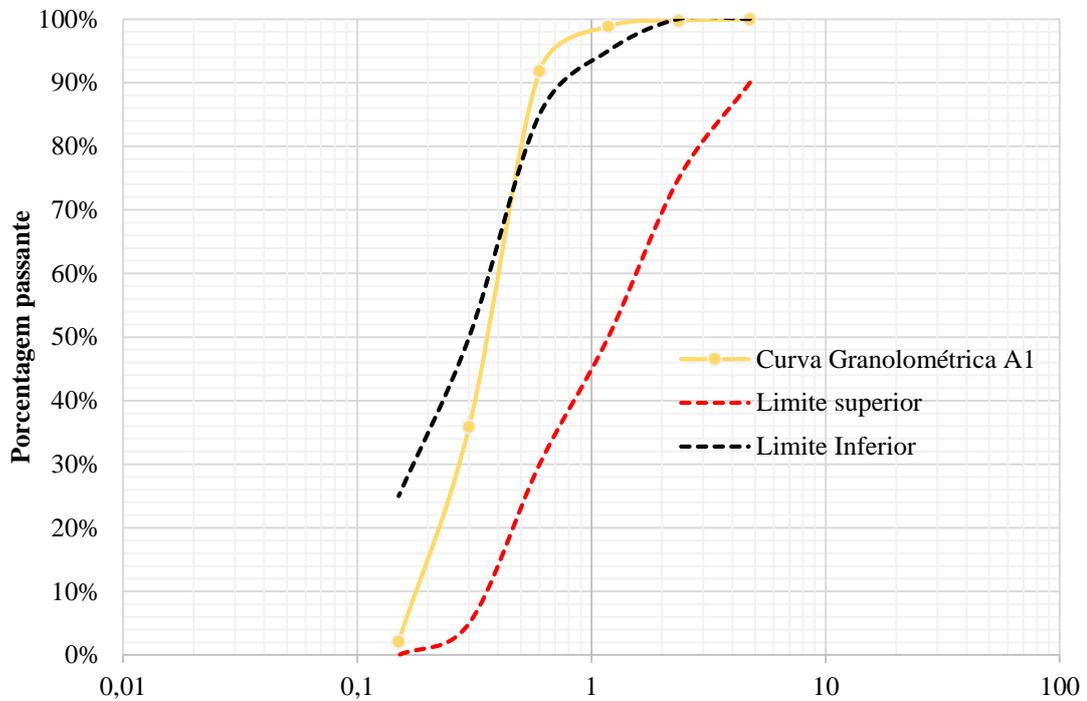


Tabela 3.5 – Propriedades físicas da areia

Agregado Miúdo	
Massa específica média do agregado seco (g/cm <sup>3</sup> )	2,640
Massa específica média aparente (g/cm <sup>3</sup> )	1,485

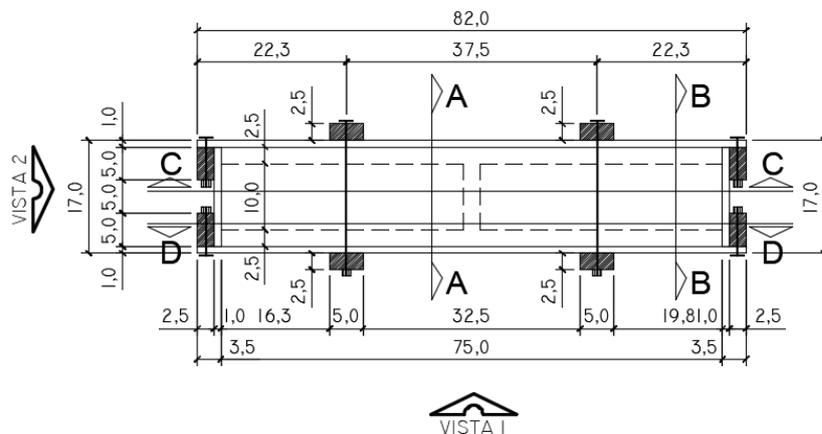
### 3.1.2 Plastificante

O plastificante CEMIX do fabricante Otto Baumgart, é um aditivo que permite a redução da quantidade de água na dosagem do concreto. O produto foi utilizado na taxa de 0,8% em relação a massa de cimento.

### 3.1.3 Fôrmas

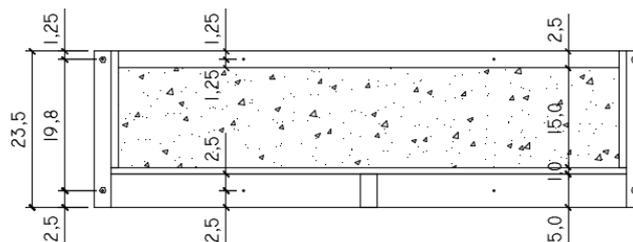
As fôrmas utilizadas para concretagem das vigotas foram de maderite plastificado de 12,5 mm de espessura, enrijecidas por ripas de eucalipto. Para proporcionar agilidade na desforma, reuso e conservação do material, as fôrmas foram montadas com barras roscadas, arruelas, porcas e fixadores tipo “borboleta”. A Figura 3.6 e Figura 3.7 ilustram o projeto base das fôrmas produzidas e a Figura 3.8 as fôrmas prontas para uso.

**Figura 3.6 – Projeto da fôrma para moldagem (A)**



PLANTA BAIXA DA VIGOTA

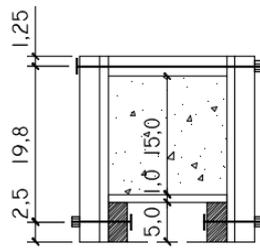
ESCALA 1:10



CORTE CC

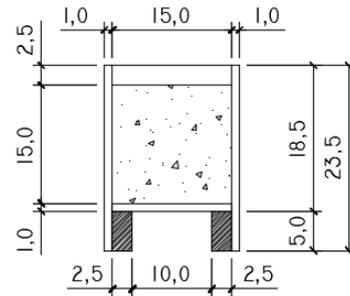
ESCALA 1:10

**Figura 3.7 – Projeto da fôrma para moldagem (B)**



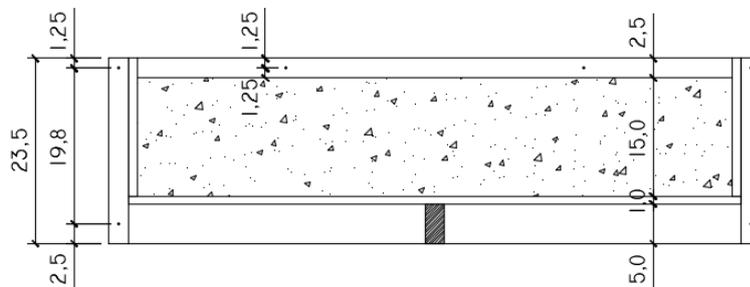
CORTE AA

ESCALA 1:10



CORTE BB

ESCALA 1:10



CORTE DD

ESCALA 1:10

**Figura 3.8 – Fôrmas para moldagem das vigotas e dos corpos de prova prismáticos**

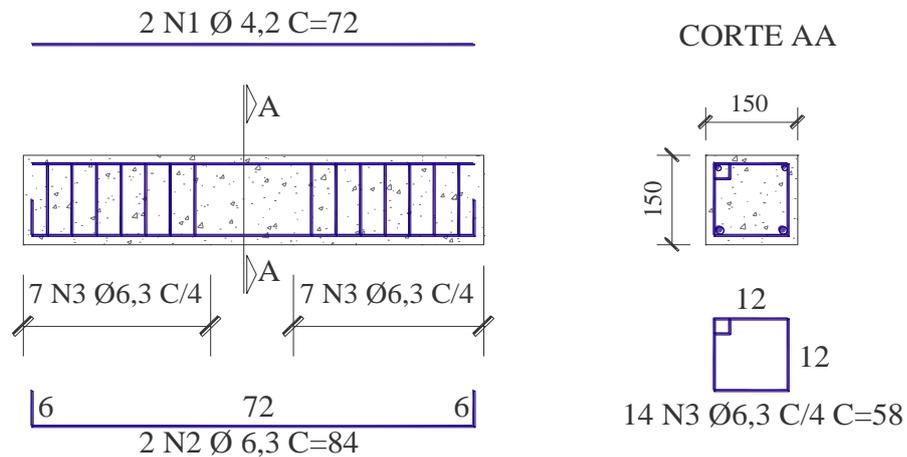


### 3.1.4 Armaduras das vigotas

A armadura de cada vigota é a mesma proposta do Nascimento (2017), sendo constituída por duas barras de 6,3 mm de diâmetro, CA-60, posicionadas no banzo inferior e duas barras de 4,2 mm, aço CA-60, no banzo superior. Os estribos são compostos por barras de aço de 6,3 mm de diâmetro, também CA-60, a cada 40 mm de forma a evitar a ruína prematura por cisalhamento, porém, caracterizada por deformação excessiva das armaduras de tração. A Figura 3.9 mostra o detalhamento da armadura das vigotas do grupo 1.

**Figura 3.9 – Detalhamento da armadura das vigotas**

V1 ,V2 e V3 (15/15) - G1



### 3.1.5 Perfis Metálicos

Os perfis metálicos (Figura 3.10) utilizados no reforço à flexão das vigotas são do tipo cantoneiras de abas iguais de 25,4 mm e espessura de 3,17 mm, aço ASTM 36.

**Figura 3.10 – Perfil metálico tipo cantoneira 2,54 x 3,17 mm ASTM 36**



### 3.1.6 Adesivo para cola do reforço

O material utilizado para colagem dos perfis foi o adesivo estrutural a base de resina epóxi de alta fluidez Sikadur 32 (Sika), que tem como propriedades a baixa viscosidade, bi componente e pega normal. A Tabela 3.6 mostra as propriedades mecânicas do adesivo.

**Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas do Sikadur 32**

Dias	Resistências à Compressão (MPa)	Resistências à flexão (MPa)	Resistências adesiva à tração (MPa)
1	60	-	-
7	80	50	3,8
14	-	-	13

A espessura utilizada para colagem foi de 2,0 mm, contudo, essa espessura não foi controlada por nenhum meio de mensuração, foi executada com uma checagem visual para a aferição dessa camada.

### 3.1.7 Materiais para moldagem do substrato de transição

Os materiais a seguir indicados forma aqueles utilizados na reconstituição do banzo tracionado das vigotas visando-se a formação do substrato de transição.

#### 3.1.7.1 Graute:

O graute utilizado na pesquisa foi o industrializado SikaGrout 250. Esse produto é um graute fluído de elevada resistência, dosado com cimento Portland, areia quartzosa e aditivos. A resistência e a consistência são obtidas mediante a adição de água na quantidade indicada pelo fabricante.

As propriedades do material, conforme indicações do fabricante estão na Tabela 3.7.

**Tabela 3.7 – Propriedades do graute: SikaGrout 250**

Resistência á compressão	Tempo			
	24 h	3 dias	7 dias	28 dias
ASTM C 349/2	26 MPa	35 MPa	42 MPa	50 MPa

### 3.1.7.2 Compósitos Cimentícios:

Os compósitos cimentícios CC1 e CC2 aqui produzidos foram àqueles desenvolvidos na pesquisa de Ferrari (2007). A descrição da dosagem dos materiais constituintes de cada um dos compósitos é indicada na Tabela 3.8.

**Tabela 3.8 – Descrição da dosagem dos compósitos**

Compósitos	Tipo de matriz cimentícia	Materiais					
		Cimento	Areia	Brita 0	a/c	Aditivo	Fibras
CC1	Microconcreto	1,0	2,13	1,83	0,48	0,6%	1%
CC2	Argamassa	1,0	2,13	-	0,50	0,6%	2%

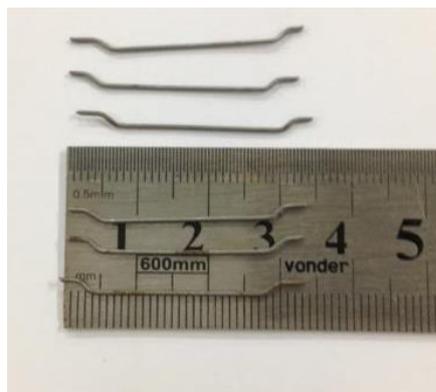
Os compósitos foram definidos tendo-se como referência suas propriedades mecânicas em termos de resistência flexional. Tais valores estão indicados na Tabela 3.9.

**Tabela 3.9 – Resistência flexionais e residuais dos compósitos usados em Ferrari (2007)**

Compósitos	Resistências flexionais (MPa)			Resistências residuais (MPa)		
	$f_{ct,L}$	$f_{eq,2}$	$f_{eq,3}$	$f_{R1}$	$f_{R3}$	$f_{R1}/f_{R3}$
CC1	3,3	2,0	1,6	2,1	1,6	b ( $0,7 \leq f_{R3}/f_{R1} \leq 0,9$ )
CC2	4,6	5,5	4,2	5,5	3,3	a ( $0,5 \leq f_{R3}/f_{R1} \leq 0,7$ )

As fibras de aço utilizadas nos compósitos CC1 e CC2 foram do aço FS8 Wirand (Maccaferri América Latina), comprimento de 25 mm e diâmetro de 0,75 mm como mostra a Figura 3.11.

**Figura 3.11 – Fibras de aço utilizadas nos compósitos CC1 e CC2**



O aditivo superplastificante GLENIUM 51 fabricado pela BASF é um aditivo superplastificante de terceira geração, desenvolvido para concretos de alto desempenho, na fluidez e baixa relação água/cimento. É comumente utilizados na indústria de pré-moldados e em obras de concreto protendido.

Tal aditivo superplastificante foi adicionado na mistura de concreto na proporção de 0,6% em massa de cimento, conforme sugestão do guia técnico do fabricante na mixagem dos compósitos cimentícios.

### 3.1.7.3 Moldagem das vigotas

Para proceder com a moldagem os materiais foram separados, pesados e acondicionados em recipientes como mostram as Figuras 3.12 e 3.13

**Figura 3.12 – Materiais: Cimento Portland e Areia**



**Figura 3.13 – Materiais: Brita e Plastificante**



As fôrmas eram preparadas para receber as armaduras, as quais já estavam com os extensômetros colados, soldados e protegidos, e também com sua superfície úmida com o desmoldante aplicado com o auxílio de uma bomba borrifadora, conforme mostra a Figura 3.14.

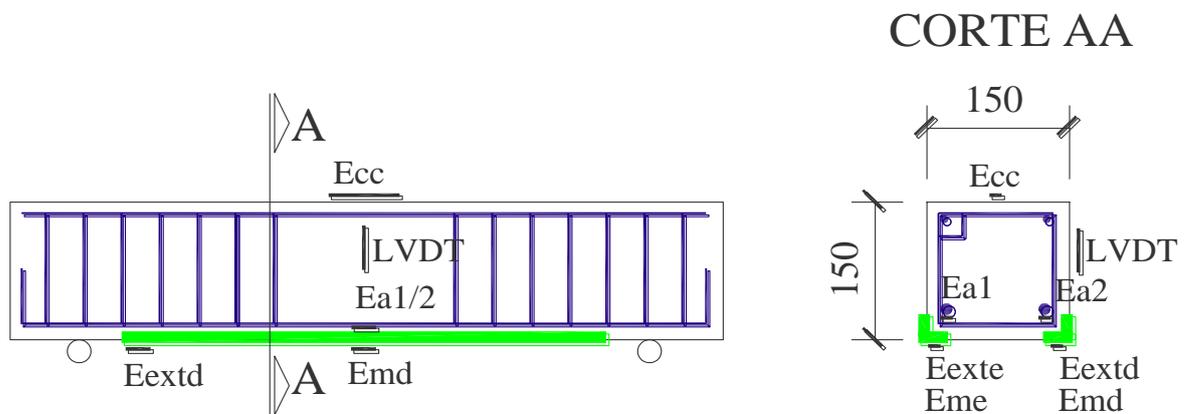
**Figura 3.14 – Fôrmas com armaduras e desmoldante**



### 3.2 EQUIPAMENTOS E INSTRUMENTAÇÃO

Foram utilizados extensômetros elétricos do tipo strain gauge para obtenção das deformações específicas da armadura tracionada, do concreto comprimido e do reforço da cantoneira. Também foi utilizado um transdutor elétrico vertical do tipo LVDT, com curso de 10,0 mm, para a aquisição das deflexões no centro do vão. O posicionamento dos extensômetros e do LVDT é indicado na Figura 3.15.

**Figura 3.15 – Instrumentação do concreto, armadura e reforço.**



Os extensômetros utilizados são da marca KYOWA tipo KGF-5-120, de 5,0 mm uniaxial com gauge factor de 2,00 para o aço. Já para o concreto também foi utilizado da marca KYOWA tipo KGF-50-120, de 50,0 mm uniaxial com gauge factor igual a 2,00. Os extensômetros são mostrados na Figura 3.16.

**Figura 3.16 – Extensômetros elétricos uniaxiais de base 5,0 mm e 50,0 mm**



A aquisição dos dados foi feita com o sistema Spider 8 da HBM, com as unidades de calibração e amplificação SR 55 – 4,8 kHz/DC e SR 30 – 600Hz/DC. O gerenciamento do sistema foi feito com o software CatmanEasy, o qual gerava um planilha em formato Excel com as leituras de carga, deflexão, deformação da armadura e do perfil, no centro e na extremidade, e deformação do concreto comprimido.

A célula de carga utilizada foi de compressão com capacidade de 500,0 KN, marca Geo Instrumentos, com campo de leitura de duas casas significativas.

Para os ensaios de toda a pesquisa utilizaram-se duas prensas hidráulicas, instaladas no laboratório P02 e no laboratório do SENAI – Maringá. Uma delas é a EMIC MU3 100, que foi utilizada para o controle tecnológico do concreto, nos ensaios de compressão simples e de tração por compressão diametral.

Já para os ensaios de módulo de elasticidade, flexão à quatro pontos dos compósitos e das vigotas utilizou-se a prensa Instron EMIC 23-600.

### 3.3 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

#### 3.3.1 Concreto das vigotas e compósitos cimentícios do substrato de transição

Para a determinação da resistência à compressão simples, utilizou-se a metodologia indicada na norma ABNT NBR 5739 (2018). Os corpos de prova cilíndricos foram moldados com dimensões de 100 x 200 mm e mantidos em câmara úmida até o dia dos ensaios.

A determinação da resistência à tração por compressão diametral do concreto foi realizada de acordo com a ABNT NBR 7222 (2011).

A Figura 3.17 mostra a execução do ensaio de compressão simples com a prensa EMIC MU3 100. Os ensaios foram conduzidos a uma taxa de  $(0,45 \pm 0,15)$  MPa/s.

**Figura 3.17 – Ensaio de compressão simples**



Para a determinação do módulo de elasticidade dos materiais foi utilizada a metodologia indicada na ABNT NBR 8522 (2017). Os ensaios, foram realizados utilizando-se o equipamento Instron EMIC 23-600, como é mostrado na Figura 3.18.

**Figura 3.18 – Ensaio de módulo de elasticidade**



Para determinação dos parâmetros de resistências flexionais, utilizou-se a metodologia indicada na norma japonesa JSCE – SF4 (1984).

Foram moldados quatro corpos de prova prismáticos com dimensões de 150 x 150 x 500 mm tanto para o concreto da viga, quanto para a caracterização do material utilizado na reconstituição do banzo tracionado para a formação do substrato de transição. A Figura 3.19 mostra o corpo de prova posicionado para ensaio de flexão que foi realizado no equipamento Instron EMIC 23 – 600.

**Figura 3.19 – Corpo de prova prismático posicionado para o ensaio de flexão**

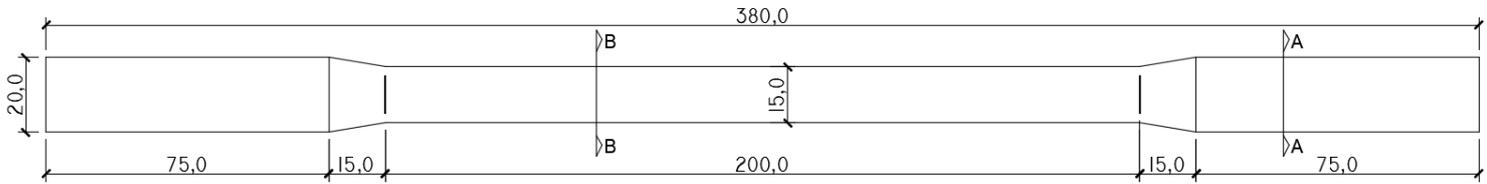


### 3.3.2 Cantoneiras metálicas

Para a caracterização do comportamento à tração das barras de aço e dos perfis metálicos empregados na pesquisa utilizou-se a norma NBR ISO 6892 (2013).

Foram ensaiadas três amostras das barras de aço e três amostras das cantoneiras metálicas. As Figuras 3.20 e 3.21 mostram, respectivamente, as dimensões dos corpos de prova para caracterização das cantoneiras e o aspecto após o ensaio.

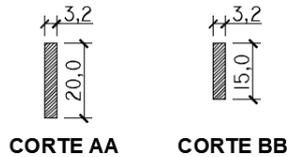
**Figura 3.20 – Croqui dos corpos de prova dos perfis metálicos**



**CORPO DE PROVA METÁLICO [mm]**

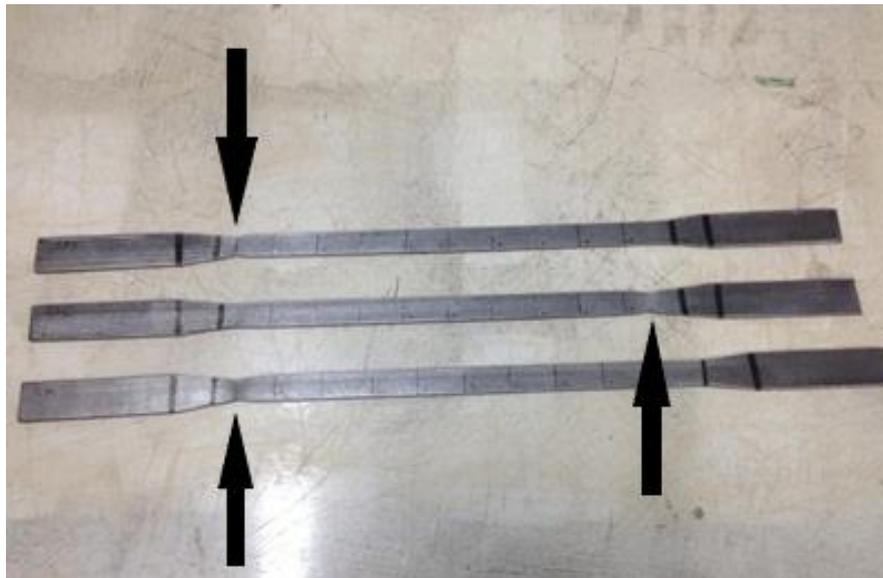
**Notas:**

1. Cotas em milímetros;
2. Conferir medidas com incerteza de 1%



O corpo de prova da Figura 3.20 foi extraído de uma das abas da cantoneira com o auxílio do setor de serralheria da universidade. Em seguida foi levado a uma empresa de metalurgia da cidade para a confecção do corpo de prova conforme o croqui ilustrado na Figura 3.21.

**Figura 3.21 – Corpos de prova dos perfis metálicos após a ruptura**



### 3.4 RECONSTITUIÇÃO E REFORÇO DAS VIGOTAS

Para remoção do concreto do banzo tracionado utilizou-se disco de corte úmido como mostrado na Figura 3.22

**Figura 3.22 – Banzo da viga demarcado com disco de corte**



Para a retirada do concreto utilizou-se uma talhadeira e um ponteira fina conforme Figura 3.23;

**Figura 3.23 – Processo de retirada do concreto do banzo inferior da vigota com talhadeira e ponteira**



Na Figura 3.24 tem-se o aspecto da vigota após a remoção do concreto do banzo tracionado.

**Figura 3.24 – Retirada completa do substrato de transição e vigota pronta para reconcretagem**



Para reforço das vigotas procedeu-se com a retirada da nata de cimento da superfície até a exposição do agregado graúdo. O procedimento foi realizado com esmerilhadeira elétrica acoplada com disco de polimento para concreto.

**Figura 3.25 – Retirada da nata de cimento da viga**



A limpeza da superfície foi realizada com jato de ar comprimido e acetona.

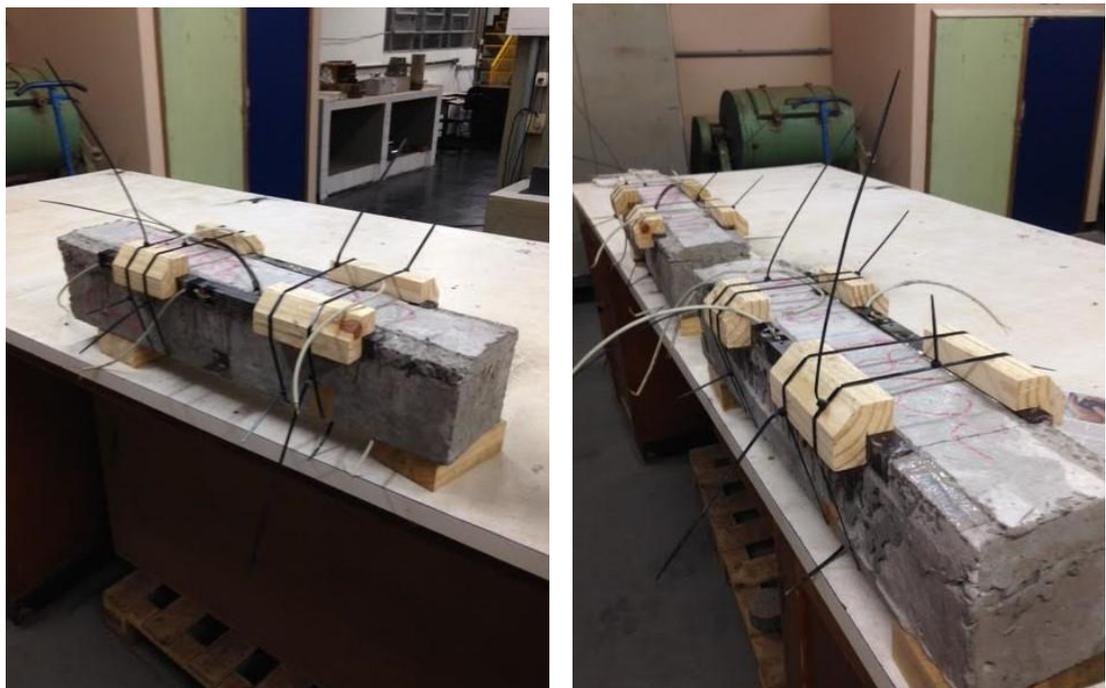
O adesivo epoxídico foi aplicado nas faces dos perfis procurando manter a espessura em cerca de 1,5 e 2,0 mm, aferida de forma visual.

**Figura 3.26 – Vigota pronta para colagem dos perfis metálicos**



Durante o período de cura da resina por sete dias, as cantoneiras foram mantidas sobre pressão constante por meio de um sistema de fixação como mostrado na Figura 3.27.

**Figura 3.27 – Sistema de fixação dos perfis durante a cura do adesivo**



## 4 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados obtidos no programa experimental e também apresenta descrições, análises e comparações com resultados teóricos e de ensaios.

É importante destacar que a moldagem das vigotas não foi feita todas em uma única vez, visto que, alguns dos insumos da pesquisa não tinham sido adquiridos por completo. Com o intuito de iniciar a parte laboratorial, e assim terminar a pesquisa em tempo hábil, iniciou-se a moldagem com os insumos existentes, de forma sequencial, os outros grupos foram moldados conforme a chegada dos materiais restantes.

### 4.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### 4.1.1 Resistência à compressão simples

Na Tabela 4.1 são reunidos os resultados de resistência à compressão simples dos corpos de prova cilíndricos de 100 x 200 mm do concreto das vigotas e dos materiais utilizados no substrato de transição. Os valores apresentados referem-se aos dois corpos de prova ensaiados e seu valor médio.

Os corpos de prova permaneceram em câmara úmida para cura e foram ensaiados aos 28 dias e na data do ensaio das vigotas.

**Tabela 4.1 – Resistência à compressão simples**

Grupo	Idade (dias)	Vigota			Idade (dias)	Substrato		
		f <sub>c</sub> 1 (MPa)	f <sub>c</sub> 2 (MPa)	f <sub>c</sub> médio (MPa)		f <sub>c</sub> 1 (MPa)	f <sub>c</sub> 2 (MPa)	f <sub>c</sub> médio (MPa)
1	28	25,79	21,43	23,61	-	-	-	-
	190	29,18	28,92	29,05	-	-	-	-
2	28	16,14	15,05	15,60	-	-	-	-
	132	18,36	22,87	20,62	-	-	-	-
3	28	19,14	19,02	19,08	28	46,40	47,94	57,90
	176	22,90	25,58	24,24	57	89,78	89,25	89,52
4	28	20,31	20,46	20,38	28	36,40	39,56	37,98
	172	28,47	21,70	25,09	37	42,24	44,46	43,35
5	28	21,74	18,37	20,05	28	34,01	30,31	32,16
	181	29,17	30,66	29,91	53	39,16	38,96	39,06

Nota-se que, em relação aos valores médios, os resultados de resistência à compressão simples do concreto das vigotas aos 28 dias, variaram de 15,60 a 23,61 MPa. Já para os resultados obtidos na data do ensaio das vigotas, a resistência à compressão variou entre 19,08 a 29,91 MPa.

Para o substrato, ainda com o foco nos valores médios, o resultado do ensaio de resistência à compressão simples aos 28 dias foi de 57,90, 37,98 e 32,16, respectivamente para o graute, CC1 e CC2. Já para a data do ensaio das vigotas obteve-se valores de 89,52, 43,35 e 39,06, respectivamente para o graute, CC1 e CC2.

Tal variação de resistência à compressão não qualifica qualquer demérito para a pesquisa, uma vez que, a resistência à compressão do substrato não é relevante para a rigidez das vigota, pois, quem interfere diretamente nesse fator é a tenacidade e a tensão de flexão de tais materiais, propriedades estas que serão vistas mais adiante.

A Tabela 4.2 mostra as propriedades estatísticas das resistência à compressão realizadas no dia do ensaio de flexão das vigotas:

**Tabela 4.2 – Propriedades estatísticas da resistência à compressão no dia do ensaio à flexão das vigotas**

<b>Grupo</b>	<b>Idade (dias)</b>	<b>f<sub>c</sub> médio (MPa)</b>
1	190	29,05
2	132	20,62
3	176	24,24
4	172	25,09
5	181	29,91
<b>Média</b>	25,78	
<b>Desvio Padrão</b>	3,78	
<b>Variância</b>	14,31	
<b>Erro médio</b>	1,69	
<b>Coefficiente de Variação</b>	14,67%	

Com isso é possível inferir que, o rol de amostras de resistência à compressão é razoavelmente comportado e uniforme, visto que, exceto para G2, o valor da resistência ficou próximo ou superior à média. Também é possível observar os baixos valores de desvio padrão e erro médio e também valor coeficiente de variação inferior a 15,0%, corroborando o agrupamento dos dados acima tratados.

Sendo assim, é razoável afirmar que, para esse grupo de amostras a resistência à compressão é congregada e com valores coesos, e não resultará em diferença no comportamento à flexão das vigotas.

#### 4.1.2 Resistência à tração por compressão diametral

Assim como ocorrido nos ensaios de compressão simples, realizou-se também o ensaio de tração por compressão diametral com o intuito de completar a caracterização do concreto.

Na Tabela 4.3 são reunidos os resultados de resistência à tração por compressão diametral dos corpos de prova cilíndricos de 100 x 200 mm do concreto das vigotas e dos materiais utilizados no substrato de transição. Os valores apresentados referem-se aos dois corpos de prova ensaiados e seu valor médio.

Os corpos de prova permaneceram em câmara úmida para cura e foram rompidos aos 28 dias e na data do ensaio das vigotas.

**Tabela 4.3 – Resistência à tração por compressão diametral**

Grupo	Idade (dias)	Vigota			Idade (dias)	Substrato		
		f <sub>Ct,sp 1</sub> (MPa)	f <sub>Ct,sp 2</sub> (MPa)	f <sub>Ct,sp médio</sub> (MPa)		f <sub>ct,sp 1</sub> (MPa)	f <sub>ct,sp 2</sub> (MPa)	f <sub>Ct,sp médio</sub> (MPa)
1	28	2,06	2,59	2,33	-	-	-	-
	190	3,54	2,68	3,11	-	-	-	-
2	28	1,88	1,97	1,93	-	-	-	-
	132	2,07	2,11	2,07	-	-	-	-
3	28	2,27	2,68	2,48	28	4,79	4,48	4,63
	176	2,82	2,73	2,77	57	5,41	4,73	5,07
4	28	2,18	2,00	2,09	28	4,48	4,72	4,60
	172	2,73	-	2,73	37	4,45	4,39	4,42
5	28	2,05	2,11	2,08	28	3,99	4,95	4,47
	181	2,67	3,24	2,96	53	4,33	3,49	3,91

Foi observado que, em vista dos valores médios, os resultados de resistência à tração por compressão diametral do concreto das vigotas aos 28 dias oscilou entre 1,93 a 2,48 MPa. Já para os resultados obtidos na data do ensaio das vigotas, a resistência à tração por compressão diametral variou entre 2,07 a 3,11 MPa.

Para o substrato, em referência ao valor médio, o resultado do ensaio de resistência à tração por compressão diametral aos 28 dias obteve-se 4,63, 4,60 e 4,47 MPa respectivamente

para o graute, CC1 e CC2. Já para a data do ensaio das vigotas obteve-se valores de 5,07, 4,42 e 3,91 MPa respectivamente para o graute, CC1 e CC2.

#### 4.1.3 Módulo de elasticidade

Para o ensaio de módulo de elasticidade do concreto, assim como nos ensaios já aqui tratados, os corpos de prova permaneceram em câmara úmida até o dia do ensaio. Contudo as datas foram outras, realizando-se somente os ensaio à 28 dias e no dia do ensaio das vigotas.

A Tabela 4.4 mostra os valores de módulo de elasticidade de cada um dos três corpos de prova do concreto das vigotas e seu valor médio.

**Tabela 4.4 – Módulo de elasticidade do concreto das vigotas**

Grupo	Idade (dias)	Vigota			
		E <sub>c</sub> 1 (MPa)	E <sub>c</sub> 2 (MPa)	E <sub>c</sub> 3 (MPa)	E <sub>c</sub> médio (MPa)
1	28	30.912,50 <sup>1</sup>	34.504,72	33.264,89	33.884,8
	190	39.060,48	36.635,78	35.413,28	37.036,5
2	28	19.500,00	24.400,00	26.600,00	23.500,0
	132	26.085,50	29.321,91	26.936,79	27.448,0
3	28	26.365,07	28.905,24	28.081,16	27.783,8
	180	32.050,12	31.103,50	30.905,00	31.552,0
4	28	29.780,54	27.229,70	28.816,75	28.609,0
	171	34.364,22	31.615,77	29.512,61	31.830,8
5	28	30.967,98	28.713,54	24.781,78	28.154,4
	179	32.188,48	37.009,40	34.157,07	34.451,6

A Tabela 4.5 mostra os valores de módulo de elasticidade de cada um dos três corpos de prova do concreto do substrato e seu valor médio.

**Tabela 4.5 – Módulo de elasticidade do concreto do substrato**

Grupo	Idade (dias)	Substrato			
		E <sub>c</sub> 1 (MPa)	E <sub>c</sub> 2 (MPa)	E <sub>c</sub> 3 (MPa)	E <sub>c</sub> médio (MPa)
3	28	41.860,27	34.940,97	39.075,45	38.625,5
	70	41.050,20	42.011,30	40.930,22	41.320,6
4	28	34.322,96	34.894,25	28.311,69	35.509,6
	37	37.187,90	30.027,27	36.611,08	36.187,9

<sup>1</sup> Desprezado na média, fora do regime elástico.

