

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MATEUS CAZOTTI VERONEZ

**ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES LISAS COM AGREGADOS
RECICLADOS DE CONCRETO SUBMETIDAS À PUNÇÃO**

MARINGÁ
2025

MATEUS CAZOTTI VERONEZ

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM
AGREGADOS RECICLADOS DE CONCRETO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Elyson Andrew Pozo Liberati

Coorientadora: Profa. Dra. Marília Gonçalves Marques

MARINGÁ
2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

V549a

Veronez, Mateus Cazotti

Avaliação do efeito da punção em lajes lisas com agregados reciclados de concreto /
Mateus Cazotti Veronez. -- Maringá, PR, 2025.
92 f. : il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Elyson Andrew Pozo Liberati.

Coorientadora: Profa. Dra. Marília Gonçalves Marques.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia,
Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil,
2025.

1. Agregado reciclado de concreto. 2. Lajes lisas. 3. Estruturas de concreto. 4.
Simulação numérica. I. Liberati, Elyson Andrew Pozo, orient. II. Marques, Marília
Gonçalves, coorient. III. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia.
Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. IV.
Título.

CDD 23.ed. 624.1834

MATEUS CAZOTTI VERONEZ

**ANÁLISE NUMÉRICA DE LAJES LISAS COM AGREGADOS
RECICLADOS DE CONCRETO SUBMETIDAS À PUNÇÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada no dia 22/08/2025, julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final, como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 ELYSON ANDREW POZO LIBERATI
Data: 25/08/2025 10:29:22-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Elyson Andrew Pozo Liberati
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá
Professor Orientador

Documento assinado digitalmente
 MARILIA GONCALVES MARQUES
Data: 22/08/2025 21:44:31-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Profa. Dra. Marília Gonçalves Marques
Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas
Universidade Federal de Viçosa
Professora Coorientadora

Documento assinado digitalmente
 LEONARDO CARVALHO MESQUITA
Data: 25/08/2025 08:41:41-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Leonardo Carvalho Mesquita
Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas
Universidade Federal de Viçosa

Documento assinado digitalmente
 DIEGO BORJA FERREIRA
Data: 25/08/2025 08:50:37-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Diego Borja Ferreira
Faculdade de Engenharia
Instituto Federal de Goiás

Dedico este trabalho à Deus, por sempre me iluminar e guiar meu caminho. Dedico à minha mãe Leticia, meu pai Carlos e minha namorada Isabela, pelo apoio, incentivo e amor por toda esta jornada.

AGRADECIMENTOS

Para que essa jornada fosse concluída, tive o apoio de muitas pessoas, pois sem elas não seria possível estar concluindo essa dissertação de mestrado. Agradeço primeiramente a Deus, o qual me guiou sabiamente durante esse período, dando-me força, sabedoria, força de vontade para enfrentar todas as dificuldades.

Agradeço aos meus pais, Leticia e Carlos, por todo o suporte, amor, e por ter me ensinado a persistir e lutar com todas as forças para que eu conquiste todos os meus objetivos. E agradeço a minha namorada Isabela por todo o amor e companheirismo durante essa jornada, sempre me incentivando a prevalecer forte e integro para que essa dissertação fosse finalizada.

Agradeço também ao meu orientador Professor Doutor Elyson Andrew Pozo Liberati e a minha coorientadora Professora Doutora Marília Gonçalves Marques por todo apoio, ensinamentos, conhecimentos passados, paciência e por me corrigir, seriei eternamente grato por isso.