5	<b>28</b>	28.940,90	20.830,10	27.733,06	25.834,6
	<b>52</b>	24.692,35	27.751,83	24.896,48	25.780,2

Nota-se que para as vigotas, analisando-se os valores médios, os resultados de módulo de elasticidade à 28 dias, variaram de 23.500 a 33.884 MPa. Já para os resultados obtidos no dia do ensaio de flexão das vigotas, em torno de 170 dias em média, o módulo de elasticidade oscilou entre 27.448 a 36.024 MPa.

Para o substrato, também com vista nos valores médios, o módulo de elasticidade à 28 dias obteve-se 38.625, 35.509, 25.834 MPa respectivamente para o graute, CC1 e CC2. Já para o rompimento no dia do ensaio das vigotas obteve-se 41.290, 36.187 e 26.324 MPa também respectivamente para o graute, CC1 e CC2.

#### 4.1.4 Propriedades mecânicas do aço da armadura

Na tabela 4.6 são reunidos os valores obtidos com a caracterização mecânica do aço da armadura longitudinal positiva e armadura transversal, ambas com diâmetro de 6,3 mm, das vigotas. Os valores aferidos são: a tensão de escoamento ( $f_y$ ), deformação específica de escoamento ( $\epsilon_y$ ), tensão última ( $f_u$ ), deformação específica de ruptura ( $\epsilon_u$ ) e módulo de elasticidade ( $E_s$ ).

**Tabela 4.6 – Propriedades mecânicas do aço das armaduras das vigotas**

<b>Aço</b>	<b>Amostras</b>	<b><math>f_y</math> (MPa)</b>	<b><math>\epsilon_y</math> (%)</b>	<b><math>f_u</math> (MPa)</b>	<b><math>\epsilon_u</math> (%)</b>	<b><math>E_s</math> (GPa)</b>
CA 60	A1	600,59	3,106	860,54	9,994	193,09
CA 60	A2	600,62	3,114	861,40	9,997	192,39
CA 60	A3	600,47	3,189	848,92	9,995	-
<b>Média</b>	-	600,56	3,14	856,95	10,00	192,75
<b>Desvio Padrão</b>	-	0,08	0,05	6,97	0,00	0,496
<b>Coefficiente de Variação</b>	-	0,01	0,00	48,59	0,00	0,246

A resistência média do aço ao escoamento foi de 600 MPa, com deformação específica de 3,13%, e módulo de elasticidade de 192,75 GPa. A tensão de ruptura média é de 857 MPa e a deformação específica de ruptura é 10,0 % .

A amostra A3 teve o valor de módulo de elasticidade desprezado devido a ruptura ter ocorrido perto da garra.

#### 4.1.5 Propriedades mecânicas dos perfis metálicos do reforço

Para as cantoneiras metálicas, utilizou-se o mesmo procedimento normativo da investigação do aço da armadura. Os parâmetros obtidos estão indicados na Tabela 4.7, ou seja, tensão de escoamento ( $f_y$ ), deformação específica de escoamento ( $\epsilon_y$ ), tensão última ( $f_u$ ), alongamento residual após a ruptura ( $A$ ) e módulo de elasticidade ( $E_s$ ).

A Tabela 4.7 exibe os valores das propriedades do aço dos perfis metálicos para cada amostra ensaiada.

**Tabela 4.7 – Propriedades dos aço: Perfis metálicos**

<b>Aço</b>	<b>Amostra</b>	<b><math>f_y</math> (MPa)</b>	<b><math>\epsilon_y</math> (‰)</b>	<b><math>f_u</math> (MPa)</b>	<b>A (‰)</b>	<b><math>E_s</math> (GPa)</b>
ASTM 36	C1	281,13	1,334	418,04	2,44	170,55
ASTM 36	C2	280,18	1,562	489,23	1,98	178,20
ASTM 36	C3	300,14	1,454	348,56	2,26	204,18
<b>Média</b>	-	287,15	1,45	418,61	2,23	184,31
<b>Desvio Padrão</b>	-	11,26	0,11	70,34	0,23	17,63
<b>Coefficiente de Variação</b>	-	126,78	0,01	4.947,26	0,05	310,71

Percebe-se que a tensão e a deformação de escoamento variam pouco e têm seus valores próximos. A tensão de escoamento última variou de 348,56 a 489,23 MPa, o alongamento residual após a ruptura variou de 1,98 a 2,44% e o módulo de elasticidade teve seu valor orbitando entre 170,55 a 204,18 MPa.

Verifica-se que, quando trata-se de tensão escoamento, o aço ensaio teve seu valor ligeiramente acima do prescrito por norma, cerca de 250 MPa, em vista da tensão de escoamento última os valores obtidos estão dentro do intervalo esperado, de 400 a 550 MPa.

Por fim, no que concerne o módulo de elasticidade, as duas primeiras amostras estão aquém do esperado, contudo, a terceira amostra tem seu valor muito próximo ao valor referência de literatura, cerca de 205 a 210 GPa.

#### 4.1.6 Resistência à flexão do concreto das vigotas e dos materiais do substrato

Nas Tabelas 4.8 a 4.11 são apresentados os resultados do comportamento à flexão do concreto das vigotas e dos materiais do substrato.

A análise foi realizada segundo a norma JSCE – SF4 (1984) que, especifica a tensão referente ao pico de carregamento do corpo de prova como sendo a resistência à flexão ( $\sigma_b$ ), o fator de tenacidade flexional ( $\overline{\sigma}_b$ ).

A norma ASTM C78 (2018) especifica a resistência à fissuração ( $f_{cr}$ ) – correspondente ao final do trecho reto elástico – conforme equação (2.92).

E por fim, segundo a norma ASTM C1609 (2019) especifica que as resistências residuais referentes ao deslocamento de L/150 e L/600, são obtidas pelas equações (2.93) e (2.94).

Os resultados apresentados foram obtidos a partir do ensaio em quatro corpos de prova prismáticos. De forma simplificada, tais fatores podem ser obtidos de acordo com as equações abaixo, já apresentadas anteriormente, que seguem:

$$\sigma_b = \frac{P \cdot l}{b \cdot h^2} \quad (2.90)$$

$$\overline{\sigma}_b = \frac{T_b \cdot l}{\delta_{tb} \cdot b \cdot h^2} \quad (2.91)$$

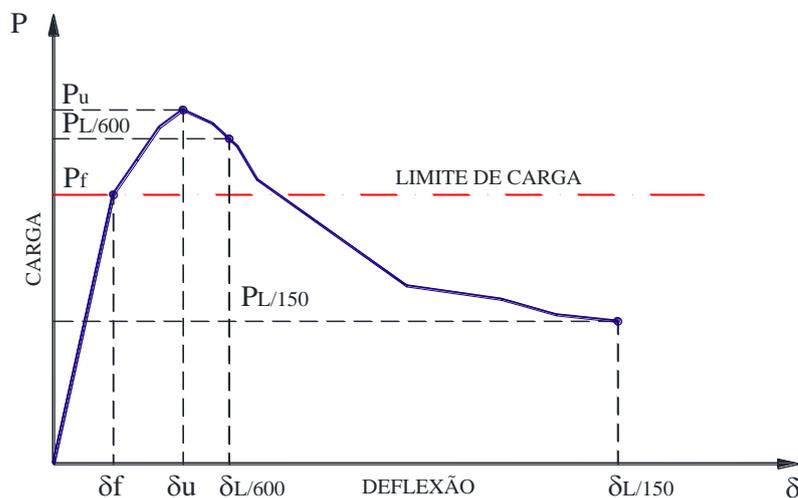
$$f_{cr} = \frac{P_f \cdot l}{b \cdot h^2} \quad (2.92)$$

$$f_{d,L/600} = P_{d,L/600} \cdot \frac{l}{b \cdot h^2} \quad (2.93)$$

$$f_{d,L/150} = P_{d,L/150} \cdot \frac{l}{b \cdot h^2} \quad (2.94)$$

Simplificadamente retoma-se os parâmetros,  $\sigma_b$ ,  $\overline{\sigma}_b$ ,  $f_{cr}$ ,  $P_{d,L/600}$  e  $P_{d,L/150}$  expostos acima de forma gráfica como segue a Figura 4.1:

**Figura 4.1 – Parâmetros de flexão**



Também é válido lembrar que a tenacidade é numericamente igual a área abaixo da curva P- $\delta$ , já abordado previamente no item 2.4.1.3.2.

**Tabela 4.8 – Carga de ruína e tensão de flexão do Grupo 01 e 02**

	<b>Prisma</b>	<b>P<sub>u</sub> (kN)</b>	<b><math>\sigma_b</math> (MPa)</b>
<b>Grupo 01</b>	1	19,54	2,60
	2	23,63	3,15
	3	22,53	3,00
	4	23,02	3,07
	<b>Média</b>	22,18	2,95
	<b>Desvio Padrão</b>	1,82	0,24
	<b>Variância</b>	3,29	0,60
	<b>Grupo 02</b>	<b>Prisma</b>	<b>P<sub>u</sub> (kN)</b>
1		11,65	1,55
2		11,16	1,49
3		13,58	1,81
4		11,79	1,57
<b>Média</b>		12,05	1,61
<b>Desvio Padrão</b>		1,06	0,14
<b>Variância</b>		1,12	0,02

Para o grupo 01 é possível observar que, a carga máxima variou de 19,54 a 23,63 kN, com valores de desvio padrão e variância diminutos. Com exceção P1, os valores de carga se encontram próximos à média. A resistência à flexão teve seu valor de 2,60 e 3,15 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e assim como a carga de ruína, tem somente em P1 o valor de tensão longe da média.

Para o grupo 02 é possível observar que, a carga máxima variou de 11,16 a 11,79 kN, com valores de desvio padrão e variância diminutos e com valores de carga de ruína próximos à média. A resistência à flexão teve seu valor de 1,55 e 1,81 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e com valor de tensão de flexão próximos da média também.

A diferença de valores de carga de ruína e tensão de flexão de um grupo para outro, pode ser justificado devido a diferença de resistência de compressão axial dos grupos, isso por sua vez se justifica devido ao elevado tempo de mixagem ocorrido no Grupo 02, resultando em um concreto mais seco.

**Tabela 4.9 – Carga de ruína e tensão de flexão Grupo 03**

<b>Vigota</b>			<b>Substrato</b>		
<b>Prisma</b>	<b>P<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>σ<sub>b</sub> (MPa)</b>	<b>Prisma</b>	<b>P<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>σ<sub>b</sub> (MPa)</b>
1	17,91	2,39	1	23,48	3,13
2	16,76	2,24	2	27,32	3,64
3	19,45	2,59	3	24,09	3,21
4	15,21	2,03	4	24,63	3,28
<b>Média</b>	17,33	2,31	<b>Média</b>	24,88	3,32
<b>Desvio Padrão</b>	1,79	0,24	<b>Desvio Padrão</b>	1,69	0,23
<b>Variância</b>	3,21	0,06	<b>Variância</b>	2,86	0,05

No grupo 03, quando se analisa os dados das vigotas, é possível observar que, a carga máxima variou de 15,21 a 19,45 kN, com valores de desvio padrão e variância pequenos. Com exceção P3, os valores de carga se encontram próximos à média. A resistência à flexão teve seu valor de 2,03 e 2,59 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e assim como a carga de ruína, tem somente em P3 o valor de tensão longe da média.

No grupo 03, quando se analisa os dados do substrato, é possível observar que, a carga máxima variou de 23,48 a 27,32kN, com valores de desvio padrão e variância pequenos. Com exceção P2, os valores de carga se encontram próximos à média. A resistência à flexão teve seu valor de 3,13 e 3,64 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e assim como a carga de ruína, tem somente em P2 o valor de tensão longe da média.

A diferença aqui é facilmente justificada, uma vez que, o concreto da vigota é da classe C20, mais comum e abundante nos canteiros, já o concreto do substrato é um graute com valor de resistência aproximado em C50 e por isso os valores de carga são mais discrepantes.

#### 4.1.6.1 Análise estatística das grandezas aferidas no ensaio de flexão

Para uma análise mais profunda dos dados obtidos no ensaio foi feito um estudo estatísticos das grandezas de carga máxima, tensão de flexão, tenacidade, fator de flexão, resistência de flexão equivalente, carga de fissuração, resistência à flexão de 1ª fissura e as tensões residuais de L/600 e L/150.

## 4.1.6.1.1 Substrato CC1 – Grupo 04

Na Tabela 4.10 segue as propriedades estatísticas referentes ao substrato CC1 do grupo 04.

**Tabela 4.10 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC1**

Prisma	Substrato				Vigotas	
	$P_u$ (kN)	$P_f$ (kN)	$\sigma_b$ (MPa)	$f_{cr}$ (MPa)	$P_u$ (kN)	$\sigma_b$ (MPa)
1	41,48	26,69	5,53	3,56	17,17	2,29
2	34,56	25,62	4,61	3,42	20,95	2,79
3	41,65	29,84	5,55	3,98	21,59	2,88
4	35,94	24,07	4,79	3,21	26,21	3,49
<b>Média</b>	38,41	26,56	5,12	3,54	21,48	2,86
<b>Desvio Padrão</b>	3,69	2,44	0,49	0,33	3,71	0,49
<b>Variância</b>	13,62	5,96	0,24	0,11	13,77	0,24

Para o grupo 04, quando se analisa os dados das vigotas, é possível observar que, a carga máxima variou de 17,17 a 26,21 kN, com valores de desvio padrão e variância pequenos. Com exceção P4, os valores de carga se encontram próximos à média. A resistência à flexão teve seu valor de 2,29 e 3,49 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e assim como na carga de ruína, tem somente em P4 o valor de tensão longe da média.

Ainda no grupo 04, quando se analisa os dados do substrato, é possível observar que, a carga máxima variou de 34,56 a 41,65 kN, com valores de desvio padrão e variância pequenos. É visível a distribuição da carga de ruína em dois pares, um com valores mais altos, P1 e P3, e outro com valores mais baixos P2 e P4.

A resistência à flexão teve seu valor de 4,61 e 5,55 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e assim como a carga de ruína, a distribuição da tensão de flexão foi em dois pares, um com valores mais altos, P1 e P3, e outro com valores mais baixos P2 e P4.

Tendo em vista a carga de fissuração, ainda para o substrato do grupo 04, é possível observar que, a carga de fissuração variou de 24,07 a 29,84 kN, com valores de desvio padrão e variância pequenos. É visível que a distribuição da carga de fissuração é uniforme, com exceção P3, que teve seu valor longe da média.

É cabível aqui a discussão dos valores da carga de fissuração ante a carga de ruína, uma vez que, a primeira é cerca de 70% da segunda, podendo-se concluir que a fissuração se manifesta antes da ruína na ordem acima mencionada.

Acompanhando dos valores de carga de fissuração, a resistência a fissuração variou de 3,21 a 3,98 MPa, com valores de desvio padrão e variância muito pequenos. Assim como na carga de fissuração, o valor das resistências de fissuração estão próximas à média, exceto para P3, quem tem seu valor mais distante.

Nesse momento, também é interessante a discussão dos valores de resistência à fissuração ante a tensão de flexão, uma vez que, mais uma vez, a primeira é cerca de 70% da segunda, podendo-se concluir que a resistência à fissuração se manifesta antes da tensão de flexão quando atingir 70% de sua carga.

**Tabela 4.11 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC1**

<b>Prisma</b>	<b>T<sub>b</sub> (kN.mm)</b>	<b><math>\bar{\sigma}_b</math> (MPa)</b>	<b>f<sub>d L/600</sub> (MPa)</b>	<b>f<sub>d L/150</sub> (MPa)</b>
1	95,84	4,20	5,21	2,84
2	94,94	4,22	4,43	1,97
3	97,25	4,31	5,54	2,75
4	88,38	3,92	4,79	2,79
<b>Média</b>	94,10	4,16	4,99	2,59
<b>Desvio Padrão</b>	3,93	0,17	0,48	0,42
<b>Variância</b>	15,46	0,03	0,23	0,17

Com foco tenacidade, é possível constatar que esta variou de 88,38 a 97,25 kN.mm com valores de desvio padrão pequeno e variância alto, sendo essa divergência atribuída ao prisma P4, que sofreu pequenos danos de vibrações devido à acomodações na hora do ensaio.

Em relação ao fator de tenacidade flexional, verifica-se que este variou de 3,92 a 4,31 MPa com desvio padrão e variância insignificantes, sendo o valor de P4 não relevante na alteração do valor médio dessa grandeza.

Em vista das tensões residuais, para L/600, a tensão variou de 4,43 a 5,54 MPa com valores de desvio padrão e variância diminutos. E para a tensão residual de L/150, os valores variaram de 1,79 a 2,84 MPa, com valores de desvio padrão e variância também de pequena grandeza.

## 4.1.6.1.2 Substrato CC2 – Grupo 05

Na Tabela 4.12 segue os parâmetros estatísticas referentes ao substrato CC2 do grupo 05.

**Tabela 4.12 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC2**

Prisma	Substrato				Vigotas	
	$P_u$ (kN)	$P_f$ (kN)	$\sigma_b$ (MPa)	$f_{cr}$ (MPa)	$P_u$ (kN)	$\sigma_b$ (MPa)
1	37,73	37,45	5,03	4,99	27,71	3,69
2	49,99	43,21	6,67	5,76	26,93	3,15
3	42,98	28,02	5,73	3,74	25,30	3,00
4	29,67	27,18	3,96	3,62	26,60	3,07
<b>Média</b>	40,09	33,97	5,35	4,53	26,50	3,23
<b>Desvio Padrão</b>	8,57	7,73	1,14	1,03	1,05	0,32
<b>Variância</b>	73,47	59,69	1,31	1,06	1,09	0,10

Para o grupo 05, quando se analisa os dados das vigotas, é possível observar que, a carga máxima variou de 25,30 a 27,71 kN, com valores de desvio padrão e variância bem pequenos. Com exceção P1, os valores de carga se encontram próximos à média. A resistência à flexão teve seu valor de 3,00 e 3,69 MPa, com baixíssimos valores de desvio padrão e variância, e assim como na carga de ruína, tem somente em P1 o valor de tensão longe da média.

Ainda no grupo 05, quando se analisa os dados do substrato, é possível observar que, a carga máxima variou de 29,67 a 49,99 kN, com valores de desvio padrão e variância altos. Pode-se atribuir essa variação alta de resultados ao prisma P4, o qual teve seu valor de carga última bem distante dos outros, devido a um choque mecânico ocorrido na fase de marcação e mensuração do mesmo.

A resistência à flexão teve seu valor de 3,96 e 6,67 MPa, com pequenos valores de desvio padrão e variância, e assim como a carga de ruína, pode-se atribuir essa variação alta de resultados ao prisma P4, o qual teve seu valor de tensão de flexão bem distante dos outros, devido a um choque mecânico ocorrido na fase de marcação e mensuração, como já descrito antes.

Tendo em vista a carga de fissuração, ainda para o substrato do grupo 05, é possível observar que, a carga de fissuração variou de 27,18 a 43,21 kN, com valores de desvio padrão

e variância significativos. Mais uma vez, a discrepância desses resultados se atribui ao prisma P4, devido ao choque mecânico ocorrido.

É cabível aqui a discussão dos valores da carga de fissuração ante a carga de ruína, uma vez que, a primeira é cerca de 84% da segunda, podendo-se concluir que a fissuração se manifesta antes da ruína na ordem acima mencionada, superior ao grupo 04 em 14%.

Acompanhando dos valores de carga de fissuração, a resistência a fissuração variou de 3,62 a 5,76 MPa, com valores de desvio padrão e variância muito pequenos. Aqui também, a discrepância desses resultados se atribui ao prisma P4, devido ao choque mecânico ocorrido.

Nesse momento, também é interessante a discussão dos valores de resistência à fissuração ante a tensão de flexão, uma vez que, mais uma vez, a primeira é cerca de 84% da segunda, acompanhando a variação de carga de fissuração e carga de ruína, distante também em 14% do apresentado no grupo 04.

**Tabela 4.13 – Parâmetros estatísticos de carga máxima – CC2**

<b>Prisma</b>	<b>T<sub>b</sub> (kN.mm)</b>	<b><math>\bar{\sigma}_b</math> (MPa)</b>	<b>f<sub>d L/600</sub> (MPa)</b>	<b>f<sub>d L/150</sub> (MPa)</b>
1	57,48	2,55	3,60	1,25
2	111,08	4,91	5,91	3,18
3	78,42	3,48	5,72	1,77
4	53,80	2,39	3,33	1,18
<b>Média</b>	75,19	3,33	4,64	1,85
<b>Desvio Padrão</b>	26,26	1,16	1,36	0,93
<b>Variância</b>	689,82	1,34	1,86	0,86

Com foco tenacidade, é possível constatar que a tenacidade variou de 53,80 a 111,08 kN.mm com valores de desvio padrão pequeno e variância alto. Essa divergência pode ser atribuída ao prisma P2, que tem a sua tenacidade maior devido a sua carga de ruína ser grande, essa por sua vez, tem seu módulo avantajado devido ser uma combinação do concreto da vigota com melhor cura com o substrato de melhor cura também, de forma concomitante.

Em relação ao fator de tenacidade flexional, verifica-se que este variou de 2,39 a 4,91 MPa com desvio padrão e variância insignificantes, sendo aqui a distribuição de tensões como um par, um com valores mais altos E2 e E3, e outro com valores mais baixos, E1 e E4.

Em vista das tensões residuais, para L/600, a tensão variou de 3,33 a 5,91 MPa com valores de desvio padrão e variância diminutos. E para a tensão residual de L/150, os valores

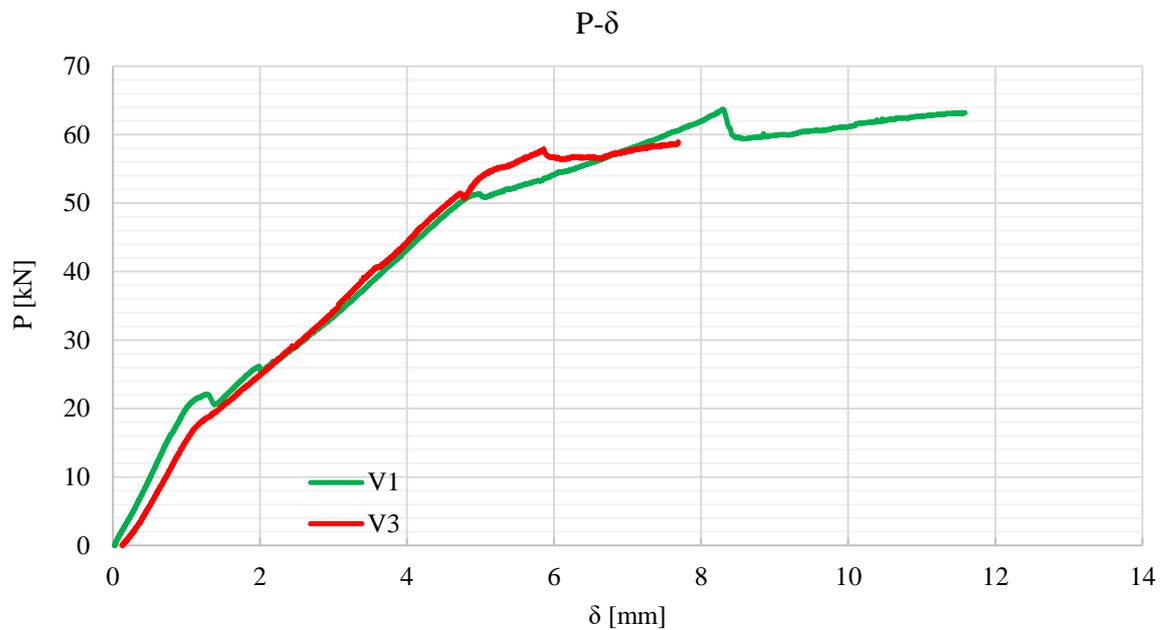
variaram de 1,18 a 3,18 MPa, com valores de desvio padrão e variância também de pequena grandeza e tendo o valor do prisma P2 como discrepante do rol de amostras.

#### 4.1.7 Ensaio de Flexão das vigotas

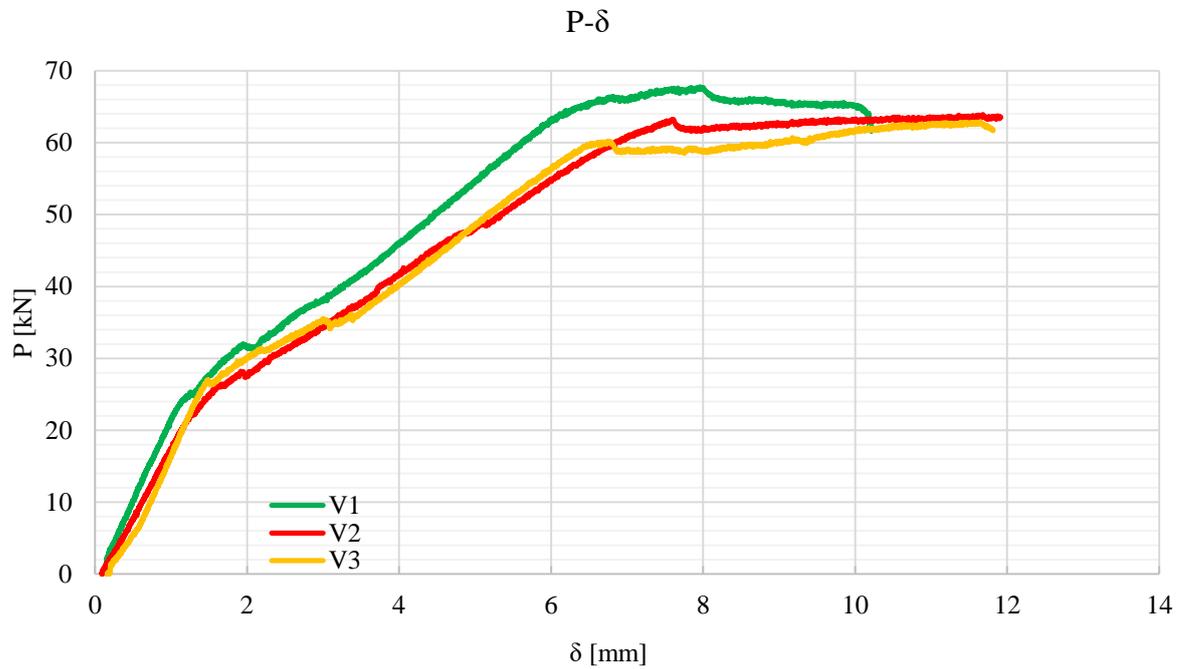
##### 4.1.7.1 Análise das curvas P- $\delta$ das vigotas

Nas Figuras de 4.2 a 4.29 são indicadas as curvas que representam o comportamento das vigotas do Grupo 01 a 05.

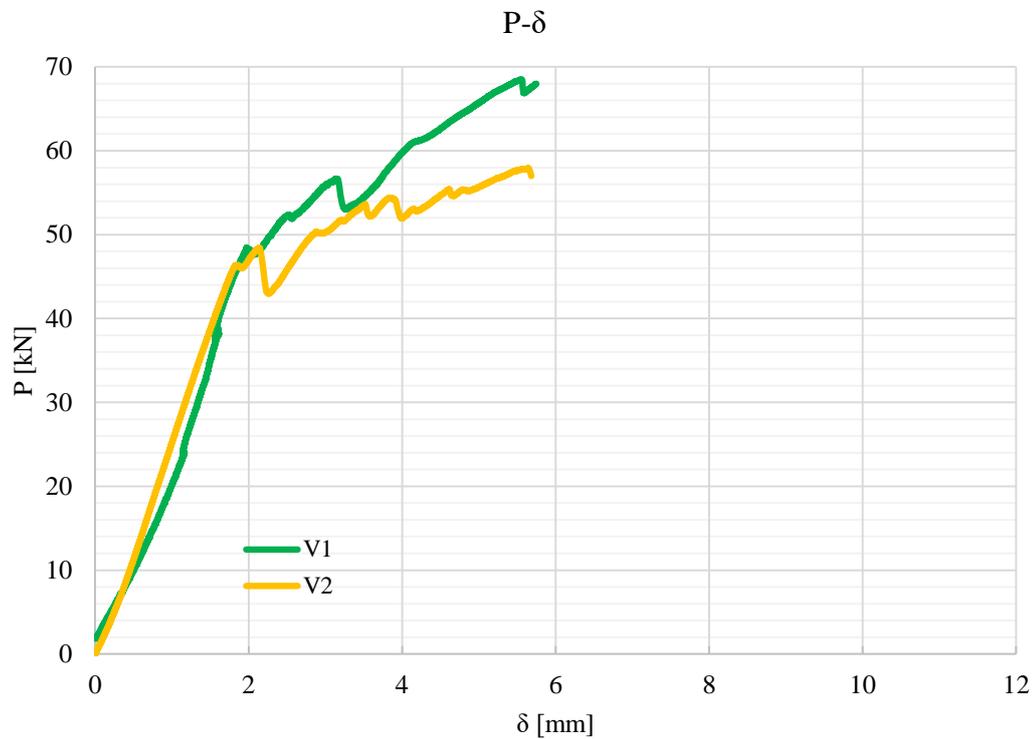
**Figura 4.2 – Carga x Deflexão – G1**



Nas curvas de Carga-Deflexão acima constata-se uma grande similaridade entre V1 e V3, com fase elástica, pico de carga e a ruptura. A curva da V2 foi eliminada do gráfico devido a erros de aquisição do LVDT, possivelmente devido a mal contato dos cabos com os condicionadores de sinais.

**Figura 4.3 – Carga x Deflexão – G2**

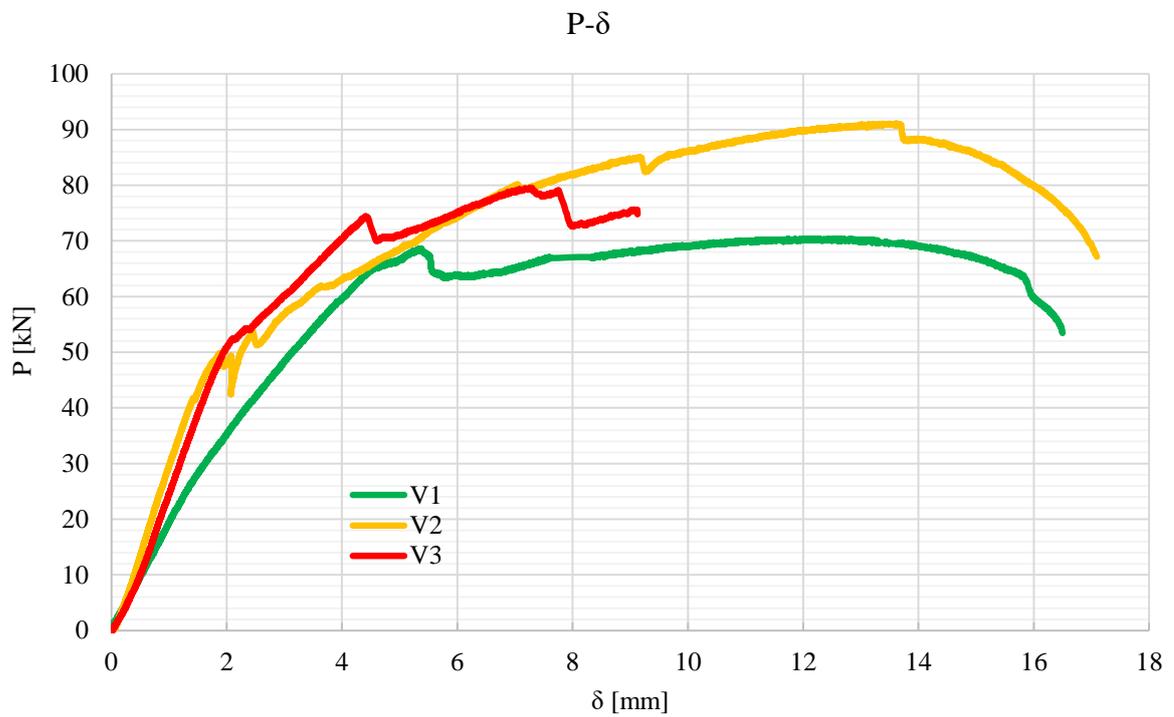
Nas curvas de Carga-Deflexão do grupo 02 verifica-se uma grande semelhança entre as três curvas, em especial entre V2 e V3. Um padrão se repete de forma geral em todas as vigotas, inicia-se com a fase elástica, em seguida o escoamento e por fim o pico de carga, que foi próximos a todas as vigas.

**Figura 4.4 – Carga x Deflexão – G3**

Nas curvas de Carga-Deflexão acima é verificado para as duas vigotas na fase elástica grande identidade, em seguida manifesta-se o pico de carga, que só é bem destacado para V1.

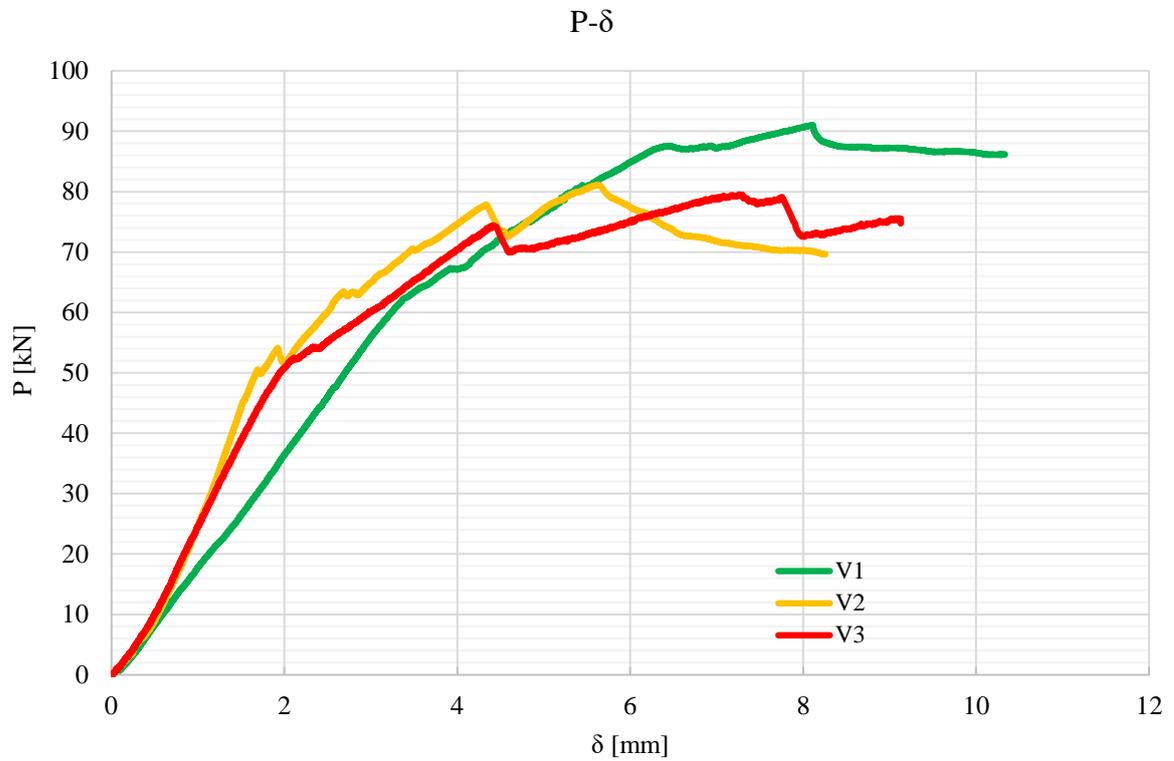
A viga V3 foi retirada da análise devido à falta de extensômetros, uma vez que ocorreram muitas perdas e avarias nesses recursos, sendo assim necessário a subtração de uma das vigas do estudo para que as outras tivessem suas aquisições completas.

Figura 4.5 – Carga x Deflexão – G4



Com vista nas curvas de Carga-Deflexão acima percebe-se que, de forma ampla, há grande semelhança no traçado geral das curvas. Nota-se a fase elástica destacada em V2 e V3, com proximidade de traçados, já V1 tem um comportamento mais próprio, com as fases de elástica e ruptura destacadas.

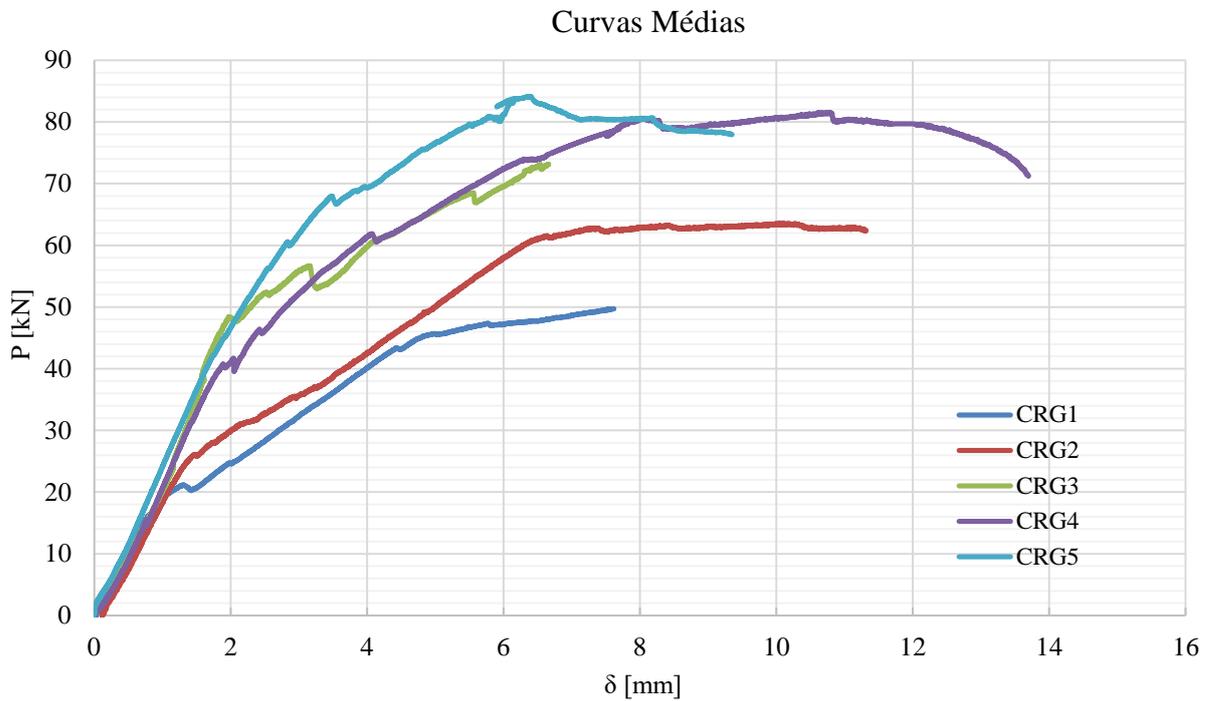
**Figura 4.6 – Carga x Deflexão – G5**



Em vista das curvas de Carga-Deflexão acima nota-se que V1 demonstrou um comportamento mediano entre as curvas até 76,0 kN, após esse valor V2 passou a ser a curva mais central. Percebe-se também a proximidade dos valores de carga máxima de V2 e V3.

Na Figura 4.7 são comparados os comportamentos das vigotas. Para tanto, fez-se o uso da curva média do comportamento de cada grupo.

**Figura 4.7 – Curvas médias P- $\delta$  dos grupos de 01 a 05**



Com base nas curvas médias P- $\delta$  de cada grupo mostradas acima, pode-se inferir que, para o grupo 01 a sua curva têm um traçado bem comportado e contínuo em toda sua extensão, partido da origem e finalizando com aproximadamente 49,75 kN no último valor de carga.

No grupo 02, a curva tem um traçado também uniforme e contínuo partindo da origem e com inclinação superior em relação ao grupo 01. No final, seu traçado têm um patamar constante com um valor de carga máxima por volta de 65,04 kN.

No grupo 03, a curva média acompanha as demais curvas nas fases iniciais de carregamento e por volta de 60,0 kN mostra um comportamento intermediário em relação as demais curvas.

O grupo 04 visivelmente apresenta uma curva representativa com valores de carga maiores que os dos grupos já discutidos até aqui. Sua inclinação inicial é significativamente alta, assim como o valor máximo da carga, em torno de 81,55 kN.

Por fim o grupo 05 tem a curva representativa com o comportamento superior a todos os outros grupos. Partindo da origem com a maior inclinação de todas até agora apresentada, atingindo o pico de carga em 84,15 kN e em seguida um patamar constante de carga, por volta de 80,0 kN.

## 4.1.7.2 Análise das cargas e modo de ruína das vigotas

Na Tabela 4.14 são mostradas os valores de carga das vigotas, deformações na porção central da cantoneira, deformação da armadura e o modo de ruína observado.

**Tabela 4.14 – Valores máximos de deformação e deflexão dos ensaios de flexão das vigotas**

Grupo	Vigotas	Pu (kN)	$\epsilon_{cm}$ (‰)	$\epsilon_a$ (‰)	Modo de Ruína
Grupo 01	1	63,685	-	4,61	Escoamento da armadura de flexão positiva
	3	58,918	-	2,62	
	Média	60,301		3,61	
Grupo 02	Vigotas	Pu (kN)	$\epsilon_{cm}$ (‰)	$\epsilon_a$ (‰)	Modo de Ruína
	1	66,77	0,33	3,06	Desprendimento da extremidade do reforço
	2	66,98	0,29	7,84	
	3	62,89	0,33	4,86	
	Média	65,88	0,32	5,26	
Grupo 03	Vigotas	Pu (kN)	$\epsilon_{cm}$ (‰)	$\epsilon_a$ (‰)	Modo de Ruína
	1	78,46	0,46	1,60	Desprendimento da extremidade do reforço
	2	59,12	0,68	3,79	
	Média	68,79	0,57	2,98	
Grupo 04	Vigotas	Pu (kN)	$\epsilon_{cm}$ (‰)	$\epsilon_a$ (‰)	Modo de Ruína
	1	76,98	0,34	2,91	Cisalhamento seguido de descolamento da extremidade do reforço
	2	91,14	0,62	2,92	
	3	79,56	0,56	2,14	
	Média	82,56	0,51	2,66	
Grupo 05	Vigotas	Pu (kN)	$\epsilon_{cm}$ (‰)	$\epsilon_a$ (‰)	Modo de Ruína
	1	90,99	0,80	1,22	Cisalhamento seguido de descolamento da extremidade do reforço
	2	81,10	0,64	1,57	
	3	85,65	0,56	2,14	
	Média	85,91	0,67	1,64	

Nota-se que a carga média das vigotas teve seu valor acrescido expressivamente de um grupo para outro, sendo 60,30, 65,88, 68,79, 82,56 e 85,91 kN para os grupos de 01 a 05, respectivamente.

Os modos de ruína que se manifestaram foram de escoamento da armadura de flexão positiva, desprendimento da extremidade do reforço, escoamento da armadura transversal,

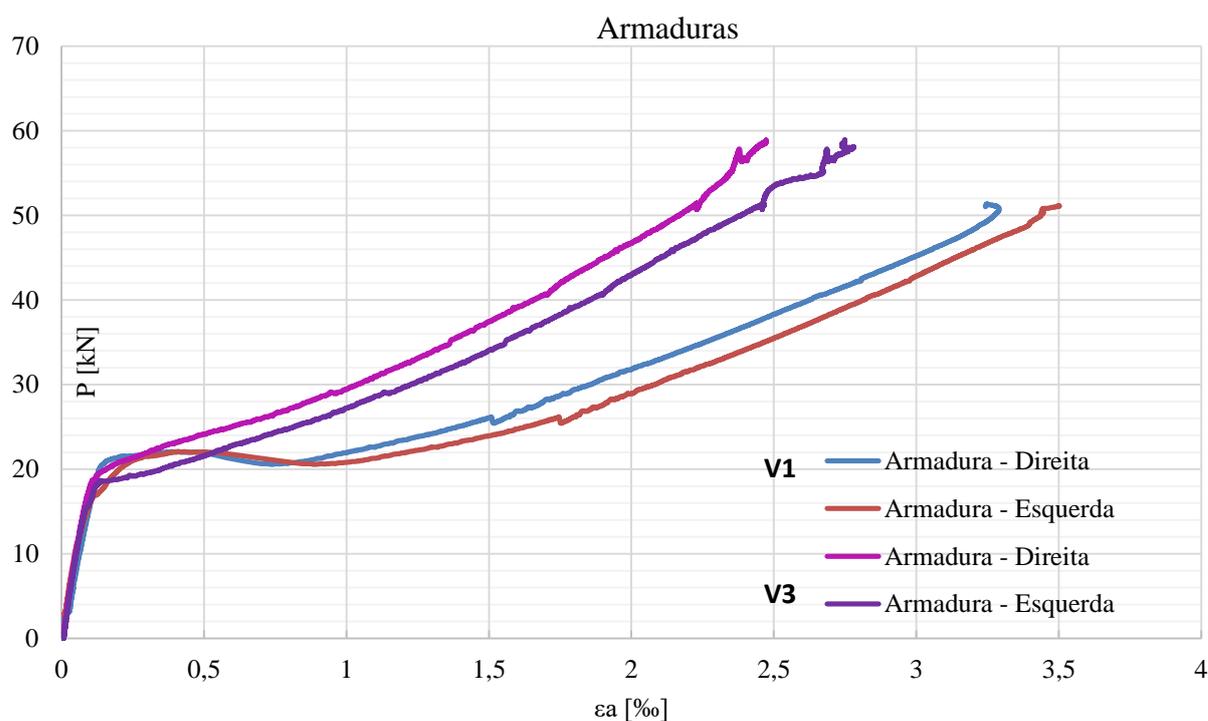
descolamento da extremidade do reforço e escoamento da armadura transversal respectivamente para os grupos 01 a 05.

Observa-se também que os modos de ruína foram uniformes dentro de um mesmo grupo. Tais modos de ruína podem ser verificados nas fotos que serão apresentadas nas Figuras 4.31 a 4.39.

A seguir, as figuras ilustram as curvas de Carga-Deformação das armaduras, ( $P-\epsilon_a$ ), registradas pelo sistema de aquisição.

#### 4.1.7.3 Análise das curvas $P-\epsilon_a$ das vigotas

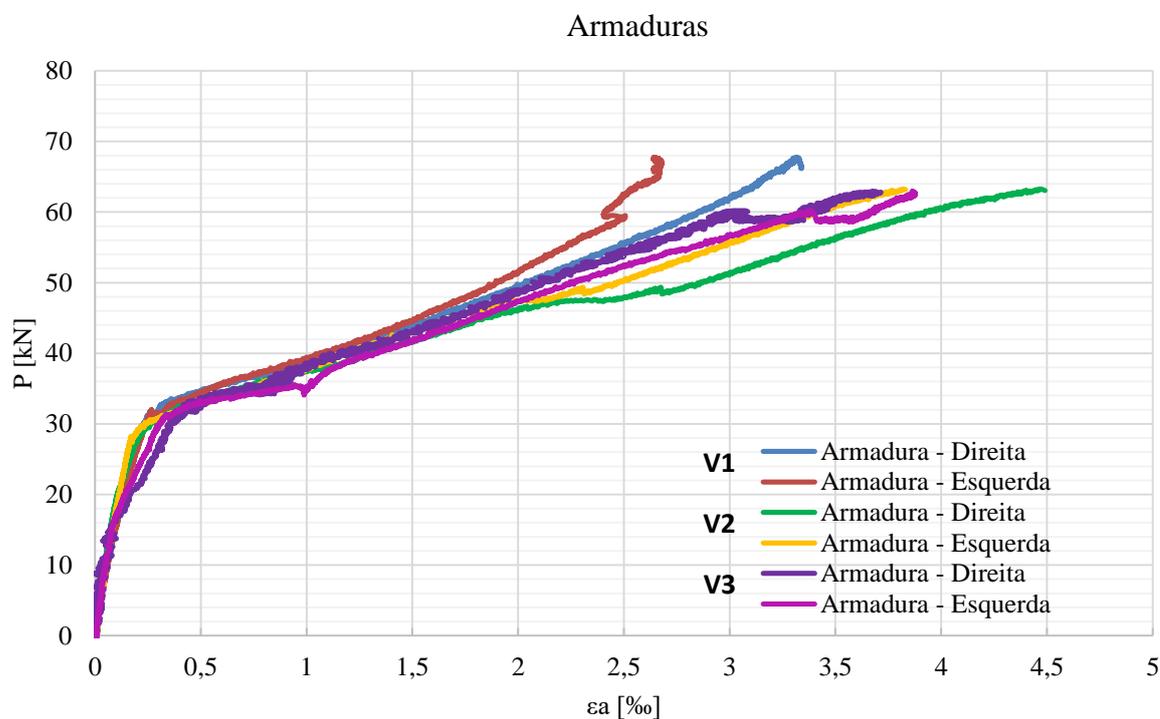
**Figura 4.8 – Deformação das Armaduras – G1**



Nos gráficos de V1 e V3 observa-se semelhança no traçado das curvas, ambos tem um trecho ascendente linear coincidente, que se estabiliza por volta de 20,0 kN. Após esse valor, ambas as curvas crescem e atingem o valor da carga máxima, na V1 a curva se assemelha a uma meia parábola e na V3 a uma reta.

A viga V2 teve sua curva subtraída do gráfico, devido ao erro de colagem, proteção ou leitura do gauge.

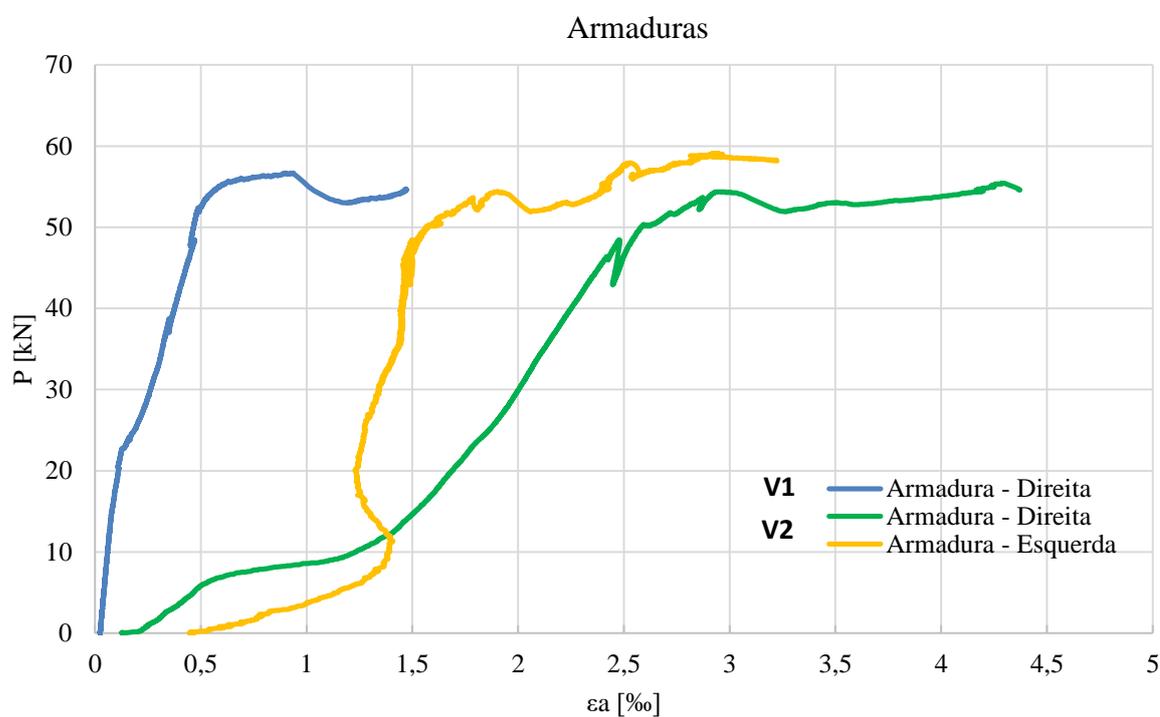
Figura 4.9 – Deformação das Armaduras – G2



Em vista das curvas acima, constata-se a similaridade dos traçados, que são coincidentes e exatos em cada armadura de todas vigas ensaiadas até princípio da fase elástica, que está por volta de 20,0 kN.

De forma ampla, todas as curvas têm uma parte crescente, que se assemelha a um padrão linear, em seguida há um ponto de mudança de direção do traçado após 30,0 kN e um comportamento ascendente até o pico.

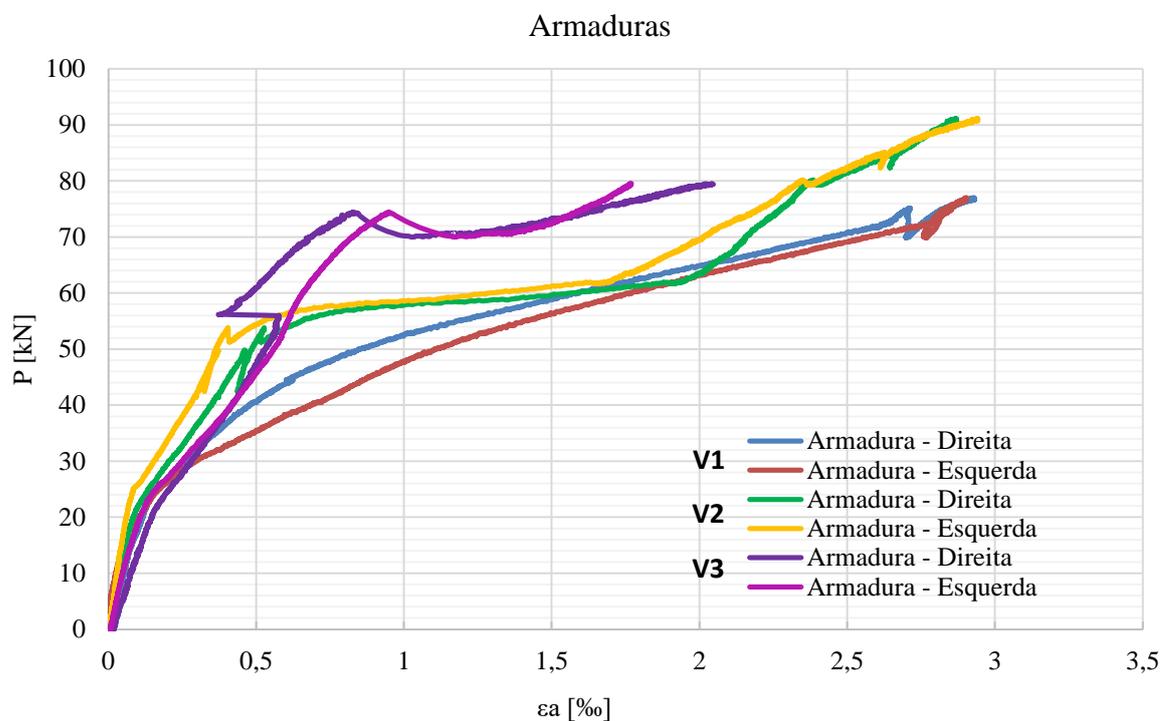
Figura 4.10 – Deformação das Armaduras – G3



Infelizmente, na vigota V1, ocorreu uma avaria no strain gauge colado na barra de aço esquerda da armadura positiva, e não foi registrado nenhuma leitura desse ente instrumentado.

Devido ao ensaio de somente duas vigotas e a avaria ocorrida no gauge da V1, as conclusões a serem retiradas são limitadas e simples. De maneira ampla, as curvas apresentam uma parte crescente e um patamar horizontal com valores de carga máxima distante um do outro.

**Figura 4.11 – Deformação das Armaduras – G4**



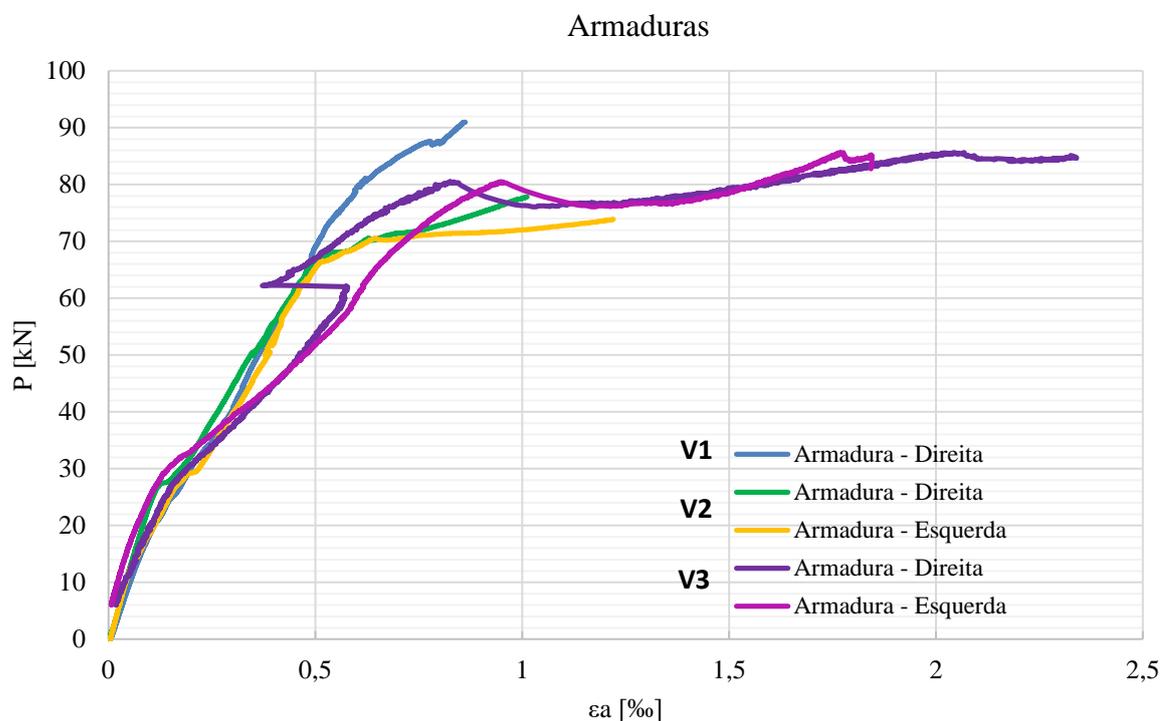
De posse das curvas, percebe-se um padrão de comportamento semelhante em todas. O traçado inicia-se com um trecho quase linear e coincidente das deformações aferidas em ambas das armaduras, até o patamar de carga de 50,0 kN, para V2 e V3.

Na viga V1 o ensaio foi interrompido devido a segurança e receio de avarias nos equipamento de medição.

Para V2, após fase crescente de carga, ocorreu um patamar curvo, em seguida o encruamento e pôr fim a carga última. Para a viga V3 o ganho de carga foi até por volta de 74,0 kN, em seguida um patamar e só então a carga última.

Nota-se que as deformações chegaram ao pico, próximas de 3,0 %, valor esse em concordância com o esperado.

**Figura 4.12 – Deformação das Armaduras – G5**



Em referência as curvas acima, é identificável um padrão de comportamento semelhante em todas, com exceção da armadura da esquerda de V1, que devido a uma avaria no extensômetro não registrou os dados corretamente, sendo assim eliminada do gráfico.

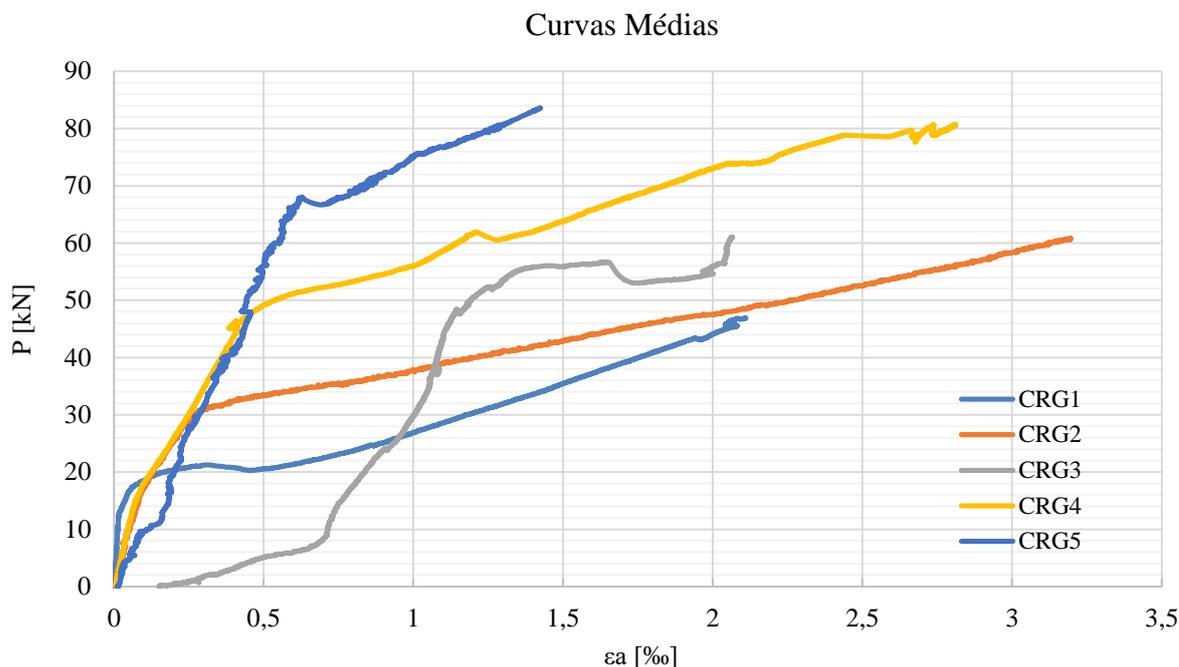
De modo geral o traçado inicia-se com um trecho quase linear e coincidente das deformações aferidas em ambas das armaduras, até o patamar de carga de 70,0 kN, para V2 e de 80,0 kN para V3.

Ainda para ambas as vigas citadas, após fase crescente de carga, ocorreu um patamar, em seguida a carga crítica. Para a viga V3 nota-se que a carga não estava totalmente zerada, porém sem grande efeito para o ensaio.

Nota-se que as deformações em V1 e V2 chegaram ao pico de 1,2 ‰, já para V3 o valor de deformação foi bem maior chegando a 2,0 ‰.

Na Figura 4.13 são comparados os comportamentos das vigotas. Para tanto, fez-se o uso da curva representativa do comportamento de cada grupo.

**Figura 4.13 – Curvas médias P- $\epsilon_a$  dos grupos de 01 a 05**



Com base nas curvas médias P- $\epsilon_a$  de cada grupo, pode-se inferir que, para o grupo 01 a sua curva têm um traçado com fase elástica, patamar destacado, partido da origem e finalizando com aproximadamente 2,1 % na deformação.

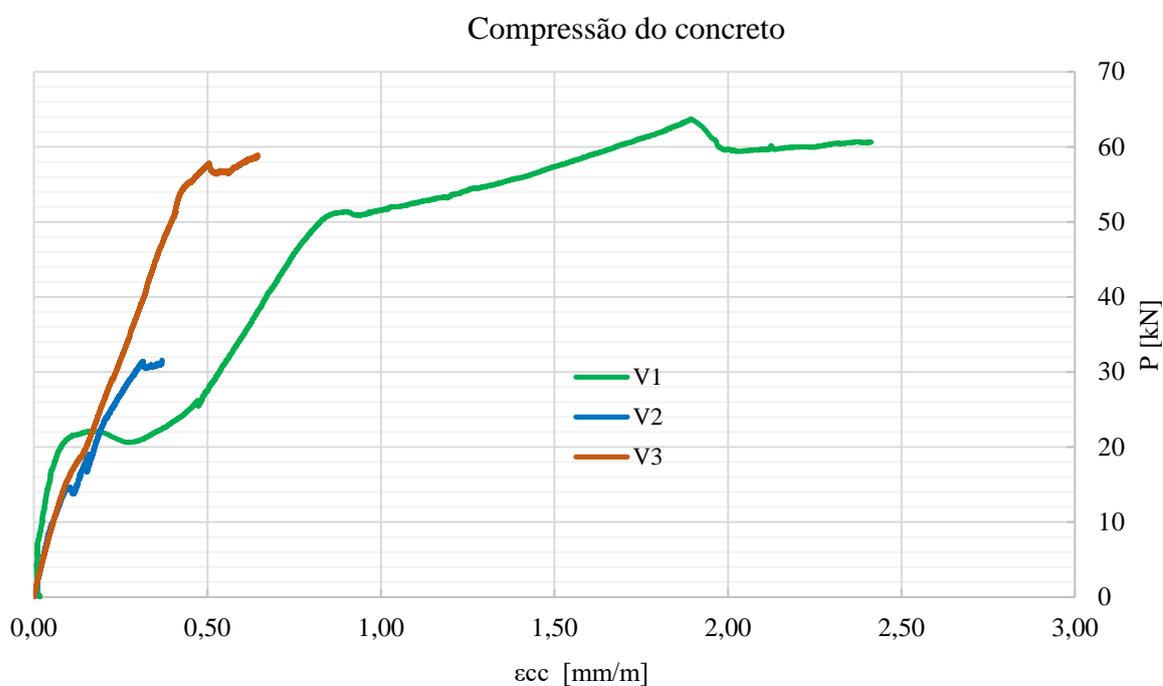
No grupo 02 a curva tem um traçado também uniforme e contínuo partindo da origem e com inclinação superior em relação ao grupo 01. No final, após a fase elástica nota-se uma grande rampa de carga e finaliza com deformação de 3,20 %.

No grupo 03 a curva representativa é bem amorfa, devido aos erros de aquisição de dados e poucas vigas ensaiadas, pode-se observar que sua inclinação está deslocada em comparação com as do grupo 01 e 02 e seu traçado finaliza com deformação de 2,1 %.

O grupo 04 visivelmente apresenta uma curva representativa com valores de carga maiores que os dos grupos já discutidos até aqui. Sua inclinação inicial é significativamente alta, assim como o valor máximo da deformação, por volta de 2,80 %.

Por fim o grupo 05 tem a curva representativa com o comportamento superior a todos os outros grupos. Partindo da origem com a maior inclinação de todas até agora apresentada, atingindo o pico de carga em 84,15 kN o qual corresponde a uma deformação na armadura de 1,42 %.

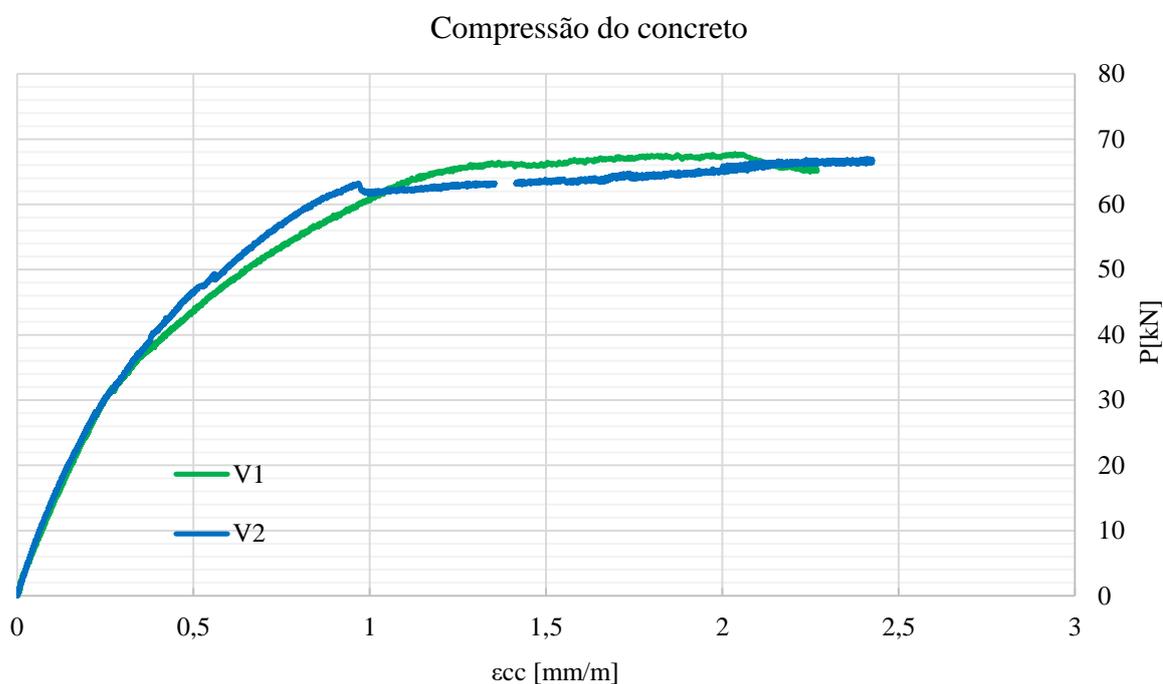
Em seguida, as figuras ilustram as curvas de Carga-Deformação de compressão do concreto, (P- $\epsilon_{cc}$ ), registradas pelo sistema de aquisição.

4.1.7.4 Análise das curvas P- $\epsilon_{cc}$  das vigotas**Figura 4.14 – Deformação de compressão do concreto – G1**

Em termos de traçado das curvas, nota-se que V2 e V3 têm o traçado idêntico até 30,0 kN. Já a curva de V1 difere radicalmente das duas primeiras aqui descritas após a faixa de carga de 20,0 kN.

No tange as deformações, verifica-se que na V1 teve deformações demasiadamente grandes, perto de 2,5 ‰, bem maiores que as apresentadas nas outras vigotas, 0,35 a 0,65 mm/m, contudo inferior ao limite de 3,5‰, valor esse de ruína por esmagamento na flexão.

**Figura 4.15 – Deformação de compressão do concreto – G2**



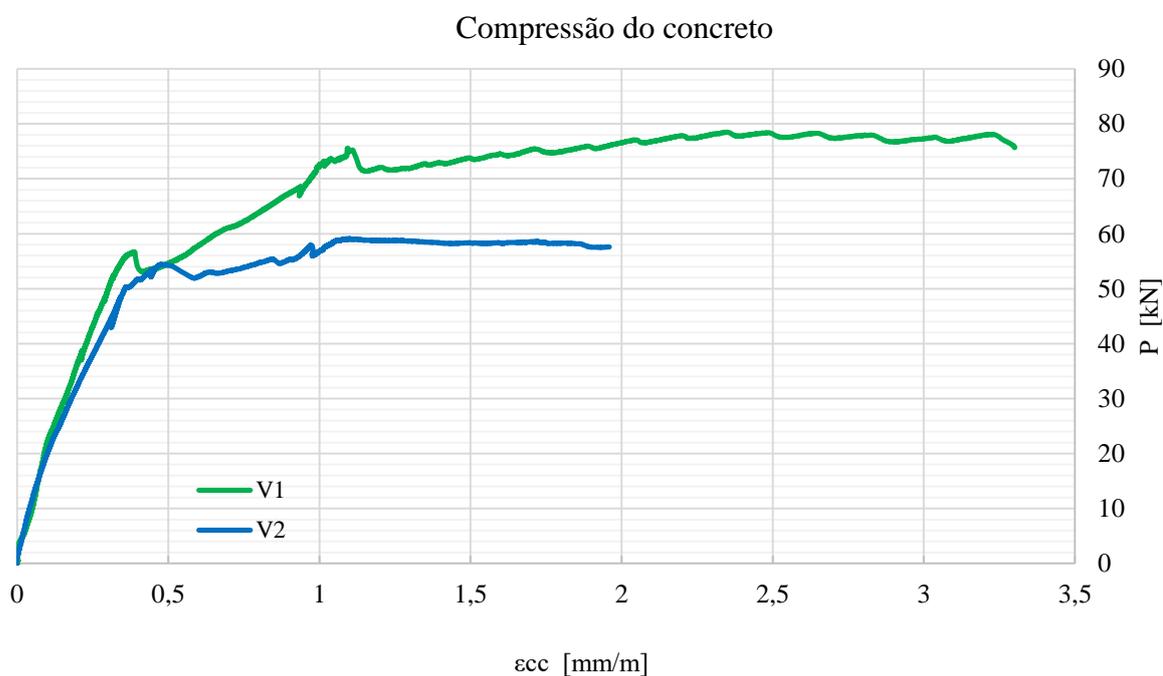
Neste ponto, observa-se o comportamento da curva Carga-Deformação de compressão do concreto, a qual, para todas as curvas, tem uma fase crescente que se assemelha a uma semi-parábola e tem um leve patamar inclinado. É importante salientar que a V3 foi retirada do traçado devido a um erro na aquisição dos dados.