Por fim agradeço aos membros da banca o Professor Doutor Leonardo Carvalho Mesquita e o Professor Doutor Diego Borja Ferreira, pelo tempo concedido e conhecimento passado durante a banca.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

O crescimento e a popularização da sustentabilidade em diversas áreas, como a têxtil, automobilística e energética, têm impulsionado a construção civil a adotar práticas mais sustentáveis, uma vez que este setor é responsável por gerar grandes volumes de resíduos durante a construção e a demolição. Motivada pela sustentabilidade, a utilização de agregados reciclados de concreto tem crescido significativamente. Em função disso, normas internacionais foram elaboradas para padronizar o uso desse material em estruturas. As lajes lisas, por serem diretamente apoiadas sobre pilares, estão sujeitas ao efeito da punção, um fenômeno que constantemente demanda atualizações normativas. Quando agregados reciclados são utilizados, essas normas, tanto nacionais quanto internacionais precisam ser ajustadas, pois a substituição de agregados naturais por reciclados reduz a resistência mecânica e o módulo de elasticidade das lajes. No entanto, a aderência entre a pasta de cimento e o agregado reciclado é melhorada, devido ao maior teor de cimento, à porosidade e à rugosidade dos agregados reciclados em comparação aos naturais. Este estudo realizou uma modelagem computacional utilizando o *software ABAQUS®*, com base em ensaios experimentais de uma laje lisa octogonal. Para reduzir o custo computacional, apenas $\frac{1}{4}$ da laje foi modelado. A laje analisada não possuía armaduras de cisalhamento e foi configurada com uma taxa de armadura de flexão de 1,2% e 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado de concreto. Para validar o modelo, os parâmetros do Concrete Damaged Plasticity (CDP) foram calibrados e comparados com os resultados experimentais. Os resultados numéricos mostraram uma boa convergência com os dados experimentais, apresentando uma diferença de apenas 3,2%, 4,6 % e 1,3% na carga de ruptura para as lajes com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado de concreto respectivamente. Após as análises carga-deslocamento, carga-deformação e fissuração das lajes, os resultados da capacidade de carga à punção foram comparados as previsões dos códigos normativos Eurocode (2004), *fib* Model Code (2020), ACI 318 (2019) e ABNT NBR 6118 (2023).

Palavras-chave: Análise numérica não linear, Agregado reciclado, Punção, Laje lisa.

ABSTRACT

The growth and popularization of sustainability in several areas, such as textiles, automobiles and energy, have driven the construction industry to adopt more sustainable practices, since this sector is responsible for generating large volumes of waste during construction and demolition. Motivated by sustainability, the use of recycled concrete aggregates has grown significantly. As a result, international standards were developed to standardize the use of this material in structures. Smooth slabs, because they are directly supported by pillars, are subject to the effect of punching, a phenomenon that constantly requires regulatory updates. When recycled aggregates are used, these standards, both national and international, need to be adjusted, since replacing natural aggregates with recycled ones reduces the mechanical strength and modulus of elasticity of the slabs. However, the adhesion between the cement paste and the recycled aggregate is improved, due to the higher cement content, porosity and roughness of recycled *ABAQUS*[®] software, based on experimental tests of an octagonal flat slab. To reduce the computational cost, only $\frac{1}{4}$ of the slab was modeled. The analyzed slab had no shear reinforcement and was configured with a flexural reinforcement ratio of 1.4% and 0%, 30% and 100% of recycled aggregate replacement in concrete. To validate the model, the Concrete Damaged Plasticity (CDP) parameters were calibrated and compared with the experimental results. The numerical results showed a good convergence with the experimental data, presenting a difference of only 3.2%, 4.6% and 1.3% in the failure load for the slabs with 0%, 30% and 100% of recycled aggregate replacement in concrete, respectively. After the load-displacement, load-deformation and cracking analyses of the slabs, the results of the punching load capacity were compared to the predictions of the normative codes Eurocode (2004), fib Model Code (2020), ACI 318 (2019) and ABNT NBR 6118 (2023).