Nas vigas V1 e V2, é possível observar o comportamento idêntico no traçado até 38,0 kN, aproximadamente. Após esse valor a curva de V1 tem sua inclinação reduzida, contudo, ainda assim muito similar a V2.

Na V2 é possível observar também uma queda de carga em 1,0 ‰ e após isso inicia-se o patamar inclinado até a ruptura. Na V1 ocorre uma estabilização da carga por volta de 66,5 kN, com uma leve crescente, um pico e a queda de carga no final.

No que diz respeito a deformação, os últimos valores registrados se deram próximos de 2,5 ‰, distante da ruína de esmagamento do concreto na flexão que acontece com 3,5 ‰. Apesar disso, na V1 é possível ver o início do esmagamento da parte comprimida do concreto nas fotos que serão exibidas a seguir, ainda que as deformações estejam inferiores a 2,5 ‰.

**Figura 4.16 – Deformação de compressão do concreto – G3**

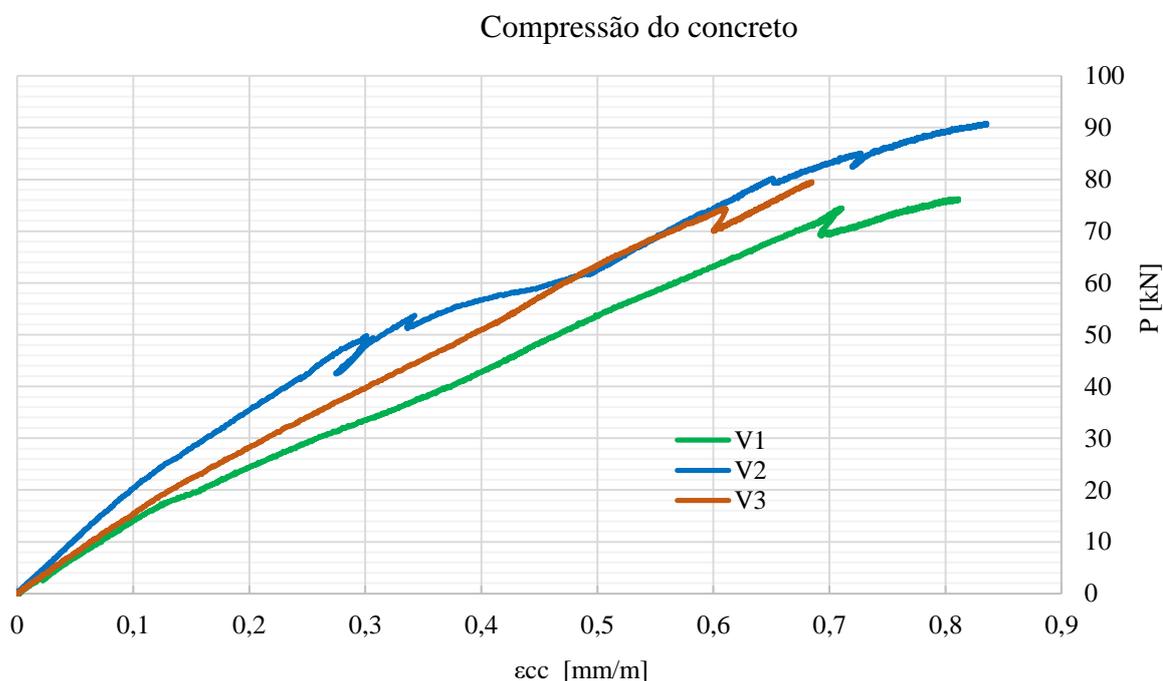


Observa-se aqui o comportamento da curva Carga-Deformação de compressão do concreto, a qual tem para ambas as vigotas, uma crescente ascensão linear até 56,0 kN.

Na curva de V1 há um segundo trecho crescente, com o pico em 75,5 kN, em seguida uma queda brusca e um patamar crescente até a carga máxima. Já para V2 o segundo trecho crescente não é linear e o patamar de carga máxima é bem definido, porém o valor máximo diferente de V1, com 59,11 kN.

No que diz respeito as deformações de compressão, o último valor registrado pelo sistema foi de 3,3 ‰ para V1 e de 1,95 ‰ para V2. Para V1 o valor estava muito próximo do valor de ruína por esmagamento do concreto de norma, o qual ocorre em 3,5 ‰. Já para V2 esse valor está mais distante, evidenciando a ruína por escoamento da armadura transversal.

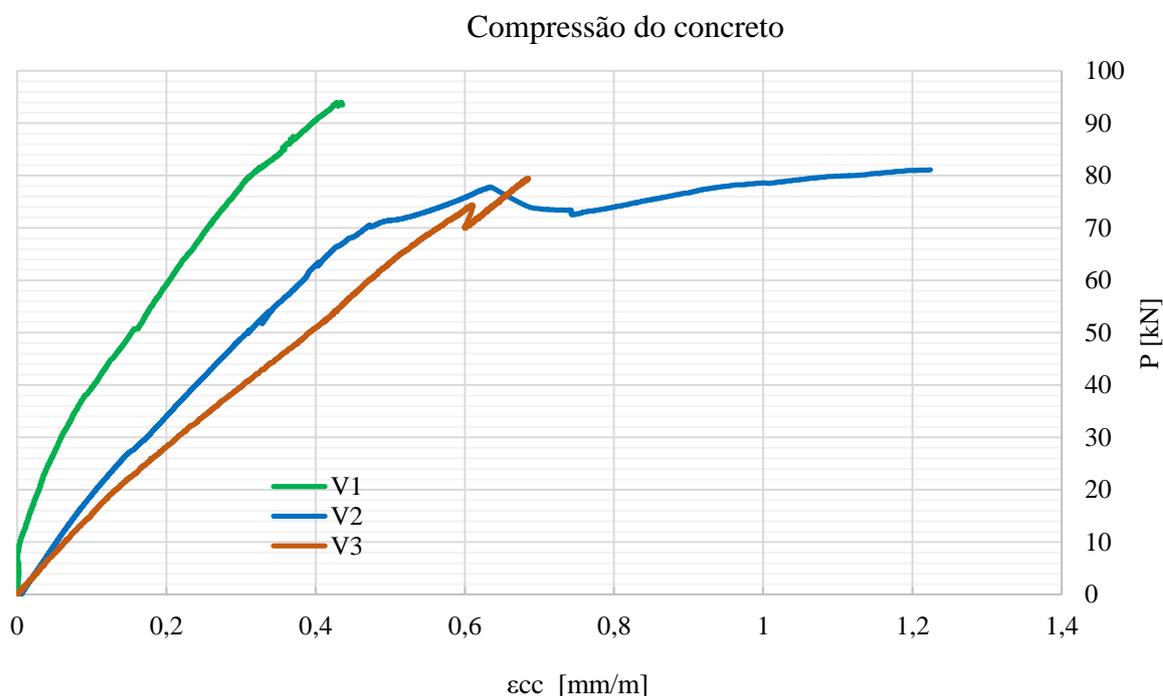
**Figura 4.17 – Deformação de compressão do concreto – G4**



Observa-se aqui o comportamento da curva Carga-Deformação de compressão do concreto, a qual tem um desenvolvimento linear em dois segmentos em V1 e V3, que vai até aproximadamente 74,0 kN e depois um segundo trecho que chega na carga máxima. A curva de V2 é aproximadamente linear até 50,0 kN e depois torna-se uma sequência de curvas.

No que diz respeito a deformação, o valor de deformação do concreto para todas as vigotas se deu em torno de 0,80 ‰, valor esse distante da literatura de norma, que aponta ruína por esmagamento do concreto na flexão é de 3,5 ‰.

**Figura 4.18 – Deformação de compressão do concreto – G5**



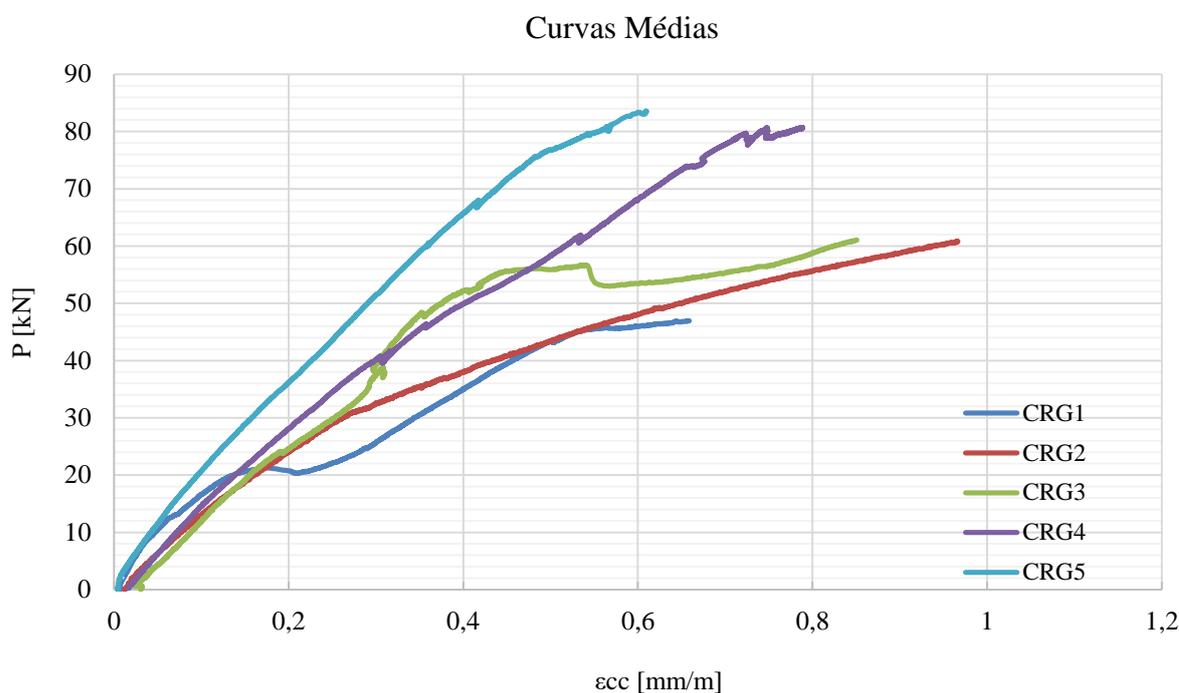
Com os traçados acima é possível perceber o padrão repetido para o comportamento da curva Carga-Deformação de compressão do concreto das vigotas, o qual tem um desenvolvimento curvo para V1 até o seu pico de carga, já para V2 e V3 é mais semelhante a um traçado linear.

Na vigota V2 existe uma descontinuidade e um segundo trecho reto surge até a carga de pico. A curva de V2 é aproximadamente linear até 70,0 kN e depois torna-se uma curva com um queda de carga e por fim um encruamento até a carga de pico.

No que diz respeito a deformação, o valor de deformação do concreto apresentou valores dispersos para cada vigota. Em todos os elementos esse valor está distante da literatura de norma, que aponta ruína por esmagamento do concreto na flexão com 3,5 %.

Na Figura 4.19 são comparados os comportamentos das vigotas. Para tanto, fez-se o uso da curva representativa do comportamento de cada grupo.

**Figura 4.19 – Curvas médias P- $\epsilon_{cm}$  dos grupos de 01 a 05**



Com base nas curvas médias P- $\epsilon_{cm}$  de cada grupo mostradas acima, pode-se inferir que, para o grupo 01 a sua curva têm um traçado centralizado em relação as outras curvas, partido da origem e finalizando com aproximadamente -0,64 ‰ na deformação.

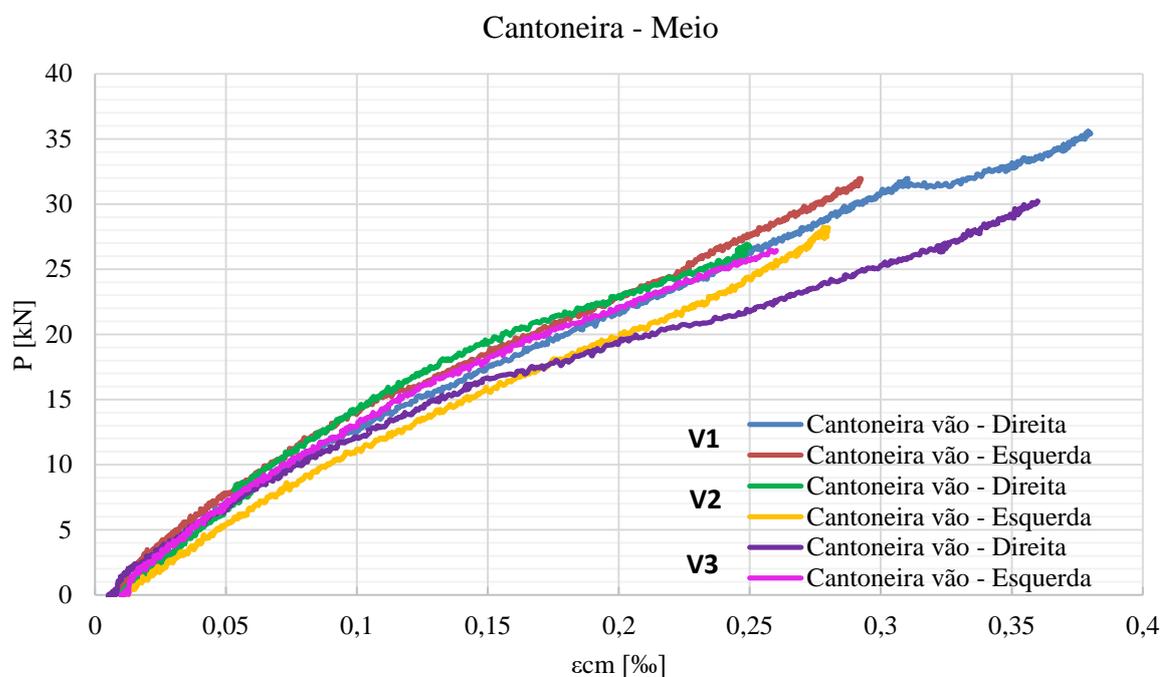
No grupo 02, a curva tem um traçado curvo e contínuo partindo da origem e com inclinação superior em relação ao grupo 01. No final, nota-se que a curva termina com deformação de -0,96 ‰.

No grupo 03, a curva média têm um traçado bem próximo a do grupo 02 na fase inicial, por volta de 40,0 kN passa ter um comportamento mediano, variando entre CRG4 e CRG5 e no final voltando entre CRG2 e CRG4. Por fim seu traçado finaliza com deformação de -0,85‰.

O grupo 04 apresenta uma curva média com valores de carga maiores que os dos grupos já discutidos até aqui. Sua inclinação inicial é significativamente alta, com um traçado aproximadamente retilíneo, com valor máximo da deformação, por volta de -0,78‰.

Por fim, temos o grupo 05, que tem a curva média com o comportamento superior a todos grupos já apresentados. Partindo da origem com a maior inclinação de todas até agora apresentada, e com um traçado bem retilíneo, com uma deformação final na armadura de -0,60‰.

Em seguida, as figuras ilustram as curvas de Carga-Deformação de tração no meio do perfil, (P- $\epsilon_{cm}$ ), registradas pelo sistema de aquisição.

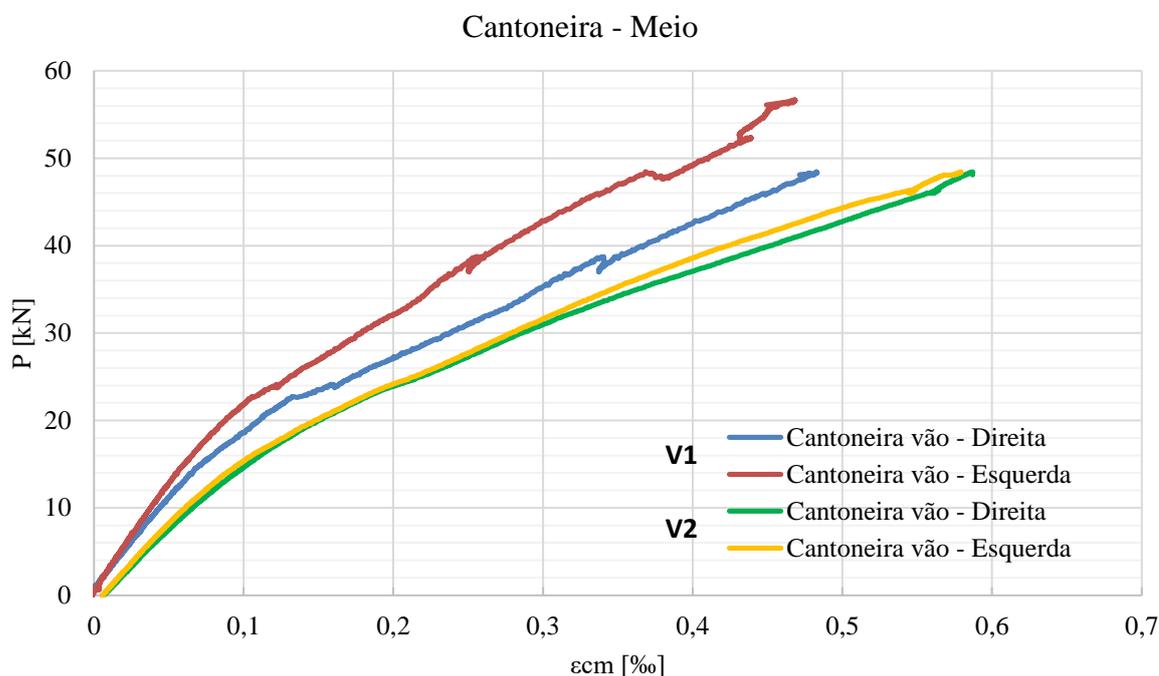
4.1.7.5 Análise das curvas P- $\epsilon_{cm}$  das vigotas**Figura 4.20 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G2**

Nessas curvas, é observado também o comportamento exato e coincidente das deformações medidas no centro do perfil metálico. De forma geral os traçados têm uma parte crescente, levemente curvo até o patamar de carga de aproximadamente 30,0 kN. Após esse valor, as leituras tornam-se erráticas e difusas, com comportamentos distintos, indicando a descolagem da cantoneira do corpo da vigota.

Nota-se que, as deformações indicadas logo antes a esse nível de carga é da ordem de 0,30 % para todas as vigotas, indicando uma uniformidade do comportamento do reforço.

É perceptível que, na vigota V1, a deformação da cantoneira da direita foi um pouco além desse limite de 0,30 % e chegou até 0,38 %, tal mensuração pode ser atribuída ao fato de uma melhora aderência do lado direito da vigota do que do lado esquerdo, todavia, sem qualquer prejuízo para a análise.

**Figura 4.21 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G3**



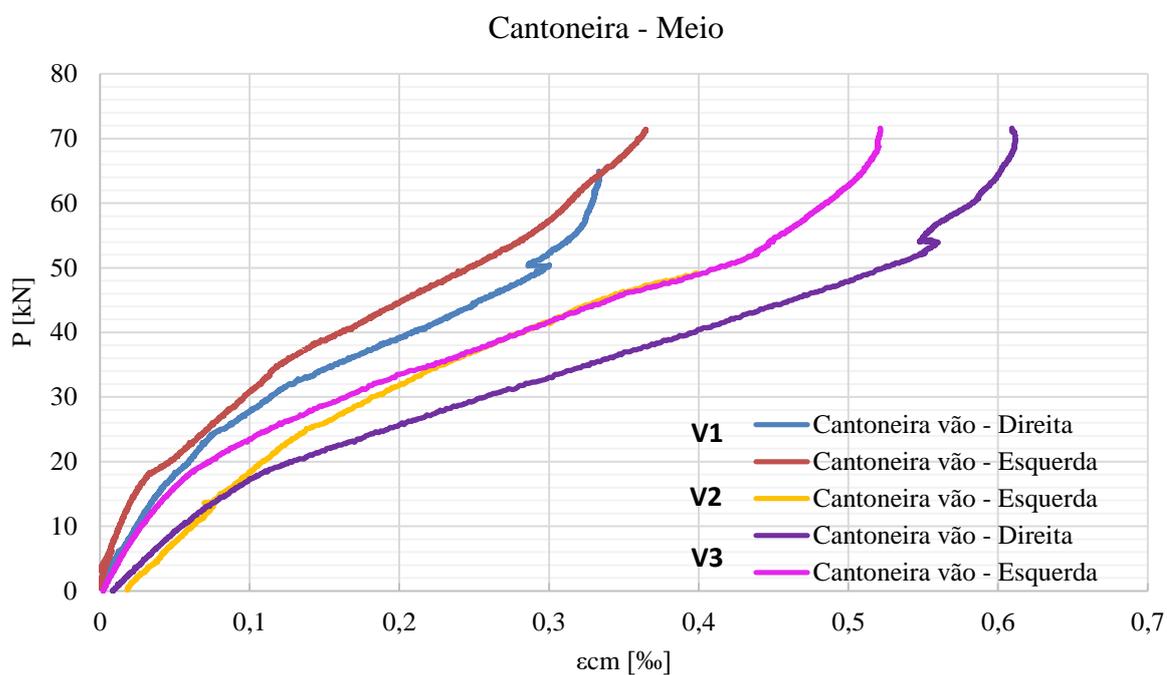
Nessas curvas, é observado também o comportamento similar das deformações, até o patamar de carga de 50,0 kN. Após esse valor, as leituras tornam-se erráticas e difusas, com comportamentos distintos para ambas as vigas ensaiadas.

Foi observado uma lacuna de deformação entre as curvas da cantoneira da direita e da esquerda na vigota V1, em aproximadamente 0,42 %. Tal intervalo pode ser justificado em razão do balanceamento das ligações de ponte wheatstone do sistema de aquisição de dados antes do início do ensaio, que para efeitos de gráfico foi tratado, fazendo com que coincidam da origem.

É recomendado que seja feito esse balanceamento para que as aquisições possam ser gravadas e iniciadas em valores próximos ou até mesmo idênticos. É razoável aceitar que essa diferença é singela e ínfima, visto que a grandeza da aferição é muito pequena, da ordem de  $10^{-3}$ .

Já para a V2 essa lacuna é inexistente, nota-se a coincidência e exatidão das deformações da origem até aproximadamente 48,0 kN, carga essa que representa o momento de descolamento da cantoneira da matriz do concreto, confirmado pelo padrão desordeiro da curva que se seguia a partir desse valor.

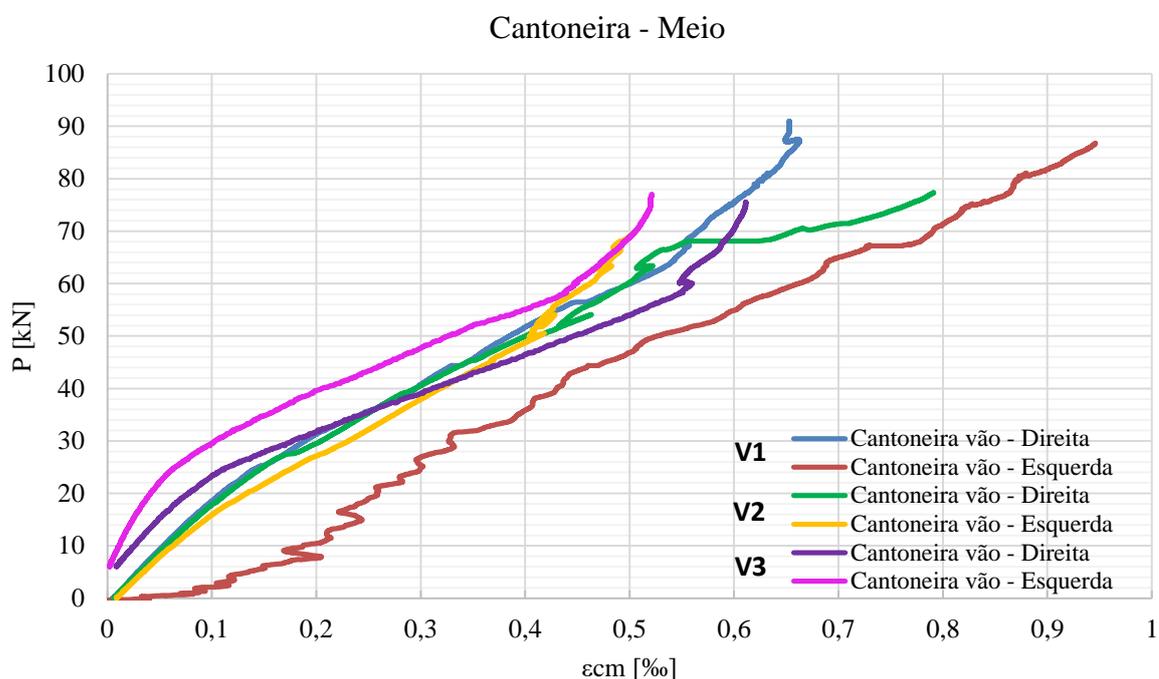
**Figura 4.22 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G4**



De posse das curvas, nota-se que novamente um padrão de traçado foi encontrado, onde o aumento da deformação inicia-se de forma crescente, assemelhando a uma curva de meia parábola, exceto para V2 que para a cantoneira da direita o crescimento de carga foi atípico.

É visível a similaridade das curvas da V3, que diferem uma da outra em um fator de 10,0 kN, valor esse aceitável para o experimento.

**Figura 4.23 – Deformação dos perfis metálicos (meio) – G5**

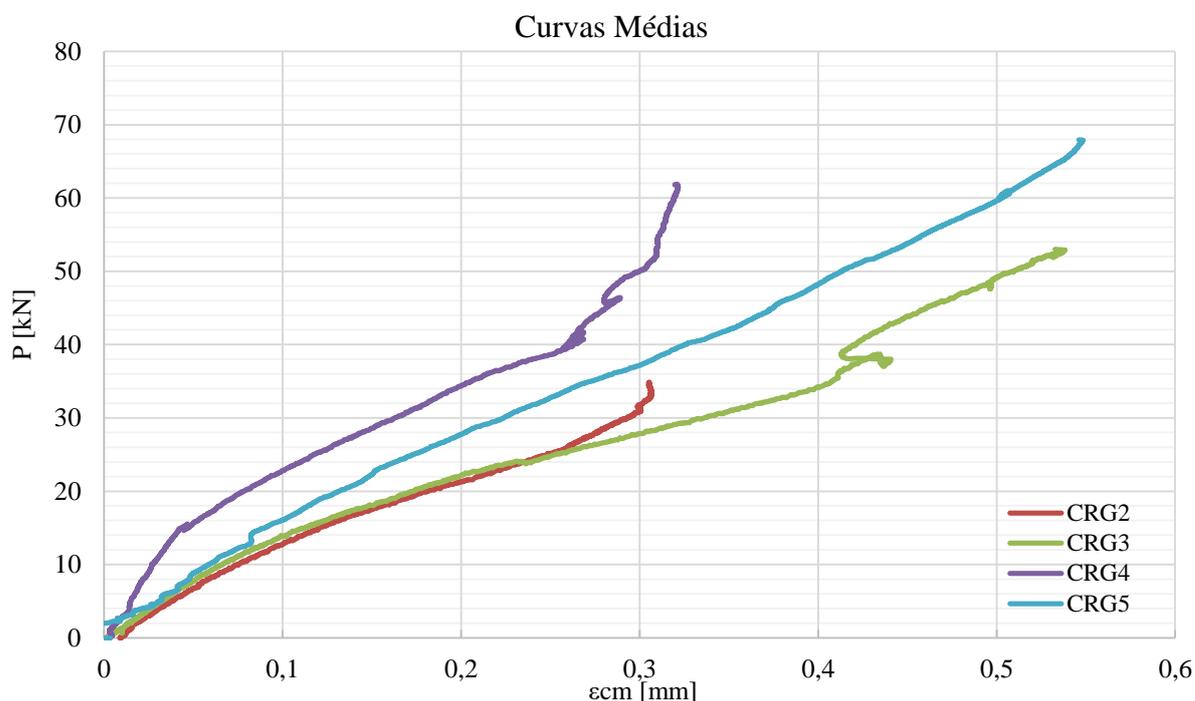


De posse das curvas, nota-se que novamente um padrão de traçado, onde o aumento da deformação inicia-se de forma crescente, em um formato curvo, após essa fase crescente as curvas tem mudança de direção bruscas, que no final alcançam o valor de carga máxima.

Nas vigas V2 e V3 é possível ver descontinuidade nas deformações, na cantoneira da direita, por volta de 60,0 kN. Na V2 a cantoneira da direita indica um patamar de escoamento por volta de 68,0 kN.

Na Figura 4.24 são comparados os comportamentos das vigotas. Para tanto, fez-se o uso da curva média do comportamento de cada grupo.

**Figura 4.24 – Curvas médias P- $\epsilon_{cm}$  dos grupos de 02 a 05**



Com base nas curvas médias P- $\epsilon_{cm}$  de cada grupo mostradas acima, nota-se que, não consta a curva do grupo 01, uma vez que não tem reforço com perfil metálico nesse grupo.

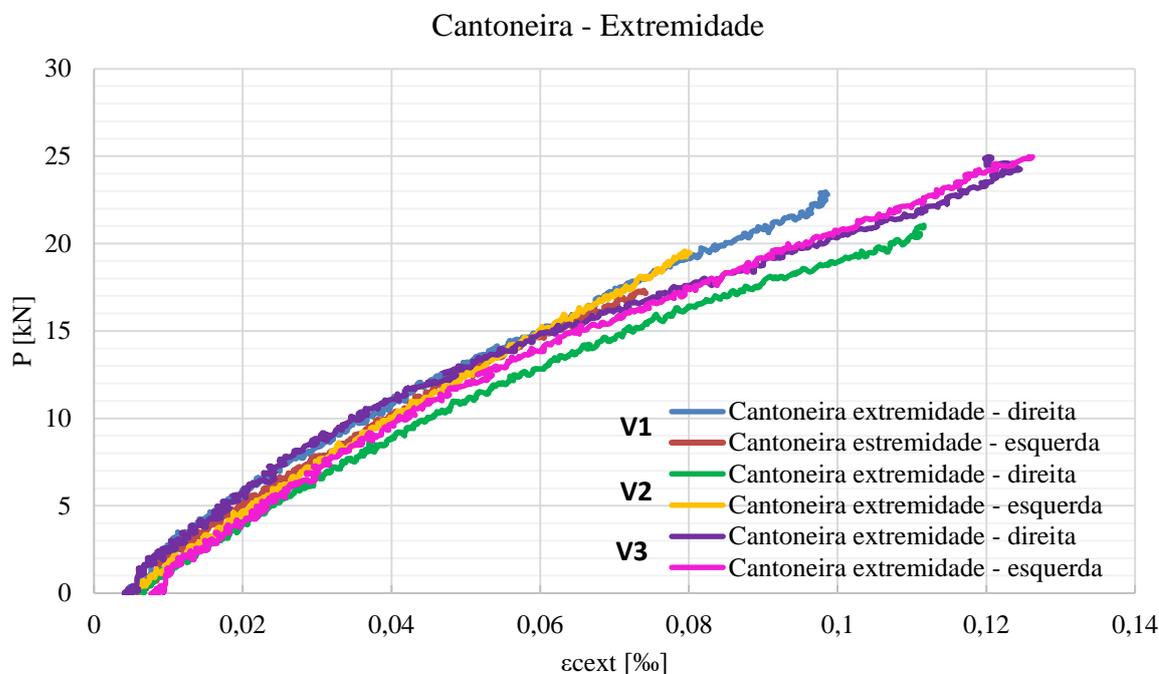
No grupo 02 a curva tem um traçado curvo e contínuo com inclinação superior ao do grupo 03. O valor máximo de deformação é de 0,3 mm/m e de carga por volta de 33,0 kN, após esses valores a deformação cai acentuadamente.

No grupo 03 a curva média têm o traçado acompanhando a curva do grupo 02 até aproximadamente 0,27 ‰. Contudo seu valor de deformação máxima é por volta de 0,53 ‰ e carga em torno de 54,0 kN. Após esse valor a deformação cai verticalmente.

O grupo 04 apresenta uma curva média com maior inclinação dentro todos os grupos, com valor máximo da deformação por volta de 0,32 ‰ e carga nesse mesmo ponto por volta de 61,0 kN.

Por fim, o grupo 05 tem a curva média com inclinação superior aos grupo 02 e 03, contudo inferior ao grupo 04. De todas as curvas até agora apresentadas, é a que têm o maior valor de deformação, 0,55 ‰ e com carga por volta de 66,0 kN.

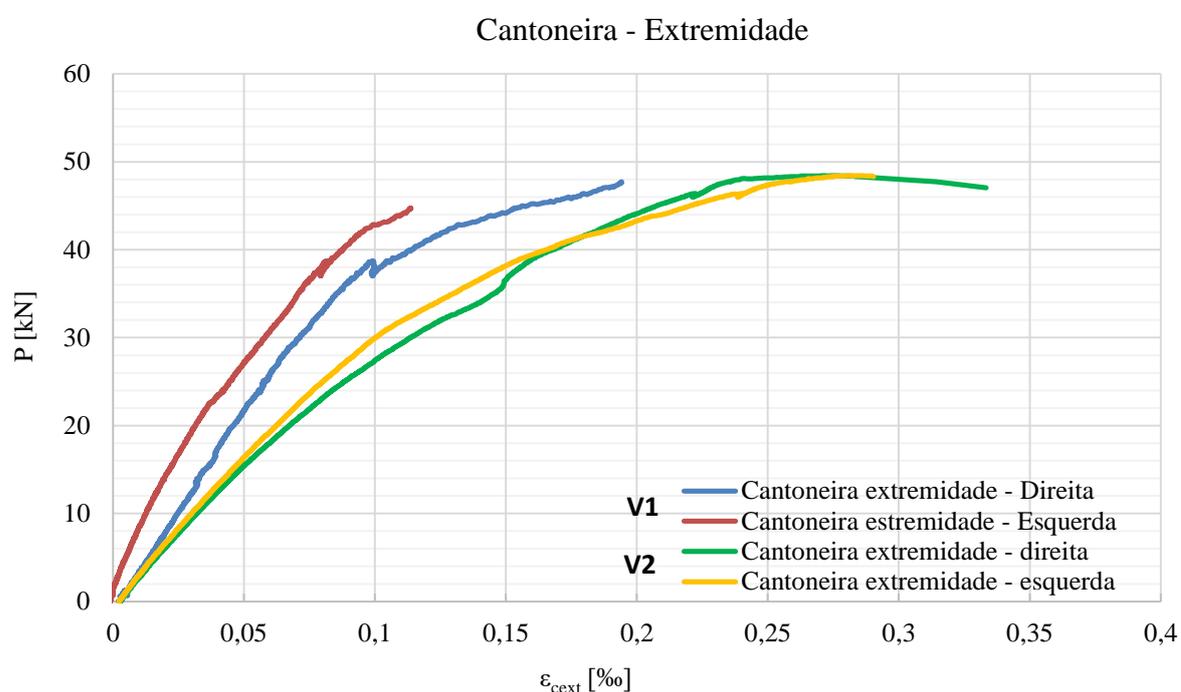
A seguir, as figuras ilustram as curvas de Carga-Deformação na extremidade do perfil, (P- $\epsilon_{ext}$ ), registradas pelo sistema de aquisição.

4.1.7.6 Análise das curvas P- $\epsilon_{ext}$  das vigotas**Figura 4.25 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G2**

Para as deformações na extremidade dos perfis, nota-se que uma descrição comum a todas as curvas é que todas são crescentes e coincidentes até o estágio de carga que circula perto de 14,0 kN, exceto para V1 que tem esse valor de carga superior, por volta de 18,0 kN. Comum também a todas as curvas é o comportamento dissonante após esse nível de carga.

É visível também que a cantoneira da direita deformou-se mais em todas as vigotas, entretanto essa diferença foi bem maior na V2. Isso pode ser justificado pela melhor colagem ou cura do adesivo epóxi Sikadur 250 do lado direito nessa vigota do que no lado esquerdo.

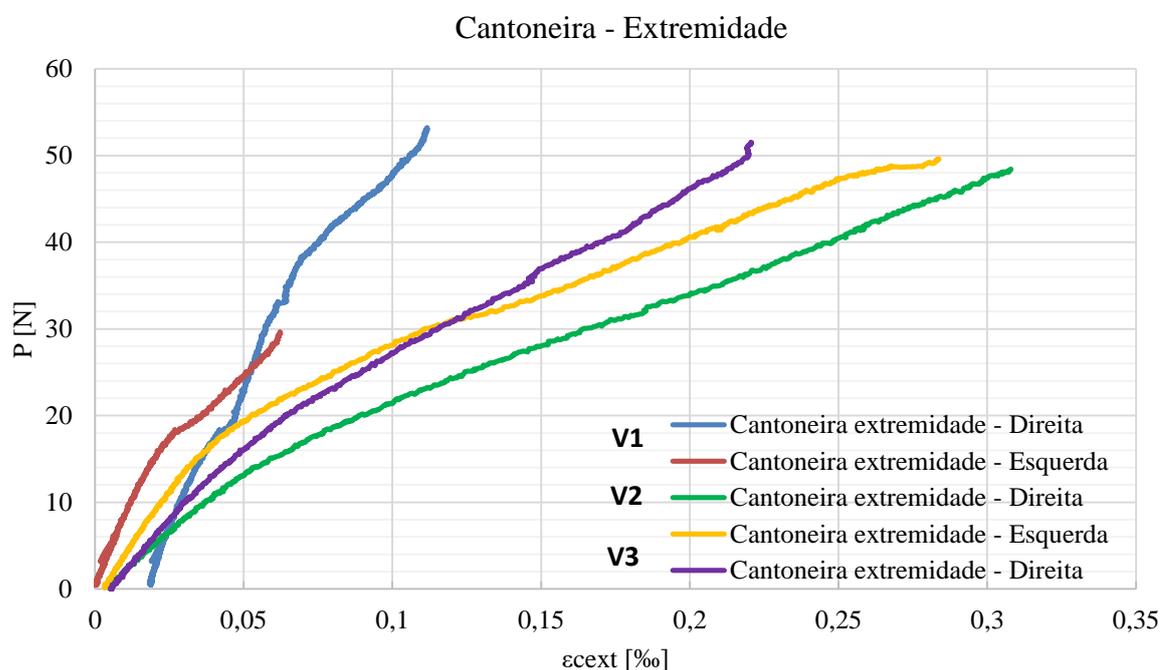
**Figura 4.26 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G3**



Na análise das curvas acima, verifica-se o comportamento similar das deformações, até o patamar de carga de 40,00 kN para V1 e de 48,0 kN para V2. Após esse valor o comportamento das curvas torna-se difuso e imprevisível, também pode-se observar a lacuna em aproximadamente 0,05 mm/m das deformações medidas nas cantoneiras na vigota V1.

Já na V2 o comportamento das curvas é coincidente e exato até a deformação de 0,3 %, após esse valor ocorre o descolamento da cantoneira deixando os valores de deformações registrados erráticos.

**Figura 4.27 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G4**

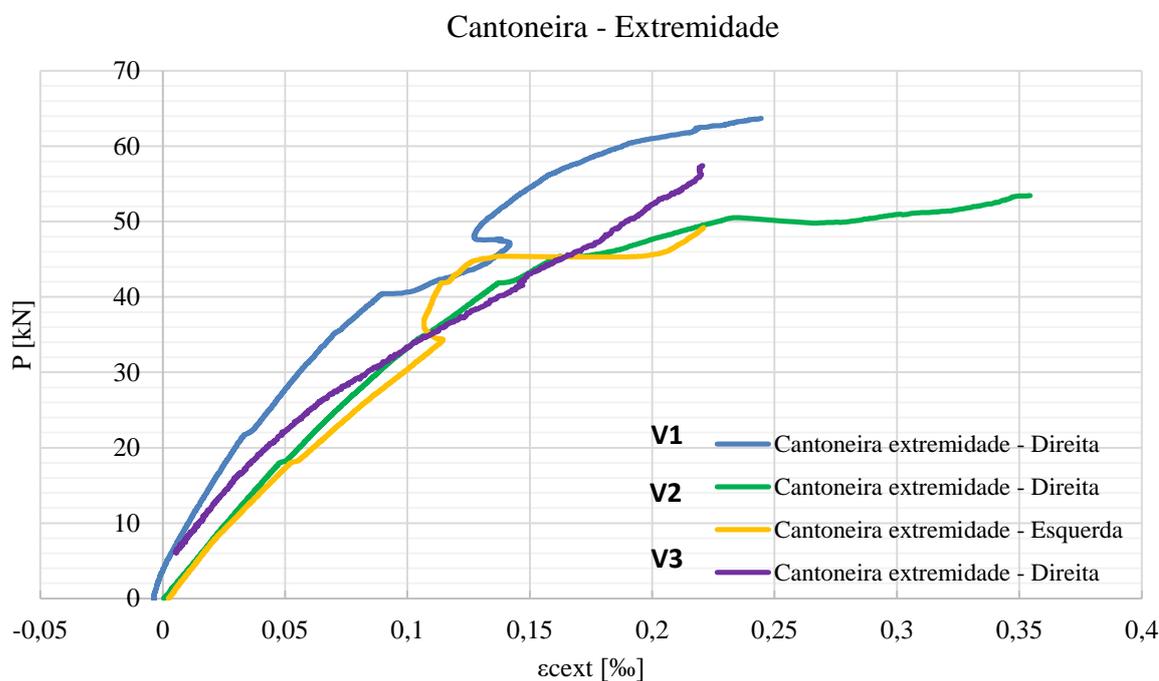


Para as deformações na extremidade dos perfis, nota-se uma descrição comum a todos os traçados. Na origem, todas são crescentes e curvilíneas, com exceção para a cantoneira esquerda de V3, que teve sua curva eliminada devido a um erro na aquisição de dados, possivelmente uma avaria no gauge.

Para V1 e V3 as curvas dos perfis são desiguais, já para V2 que as curvas são parelhas até aproximadamente 50,0 kN. Comum também a todas as curvas é o comportamento dissonante após essa faixa de carga.

É visível também que a cantoneira da direita deformou-se mais em V1 e V3, entretanto em V2 as deformações caminharam juntas.

**Figura 4.28 – Deformação dos perfis metálicos (extremidade) – G5**



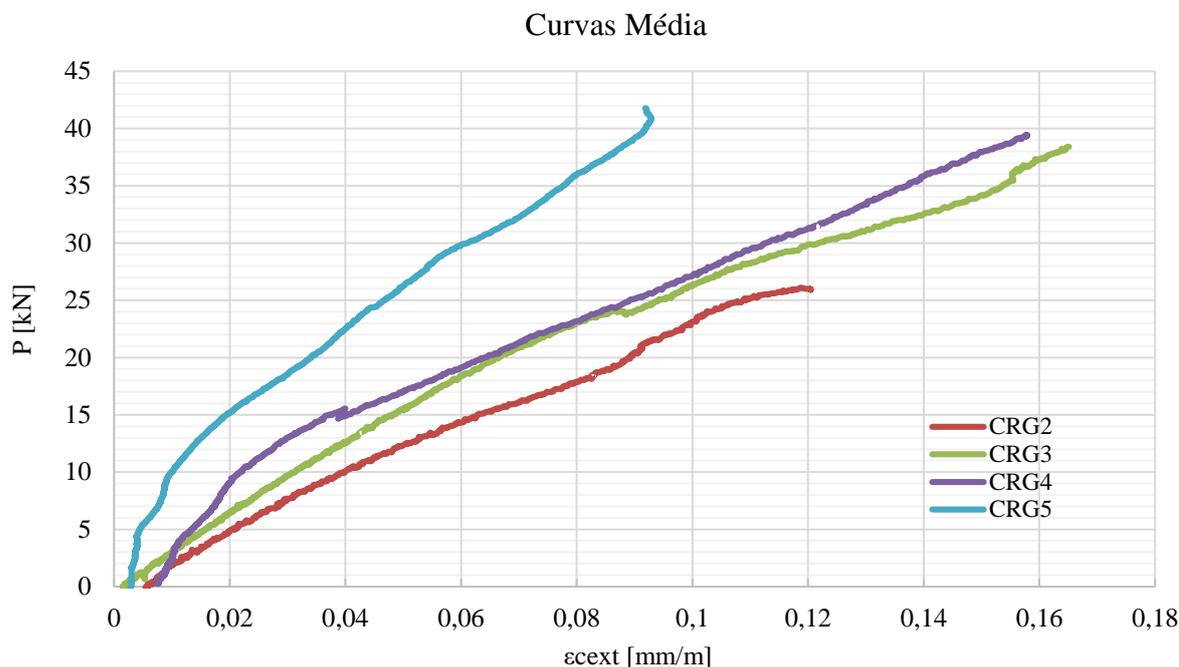
Na vigota V1 e na V3, ocorreu um erro na aquisição de dados, o gauge da cantoneira da esquerda foi avariado limitando as conclusões desses dados.

Acerca das deformações na extremidade dos perfis, nota-se uma descrição comum a todas as curvas, é o início do traçado se dá na origem, todas são crescentes e curvilíneas. Na vigota V2 as curvas são coincidentes até aproximadamente 37,0 kN.

É visível também que a cantoneira da direita deformou-se mais em V2 e V3, entretanto em V2 as deformações caminharam juntas até 0,12 %. Nota-se também que em V2 após o valor de carga de cerca de 50,0 kN, as leituras de deformações ficam estabilizadas indicando o descolamento da do reforço.

Na Figura 4.29 são comparados os comportamentos das vigotas. Para tanto, fez-se o uso da curva médias do comportamento de cada grupo.

**Figura 4.29 – Curvas médias P- $\epsilon_{\text{ext}}$  dos grupos de 02 a 05**



Com base nas curvas médias P- $\epsilon_{\text{ext}}$  de cada grupo mostradas acima, nota-se novamente que, não consta a curva do grupo 01, uma vez que não tem reforço com perfil metálico nesse grupo.

No grupo 02 a curva tem um traçado retilíneo com inclinação inferior ao do grupo 03. O valor máximo de deformação é de 0,12 ‰ e de carga por volta de 25,0 kN, após esses valores a deformação cai verticalmente.

No grupo 03 a curva média têm um traçado intermediário, pode-se observar que sua inclinação é menor em comparação com CRG4, contudo seu valor de deformação máxima é por volta de 0,16 ‰ com carga em torno de 38,0 kN, que após esse valor a deformação cai acentuadamente.

O grupo 04 apresenta uma curva média com inclinação superior aos grupos 02 e 03, com valor máximo da deformação por volta de 0,16 ‰ e carga nesse mesmo ponto por volta de 39,0 kN.

Por fim, o grupo 05 tem a curva média com a maior inclinação entre todos os grupos, contudo têm o menor valor de deformação, em torno de 0,09 ‰ e com carga por volta de 40,0 kN.

#### 4.1.7.6.1 Tabelamento das grandezas mensuradas

Para uma análise mais precisa e profunda dos dados faz-se a necessidade de tabelamento dos dados, para uma melhor apreciação e entendimento dos mesmos. As tabelas a seguir mostram os valores de deformações, deflexões e cargas dos grupos de 01 a 05 ensaiados.

A Tabela 4.15 mostra os valores de deformação, deflexão e carga máxima das vigotas do grupo 01.

**Tabela 4.15 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão das vigotas – G1**

Vigotas	Armaduras		Concreto	Deflexão	Pu (kN)
	$\epsilon_{DIR}$ (‰)	$\epsilon_{ESQ}$ (‰)	$\epsilon_c$ (‰)	Vão (mm)	
1	5,721	3,502	-2,676	11,659	63,685
3	2,472	2,780	-0,652	7,690	58,918
Média	3,391	2,502	-1,272	9,285	51,353

Com os dados da tabela acima, verifica-se que a deformação da armadura direita variou de 2,47 a 5,72‰, a deformação da esquerda variou de 2,78 a 3,50 ‰. A deformação de compressão do concreto variou de -0,65 a -2,67‰ e pôr fim a deflexão variou de 7,69 a 11,65 mm. A carga última teve seus valores registrados em 63,68, e 51,35 kN para V1 e V3.

Os valores encontrados na vigota 02 são discrepantes do resto dos elementos ensaiados, principalmente quando trata-se de deformação nas armadura e carga última, sendo assim foram retirados da análise. Tais erros podem ser justificados por avarias sofridas nos gauges no momento da moldagem do concreto ou falha na colagem da camada de proteção.

Na Figura 4.30 ilustra o momento do ensaio de flexão da vigota V3, do grupo 01, denominado grupo de controle.

**Figura 4.30 – Ensaio de flexão V3 – G1**

Observa-se no centro do vão da vigota o desenvolvimento de uma fissura de flexão típica, com o modo de ruína por escoamento da armadura de flexão positiva. A Figura 4.31 mostra as vigotas do grupo 01 após o ensaio de flexão, com o estado de fissuração evidenciado.

**Figura 4.31 – Vigotas do Grupo 01 após o ensaio de flexão**

Observa-se que a vigota V1 tem uma fissura de flexão, ainda que diminuta e modo de ruína por escoamento da armadura positiva.

A segunda vigota, denominada aqui V2, tem uma fissura inclinada, que se assemelha a uma fissura de cisalhamento, contudo ela se encontra na porção central da vigota, caracterizando assim ser também uma fissura de flexão com modo de ruína por escoamento da armadura positiva.

Por fim, a terceira vigota, V3 aqui chamada, tem uma fissura vertical, típica de flexão e modo de ruína por escoamento da armadura positiva, sem margem para dúvida.

A Tabela 4.16 mostra os valores de deformação, deflexão e carga máxima das vigotas do grupo 02.

**Tabela 4.16 – Valores máximos de deformação dos ensaios de flexão – G2**

Vigotas	Armaduras		Perfil Direita		Perfil Esquerda	
	$\epsilon_{DIR}$ (%)	$\epsilon_{ESQ}$ (%)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (%)	$\epsilon_{EXT}$ (%)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (%)	$\epsilon_{EXT}$ (%)
1	3,454	2,685	0,385	0,108	0,292	0,131
2	7,464	8,226	0,294	0,219	0,286	0,085
3	3,715	6,022	0,369	0,125	0,296	0,135
Média	4,878	5,644	0,349	0,151	0,291	0,117

Com os dados da tabela acima, verifica-se que a deformação da armadura direita variou de 3,45 a 7,46%, da esquerda variou de 2,68 a 8,22 %. No meio do vão da vigota, a deformação do perfil direito variou de 0,29 a 0,38 mm/m e da esquerda variou em 0,28 a 0,29 mm/m. Em relação a extremidade, a deformação da cantoneira da direita variou de 0,11 a 0,22 mm/m e a da esquerda oscilou de 0,08 a 0,13 mm/m.

Na Figura 4.32 ilustra o momento do ensaio de flexão da vigota V1 do grupo 02, grupo esse da simples colagem.

**Figura 4.32 – Ensaio de flexão V1 – G2**



Ressalta-se aqui a fissura na extremidade da vigota, que se inicia logo após a término do perfil e propaga-se para o centro da elemento, inclinada. Fissura essa típica de peeling de cisalhamento, *shear peeling*.

Nota-se também o desprendimento do concreto na extremidade da direita do vigota, ruína essa típica de reforços com perfis metálicos sem tratamento do substrato de transição.

A Figura 4.33 mostras as vigotas do grupo 02 após o ensaio de flexão, com o estado de fissuração evidenciado.

**Figura 4.33 – Vigotas do Grupo 02 após o ensaio de flexão**



Com base na foto, observa-se que para V1 o estado de fissuração já está avançado, caracterizando a manifestação já como rachadura. Esta propaga-se verticalmente e depois horizontalmente, partindo da extremidade do perfil e na porção central ela torna-se vertical.

Na V2 a fissura inicia-se inclinada, também como origem na extremidade do perfil, propaga-se para o centro do elemento onde logo não é mais vista.

Por fim, V3 também tem a fissura se iniciando no final do perfil, inclinada e depois torna-se horizontal, cai verticalmente atingindo o perfil e volta subir não sendo mais vista no centro do elemento.

Todas as fissuras são de peeling de cisalhamento com modo de ruína por desprendimento da extremidade do reforço.

**Tabela 4.17 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G2**

Vigotas	Concreto	Deflexão	Pu (kN)
	$\epsilon_c$ (‰)	Vão (mm)	
1	-2,322	10,214	66,77
2	-2,425	24,526	66,98
3	-2,676	15,671	62,89
Média	-2,474	16,804	65,88

A deformação de compressão do concreto variou de -2,32 a -2,67‰, a deflexão variou de 10,21 a 24,53 mm. A carga última teve seus valores registrados em 66,77, 66,98 e 62,89 kN para V1, V2 e V3.

A Tabela 4.18 mostra os valores de deformação, deflexão e carga máxima das vigotas do grupo 03.

**Tabela 4.18 – Valores máximos de deformação dos ensaios ensaio de flexão – G3**

Vigotas	Armaduras		Perfil Direita		Perfil Esquerda	
	$\epsilon_{DIR}$ (‰)	$\epsilon_{ESQ}$ (‰)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (‰)	$\epsilon_{EXT}$ (‰)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (‰)	$\epsilon_{EXT}$ (‰)
1	1,605	-	0,473	0,194	0,048	0,155
2	4,372	3,225	0,783	0,338	0,596	0,290
Média	2,989	-	0,628	0,266	0,322	0,223

No que diz respeito aos valores máximos de deformação das armaduras e dos perfis metálicos, não é possível fazer uma análise detalhada, pois uma das vigotas foi suprimida dos ensaios devido a erros na aquisição de dados, carecido à perda de extensômetros no processo de colagem, soldagem e proteção ocorrida nos grupos anteriores, sendo assim necessária a retirada de uma das vigotas, para que fosse possível a instrumentação completa dos outros grupos.

A análise com somente dois elemento amostrais é rasa e imprecisa, sendo de pouca credibilidade para a pesquisa, contudo alguns pontos podem ser elencados com fidelidade. De forma geral, as deformações nos vãos e na extremidade, de uma viga para outra, foram próximas, levando em conta as lacunas do sistema de aquisição de dados na fase de balanceamento.

Na Figura 4.34 ilustra o momento do ensaio de flexão da vigota V1 do grupo 03, grupo esse com substrato de transição em graute.

**Figura 4.34 – Ensaio de flexão V1 – G3**



Nota-se na figura fissuras de cisalhamento com o modo de ruína por desprendimento da extremidade do reforço.

A Figura 4.35 mostra as vigotas do grupo 03 após o ensaio de flexão, com o estado de fissuração evidenciado.

**Figura 4.35 – Vigotas do Grupo 03 após o ensaio de flexão**



Observa-se em V1, as fissuras inclinadas formadas no início do perfil metálico e dirigindo-se para o centro. As fissuras tem abertura avantajada, com status de rachadura e são

classificadas como fissuras de cisalhamento e com modo de ruína por desprendimento da extremidade do reforço.

A segunda vigota, denominada V2, tem uma fissura inclinada iniciada na extremidade do perfil e estendendo-se para o centro da vigota. Também é uma fissura de cisalhamento e com modo de ruína por desprendimento da extremidade do reforço.

**Tabela 4.19 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G3**

Vigotas	Concreto	Deflexão	Pu (kN)
	$\epsilon_c$ (‰)	Vão (mm)	
1	-3,364	11,723	78,46
2	-2,785	5,686	59,12
Média	-3,075	8,704	68,79

Na deformação de compressão do concreto ocorreu uma uniformidade dominante, resultando em um valor médio de 3,075 mm/m. No que tange as deflexões, estas variaram de 5,68 a 11,72 mm e pôr fim a carga última foi de 78,46 para V1 e 59,12 para V2.

A Tabela 4.20 mostra os valores de deformação, deflexão e carga máxima das vigotas do grupo 04.

**Tabela 4.20 – Valores máximos de deformação dos ensaios ensaio de flexão – G4**

Vigotas	Armaduras		Perfil Direita		Perfil Esquerda	
	$\epsilon_{DIR}$ (‰)	$\epsilon_{ESQ}$ (‰)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (‰)	$\epsilon_{EXT}$ (‰)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (‰)	$\epsilon_{EXT}$ (‰)
1	2,934	2,904	0,328	0,112	0,360	0,062
2	2,885	2,957	0,712	0,311	0,535	0,284
3	2,394	1,895	0,612	0,221	0,522	0,071
Média	2,738	2,585	0,551	0,215	0,472	0,139

Com os dados da tabela acima, verifica-se que a deformação da armadura direita variou de 2,39 a 2,93‰, da esquerda variou de 1,89 a 2,95 ‰. No meio do vão da viga, a deformação do perfil direito variou de 0,33 a 0,71 mm/m e da esquerda variou em 0,36 a 0,53 mm/m. Em relação a extremidade, a deformação da cantoneira da direita variou de 0,11 a 0,31 mm/m e a da esquerda oscilou de 0,06 a 0,28 mm/m.

Na Figura 4.39 ilustra o momento do ensaio de flexão da vigota V1 do grupo 04, grupo esse com substrato de transição em CC1.

**Figura 4.36 – Ensaio de flexão V1 – G4**

Observa-se à esquerda do centro do vão da vigota, o desenvolvimento de uma fissura de cisalhamento, com o modo de ruína por cisalhamento seguido de desprendimento da extremidade do reforço. A Figura 4.37 mostras as vigotas do grupo 03 após o ensaio de flexão, com o estado de fissuração evidenciado.

**Figura 4.37 – Vigotas do Grupo 04 após o ensaio de flexão**

Nas vigotas V1 e V2 observa-se fissuras de grande abertura, inclinadas, atingindo a seção da viga quase toda, observa-se também o descolamento dos perfis nas extremidades, esquerda para V1 e direita para V2.

São fissuras de cisalhamento e flexão em conjunto, com ruína cisalhamento e descolamento da extremidade do perfil.

Na vigota V3 as fissuras são diminutas e acanhadas, com percepção árdua, entretanto de classificação simples, pois são inclinadas formadas no início do perfil, sendo assim de cisalhamento com modo de ruína por cisalhamento seguido de descolamento do perfil.

**Tabela 4.21 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G4**

Vigotas	Concreto	Deflexão	Pu (kN)
	$\epsilon_c$ (‰)	Vão (mm)	
1	-0,838	17,951	76,98
2	-0,936	19,878	91,14
3	-0,726	9,328	79,56
Média	-0,834	15,719	82,56

A deformação de compressão do concreto variou de -0,73 a -0,94‰, a deflexão variou de 9,32 a 19,87mm. A carga última teve seus valores registrados em 76,98, 91,14 e 79,56 kN para V1, V2 e V3.

A Tabela 4.22 mostra os valores de deformação, deflexão e carga máxima das vigotas do grupo 05.

**Tabela 4.22 – Valores máximos de deformação dos ensaios ensaio de flexão – G5**

Vigotas	Armaduras		Perfil Direita		Perfil Esquerda	
	$\epsilon_{DIR}$ (‰)	$\epsilon_{ESQ}$ (‰)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (‰)	$\epsilon_{EXT}$ (‰)	$\epsilon_{V\tilde{A}O}$ (‰)	$\epsilon_{EXT}$ (‰)
1	1,220	1,238	0,662	0,245	0,946	-
2	1,548	1,599	0,791	0,354	0,508	0,221
3	2,394	1,894	0,611	0,221	0,521	0,071
Média	1,721	1,577	0,688	0,273	0,658	0,146

Com os dados da tabela acima, verifica-se que a deformação da armadura direita variou de 1,22 a 2,39‰, da esquerda variou de 1,23 a 1,89 ‰. No meio do vão da viga, a deformação do perfil direito variou de 0,61 a 0,79 mm/m e da esquerda variou em 0,51 a 0,95 mm/m. Em relação a extremidade, a deformação da cantoneira da direita variou de 0,22 a 0,35 mm/m e a da esquerda oscilou de 0,07 a 0,22 mm/m.

Na Figura 4.38 ilustra-se o momento do ensaio de flexão da vigota V1 do grupo 05, grupo esse com substrato de transição em CC2.

**Figura 4.38 – Ensaio de flexão V1 – G5**



Observa-se que a formação da fissura se dá na parte limítrofe entre a cantoneira e o substrato de transição, horizontalmente e depois parte para o centro da vigota inclinada. As fissuras são espelhadas, evidenciando o bom comportamento do caminho da carga de forma simétrica.

A Figura 4.39 mostra as vigotas do grupo 05 após o ensaio de flexão, com o estado de fissuração evidenciado.

**Figura 4.39 – Vigotas do Grupo 05 após o ensaio de flexão**



Nota-se na V1 a formação de uma fissura inclinada, à esquerda da extremidade do perfil, que se dirige até o centro do elemento ensaiado. Trata-se de uma fissura de cisalhamento com modo de ruína por cisalhamento seguido de descolamento da extremidade do reforço.

Na V2, manifestou-se uma fissura muito similar à da vigota V1, inclinada, perto da extremidade do perfil e dirigindo-se para o centro da vigota. Refere-se, assim como no caso anterior, a uma fissura de cisalhamento com ruína por cisalhamento seguido de descolamento da extremidade do reforço.

Já na vigota V3 a fissura também é inclinada, sendo desenvolvida no centro da vigota, contudo ainda assim é também uma fissura de cisalhamento, com ruína por cisalhamento seguido de descolamento da extremidade do reforço.

**Tabela 4.23 – Valores máximos de deformação e deflexão do ensaio de flexão – G5**

Vigotas	Concreto	Deflexão	Pu (kN)
	$\epsilon_c$ (‰)	Vão (mm)	
1	-0,467	10,335	90,99
2	-1,212	11,233	81,10
3	-0,726	9,327	85,65
Média	-0,801	10,298	85,91

A deformação de compressão do concreto variou de -0,47 a -0,72%, a deflexão variou de 9,32 a 11,23 mm. A carga última teve seus valores registrados em 90,99, 81,10 e 85,65 kN para V1, V2 e V3.

A Tabela 4.24 mostra em um apanhado geral, todos os valores médios de deformação, deflexão e carga máxima das vigotas de todos os grupos.

**Tabela 4.24 – Valores médios de deformação, deflexão e carga última de todos os grupos**

Grupos	Pu [kN]	$\bar{\epsilon}_c$ (mm/m)	$\bar{f}$ (mm/m)	Armaduras		Perfil Direita		Perfil Esquerda	
				$\bar{\epsilon}_{DIR}$ (mm/m)	$\bar{\epsilon}_{ESQ}$ (mm/m)	$\bar{\epsilon}_{V\tilde{A}O}$ (mm/m)	$\bar{\epsilon}_{EXT}$ (mm/m)	$\bar{\epsilon}_{V\tilde{A}O}$ (mm/m)	$\bar{\epsilon}_{EXT}$ (mm/m)
Grupo 01	51,35	-1,272	9,285	3,391	2,502	-	-	-	-
Grupo 02	65,88	-2,807	16,804	4,878	5,644	0,349	0,151	0,291	0,117
Grupo 03	68,79	-3,075	8,704	2,989	-	0,628	0,266	0,322	0,223
Grupo 04	82,56	-0,834	15,719	2,738	2,585	0,551	0,215	0,472	0,139
Grupo 05	85,91	-0,801	10,298	1,721	1,577	0,688	0,273	0,658	0,146

Em vista da tabela acima apresentada, nota-se o aumento da carga portante das vigotas do grupo 01 para o 05, de forma crescente, maximizando em 85,91 kN no grupo 05. Percebe-se que o tratamento do substrato de transição com CC2 foi acarretou em uma melhora direta da capacidade portante das vigas.

Tratando-se de deformação de compressão, percebe-se também o aumento crescente do valor de deformação, maximizando em -3,07% no grupo 03. Pode-se inferir que com a utilização de um compósito de transição com alto valor de resistência à compressão, o graute, levou a conduzir a valores máximos de deformação na face superior da viga.

No que tange as armaduras, nota-se que o valor máximo foi encontrado no grupo 02. É possível atribuir que o tratamento do substrato de transição conduziu a uma diminuição da solicitação da armadura, uma vez que esse valor foi reduzido quando as vigotas submetidas a esse tratamento foram ensaiadas.

Quando analisamos as deformações no meio dos perfis metálicos de reforço, nota-se que houve um aumento dessa deformação nas vigas que foram submetidas ao tratamento do substrato de transição. O valor máximo foi apresentado no grupo 05, seguido do grupo 04 e 03, levando a crer que o tratamento com CRFA proporciona uma maior solicitação do perfil de reforço na porção central, onde as tensões de flexão são máximas.

Por fim, com foco nas deformações na extremidade dos perfis, também foi observado uma maior deformação nas vigotas que tiveram o tratamento do substrato de transição executado. O valor máximo foi encontrado no grupo 05, seguido do 03 e 04, também pode-se

inferir que o tratamento levou a uma maior solicitação do reforço na extremidade, onde as tensões de cisalhamento são maiores.

## 4.2 RESULTADOS ANALÍTICOS

As Tabela 4.25 mostra os valores de carga crítica obtidas mediante aos modelos analíticos mostrados ao longo da revisão desse escrito.

**Tabela 4.25 – Valores de carga ruína**

Grupos	Carga Crítica			
	Modelo de Viga (kN)	Seção Reforçada: ABNT NBR 6118 (2014)	Peeling: OERLERS e MORAN (1990) (kN)	Peeling: SHARMA et al. (2008) (kN)
Grupo 01	40,38	-	-	-
Grupo 02	-	131,13	38,39	57,19
Grupo 03	-	133,82	43,36	70,59
Grupo 04	-	134,37	44,42	74,65
Grupo 05	-	137,72	50,38	73,71

Nota-se que, a carga de ruína pelo Modelo de Viga no Grupo 01, obteve-se um valor de 40,38 kN. Tratando-se de vigas reforçadas a carga crítica segundo a ABNT NBR 6118 (2014) variou de 153,88 a 161,29 kN. Já o peeling por OERLERS e MORAN (1990) variou de 38,89 a 50,38 kN e segundo Sharma *et al.* (2008) entre 57,19 a 74,65 kN.

## 4.3 COMPARATIVO DE VALORES

Após feita a análise de todas as curvas obtidas no ensaio, segue abaixo a Tabela 4.26 com resumo final das cargas máxima críticas e de peeling ocorridas nos ensaios.

**Tabela 4.26 – Valores de carga – Máxima e Peeling**

Grupos	Peeling experimental				Carga máxima experimental			
	V1	V2	V3	Média	V1	V2	V3	Média
Grupo 01	-	-	-	-	63,68	31,45	58,92	51,35
Grupo 02	31,55	32,95	33,17	32,55	67,77	66,98	62,89	65,88
Grupo 03	48,10	51,57	-	49,83	78,43	59,11	-	68,77
Grupo 04	72,24	57,92	74,19	68,11	76,98	91,12	76,56	81,55
Grupo 05	85,92	70,50	79,46	78,62	90,99	81,10	85,65	85,91

Observa-se que para o Grupo 01, o valor da carga máxima experimental variou de 31,45 a 63,68 kN, no Grupo 02, o valor da carga de peeling experimental foi de 31,55 a 33,17 kN já a carga máxima variou de 62,89 a 67,77 kN.

No Grupo 03, o valor de carga de peeling experimental foi de 48,10 e 51,57 kN e de carga máxima oscilou entre 59,11 e 78,43. No Grupo 04, o valor da carga de peeling experimental é de 57,92 a 74,19 kN e a carga máxima variou de 76,56 a 91,12 kN.

Por fim, o Grupo 05, teve o valor da peeling experimental entre 70,50 a 85,92 kN e a carga máxima entre 81,10 a 90,99 kN.

Na Tabela 4.27 exhibe a variação percentual do acréscimo de carga média de um grupo para outro, na carga de peeling experimental.

**Tabela 4.27 – Acréscimo de carga média de peeling experimental**

Grupos	Média	Acréscimo de Peeling experimental (%)			
		G2	G3	G4	G5
Grupo 02	32,55	0,00	34,68	52,21	58,60
Grupo 03	49,83	-	0,00	26,84	36,62
Grupo 04	68,11	-	-	0,00	13,37
Grupo 05	78,62	-	-	-	0,00

Nota-se que no grupo 02, o acréscimo é crescente e significativo para os diferentes substratos, crescendo de 34,68 a 58,60% de acréscimo de carga. No grupo 03 percebe-se que a variação foi positiva do grupo 04 em diante, manifestou-se também de forma crescente e relevante, aumentado em 26,84 e 36,62 %.

No grupo 04, observa-se o acréscimo de 13,37% de carga para equiparar os valores de carga do grupo 05, sendo esse último o grupo com melhor desempenho as luzes do peeling experimental.

Na Tabela 4.28 exibe a variação percentual do acréscimo de carga média de um grupo para outro, na carga máxima experimental.

**Tabela 4.28 – Acréscimo de carga média de carga máxima experimental**

Grupos	Média	Acréscimo de carga máxima experimental (%)			
		G2	G3	G4	G5
Grupo 01	51,35	22,06	25,33	37,03	40,23
Grupo 02	65,88	0,00	4,20	19,22	23,32
Grupo 03	68,77	-	0,00	15,67	19,95
Grupo 04	81,55	-	-	0,00	5,08
Grupo 05	85,91	-	-	-	0,00

Nota-se que no grupo 01, o acréscimo é crescente e significativo para os diferentes substratos, crescendo de 22,06 a 40,23% de acréscimo de carga.

No grupo 02 o aumento de carga foi de 4,20 a 23,2 % para os diferentes substratos.

No grupo 03 percebe-se que a variação foi positiva do grupo 04 em diante, manifestou-se também de forma crescente e relevante, aumentado de 15,67 e 19,95 %.

No grupo 04, observa-se o acréscimo de 5,08% de carga para o grupo 5, sendo esse último o grupo com melhor desempenho as luzes da carga máxima experimental.

Com posse desses resultados é possível fazer uma análise dos erros dos métodos analíticos com as cargas experimentais obtidas. As tabelas em diante mostram esses erros em cada grupo ensaiado, tanto para a carga crítica quanto para carga de peeling.

**Tabela 4.29 – Valores de carga crítica - G1**

Grupo 01		
Modelo de Viga (kN)	Máxima Experimental (kN)	Erro: Teoria Geral da Flexão/Máx Exp.
40,38	51,35	21,36%

Como já esperado, e devido o Grupo 01 representar a técnica do concreto armado, o método analítico do Modelo de Viga apresentou erro razoável na previsão da carga última, cerca de 21,36%.

Tabela 4.30 – Valores de carga crítica – G2

<b>Grupo 02 - Carga crítica</b>		
<b>Seção Reforçada: ABNT NBR 6118 (2014)</b>	<b>Máxima Experimental (kN)</b>	<b>Erro:NBR/Máx Exp.</b>
131,13	65,88	99,04%

No Grupo 02, a simples colagem, a abordagem analítica da ABNT NBR 6118 (2014) apresenta erro significativo e prevê com distância a carga crítica, com um erro de 99,04%.

Tabela 4.31 – Valores de carga de peeling – G2

<b>Grupo 02 - Peeling</b>				
<b>Peeling: OERLERS e MORAN (1990) (kN)</b>	<b>Peeling: SHARMA ET AL. (2008) (kN)</b>	<b>Peeling Experimental (kN)</b>	<b>Erro: OM/Máx Exp.</b>	<b>Erro: SHM/Máx Exp.</b>
38,39	57,19	32,55	17,94%	75,70%

Contudo, ainda tratando-se do Grupo 02, OERLERS e MORAN (1990) preveem com sucesso a carga crítica de ruína por peeling, apresentando um erro de cerca de 17,94%. Em contra partida Sharma *et al.* (2008) prevê com distância o peeling, com um erro de 75,70%.

Tabela 4.32 – Valores de carga crítica – G3

<b>Grupo 03 - Carga crítica</b>		
<b>Seção Reforçada: ABNT NBR 6118 (2014)</b>	<b>Máxima Experimental (kN)</b>	<b>Erro:NBR/Máx Exp.</b>
133,52	68,77	128,66%

No Grupo 03, com a colagem dos perfis e o substrato de transição em graute, a abordagem analítica da ABNT NBR 6118 (2014) apresenta erro significativo e prevê com distância a carga crítica, com um erro de 94,59%.

Tabela 4.33 – Valores de carga de peeling – G3

<b>Grupo 03 - Peeling</b>				
<b>Peeling: OERLERS e MORAN (1990) (kN)</b>	<b>Peeling: SHARMA ET AL. (2008) (kN)</b>	<b>Peeling Experimental (kN)</b>	<b>Erro: OM/Máx Exp.</b>	<b>Erro: SHM/Máx Exp.</b>
43,36	70,59	49,84	13,00%	41,63%

Entretanto, ainda versando-se sobre o Grupo 03, OERLERS e MORAN (1990) preveem satisfatoriamente a carga crítica de ruína por peeling, apresentando um erro de cerca de 13,00%. Em contra partida Sharma *et al.* (2008) prevê com pouca assertividade o peeling, com um erro de 41,63%.

Tabela 4.34 – Valores de carga crítica – G4

<b>Grupo 04 - Carga crítica</b>		
<b>Seção Reforçada: ABNT NBR 6118 (2014)</b>	<b>Máxima Experimental (kN)</b>	<b>Erro:NBR/Máx Exp.</b>
133,37	81,55	63,54%

No Grupo 04, com a colagem dos perfis e o substrato de transição com CC1, a abordagem analítica da ABNT NBR 6118 (2014) apresenta erro grande e prevê com distância a carga crítica, com um erro de 63,54%. Contudo é evidente a melhora na previsão da carga crítica em relação aos outros grupos já citados.

Tabela 4.35 – Valores de carga de peeling – G4

<b>Grupo 04 - Peeling</b>				
<b>Peeling: OERLERS e MORAN (1990) (kN)</b>	<b>Peeling: SHARMA ET AL. (2008) (kN)</b>	<b>Peeling Experimental (kN)</b>	<b>Erro: OM/Máx Exp.</b>	<b>Erro: SHM/Máx Exp.</b>
43,92	74,65	68,12	35,53%	9,59%

Todavia, ainda versando-se sobre o Grupo 04, OERLERS e MORAN (1990) preveem com relativa precisão a carga crítica de ruína por peeling, apresentando um erro de cerca de 35,53%. Já o modelo analítico de Sharma *et al.* (2008) prevê com grande sucesso o peeling, com um erro de 9,59%.

**Tabela 4.36 – Valores de carga crítica – G5**

<b>Grupo 05 - Carga crítica</b>		
<b>Seção Reforçada: ABNT NBR 6118 (2014)</b>	<b>Máxima Experimental (kN)</b>	<b>Erro:NBR/Máx Exp.</b>
137,72	85,91	60,31%

No Grupo 05, com a colagem dos perfis e o substrato de transição com CC2, a abordagem analítica da ABNT NBR 6118 (2014) apresenta erro grande e prevê com distância a carga crítica, com um erro de 60,31%. Contudo, é novamente evidente a melhora na previsão da carga crítica em relação aos outros grupos já citados.

**Tabela 4.37 – Valores de carga de peeling – G5**

<b>Grupo 05 - Peeling</b>				
<b>Peeling: OERLERS e MORAN (1990) (kN)</b>	<b>Peeling: SHARMA ET AL. (2008) (kN)</b>	<b>Peeling Experimental (kN)</b>	<b>Erro: OM/Máx Exp.</b>	<b>Erro: SHM/Máx Exp.</b>
50,38	73,71	78,63	35,93%	6,29%

Porém, ainda considerando-se a respeito do Grupo 05, OERLERS e MORAN (1990) preveem com relativa acuidade a carga crítica de ruína por peeling, apresentando um erro de cerca de 35,93%. E mais uma vez, como o ocorrido no G4, o modelo analítico de Sharma *et al.* (2008) prevê com grande sucesso o peeling, com um erro de 6,29%.

## 5 CONCLUSÃO

---

A realização deste trabalho teve como objetivo o estudo do efeito do substrato de transição em vigas de concreto armado reforçadas com perfis metálicos. Além disso, também analisou-se a previsão da carga última e a carga por peeling.

A execução das análises e apresentação dos resultados se deu em quatro fases: a primeira foram feitos ensaios de caracterização dos materiais utilizados na dosagem do concreto da vigota e do substrato de transição; a segunda foi a realização de ensaios mecânicos para quantificação de parâmetros de resistência dos materiais utilizados na vigota, no substrato e como reforço; na terceira etapa conduziu-se ensaios de flexão nas vigotas reforçadas, tratadas com diferentes substratos de transição e na última foi feito um estudo de comparação dos resultados obtidos experimentalmente com os valores analítico, a fim de definir qual o melhor substrato a ser utilizado para tratamento das vigotas reforçadas.

Na primeira fase, com o desenvolvimento dos ensaios de caracterização dos materiais obteve-se dados necessários para dosagem, a qual obteve-se resultados dentro do esperado, que era reproduzir um concreto com resistência C20 a C25, mais comum e profuso nos canteiros de obras.

Em um segundo momento, com a realização dos ensaios mecânicos foi possível conhecer mais a fundo as propriedades do concreto da vigota e do substrato. No substrato ficou evidenciado que a adição das fibras metálicas contribuíram para um comportamento mais tenaz do elemento, validado nas curvas P- $\delta$ . Também examinou-se mais detalhadamente as propriedades mecânicas do aço da armadura e do aço do perfil, que forneceram dados importantes para a previsão das cargas críticas e carga de peeling.

Na terceira fase conduziu-se os ensaios de flexão que mostraram que, as luzes das deformações instrumentadas nas vigotas, os diferentes substratos conduzem a cargas máximas, cargas de peeling, deflexões e modos de ruína diferentes. Sendo eles determinantes no comportamento estrutural do reforços das vigotas.

Na última parte efetuou-se uma análise estatística dos dados e com isso um exame de checagem para verificar a precisão dos modelos analíticos na previsão das cargas críticas e de peeling.

Portanto, conclui-se que, a suposição inicial foi confirmada, ao realizar o tratamento da camada inferior da vigota com um material mais resistente à compressão, com maior tenacidade e resistência à flexão, acabou em conduzir um aumento na carga crítica e melhor

desempenho do elemento de reforço, inibindo também as ruínas prematuras que antes aconteceram em estudos já conduzidos.

É visível a inferência que o material do substrato é decisivo no comportamento do reforço, uma vez que, diversas grandezas tiveram seus valores amplificados, corroborando assim tal afirmação. Uma delas foi a carga última que teve seu valor aumentado com os tratamentos realizados e que teve seu auge no compósito cimentício CC2.

Outra grandeza amplificada foi a deformação no perfil, que tanto no meio quanto na extremidade, tiveram seus valores acrescidos a cada intervenção feita no substrato, indicando que esses elementos foram mais solicitados em materiais com maior resistência à compressão, graute, e com maior resistência à flexão e tenacidade, CC1 e CC2.

Também entende-se que, com a diminuição das grandezas de flecha, deformação de compressão do concreto e deformação na armadura, que decresceram conforme o uso de materiais como o graute, CC1 e CC2, tais materiais proporcionaram uma maior solicitação dos elementos reforçadores, perfis tipo cantoneira de aço, indo em conjunto com a amplificação da resistência mecânica da peça.

O modelo da ABNT NBR 6118 (2014) demonstrou-se pouco efetivo na previsão da carga máxima, uma vez que apresentou erros significativos e valores distantes das cargas de ensaio na previsão da carga máxima para os grupos 02, 03, 04. No grupo 05, tal previsão teve um desempenho superior, com um valor de erro menor que apresentado nos outros grupos.

Vale ressaltar também que esse modelo não leva em conta o tratamento do substrato de transição e atua como uma estimativa máxima da carga que poderia ocorrer no ensaio. Também é importante ressaltar que o efeito de peeling foi preponderante nos ensaios, impedindo a maximização do conjunto reforçado, sendo assim um elemento limitador da carga máxima, fato esse comprovado nos baixos valores de carga máxima observados no ensaio.

Em contra partida o modelo de cálculo que previa a carga de ruína por peeling, OERLERS e MORAN (1990) teve sua previsão satisfatória, apresentando erros de pequena grandeza e carga próximas ao observado nos ensaios para os grupos 02 e 03. Já para os grupos 04 e 05 teve um desempenho um pouco aquém, contudo ainda podendo ser considerável razoável. É importante lembrar também que tal modelo não leva em conta o tratamento do substrato de transição, razão essa atribuída ao maior erro ocorrido nos grupos 04 e 05.

Em relação ao modelo de cálculo de previsão da carga de ruína por peeling segundo Sharma *et al.* (2008), pode-se afirmar que tem uma previsão insatisfatória para o grupo 02, onde apresentou grandes valores de erros e carga de peeling distante do valor do ensaio. Já

para o grupo 03, tal previsão pode ser considerada razoável, uma vez que o valor de erro encontrado foi baixo e a carga de peeling foi próxima a verificada no ensaio. Por fim, a previsão da carga de ruína por peeling no que tange os grupos 04 e 05 é altamente satisfatória, visto que essa apresentou valores de erros baixíssimos e cargas de ruína críticas muito próximas as observadas no ensaio.

Tudo relatado aqui indica só uma tendência, uma pré-disposição, inclinação, que deve ser confirmada com mais profundidade, pesquisa e ensaios, com alterações de parâmetros e dados de contorno com a finalidade de assim consolidar o conhecimento aqui abordado.

## 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Após a realização desse trabalho verificou-se a possibilidade da realização de trabalhos futuros na discussão dos seguintes temas:

- I. Verificação dos parâmetros, dados e resultados mediante a uma análise computacional em softwares como ABAQUS, ADINA, SAP 2000;
- II. Alteração dos materiais utilizados no substrato de transição, traço, fibras, cimento e agregados;
- III. Realização do ensaios em escalas maiores, procurando elementos onde a flexão é mais propensa;
- IV. Realização dos ensaios em elementos estruturais de lajes e pilares.

## 6 Bibliografia

---

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 544.1R**. State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. Detroit. 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 440.2R**. Guide for the design and construction os externally bonded FRP system for strengthening concrete structures. Detroit. 2002.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-2011**. Building code requirements for strucutural concrete. Farmington Hills, MI. 2011.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C1018**. Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading. USA. 1997.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C78**. Standard Test Method for Flexural Strength of Concrete (Using Simple Beam with Third-Point Loading). USA. 2002.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C1609 (2010)**. Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using simple beam with third-point load). USA. 2010.

APPLETON, J.; GOMES, A. Reforço de estruturas de betão armado por adição de armaduras exteriores. **Revista Portuguesa de Engenharia em Estruturas**, 41, 1997.

ARQUEZ, A. P. **Aplicação de laminado de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) inserido em substrato de microconcreto com fibras de aço para reforço á flexão de vigas de concreto armado**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 207. 2010.

ARSLAN, G.; SEVUK, F.; EKIZ, I. Steel plate contribution to load-carrying capacity of retrofitted RC beams, Istanbul, Turkey, 2006. 143-153.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5739**: concreto - ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro: ABNT, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 248**: Agregados - Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro : ABNT, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 12655**: concreto de cimento Portland — Preparo, controle, recebimento e aceitação — Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738**: Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Concreto – Determinação do Módulo de Deformação Estática e Diagrama tensão x deformação – Método de Ensaio. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro: ABNT, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 45**: Agregados - Determinação da massa unitária e do volume de vazios. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15530**: Fibras de aço para concreto – especificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 52**: Agregado miúdo - Determinação da massa específica e massa específica aparente. Rio de Janeiro: ABNT, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 7211**: Agregados para concreto – Especificação. Rio de Janeiro: ABNT, 2009.

ASSUNÇÃO, J. W. **Curvas de dosagem para concretos convencionais e aditivados confeccionados com materiais da região noroeste do Paraná.** UFSC. Florianópolis, p. 230. 2002.

AYKAC, S.; KALKAN, I.; AYKAC, B.; KARAHAN, S.; KAYAR, S. Strengthening and repair of reinforced concrete using external steel plates. **Journal of Structural Engineering**, Ankara, 1 June 2013. 929–939.

BARNES, R. A.; MAYS, G. C. Strengthening of reinforced concrete beams in shear by the use of externally bonded steel plates: Part 2 – Design guidelines. **Construction and Building Materials**, Julho 2006. 403-411.

BENTUR, A. MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites.** 2ª. ed. New York: Taylor& Francis , 2007.

BRANCO, F. G. **Reabilitação e reforço de estruturas.** Lisboa: Instituto Superior Técnico, 2012.

BUELOW, P. V. **Reinforced concrete by ultimate strength design.** Ann Arbor: University of Michigan, 2017.

CAMPAGNOLO, F.A.;SILVA, F.L.C.P. Técnicas de ancoragem em vigas de concreto armado reforçadas com chapas de aço coladas. **34ª REIBRAC**, São Paulo, 1995.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA Standard-A23.3-94-Design of Concrete Structures.** Ontario: Rexdale. 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118: 2003.** 3ª. ed. São Carlos: EdUSFCar, 2012. 368 p. ISBN 978-85-7600-086-0.

CERQUEIRA, F. C. C. Controle Estatístico da Resistência à Compressão do Concreto. **Revista Tecnologia Fortaleza**, Fortaleza, dez 2000. 49-56.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ENGENHARIA**. 5ª. ed. New York: MacGraw-Hill, 2008.

CHARIF, A. **Structural Behavior of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates**. University of Sheffield. [S.l.]. 1980.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London. 1990.

COOK, W.; MITCHELL, D. Studies os disturbed regions near discontinuitites in reinforced concrete members. **ACI Structural Journal**, 85, n. 2, Março-Abril 1988. 206-216.

EN 14651. **Test methods for metallic fibered concrete - Measuring the flexural tensile strenght (limity of proporcionality (LOP) residual)**. Materials and Structures/ Matériaux et Constructions. Brussels, p. 17. 2005.

FERRARI, V. J. **Reforço á flexão de vigas de concreto armado com manta de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) aderido ao substrato de transição constituído por compósito cimentício de alto desempenho**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 310. 2007.

FERRARI, V. J.; HANAI, J. B.; SOUZA, R. A. Flexural strengthening of reinforcement concrete beams using high performance fiber reinforcement cement-based compostie (HPFRCC) and carbon fiber reinforced polymer (CFRP). **Construction and Building Materials**, n. 48, 2013. 485-498.

FIGUEIREDO, A. D. **Parâmetros de controle e dosagem de concreto do concreto projetado com fibras de aço**. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. São Paulo, p. 342. 1997.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com fibras de aço**. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. São Paulo, p. 71. 2000. (0103-9830).

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. UNIVERISDADE DE SÃO PAULO. São Paulo. 2011.

LEUNG, C. K. Y. Delamination failure in concrete beams retrofitted with a bonded plate. **Journal of Material in Civil Engineering**, 13, n. 2, Abril 2001.

MACGREGOR, J. Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code. **Examples for design of structural concrete with strut-and-tie models**, 2002.

MARTI, P. Basic tools of reinforced concrete beam design. **ACI Structural Journal**, 82, n. 4, Jan-Fev 1985a. 46-56.

NASCIMENTO, A. R. D. **Capacidade de carga de vigas de concreto armado reforçadas com perfis de aço laminado**. Universidade Estadual de Maringá. Maringá, p. 151. 2017.

NUNES, N. L. **Contribuição para aplicação do concreto reforçado com fibras de aço em elementos de superfície restringidos**. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. São Paulo, p. 276. 2006.

OEHLERS, D. J. Reinforced concrete beams with plates glued to their soffits. **Journal of Structural Engineering**, 118, n. 8, Agosto 1992. 2023-2038.

OEHLERS, D. J.; MORAN, P. J. Premature failure of externally plated reinforced concrete beams. **Journal of Structural Engineering**, 116, n. 4, Abril 1990. 978-995.

PEDROSO, F. L. CONCRETO: MATERIAL CONSTRUTIVO MAIS UTILIZADO NO MUNDO, São Paulo, p. 14-15, Jan.Fev.Mar 2009. ISSN 1809-7197.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projetos de edifícios**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos. 2011.

RAOOF, M.; EL-RIMAWI, J. A.; HASSANEN, M. A. H. Theoretical and experimental study on externally plated R.C. beams. **Engineering Structures**, 22, n. 1, Janeiro 2000. 85-101.

RAOOF, M.; ZHANG, S. An insight into the structural behavior of R.C. beams with externally bonded plates. **Structures and Buildings**, 122, n. 4, Novembro 1997. 477-492.

RIPPER, T., SOUZA, V.C.M. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. 1ª. ed. São Paulo: PINI, 1998.

SABA, A. M.; SALLAM H.E.M., S. H.; A.H., R. Effect of plate end anchorage and side plates on the efficiency of plated beams. **University Al-Azhar Engineering Journal**, 6, n. 1, 203. 555-564.

SALLAM, H. E. M. et al. Prevention of peeling failure in plated beams. **Journal of Advanced Concrete Technology**, 2, n. 3, Dezembro 2004. 419-429.

SALVADOR, R. P. **Análise comparativa de métodos de ensaio para caracterização do comportamento mecânico de concreto reforçado com fibras**. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. São Paulo, p. 201. 2013.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K. Konstruieren in Stahlbetonbau. **Beton-Kalender**, Berlin, 1989. Teil 2.

SCHLAICH, J.; SHCAFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, Vol 69, n. 6, Março 1991.

SHARMA, S.K.;MOHAMED ALI, M.S.;GOLDAR,D; SIKDAR, P.K. Investigation of critical diagonal crack debonding in plated RC beams. **Composites Part B: engineering**, n. 39, 2008. 570-584.

SILVA, R. C. **Modelo de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. 1ª. ed. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SILVEIRA, S. S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado reforçadas com chapas coladas com resina epoxy**. Universidade Federal Fluminense. Niterói. 1997.

SOUZA, R. A. **CONCRETO ESTRUTURAL: ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS COM DESCONTINUIDADES**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 379. 2004.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N. Definições de expressões visando relacionar  $f_c$  e  $f_{ck}$ . **IV Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura.**, Maringá, 2003.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N. Elementos Especiais de Concreto: Novas Metodologias para um dimensionamento Racional e Seguro. **Revista Engenharia, Ciência & Tecnologia**, 07, 2004. 3-9.

SPERANDIO, D.; MENDES, J. T.; MOKEN E SILVA, L. H. **CÁLCULO NUMÉRICO CARACTERÍSTICAS MATEMÁTICAS E COMPUTACIONAIS DOS MÉTODOS NUMÉRICOS**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

SU, R. K. L.; ZHU, Y. Experimental and numerical studies of external steel plate strengthened reinforced concrete coupling beams. **Engineering Structures**, 27, n. 10, Agosto 2005. 1537-1550.

THE JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **Method of test for flexural strenght and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete**. Concrete library of JSCE. Part III-2 Method os test for steel fiber reinfrced concrete, p. 58-61. 1984.

THOMAZ, E. C. S. **CRF - Concreto reforçado com fibras - Mito e Realidade**. Rio de Janeiro: IME, 2002?.

TURKISH STANDARDS INSTITUTE. **TS-500**. Requirements for design and construction of reinforced. Ankara. 2000.

VAN GEMERT, D. Force transfer in epoxy bonded steel/concrete joints. **Internacional Journal of Adhesion and Adhesives**, 1980. 67-72.

## APÉNDICE A - MÉTODOS DE DOSAGEM

Segundo Rodrigues (1998) apud Assunção (2002), existem vários métodos de dosagem de concreto sendo os principais:

- I. Método do Instituto de Tecnologia do Estado do Rio Grande do Sul (ITERS), atualmente identificado como CIENTEC - Fundação da Ciência e Tecnologia do Estado do Rio Grande do Sul;
- II. Método do Instituto Nacional de Tecnologia do Rio de Janeiro (INT);
- III. Método do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S A (IPT);
- IV. Método da Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP).

Sobral (1980) apud Assunção (2002) aponta que os quatro métodos de dosagem mais utilizados no Brasil têm em comum as seguintes características:

- I. Os critérios para a fixação do valor da resistência de dosagem;
- II. A determinação da relação água/cimento (a/c) em função da resistência de dosagem;
- III. A determinação da relação água/cimento (a/c) em função da durabilidade do concreto.

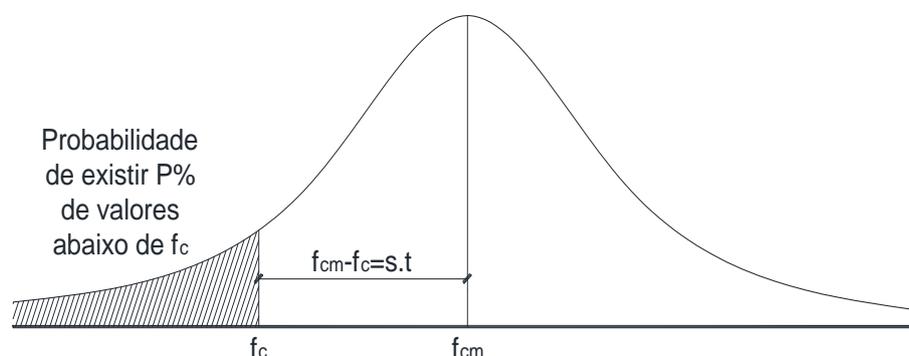
### A. Cálculo da resistência de dosagem

Assunção (2002) relata que a resistência à compressão do concreto é um parâmetro que está atrelado, dentre muitos outros, da qualidade dos materiais utilizados, das proporções da mistura, meios de produção e execução dos ensaios.

Levando em conta que este parâmetro tem como base os resultados obtidos em ensaios de compressão simples de corpos de prova cilíndricos, torna-se importante definir uma forma de avaliação da qualidade e a resistência possível do concreto de uma estrutura.

Desta forma têm-se utilizado modelos estatísticos como forma de melhor representar as variabilidades de resultados obtidos nos corpos de prova amostrados no volume de concreto produzido. Segundo Souza (2003) a produção de um concreto em condições uniformes apresenta uma distribuição normal, que segue a curva de Gauss, conforme ilustra a Figura A1:

**Figura A1 – Distribuição normal de resistências à compressão do concreto**



Fonte: Souza (2003) apud Cerqueira (2000) – Adaptada

Com isso é possível inferir que resistência à compressão está relacionada a dois parâmetros estatísticos, a média e o desvio padrão.

Ainda segundo Souza (2003) apud Cerqueira (2000) uma resistência  $f_c$  de um concreto corresponde a uma probabilidade de existir  $P\%$  de valores abaixo  $f_{cm}$ , que diz respeito ao valor médio das resistências. Dessa forma, a diferença entre  $f_{cm}$  e  $f_c$  é de  $s \cdot t$ , onde “ $s$ ” é valor do desvio padrão e “ $t$ ” é um coeficiente que depende da probabilidade de  $P\%$ , conforme a Tabela A1:

**Tabela A1- Coeficiente “ $t$ ” para diferentes probabilidade  $P\%$**

<b>P%</b>	<b>25</b>	<b>20</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>0,1</b>
“ $t$ ”	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	2,326	3,1

Com isso é possível obter o valor de  $f_c$  através da equação abaixo:

$$f_{cj} = f_{cm} - s \cdot t \quad (2.11)$$

em que,  $f_{cj}$ : é o valor da resistência à compressão na idade  $j$  dias em MPa

$f_{cm}$ : é o valor da resistência média à compressão em MPa

$s$ : é o desvio padrão da amostra;

$t$ : é o coeficiente que depende da probabilidade  $P\%$ .

Segundo a ABNT NBR 12655 (2015) o desvio padrão “ $s$ ” está em função das condições de preparo do concreto dosado e segue a Tabela A2:

**Tabela A2 – Desvio padrão em função da condição de preparo do concreto**

<b>Condição de preparo do concreto</b>	<b>Desvio Padrão (MPa)</b>
A	4,0
B	5,5
C	7,0

Fonte: ABNT NBR 12655 (2015) – Adaptada

Ainda a mesma norma ABNT NBR 12655 (2015) define as condições de preparo da seguinte forma:

- a) Condição A: Aplicável a todas as classes de concreto, o cimento e os agregados são medidos em massa, a água de amassamento é medida em massa ou volume com dispositivo dosador e corrigida em função da umidade dos agregados;
- b) Condição B: Já essa condição só pode ser aplicada às classes C10 a C20, o cimento é medido em massa, a água de amassamento é medida em volume mediante dispositivo dosador e os agregados medidos em massa combinada com volume;
- c) Condição C: Essa condição pode ser aplicada apenas aos concretos de classe C10 e C15, onde o cimento é medido em massa, os agregados são medidos em volume, a água de amassamento é medida em volume e a sua quantidade é corrigida em função da estimativa da umidade dos agregados da determinação da consistência do concreto, conforme disposto na ABNT NBR NM 67 ou outro método normalizado.

#### **B. Método de dosagem IPT/EPUSP – Assunção (2002)**

Assunção (2002) afirma que este método foi desenvolvido por Ary Torres embasado nos estudos de Abrams. Um dos fundamentos do método considera que dois agregados, sendo eles a areia e a brita, qualificados por apresentarem o mesmo módulo de finura, são considerados agregados equivalentes. Dessa forma, para um mesmo traço será utilizada igual quantidade de água para uma mesma consistência da mistura.

Ainda segundo Assunção (2002) o método permite formar para misturas confeccionadas com agregados com diâmetros máximos e consistência da mistura pré-

definida, curvas experimentais que fornecem a relação cimento:agregado e o módulo de finura do agregado total.

Após realizar o estudo de dosagem experimental, Assunção (2002) em seu estudo, propôs ábacos de dosagem originários de diagramas determinados pelo método IPT/EPUSP de dosagem de concreto, cujo equacionamento matemático e gráfico, permite a sugestão de traços iniciais ou traços pilotos.

Estes traços pilotos, poderão ser utilizado nos canteiros, após alguns ajustes que se fizerem necessários em função, principalmente, de pequenas alterações nos materiais disponíveis quando comparados com os utilizados nesta pesquisa. A Figura A2 mostra um dos ábacos de dosagem apresentados na pesquisa de Assunção (2002).

Figura A2 – Ábaco de dosagem de concreto aditivado

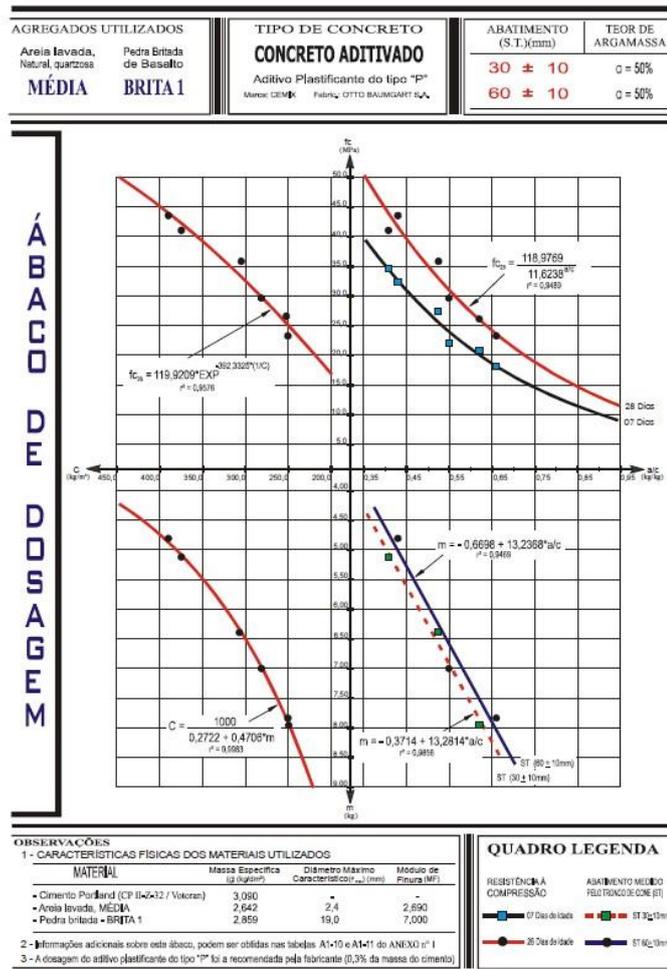


FIGURA 4.7 – ÁBACO DE DOSAGEM – Concretos aditivados (aditivo PLASTIFICANTE do tipo "P"), confeccionados com areia MÉDIA e BRITA 1 – (Familia AM 1-AD)

Fonte: Assunção (2002) – Adaptada

### C. Utilização do ábaco

Para obter o traço unitário do concreto é necessário seguir o procedimento nos itens seguintes:

#### I. Lei de Abrams:

No primeiro quadrante é obtido o valor do fator água/cimento,  $a/c$ , com a adoção do valor da resistência característica à compressão em 28 dias, resistência de dosagem.

#### II. Lei de Inge Lyse:

De posse do  $a/c$  é obtido o valor de agregado total “ $m$ ” no segundo quadrante.

#### III. Lei de Molynary – Consumo de materiais:

Com o valor de “ $m$ ” do segundo quadrante é possível obter o valor do consumo de materiais no terceiro quadrante do ábaco.

#### IV. Composição de agregados miúdos e graúdos e Teor de umidade:

Com a equação AE1 e AE2 obtém-se as frações de agregados graúdo e miúdos:

$$m = p + a \quad (\text{AE1})$$

em que,  $m$ : agregado total;  
 $p$ : agregado graúdo;  
 $a$ : agregado miúdo;

$$\alpha = \frac{(1 + a)}{(1 + m)} \quad (\text{AE2})$$

em que,  $\alpha$ : teor de argamassa;

#### V. Traço unitário:

Por fim o traço unitário tem o seguinte formato:

**1:a:p:a/c** – (1:areia;brita:água/cimento)

É importante lembrar que é necessário a introdução do plastificante na mistura no momento da mistura dos materiais na betoneira.

## APÉNDICE B- Dosagem do concreto $f_{c\ 28} = 31,6$ MPa

### D. Dados de entrada:

$\gamma_c = 3100$ kg/m <sup>3</sup>	Slamp – test: $(60 \pm 10)$ mm
$\gamma_a = 2650$ kg/m <sup>3</sup>	1 saco cimento: 50 kg
$\gamma_b = 2800$ kg/m <sup>3</sup>	1 saco cimento: $1,61 \times 10^{-2}$ m <sup>3</sup>
$\delta_a = 1470$ kg/m <sup>3</sup>	{ 15 vigotas (15x15x75) cm
$\delta_b = 1430$ kg/m <sup>3</sup>	{ 50 cp's (10x20) cm
	Volume Total = $3,32 \times 10^{-1}$ m <sup>3</sup>

### E. Traço Padrão:

Retirado de Assunção (2002) – Ábaco de dosagem página 118. Agregado: areia média lavada, quartzosa – brita 01. Concreto aditivado: Aditivo Plastificante do tipo “P” – Cemix, Otto Baumgart.

- $f_{c\ 28}$ :

$$f_{c\ 28} = \frac{118,9769}{11,6238^{a/c}} \quad - 1^{\circ} \text{ quadrante}$$

- Queremos um  $f_{c\ 28} = 31,6$  MPa, isso significa um  $f_{ck}$  igual a:

$$f_{c\ 28} = f_{ck} + s \cdot t \quad \therefore \quad 31,6 = f_{ck} + 4,0 \cdot 1,65 \quad \text{onde:}$$

$s = 4,0$  MPa – concreto dosado em massa, com controle de umidade dos agregados e equipe bem treinada.

$t = 1,65$  – coeficiente que depende da probabilidade P% de valores abaixo de  $f_{cm}$ .

- Assim temos:

$$f_{ck} = f_{c\ 28} - s \cdot t \quad \therefore \quad f_{ck} = 31,6 - 4,0 \cdot 1,65 = 25,0 \text{ MPa}$$

- Com a Lei de Abrams linearizada com os coeficientes de Assunção (2002), resulta em:

$$a/c = (\log 11,6238)^{-1} \cdot \log \left( \frac{118,9769}{f_{c\ 28}} \right)$$

$$a/c = (\log 11,6238)^{-1} \cdot \log \left( \frac{118,9769}{31,6} \right)$$

$$a/c = 0,939 \cdot 0,576$$

$$a/c = 0,540$$

-  $a/c < 0,6$ , conforme a NRB 6118 (2014)

- *Lei de Inge Lyse:*

$$m = -0,6698 + 13,2368 \cdot a/c \quad - \quad \text{Slamp} - \text{test}: (60 \pm 10) \text{ mm}$$

$$m = -0,6698 + 13,2368 \cdot 0,540$$

$$m = 6,478$$

- *Lei de Molinary - Consumo:*

$$C = \frac{1000}{(0,2722 + 0,4706 \cdot m)} \quad \therefore \quad C = \frac{1000}{(0,2722 + 0,4706 \cdot 6,478)}$$

$$C = 301,137 \text{ kg/m}^3$$

- *Composição de agregados e Teor de argamassa:*

$$m = p + a \quad \therefore \quad 6,478 = p + a$$

- Teor de argamassa:

$$\alpha = \frac{(1 + a)}{(1 + m)} \quad \therefore \quad \text{com } \alpha = 50\%$$

$$0,50 = \frac{(1 + a)}{(1 + 6,478)} \quad \therefore \quad a = (0,50 \cdot 1,478) - 1 = 2,739$$

- Assim temos p igual a:

$$p = m - a \quad \therefore \quad p = 6,478 - 2,739 = 3,739$$

- *Padronização do traço:*

$$1 : 2,739 : 3,739 : 0,540 - \text{Unitário}$$

$$301,137 : 824,814 : 1125,952 : 162,614$$

$$50,0 : 136,95 : 186,95 : 27,0$$

- Sabendo que foi utilizado um plastificante em 0,3% de massa do cimento, temos:

$$\text{cimento} : \text{areia} : \text{brita 12,5} : \text{água} : \text{Plastificante}$$

$$16.129,03 : 93.136,27 : 130.734,27 : 27,0 - [\text{cm}^3]$$

$$1 \text{ saco} : 136,95 : 186,95 : 27,0 : 0,15 - [\text{kg}]$$

#### F. Quantitativo Final:

Quantitativo C25 – 1 vigota		
Cimento	5,082	kg
Areia	13,919	kg
Brita 12,5	19,000	kg
Água	2,744	L
Plastificante	0,0152	L

Quantitativo C25 – 3 vigota		
Cimento	15,25	kg
Areia	41,76	kg
Brita 12,5	57,00	kg
Água	8,23	L
Plastificante	0,046	L

**Quantitativo C25 – 10 CP's**

<b>Cimento</b>	4,73	kg
<b>Areia</b>	12,95	kg
<b>Brita 12,5</b>	17,68	kg
<b>Água</b>	2,55	L
<b>Plastificante</b>	0,01	L

**Quantitativo C25 – PARCIAL  
3 vigotas e 10 CP's**

<b>Cimento</b>	19,97	kg
<b>Areia</b>	54,71	kg
<b>Brita 12,5</b>	74,68	kg
<b>Água</b>	10,79	L
<b>Plastificante</b>	0,06	L

**Quantitativo C25 – TOTAL  
15 vigotas e 50 CP's**

<b>Cimento</b>	99,86	kg
<b>Areia</b>	273,53	kg
<b>Brita 12,5</b>	373,39	kg
<b>Água</b>	53,93	L
<b>Plastificante</b>	0,30	L

## APÉNDICE C – Capacidade de resistência da seção de concreto armado sem reforço ELU: Teoria da Flexão – Modelo de Viga – Grupo 01

### A. Dados de entrada:

$$\begin{array}{lll}
 H = 15,0 \text{ cm} & f_{yk} = 600 \text{ MPa} & E_{s \text{ CA60}} = 192.742,49 \text{ MPa} \\
 b_w = 15,0 \text{ cm} & f_{ck} = 29,05 \text{ MPa} & \\
 cob. = 1,50 \text{ cm} & \varepsilon_{yd} = 2,07 \times 10^{-3} & \\
 \varnothing A'_s = 4,2 \text{ mm} & \gamma_s = 1,00 & \\
 \varnothing A_s = 6,3 \text{ mm} & \gamma_c = 1,00 & 
 \end{array}$$

### B. Cálculo da linha neutra:

- *Domínio 2:*

$$\begin{cases}
 \varepsilon_c = 0,004 \\
 \varepsilon_{st} = 0,010
 \end{cases}$$

- Com as seguintes propriedades mecânicas e geométricas:

$$\begin{array}{ll}
 d' = 1,50 \text{ cm} & A_s = 0,62 \text{ cm}^2 \\
 d = 13,5 \text{ cm} & A'_s = 0,28 \text{ cm}^2 \\
 f_{cd} = 2,91 \text{ kN/cm}^2 & 
 \end{array}$$

- Com as seguintes propriedades mecânicas e geométricas:

$$\begin{array}{ll}
 R_{st} = R_{cd} + R_{sc} & \text{onde:} \\
 R_{st} = f_{yd} \cdot A_s & \\
 R_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x & \\
 R_{sc} = f_{yd'} \cdot A'_s & \text{onde:} \\
 f_{yd'} = \varepsilon_{sc} \cdot E_s & \text{que por sua vez:} \\
 \varepsilon_{sc} = \frac{(d' - x)}{(d - x)} \cdot 0,001 & 
 \end{array}$$

- Assim temos:

$$\begin{array}{l}
 f_{yd} \cdot A_s = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x) + \left[ \left( \frac{(d' - x)}{(d - x)} \cdot 0,01 \right) \cdot E_s \right] \cdot A'_s \\
 50,0 \cdot 0,62 = (0,85 \cdot 2,91 \cdot 15,0 \cdot 0,8 \cdot x) + \left[ \left( \frac{(1,5 - x)}{(13,5 - x)} \cdot 0,01 \right) \cdot 19,27 \cdot 10^3 \right] \cdot 0,28 \\
 31,00 = (29,68 \cdot x) + \left( \frac{(1,5 - x)}{(13,5 - x)} \cdot 53,96 \right)
 \end{array}$$

- Resolvendo a equação usando o solver do Excel:

$$x = 0,961$$

- *Resultantes:*

$$R_{cd} = 0,85 \cdot f_c \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x$$

$$R_{cd} = 0,85 \cdot 2,91 \cdot 15,0 \cdot 0,8 \cdot 0,969$$

$$R_{cd} = 28,71 \text{ kN}$$

$$R_{sc} = f_{yd'} \cdot A'_s$$

$$R_{sc} = (\varepsilon_{sc} \cdot E_{s \text{ CA60}}) \cdot A'_s \quad \therefore \quad R_{sc} = \left( \frac{(d'-x)}{(d-x)} \cdot 0,01 \right) \cdot E_{s \text{ CA60}} \cdot A'_s$$

$$R_{sc} = \left[ \left( \frac{(1,5 - 0,969)}{(13,5 - 0,969)} \right) \cdot 0,01 \right] \cdot 19,27 \cdot 10^3 \cdot 0,28 \quad \text{e} \quad f_{yd'} = 8,17 \text{ kN/cm}^2$$

$$R_{sc} = 2,29 \text{ kN}$$

$$R_{st} = R_{cd} + R_{sc}$$

$$R_{st} = 28,71 + 2,29 = 31,0 \text{ kN}$$

- *Momento resistente da seção transversal:*

$$M_d = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x) + A'_s \cdot f_{yd'} \cdot (d - d')$$

$$M_d = 0,68 \cdot 2,91 \cdot 15,0 \cdot 1,15 \cdot (13,5 - 0,4 \cdot 0,969) + 0,28 \cdot 8,17 \cdot (13,5 - 1,5)$$

$$M_d = 403,94 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### C. Carga crítica:

- O valor do momento fletor para viga ensaiada vale:

$$M_{fk} = \frac{P_c}{2} \cdot a \quad \therefore \quad P_c = 2 \cdot \frac{M_{fk}}{a}$$

$$P_c = 2 \cdot \frac{4,03}{0,20} \quad \therefore \quad P_c = 40,39 \text{ kN}$$

### D. Erro:

$$P_{exp} = 51,33 \text{ kN} \quad \therefore \quad \text{Erro} = \left( \frac{(P_{exp} - P_{an})}{P_{exp}} \right) \cdot 100$$

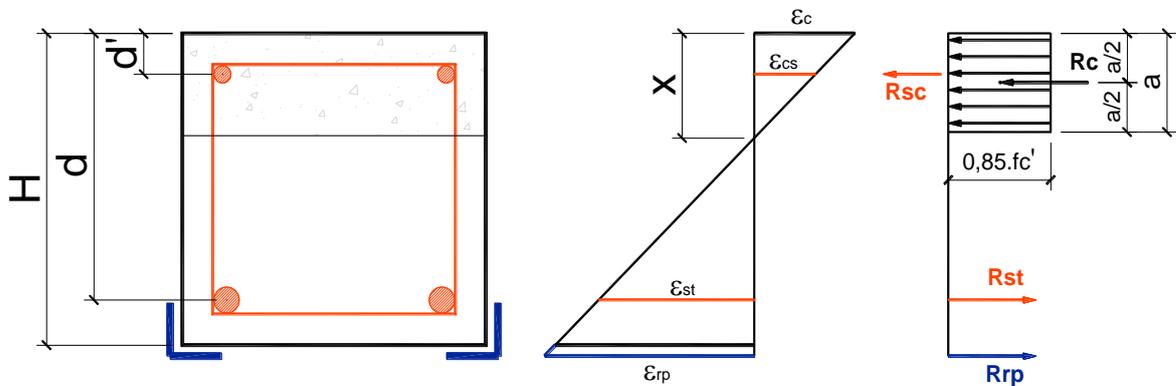
$$\text{Erro} = \left( \frac{(51,33 - 40,39)}{51,33} \right) \cdot 100 \quad \therefore \quad \text{Erro} = 21,31\%$$

## APÉNDICE D – Capacidade de resistência da seção de concreto armado com reforço segundo ABNT NBR 6118 (2014) – Grupo 05

### A. Dados de entrada:

$H = 15,0 \text{ cm}$	$f_{yk} = 600 \text{ MPa}$	$A_{rp} = 1,48 \text{ cm}^2$
$b_w = 15,0 \text{ cm}$	$f_{ck} = 29,91 \text{ MPa}$	$tf = 0,318 \text{ cm}$
$cob. = 1,50 \text{ cm}$	$E_{S \text{ ASTM}} = 184.310,00 \text{ MPa}$	$hf = 2,54 \text{ cm}$
$\phi A'_s = 4,2 \text{ mm}$	$E_{S \text{ CA60}} = 192.742,49 \text{ MPa}$	$\phi = 0,9514$
$\phi A_s = 6,3 \text{ mm}$	$\gamma_s = \gamma_c = 1,00$	$Y_{CG \text{ rp}} = 0,76 \text{ cm}$

### B. Equilíbrio da seção resistente:



- *Cálculo da linha neutra:*

$$d_{equ} = 14,17 \text{ cm}$$

$$x_{2,3} = 3,67 \quad e \quad x_{3,4} = 8,29 \text{ cm}$$

- *Posição da linha neutra descarregada:*

$$M_0 = 3,96 \text{ kN.cm}$$

$$I_{tr} = \frac{b_w \cdot x_0^3}{3} + n \cdot A_s' \cdot (x_0 - d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - x_0)^2 \quad \text{onde:}$$

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad \therefore \quad E_{S \text{ CA60}} = 192.742,49 \text{ MPa} \quad e \quad \text{temos que:}$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \therefore \quad E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

$$\alpha_e = 1,2 - \text{basalto}$$

$$E_{ci} = 1,2 \cdot 5600 \cdot \sqrt{29,91} \quad \therefore \quad E_{ci} = 36.751,70 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{80}\right)\right) \quad \therefore \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \left(\frac{29,91}{80}\right)\right) = 0,874$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \therefore \quad \alpha_i = 0,874$$

$$E_{cs} = 0,874 \cdot 36.751,70 = 32.149,47 \text{ MPa}$$

Com isso temos n:

$$n = \frac{E_s CA60}{E_{cs}} \quad \therefore \quad n = \frac{192.742,49}{32.149,47} = 6,53$$

Resolvendo a equação do momento estático, temos:

$$\frac{b_w \cdot x_0^2}{2} + n \cdot A_s' \cdot (x_0 - d') - n \cdot A_s \cdot (d - x_0) = 0,0$$

$$\frac{15 \cdot x_0^2}{2} + 6,53 \cdot 0,28 \cdot (x_0 - 1,5) - 6,53 \cdot 0,62 \cdot (13,5 - x_0) = 0,0$$

$$7,5 \cdot x_0^2 + 5,88 \cdot x_0 - 57,40 = 0,0$$

$$\begin{cases} x_0' = 2,40 \\ x_0'' = -3,22 \end{cases}, \text{ assim temos: } x_0 = 2,40 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = \frac{b_w \cdot x_0^3}{3} + n \cdot A_s' \cdot (x_0 - d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d - x_0)^2$$

$$I_{tr} = \frac{15 \cdot 2,40^3}{3} + 6,53 \cdot 0,28 \cdot (2,40 - 1,5)^2 + 6,53 \cdot 0,62 \cdot (13,5 - 2,40)^2$$

$$I_{tr} = 569,58 \text{ cm}^4$$

### C. Deformação no reforço:

$\varepsilon_{rp}^{m,inf}$  é encontrado com as formulações abaixo:

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (y_{rp}^{m,inf}) \quad e \quad y_{rp}^{m,inf} = H - x + \frac{(\emptyset \cdot tf)}{2}$$

$$y_{rp} = H - x + \frac{(\emptyset \cdot tf)}{2} \quad \therefore \quad y_{rp} = 15 - x + \frac{(0,9514 \cdot 0,318)}{2} = 14,85 - c$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (14,85 - x)}{x}$$

$\varepsilon_{co}^{m,inf}$  é encontrado pela Lei de Hooke:

$$\varepsilon_{co}^{m,inf} = \frac{M_0 \cdot y_{rp}^{m,inf}}{I_{tr} \cdot E_{cs}} \quad \therefore \quad \varepsilon_{co}^{m,inf} = \frac{3,96 \cdot (14,85 - x)}{569,58 \cdot 32.149,47}$$

$$\varepsilon_{co}^{m,inf} = -2,23 \cdot 10^{-7} x + 3,31 \cdot 10^{-6}$$

A  $\varepsilon_{ef}$  é:

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} = \varepsilon_{rp}^{m,inf} - \varepsilon_{co,ef}^{m,inf}$$

$\varepsilon_{rp}^i$  é encontrado com as formulações abaixo:

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{0,01 \cdot y_{rp}^i}{(d-x)} \quad e \quad y_{rp}^i = H - x - \frac{(h_f - \phi \cdot tf)}{2}$$

$$y_{rp}^i = H - x - \frac{(h_f - \phi \cdot tf)}{2} \quad \therefore \quad y_{rp}^i = 15 - x + \left( \frac{2,54 - 0,9514 \cdot 0,318}{2} \right)$$

$$= 13,88 - c$$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{0,01 \cdot (14,70 - x)}{(d-c)}$$

$\varepsilon_{co}^i$  é encontrado pela Lei de Hooke:

$$\varepsilon_{co}^i = \frac{M_0 \cdot y_{rp}^i}{I_{tr} \cdot E_{cs}} \quad \therefore \quad \varepsilon_{co}^i = \frac{3,96 \cdot (13,88 - x)}{569,58 \cdot 32.149,47}$$

$$\varepsilon_{co}^i = -4,17 \cdot 10^{-5}x + 3,00 \cdot 10^{-6}$$

A  $\varepsilon_{ef}$  é:

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = \varepsilon_{rp}^i - \varepsilon_{co,ef}^i$$

#### D. Resultantes e processo iterativo para c:

$$\sum F_x = 0$$

$$R_{cd} + R_{sc} = R_{st} + R_{rp}$$

$$R_{cd} = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot a \quad \therefore \quad R_{cd} = 0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot \beta_1 \cdot c$$

$$R_{sc} = \sigma'_y \cdot A'_s \quad \text{onde:} \quad \sigma'_y = \varepsilon_{cs} \cdot E_s$$

$\varepsilon_{cs}$  é encontrado por semelhança de triângulo:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_{sc}}{(x-d')} \quad \therefore \quad \varepsilon_{sc} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (x-d')}{x} \quad \text{onde:}$$

- *Domínio 3:*

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\%$$

$$\varepsilon_{sc} = 0,628\% \quad \rightarrow \quad f_y = 12,11 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{st} = 10,7\% \quad \rightarrow \quad f_{yd} = 52,17 \text{ kN/cm}^2$$

$$R_{st} = f_{yd} \cdot A_s \quad e \quad R_{rp} = \sigma_{rp} \cdot A_{rp} \quad \text{onde:}$$

$$\sigma_{rp} \begin{cases} 25,0 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} & \text{se } \varepsilon_{rp,ef} \geq 1,20 \cdot 10^{-3} \\ E_s \cdot \varepsilon_{rp,ef} & \text{se } \varepsilon_{rp,ef} < 1,20 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Assim se inicia o processo iterativo para encontrar o  $c$ , profundidade da linha neutra:

- $X_0 = 3,30$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{0,0035 \cdot (14,85 - 3,30)}{(3,30)} = 1,23 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon_{co}^{m,inf} = -2,20 \cdot 10^{-5} \cdot (3,30) + 3,27 \cdot 10^{-4} = 2,54 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} = 1,23 \cdot 10^{-2} - 2,54 \cdot 10^{-4} = 1,20 \cdot 10^{-2}$$

Com isso temos,  $\varepsilon_{rp} > 1,09 \cdot 10^{-3}$  resultando em  $\sigma_{rp} = 25,00 \text{ kN/cm}^2$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{0,01 \cdot (14,70 - 3,30)}{(3,30)} = 1,00 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon_{co}^i = -2,28 \cdot 10^{-5} \cdot (3,30) + 3,35 \cdot 10^{-4} = 2,59 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = 1,00 \cdot 10^{-2} - 2,59 \cdot 10^{-4} = 9,74 \cdot 10^{-3}$$

Por fim, o equilíbrio da seção resistente é feito:

$$(0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x) + A'_s \cdot f'_y = A_s \cdot f_{yd} + (A_m \cdot \sigma_s^m \cdot 2) + (A_{alm} \cdot \sigma_s^{alm} \cdot 2)$$

$$(0,85 \cdot 2,99 \cdot 15 \cdot 0,8 \cdot 3,30) + 0,28 \cdot 34,01 =$$

$$0,62 \cdot 52,17 + (0,81 \cdot 25,0 \cdot 2) + (0,77 \cdot 25,0 \cdot 2)$$

$$100,64 + 9,52 = 32,35 + 40,50 + 38,50$$

$$110,17 \neq 111,35$$

- $X_0 = 3,33$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{0,0035 \cdot (14,85 - 3,33)}{(3,33)} = 1,21 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon_{co}^{m,inf} = -2,20 \cdot 10^{-5} \cdot (3,33) + 3,27 \cdot 10^{-4} = 2,54 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} = 1,21 \cdot 10^{-2} - 2,54 \cdot 10^{-4} = 1,19 \cdot 10^{-2}$$

Com isso temos,  $\varepsilon_{rp} > 1,09 \cdot 10^{-3}$  resultando em  $\sigma_{rp} = 25,00 \text{ kN/cm}^2$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{0,01 \cdot (14,70 - 3,33)}{(3,33)} = 9,93 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{co}^i = -2,28 \cdot 10^{-5} \cdot (3,33) + 3,35 \cdot 10^{-4} = 2,08 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = 9,93 \cdot 10^{-3} - 2,08 \cdot 10^{-4} = 9,72 \cdot 10^{-3}$$

Por fim, o equilíbrio da seção resistente é feito:

$$(0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x) + A'_s \cdot f'_y = A_s \cdot f_{yd} + (A_m \cdot \sigma_s^m \cdot 2) + (A_{alm} \cdot \sigma_s^{alm} \cdot 2)$$

$$(0,85 \cdot 2,99 \cdot 15 \cdot 0,8 \cdot 3,33) + 0,28 \cdot 34,01 =$$

$$0,62 \cdot 52,17 + (0,81 \cdot 25,0 \cdot 2) + (0,77 \cdot 25,0 \cdot 2)$$

$$101,47 + 9,69 = 32,35 + 40,39 + 38,42$$

$$111,16 = 111,16 - \text{ok!}$$

#### E. Momento resistente para seção transversal:

Segundo ABNT NBR 6118 (2014):

$$M_d = A_s \cdot f_s \cdot (d - x) + A'_s \cdot f'_s \cdot (x - d') + (R_{rp}^{m,inf} \cdot y_{rp}^{m,inf}) + (R_{rp}^i \cdot y_{rp}^i)$$

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x \cdot \left( x - \frac{(0,8 \cdot x)}{2} \right)$$

$$M_d = 0,62 \cdot 52,17 \cdot (13,5 - 3,33) + 0,28 \cdot 34,01 \cdot (3,33 - 1,50) +$$

$$2 \cdot 0,81 \cdot 25 \cdot \left( 15 - 3,33 - \left( \frac{0,9514 \cdot 0,318}{2} \right) \right)$$

$$+ 2 \cdot 0,77 \cdot 25 \cdot (15 - 3,33 - 2,54 + (0,9514 \cdot 0,318))$$

$$+ 0,85 \cdot 2,99 \cdot 15,0 \cdot 0,8 \cdot 3,33 \cdot \left( 3,33 - \frac{0,8 \cdot 3,33}{2} \right)$$

$$M_d = 328,95 + 17,43 + 466,51 + 363,15 + 202,91$$

$$M_d = 1.378,95 \text{ kN.cm}$$

$$M_d = 13,79 \text{ kN.m}$$

#### F. Carga crítica:

$$M_{fk} = \frac{P_c}{2} \cdot a \quad \therefore \quad P_c = 2 \cdot \frac{M_{fk}}{a}$$

$$P_c = 2 \cdot \frac{13,79}{0,20} \quad \therefore \quad P_c = 137,90 \text{ kN}$$

#### G. Erro:

$$P_{exp} = 85,91 \text{ kN} \quad \therefore \quad \text{Erro} = \left( \frac{(P_{exp} - P_{an})}{P_{exp}} \right) \cdot 100$$

$$\text{Erro} = \left| \frac{(85,91 - 137,90)}{137,90} \right| \cdot 100 \quad \therefore \quad \text{Erro} = 38,0\%$$

**APÉNDICE E – Previsão da carga crítica para o modo de ruína de peeling do reforço da seção de concreto armado reforçada Oehlers (1992) e Oehlers e Moran (1990) – Grupo 04**

**A. Dados de entrada:**

$H = 15,0 \text{ cm}$	$f_{yk} = 600 \text{ MPa}$	$A_{rp} = 1,48 \text{ cm}^2$
$b_w = 15,0 \text{ cm}$	$f_{ck} = 25,09 \text{ MPa}$	$tf = 0,318 \text{ cm}$
$cob. = 1,50 \text{ cm}$	$E_{s \text{ ASTM}} = 204.175,48 \text{ MPa}$	$hf = 2,54 \text{ cm}$
$\emptyset A'_s = 4,2 \text{ mm}$	$E_{s \text{ CA50}} = 192.742,49 \text{ MPa}$	$h_r = 14,24 \text{ cm}$
$\emptyset A_s = 6,3 \text{ mm}$	$\gamma_s = \gamma_c = 1,00$	$Y_{CG \text{ rp}} = 0,76 \text{ cm}$

**B. Condição de peeling segundo Oehlers e Moran (1990):**

$$\frac{M_p}{M_{up}} + \frac{V_p}{V_{uc}} \geq 1,17$$

- *Momento de peeling ( $M_p$ ):*

$$M_p = \frac{P_c}{2} \cdot a \quad \therefore \quad M_p = \frac{P_c}{2} \cdot 20$$

$$M_p = 10 \cdot P_c$$

- *Cortante de peeling ( $V_p$ ):*

$$V_p = \frac{P_c}{2}$$

- *Parcela resistente do concreto ( $V_{uc}$ ,  $V_{co}$  da ABNT NBR 6118 (2014)):*

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad \therefore \quad f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad \therefore \quad f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot 25,09^{2/3} = 2,57 \text{ MPa} \quad \therefore \quad f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 2,57 = 1,8 \text{ MPa} \quad \therefore$$

$$f_{ctd} = \frac{1,8}{1,0} = 1,8 \text{ MPa} \quad \therefore \quad 0,18 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad \therefore \quad V_{co} = 0,6 \cdot 0,18 \cdot 15,0 \cdot 13,5 = 21,87 \text{ kN}$$

- *Momento último de peeling ( $M_u$ ):*

$$M_{sp} = M_{up} = \frac{EI_{cp} \cdot f_t}{\gamma \cdot E_s \cdot t} \quad \therefore \quad E = E_{cs} \quad \therefore \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$$

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot (f_{ck})^{1/2} \text{ e Para: } 20 \text{ MPa} < f_{ck} < 50 \text{ MPa} \quad \therefore$$

$$\alpha_e = 1,2 - \text{basalto}$$

$$E_{ci} = 1,2 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25,09} \quad \therefore \quad E_{ci} = 33.660,43 \text{ MPa}$$

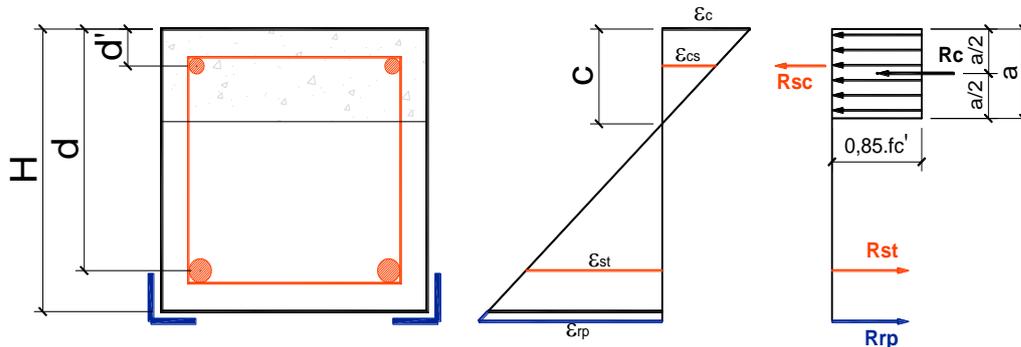
$$\alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{80}\right)\right) \quad \therefore \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \left(\frac{25,09}{80}\right)\right) = 0,863$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \therefore \quad \alpha_i = 0,863$$

$$E_{cs} = 0,863 \cdot 33.660,43 = 29.039,69 \text{ MPa}$$

- *Momento de inércia da seção fissurada por peeling ( $I_{cp}$ ):*

Equilíbrio da seção resistente:



Como o equilíbrio da seção encontra-se a posição da linha neutra, mas antes é necessário estabelecer as relações de compatibilidade, construtivas e equilíbrio.

- Equações de compatibilidade:

$$\frac{\varepsilon_c}{x_{II}} = \frac{\varepsilon_s}{(d - x_{II})} = \frac{\varepsilon'_s}{(x_{II} - d')} = \frac{\varepsilon_c}{(h_r - x_{II})}$$

- Equações construtivas:

$$\sigma_c = E_{cs} \cdot \varepsilon_c$$

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = E_s \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (d - x_{II})}{x_{II}}$$

$$\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s = E_s \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (x_{II} - d')}{x_{II}}$$

$$\sigma_r = E_{sr} \cdot \varepsilon_r = E_{sr} \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (h_r - x_{II})}{x_{II}}$$

- Equações de equilíbrio:

$$R_c = b_w \cdot \frac{x_{II} \cdot \sigma_c}{2} \quad \therefore \quad R_c = b_w \cdot \frac{x_{II} \cdot E_{cs} \cdot \varepsilon_s}{2}$$

$$R_s = A_s \cdot \sigma_s \quad \therefore \quad R_s = A_s \cdot E_s \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (d - x_{II})}{x_{II}}$$

$$R'_s = A'_s \cdot \sigma'_s \quad \therefore \quad R'_s = A'_s \cdot E_s \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (x_{II} - d')}{x_{II}}$$

$$R_r = A_{sr} \cdot \sigma_{sr} \quad \therefore \quad R_r = A_{rs} \cdot E_{sr} \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (h_r - x_{II})}{x_{II}}$$

iv. Condição de equilíbrio:

$$\sum F_x = 0$$

$$R_c + R'_s = R_s + R_r$$

$$\sum M_a = 0$$

$$R_s \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3}\right) + R'_s \cdot \left(\frac{x_{II}}{3} - d'\right) + R_r \cdot \left(h_r - \frac{x_{II}}{3}\right)$$

v. Posição da linha neutra:

$$\frac{b_w \cdot x_{II}^2}{2} + n_1 \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d') - n_1 \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) - n_2 \cdot A_{sr} \cdot (h_r - x_{II}) = 0,0$$

$$n_1 = \frac{E_{s \text{ CA50}}}{E_{cs}} \quad \therefore \quad n_1 = \frac{192.742,49}{29.039,69} = 6,64$$

$$n_2 = \frac{E_{s \text{ ASTM}}}{E_{cs}} \quad \therefore \quad n_2 = \frac{204.175,48}{29.039,69} = 7,03$$

$$\frac{15 \cdot x_{II}^2}{2} + 6,64 \cdot 0,28 \cdot (x_{II} - 1,5) - 6,64 \cdot 0,62 \cdot (13,5 - x_{II}) - 1,48 \cdot 7,03 \cdot (14,24 - x_{II}) = 0,0$$

$$7,5 \cdot x_{II}^2 + 16,23 \cdot x_{II} - 204,43 = 0,0$$

$$\begin{cases} x'_0 = 4,24 \\ x''_0 = -6,41 \end{cases}, \text{ assim temos: } x_0 = 4,24 \text{ cm}$$

vi. Produto de inércia à flexão no Estádio II (puro):

$$I_{tr} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + n_1 \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 + n_1 \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 + n_2 \cdot A_{sr} \cdot (h_r - x_{II})^2$$

$$I_{tr} = \frac{15 \cdot 4,24}{3} + 6,64 \cdot 0,28 \cdot (4,24 - 1,5')^2 + 6,64 \cdot 0,62 \cdot (13,5 - 4,24)^2 +$$

$$7,03 \cdot 1,48 \cdot (14,24 - 4,24)^2$$

$$I_{tr} = 1.788,45 \text{ cm}^4$$

- vii. Momento de inércia da seção equivalente - Fórmula de Branson (ABNT NBR 6118 (2014):

$$I = I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_{cqp}} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_{cqp}} \right)^3 \right] \cdot I_2$$

Para isso devemos antes calcular:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad \therefore \quad \alpha = 1,50 \text{ seção retangular}$$

$$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 25,09^{\frac{2}{3}} = 0,18 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$I_c = \frac{b_w \cdot h^3}{12} \quad \therefore \quad I_c = \frac{15 \cdot 15^3}{12} = 4.218,75 \text{ cm}^4$$

$$y_t = \frac{H}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}$$

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,18 \cdot 4.218,75}{7,50} = 151,86 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{cqp} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{cqp}}{2} \cdot \frac{a \cdot b}{L} \quad \therefore \quad Q_{cqp} = g + \varphi_2 \cdot q \quad \therefore$$

$$Q_{cqp} = (0,15 \cdot 0,15 \cdot 0,75) \cdot 25 + 0,4 \cdot P_c = 0,42 + 0,4 \cdot P_c$$

$$M_{cqp} = \frac{3}{2} \cdot \frac{(0,42 + 0,4 \cdot P_c)}{2} \cdot \frac{20 \cdot 40}{60} \quad \therefore \quad M_{cqp} = 4,2 + 4,0 \cdot q \quad [\text{kN} \cdot \text{cm}]$$

$$I = I_{eq} = \left( \frac{151,86}{(4,2 + 4 \cdot P_c)} \right)^3 \cdot 4.218,75 + \left[ 1 - \left( \frac{151,86}{(4,2 + 4 \cdot P_c)} \right)^3 \right] \cdot 1.342,62$$

$I_{eq}$  é função de  $P_c$

- Resistência à tração ( $f_t$ ):

$$f_t = f_{ctm} = 0,39 \text{ kN/cm}^2$$

- Momento último de peeling:

$$M_{up} = \frac{E_{cs} \cdot I_{eq} \cdot f_{ctm}}{\gamma \cdot E_s \text{ ASTM} \cdot t}$$

$$M_{up} = \frac{2.903,97 \cdot \left( \left( \frac{151,86}{(4,2 + 4 \cdot P_c)} \right)^3 \cdot 4.218,75 + \left[ 1 - \left( \frac{151,86}{(4,2 + 4 \cdot P_c)} \right)^3 \right] \cdot 1.342,62 \right) \cdot 0,39}{0,474 \cdot 20.418,55 \cdot 0,765}$$

**C. Resolução da equação de condição de peeling:**

$$\frac{M_p}{M_{up}} + \frac{V_p}{V_{uc}} \geq 1,17$$

$$\frac{M_p}{M_{cqp}} + \frac{V_p}{V_{c0}} \geq 1,17$$

$$\frac{10 \cdot P_c \cdot 0,474 \cdot 20,418,55 \cdot 0,76}{2.903,97 \cdot \left( \left( \frac{151,86}{(4,2 + 4 \cdot P_c)} \right)^3 \cdot 4.218,75 + \left[ 1 - \left( \frac{151,86}{(4,2 + 4 \cdot P_c)} \right)^3 \right] \cdot 1.342,62 \right) \cdot 0,39} + \frac{P_c}{2 \cdot 32,96} \geq 1,17$$

Resolvendo a equação temos:

$$P_c = 43,92 \text{ kN}$$

**D. Erro da previsão da ruína prematura por peeling:**

$$P_{exp} = 50,75 \text{ kN} \quad \therefore \quad \text{Erro} = \left( \frac{(P_{exp} - P_{an})}{P_{exp}} \right) \cdot 100$$

$$\text{Erro} = \left| \frac{(50,75 - 43,92)}{50,75} \right| \cdot 100 \quad \therefore \quad \text{Erro} = 13,45\%$$

## APÉNDICE F – Roteiro para preparação dos materiais instrumentados

Para a instrumentação dos materiais seguiu-se um roteiro de preparação, sendo este específico para cada material, apresentado diferenças e particularidades. A seguir mostra-se um breve passo-passo de como a referida preparação foi feita.

### A. Instrumentação do aço

Para a instrumentação do aço, tanto para o CA50 quanto para o ASTM A36, foram vencidas as seguintes etapas:

- I. Retirada da camada superficial de sujeira ou oxidação dos metais com o disco de alta rotação;
- II. Retirada das mossas horizontais das barras de CA50, com uma lima ou com uma ponta sólida de lixa de aço acoplado a uma furadeira (essa etapa é exclusiva ao CA50);
  - a. Não retirar a mossa longitudinal, ela faz parte da seção resistente da barra;
- III. Alisamento da superfície do aço com lixas para metais, gradualmente com a numeração 80, 120 e 150.
  - a. Realizar movimentos circulares;
  - b. Limpeza das barras com acetona PA 99,5%;
  - c. Fazer quatro limpezas seguidas, cada uma com uma gaze independente;
- IV. Marcação do eixo das barras com caneta com ponta de tungstênio (caneta tipo BIC);
  - a. Realizar novamente mais uma série de quatro limpezas da superfície com acetona PA 99,5%;
- V. Colagem da fita isolante sobre o material metálico para a colagem do terminal;

Ao final dessas etapas, o aspecto resultante do aço deve ser semelhante ao ilustrado na Figura F1:

**Figura F1 – Barra de CA-50 marcada**



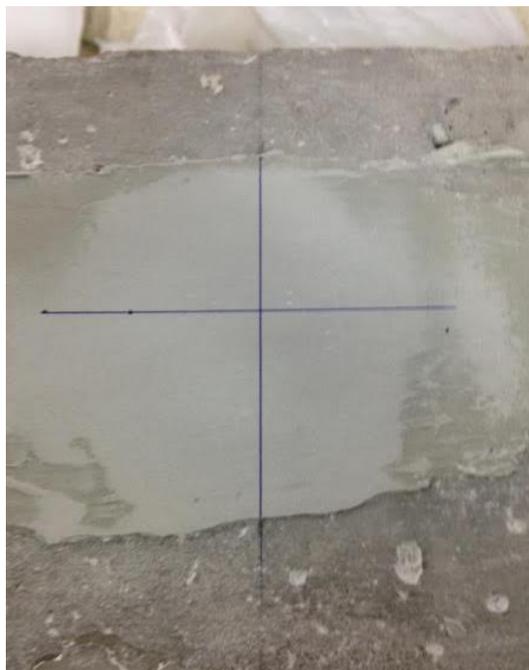
## **B. Instrumentação do concreto**

Para instrumentação do concreto também seguiu-se uma série de etapas que são registradas abaixo:

- I. Regularização da superfície com massa plástica;
  - a. Aguardar a cura da massa plástica;
- II. Lixar a superfície da massa plástica a fim de criar uma face plana e lisa;
  - a. Utilizar lixas metálicas sequencialmente de numeração 80, 120 e 150;
  - b. Fazer movimentos circulares ao longo do ponto de aplicação da massa;
  - c. Limpar a superfície com acetona PA 99,5%;
- III. Marcar a superfície da massa plástica com caneta tipo BIC;
  - a. Verificar se as marcas da caneta ficaram impressas na massa;
- IV. Colar uma faixa de fita isolante para fixação do terminal;

Ao final dessas etapas, o aspecto resultante do concreto deve ser semelhante ao ilustrado na Figura F2:

**Figura F2 – Concreto com massa plástica reguladora**



### **C. Colagem dos extensômetros**

O processo de colagem dos extensômetros é o mesmo, tanto para o aço quanto para o concreto, em síntese realizou-se as seguintes etapas:

- I. Posicionar o extensômetro sobre uma superfícies de vidro;
  - a. A superfície de vidro deve ser limpa com gaze úmida com acetona PA 99,5%;
- II. Fixar o extensômetro com uma fita durex com qualidade de colagem baixa;
- III. Posicionar o conjunto extensômetro-durex no elemento a ser mensurado já coma superfície regularizada e marcada;
  - a. Avaliar o posicionamento do gauge, se satisfatório, proceder a cola, caso contrário, realizar um novo posicionamento;
- IV. Colagem dos extensômetros;
  - a. Colar com adesivo de cianoacrilato e manter pressionado por 60”;
  - b. Aguardar 2 minutos e retirar a fita;
- V. Impermeabilização dos extensômetros;
  - a. Recomenda-se a impermeabilização dos extensômetros com verniz tipo CDA ou produto semelhante;

- VI. Leitura da resistência dos extensômetros com o multímetro pela extremidade do cabo;
- a. Caso todos os procedimentos forem executados com sucesso e nenhuma varia ao extensômetros tenha sido feita, a leitura da resistência deve marcar o valor nominal especificada na embalagem do extensômetros;

A Figura F3 abaixo ilustra o aspecto final da colagem dos extensômetros.

**Figura F3 – Extensômetro colado e impermeabilizado em aço ASTM A36**



#### **D. Soldagem dos cabos e fios dos extensômetros**

Após as etapas de preparação dos materiais instrumentados, realizou-se a soldagem dos fios dos cabos e dos extensômetros nos terminais.

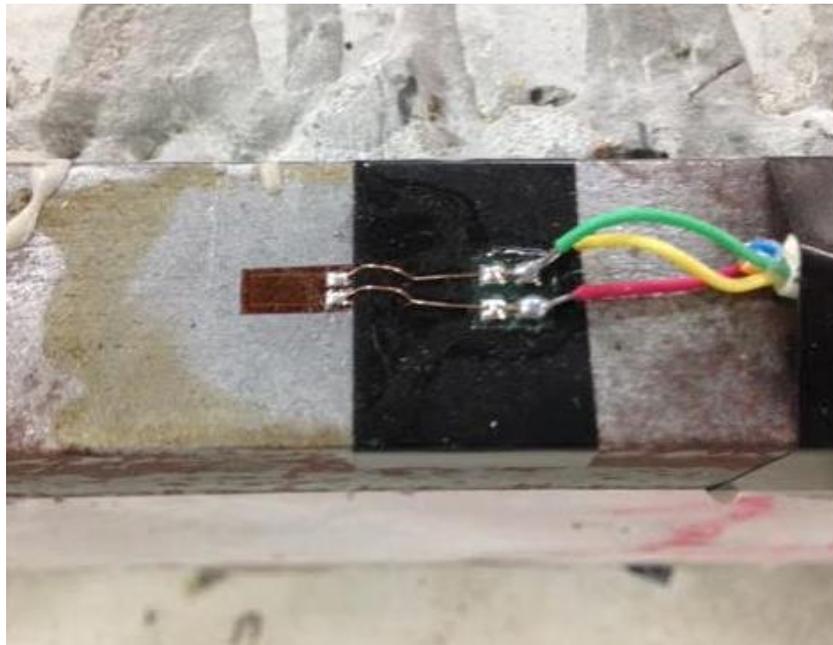
O procedimento é simples, basta efetuar uma soldagem de ponto com estanho, unindo a extremidade do fio do strain gauge no terminal. Para o fio do cabo, também é realizado o mesmo procedimento, porém recomenda-se a preparação dos fio com a torção dos filamentos de cobre e a estanhagem das pontas com pasta de solda. Feito isso basta a soldagem da extremidade preparada no terminal.

As Figuras F4 a F6 mostram a configuração final da soldagem dos fios dos cabos e do strain gauges nos materiais utilizados na pesquisa.

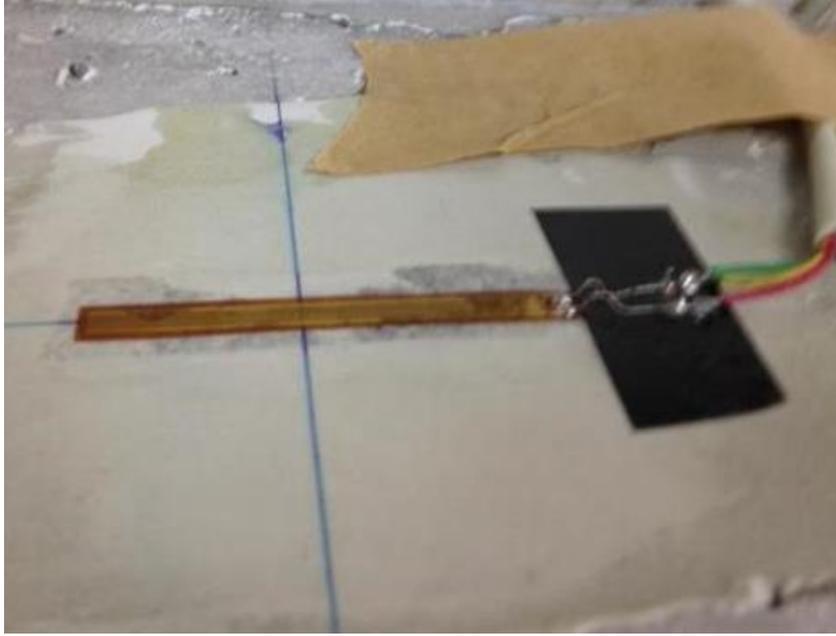
**Figura F4 – Extensômetro colado e soldado – Barra de CA50**



**Figura F5 – Extensômetro colado e soldado – Perfil ASTM A36**



**Figura F6 – Extensômetro colado e soldado – Concreto**

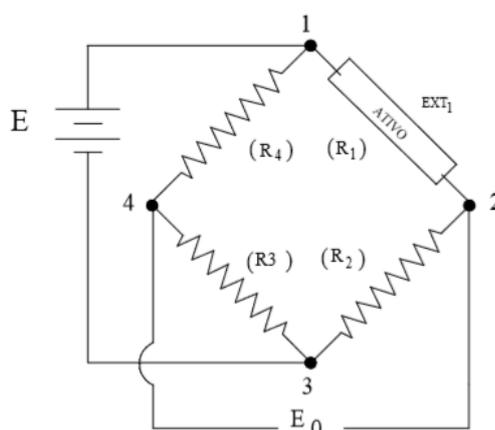


## APÉNDICE G – Tipologia das ligações

Segundo TAKEYA (2010) a grande maioria dos registros de deformações indicados por extensômetros elétrico, efetua a mensuração das variações de resistência através do sistema de ligações conhecida como Ponte de Wheatstone. A ponte de Wheatstone possibilita medir variações diminutas, precisamente e permite também a correlação dessas variações com efeitos de temperatura.

Ainda segundo o mesmo autor, a ponte de Wheatstone é um circuito elétrico com quatro resistores interligados, no qual é aplicado uma diferença de tensão elétrica entre os pontos 1 e 3, como mostra a figura abaixo

Figura G1 – Ponte de Wheatstone



Se o produto das resistências R1 com R3 for igual ao produto das resistências R2 com R4, dizemos que a ponte está equilibrada.

A equação que rege a correlação entre a variação de tensão com a deformação sofrida pelo material instrumentado é expressa pela Equação GE1:

$$\Delta E = \frac{V \cdot k}{4} \cdot \varepsilon \quad (\text{GE1})$$

em que,

$V$ : Tensão aplicada [volts];

$k$  : Gauge factor;

$\varepsilon$ : Deformação;

Na instrumentação realizada em toda a pesquisa, em todos os materiais, aço CA50, ASTM A36 e concreto C25, utilizou-se a ligação de um quarto de ponte com um extensômetro uniaxial colado longitudinalmente nesse materiais.

Com essa configuração de montagem, a deformação lida pelo sistema de aquisição de dados é uma soma de deformação devido a flexão, tração normal e dilatação térmica. O programa experimental foi montado de forma que não ocorresse ações normais aos eixos da peça, não resultando assim em nenhuma deformação de tração normal.

Já em relação a variação de temperatura, sendo um ambiente controlado, local coberto, fechado localizado em uma região de clima temperado, sem variações bruscas de temperatura, tal deformação pode ser considerada como insignificante como relata Takeya (2010).

A Equação GE2 abaixo demonstra o enunciado acima:

$$\Delta E = \frac{V \cdot k}{4} \cdot \varepsilon_a \quad (\text{GE2})$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_n + \varepsilon_M + \varepsilon_{\Delta T}$$

em que,

$\varepsilon_n$ : Deformação normal;

$\varepsilon_M$ : Deformação de flexão;

$\varepsilon_{\Delta T}$ : Deformação devido a variação de temperatura;

Como já exposto acima temos que:

$$\varepsilon_a = 0 + \varepsilon_M + 0 = \varepsilon_M$$

## APÉNDICE H- Curvas do ensaio de flexão do concreto

No decorrer das próximas páginas mostra-se os resultados do ensaio de flexão do concreto de acordo com os grupos mostrados ao longo da pesquisa, com o intuito de evidenciar as oposições dos comportamentos e valores encontradas nos resultados.

### A. Grupo 01

Figura H1 - Curvas Carga-Deflexão - G1

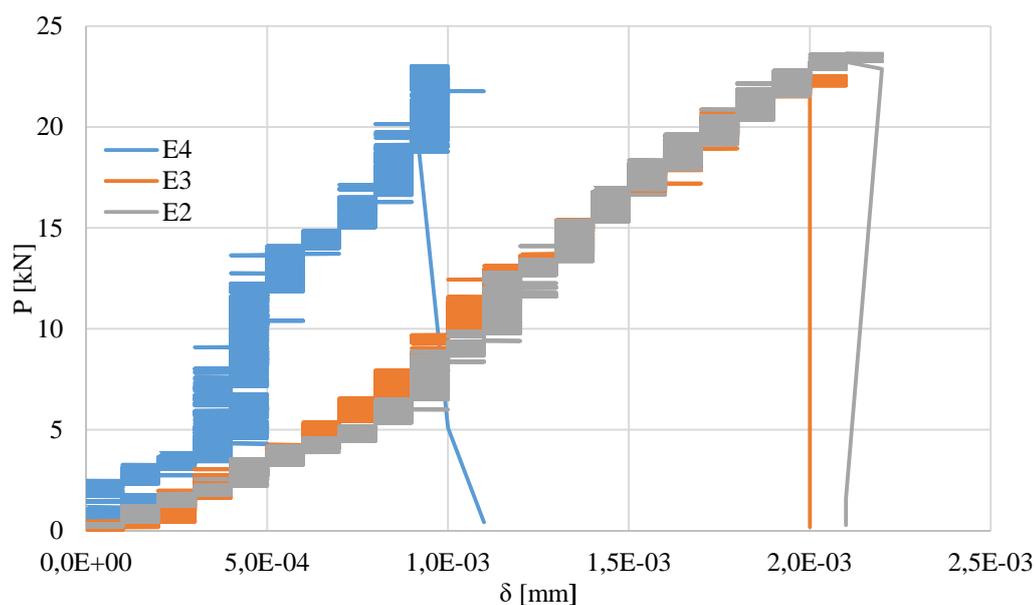


Figura H2 - Prismas ensaiados - G1



Tabela H1 – Valores de carga de ruptura dos primas – G1

Prisma	Pu (kN)	Local da ruptura
1	19,540	Terço medial
2	23,625	Limite do terço
3	22,527	Terço medial
4	23,021	Terço medial

Tabela H2 – Valores estatísticos das cargas de ruptura – G1

Prisma	Pu (kN)	Pu médio (kN)	Sd (kN)	VAR
1	19,540	22,178	1,815	3,295
2	23,625			
3	22,527			
4	23,021			

## B. Grupo 02

Figura H3 – Curvas de Carga-Deflexão – G2

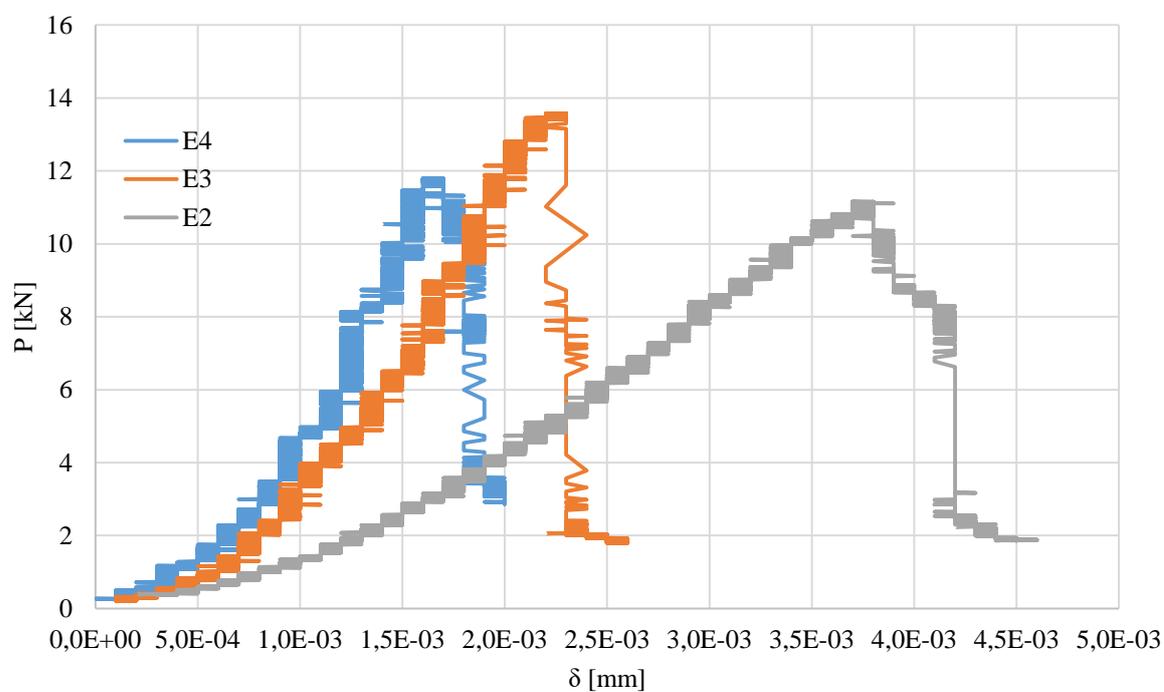


Figura H4 – Prismas ensaiados – G2



Tabela H3 – Valores de carga de ruptura dos primas – G2

Prisma	Pu (kN)	Local da ruptura
1	11,650	Terço medial
2	11,159	Terço medial
3	13,579	Terço medial
4	11,794	Fora do terço

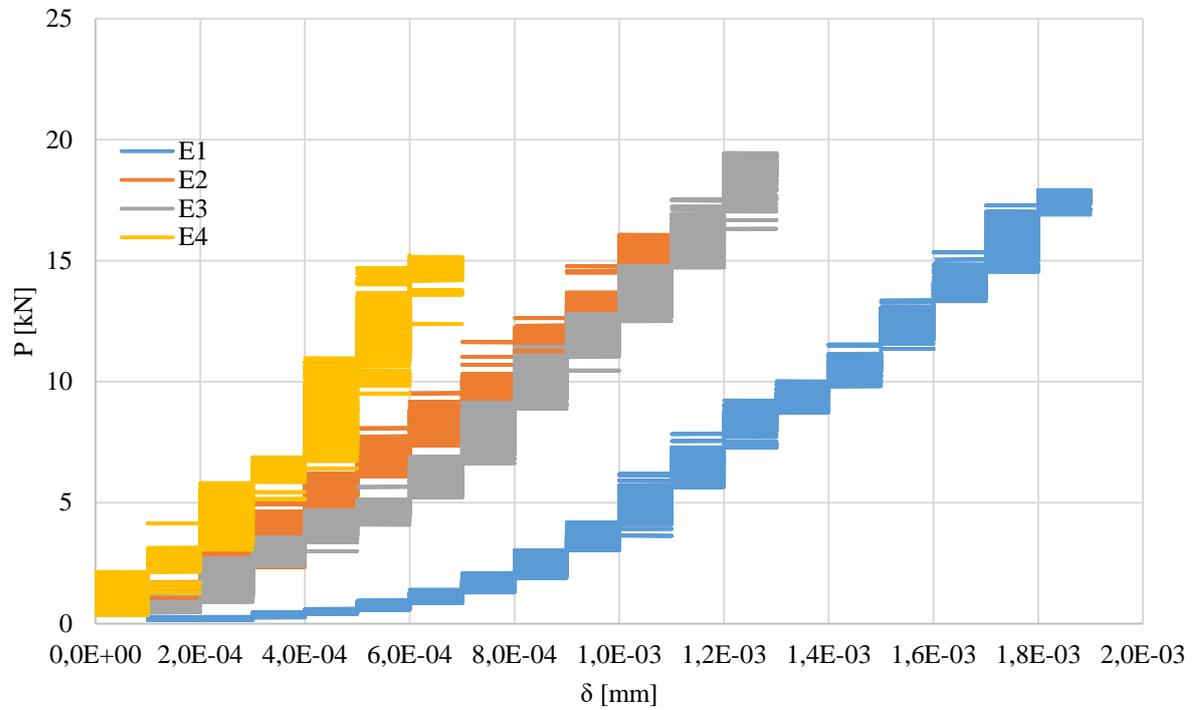
Tabela H4 – Valores estatísticos das cargas de ruptura – G2

Prisma	Pu (kN)	Pc médio (kN)	Sd (kN)	VAR
1	11,650	12,045	1,058	1,119
2	11,159			
3	13,579			
4	11,794			

### C. Grupo 03

- *Vigota*

**Figura H5 – Curvas Carga-Deflexão – G3 Vigota**



**Figura H6 – Prismas ensaiados – G3 Vigota**



Tabela H5 – Valores de carga de ruptura dos primas – G3 vigotas

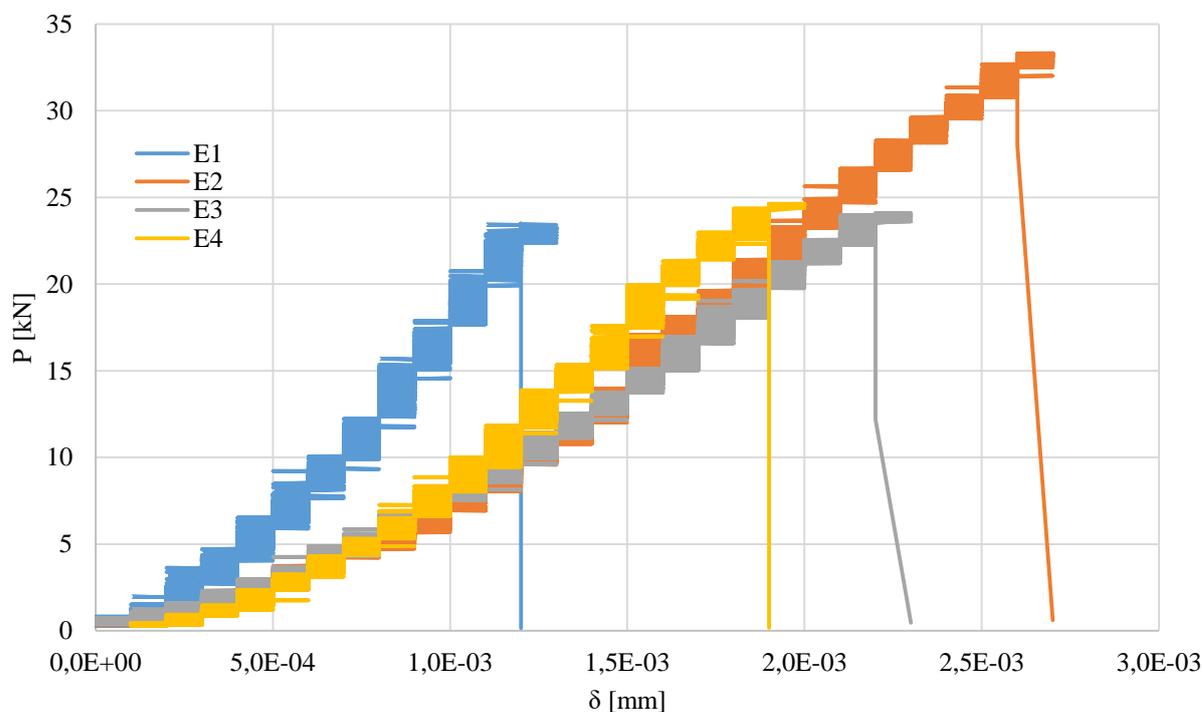
Prisma	Pu (kN)	Local da ruptura
1	17,910	Fora do terço
2	16,763	Terço medial
3	19,449	Terço medial
4	15,210	Fora do terço

Tabela H6 – Valores estatísticos das cargas de ruptura – G3 vigotas

Prisma	Pu (kN)	Pu médio (kN)	Sd (kN)	VAR
1	17,910	17,333	1,793	3,214
2	16,763			
3	19,449			
4	15,210			

- *Substrato*

Figura H7 – Curvas Carga-Deflexão – G3 Substrato



**Figura H8 – Prismas ensaiados – G3 Substrato**



**Tabela H7 – Valores de carga de ruptura dos primas – G3 substratos**

Prisma	Pu (kN)	Local da ruptura
1	23,478	Terço medial
2	33,316	Terço medial
3	24,086	Terço medial
4	24,635	Terço medial

**Tabela H8 – Valores estatísticos das cargas de ruptura – G3 substrato**

Prisma	Pu (kN)	Pu médio (kN)	Sd (kN)	VAR
1	23,478	26,379	4,649	21,612
2	33,316			
3	24,086			
4	24,635			

**D. Grupo 04**

- *Vigota*

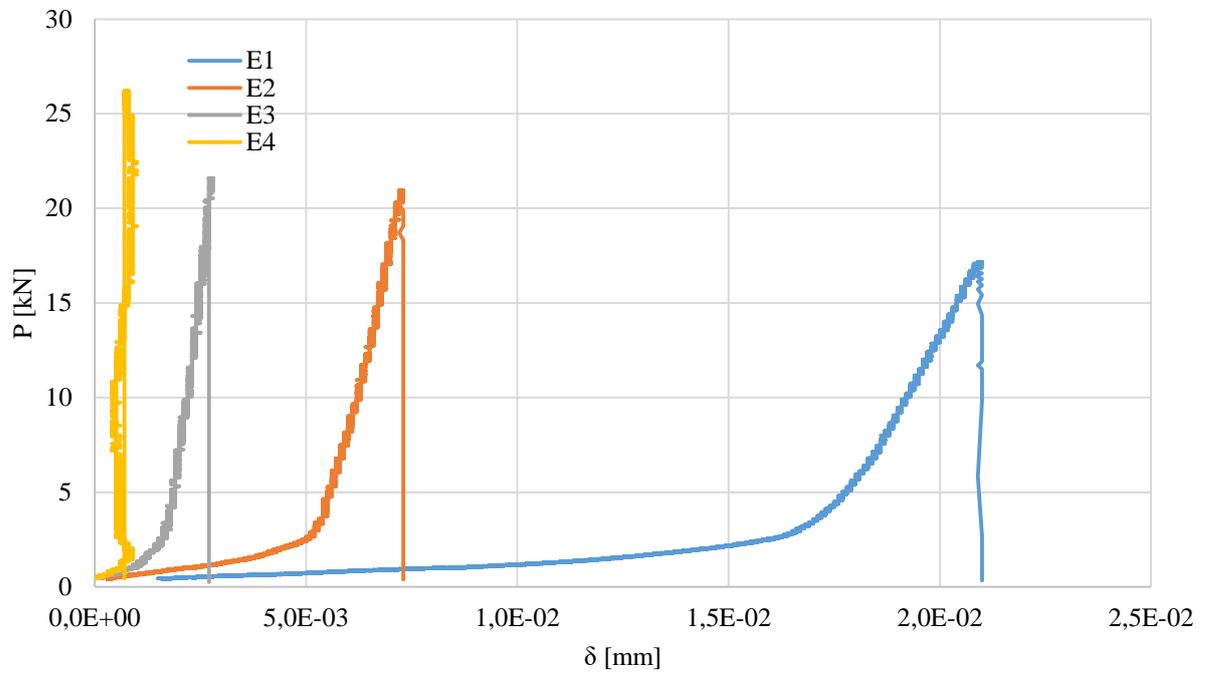
**Figura H9 – Curvas Carga-Deflexão – G4 Vigota****Figura H10 – Prismas ensaiados – G4 Vigota**

Tabela H9 – Valores de carga de ruptura dos primas – G4 Vigotas

Prisma	Pu (kN)	Local da ruptura
1	17,166	Limítrofe
2	20,950	Terço medial
3	21,592	Terço medial
4	26,212	Terço medial

Tabela H10 – Valores estatísticos das cargas de ruptura – G4 Vigota

Prisma	Pu (kgf)	Pu médio (kN)	Sd (kN)	VAR
1	17,166	21,480	3,710	13,765
2	20,950			
3	21,592			
4	26,212			

- *Substrato*

Figura H11 – Curvas Carga-Deflexão – G4 Substrato

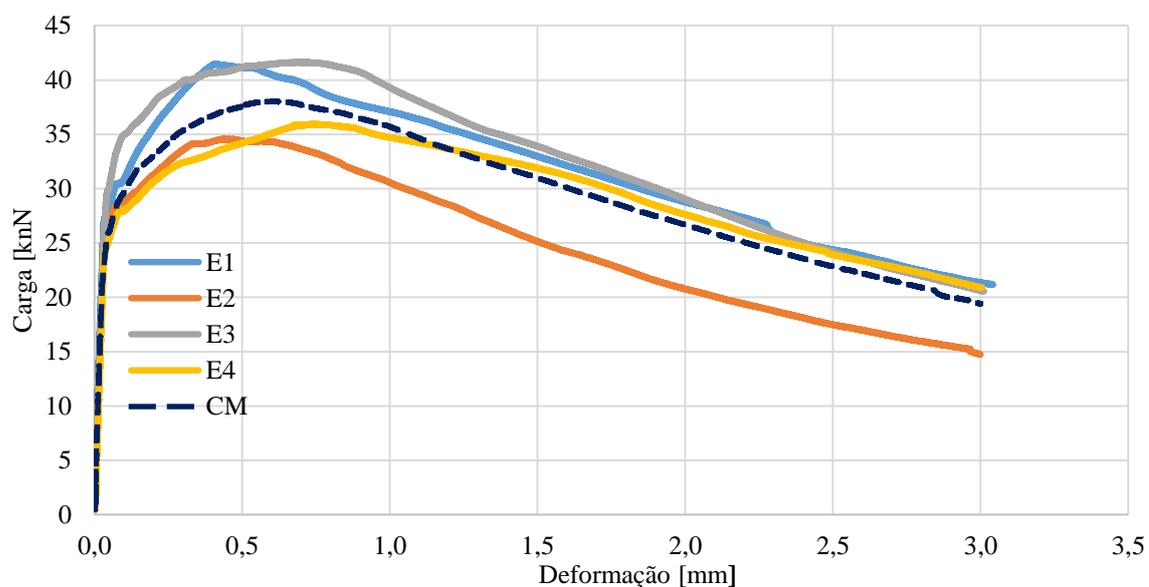


Figura H12 – Prismas ensaiados – G4 Substrato



Tabela H11 – Valores de carga de ruptura dos primas – G4 Substrato

Prisma	Pu (kN)	Local da ruptura
1	41,484	Terço medial
2	34,560	Terço medial
3	41,649	Terço medial
4	35,938	Limítrofe

Tabela H12 – Valores de tenacidade – G4 Substratos

Prisma	Tenacidade [kN.mm]				
	Integral da linha de tendência	Regra do Trapézio	Regra de 1/3 de Simpson	Média	Desvio Padrão
1	95,83	95,83	95,86	95,84	0,02
2	74,95	74,93	74,93	74,94	0,01
3	97,10	97,28	97,38	97,25	0,14
4	88,39	88,41	88,35	88,38	0,03

## E. Grupo 05

- *Vigota*

Figura H13- Curvas Carga-Deflexão – G5 Vigota

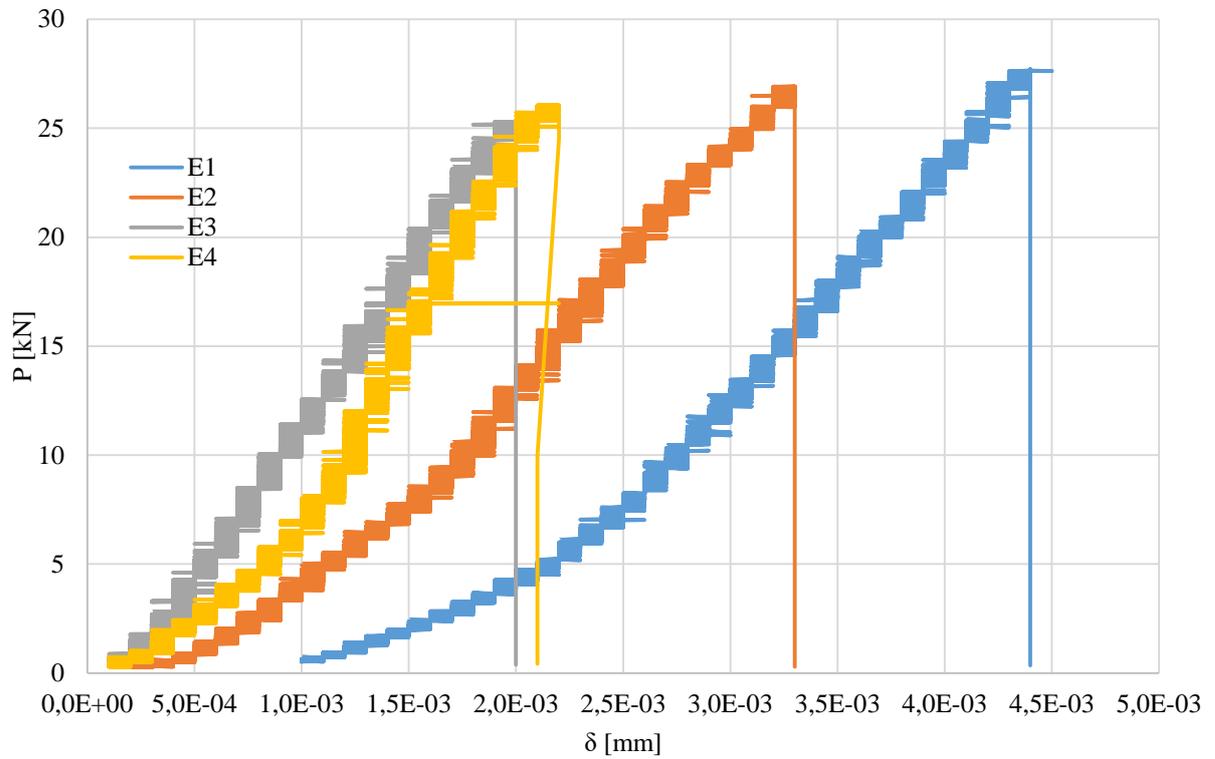


Figura H14 – Prismas ensaiados – G5 Vigota



Tabela H13 – Valores de carga de ruptura dos primas – G5 Vigotas

Prisma	Pu (kN)	Tipo da ruptura
1	27,71	Terço medial
2	26,93	Terço medial
3	25,30	Terço medial
4	26,06	Terço medial

Tabela H14 – Valores estatísticos das cargas de ruptura – G5 Vigota

Prisma	Pu (kN)	Pu médio (kN)	Sd (kN)	VAR
1	27,71	26,50	1,05	1,09
2	26,93			
3	25,30			
4	26,06			

- *Substrato*

Figura H15 – Curvas Carga-Deflexão – G5 Substrato

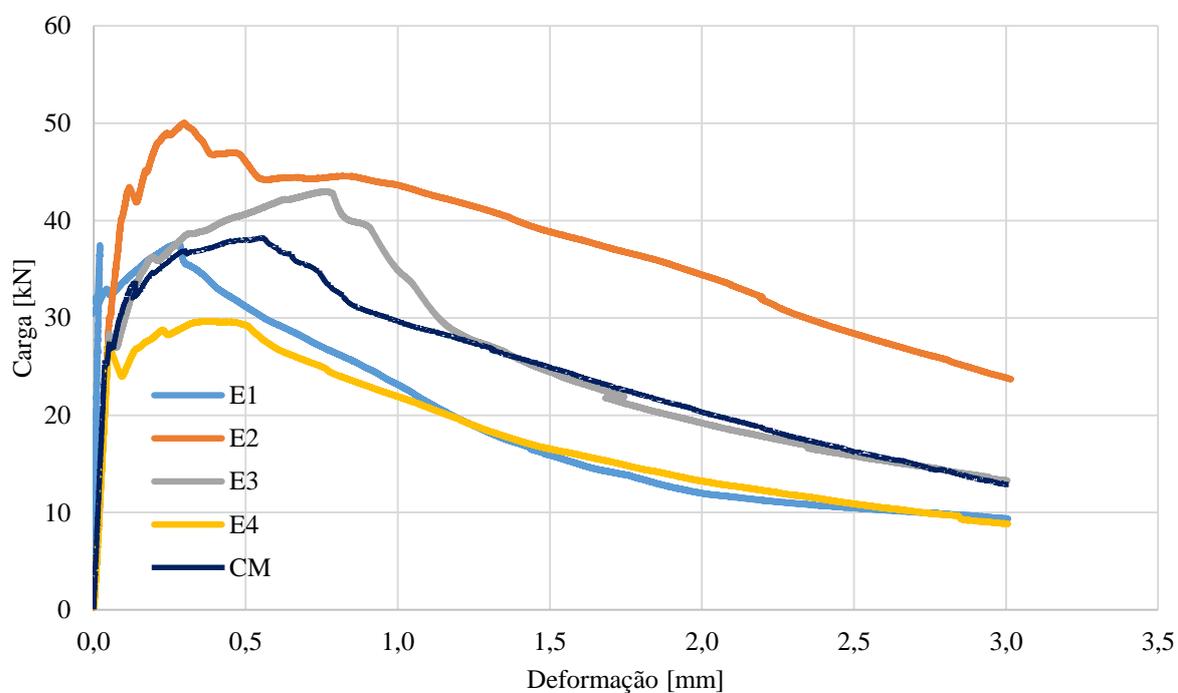


Figura H16 – Prismas ensaiados – G5 Substrato



Tabela H15 – Valores de carga de ruptura dos primas – G5 Substrato

Prisma	Pu (kN)	Tipo da ruptura
1	37,73	Terço medial
2	49,99	Terço medial
3	42,98	Terço medial
4	29,67	Divisa do terço

Tabela H16 – Valores de tenacidade – G5 Substratos

Prisma	Tenacidade [kN.mm]				
	Integral da linha de tendência	Regra do Trapézio	Regra de 1/3 de Simpson	Média	Desvio Padrão
1	57,81	57,55	57,41	57,59	0,20
2	110,12	111,59	111,51	111,08	0,83
3	78,47	78,50	78,28	78,42	0,12
4	53,74	53,88	53,79	53,80	0,07

## APÉNDICE I - Custos da pesquisa

Material / Descrição	Quantitativo	Preço Unitário	Fornecedor	Total [R\$]
Ripa de eucaplito 5x2,3	31,00	1,30	Sta Rita Madereira	40,30
Plastificante - Cemix Otto Baumgart	1,00	125,00	Cadilli	125,00
Desmoldante - Sika	1,00	30,00	Cadilli	30,00
Sika Grout 250	1,00	25,00	Cadilli	25,00
Sikadur 32 A/B	1,00	80,00	Cadilli	80,00
Ripa de eucaplito 5x2,3	4,00	1,50	Sta Rita Madereira	6,00
Pulverizador Plástico 500ml	1,00	9,00	UFADE	9,00
Carretel de solda - Cobix	1,00	69,50	PL LTDA	69,50
Cantoneira 1 x 1/8 - ASTM 36	3,00	32,00	Ferragens Canção	96,00
Lima chata - K&F	1,00	20,88	Cofebral	20,88
Lixa de ferro 80 - Carborundum	4,00	1,82	Cofebral	7,28
Lixa de ferro 120 - Carborundum	4,00	2,00	Cofebral	8,00
Lixa de ferro 150 - Carborundum	4,00	1,89	Cofebral	7,56
Fita Isolante Autofusão - 3M	1,00	14,24	Cofebral	14,24
Massa Plástica - Vonder	1,00	9,43	Cofebral	9,43
Cola Instântane/Cianoacrilato - Tekbond	1,00	7,59	Cofebral	7,59
Acetona PA 99,5%	1,00	48,00	Casa da Química	48,00
Lona plástica 100 micras	2,00	3,95	Seven	7,90
Silicone impermeável	1,00	21,00	SOS Animal	21,00
Chave combinada 8mm - Sparta	1,00	2,80	Chavenco	2,80
Chave Allen 5mm - Gedore	1,00	2,16	Chavenco	2,16
Marreta oitavada 1,0 kg - Tramontina	1,00	27,80	Chavenco	27,80
Chave combinada 22mm - Sparta	1,00	9,10	Chavenco	9,10
Disco Diamantado 110 x 20 mm - Husqvarna	1,00	14,00	Cofebral	14,00
Luva de vaqueta	1,00	13,00	Cofebral	13,00
Chave combinada 11mm	1,00	14,00	MC Locações	14,00

- EcoFer				
Ponteira 1/2 " Verde	1,00	21,00	MC Locações	21,00
Adaptador de TUG	1,00	5,90	Depel Parafusos	5,90
Strain gauges - aço	60,00	23,00	Geo Instrumentos	1380,00
Strain gauges - concreto	20,00	35,00	Geo Instrumentos	700,00
Usinagem dos CP's Metálicos	4,00	40,00	Fraçoso	160,00
Ponteira 8/10 - Amarela	1,000	8,00	Cofebral	8,00
Sika Grout 250	6,00	29,00	Cadilli	174,00
Massa Plástica - Vonder	1,00	9,00	Cofebral	9,00
Disco Lixa Flapdisc 4" G.80 INATEC	1,00	7,00	Cofebral	7,00
Rebolo de desbaste diamantado turbo 100	1,00	70,00	Cofebral	70,00
Strain gauges - aço	10,00	23,00	Geo Instrumentos	230,00
<b>TOTAL:</b>				<b>3480,44</b>