Keyword: Nonlinear numerical analysis, Recycled aggregate, Punching and Flat slab

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Perímetro crítico em pilares internos	18
Figura 2.2 - Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C''	19
Figura 2.3 - Modelo de verificação da ruptura por punção no Estado-limite último	20
Figura 2.4 - Perímetro crítico nas áreas carregadas.....	20
Figura 2.5 - Perímetro de controle (b_0).....	22
Figura 2.6 - Perímetro de controle b_{out}	24
Figura 2.7 - Perímetro de controle (b_1).....	25
Figura 2.8 - Lajes estudadas por Genikomsou e Polak (2015).....	32
Figura 2.9 - Geometria e condições de contorno: (a) laje SB1; (b) lajes SW1 e SW5 e; (c) lajes XXX e HXXX	33
Figura 2.10 - Geometria das lajes ensaiadas por Francesconi et al. (2016)	35
Figura 2.11 - Geometria das vigas.....	37
Figura 2.12 - Modelagem numérica	37
Figura 2.13 - Geometria e distribuição de armaduras dos modelos de laje.....	30
Figura 2.14 - Curva carga deslocamento das lajes ensaiadas	31
Figura 3.1 - Geometria das lajes.....	40
Figura 3.2 - Detalhamento armadura de flexão das lajes e do pilar	40
Figura 3.3 - Representação do modelo matemático do concreto.....	42
Figura 3.4 - Ruptura do plano desviatório	44
Figura 3.5 - Modelos dos elementos C3D8R (A) e T3D2 (B)	44
Figura 3.6 - Modelo numérico da laje com condições de carregamento e contorno	45
Figura 3.7 - Distribuição da malha de 25 mm na laje.....	46
Figura 3.8 - Representação esquemática da curva tensão versus deformação sob compressão	48
Figura 3.9 - Representação esquemática da curva tensão versus deformação sob tração	49
Figura 4.1 - Variação Ângulo de dilatação.....	51
Figura 4.2 - Sensibilidade da malha	51
Figura 4.3 - Variação da viscosidade	52
Figura 4.4 - Curva numérica de referência da laje com 0%	53
Figura 4.5 - Variação da viscosidade da laje com 30% de substituição.....	54
Figura 4.6 - Curva numérica de referência da laje com 30%	55
Figura 4.7 - Variação da viscosidade da laje com 100% de substituição.....	56
Figura 4.8 - Curva numérica de referência da laje com 100%	56

Figura 4.9 - Posicionamento dos extensômetro nas armaduras.....	57
Figura 4.10 - Posicionamento dos extensômetros no concreto	58
Figura 4.11 - Resultados de deformação dos extensômetros do aço e concreto da laje com 0% de agregado reciclado de concreto.....	59
Figura 4.12 - Resultados de deformação dos extensômetros do aço e concreto da laje com 30% de agregado reciclado de concreto	61
Figura 4.13 - Resultados de deformação dos extensômetros do aço e concreto da laje com 100% de agregado reciclado de concreto	63
Figura 4.14 - Fissuração do modelo experimental e numérico das lajes com 0%, 30% e 100% de agregado reciclado	64
Figura 5.1 - Deslocamento da variação da espessura da laje.....	66
Figura 5.2 - Deformação do aço da laje com 0% de agregado reciclado	67
Figura 5.3 - Deformação do concreto da laje com 0% de agregado reciclado	68
Figura 5.4 - Deformação do aço da laje com 30% de agregado reciclado	69
Figura 5.5 - Deformação do concreto da laje com 30% de agregado reciclado	70
Figura 5.6 - Deformação do aço da laje com 100% de agregado reciclado	71
Figura 5.7 - Deformação do concreto da laje com 100% de agregado reciclado	72
Figura 5.8 - Deslocamento da variação do pilar	73
Figura 5.9 - Deformação do aço do pilar com 0% de agregado reciclado	75
Figura 5.10 - Deformação do concreto do pilar com 0% de agregado reciclado	76
Figura 5.11 - Deformação do aço do pilar com 30% de agregado reciclado	77
Figura 5.12 - Deformação do concreto do pilar com 30% de agregado reciclado	78
Figura 5.13 - Deformação do aço do pilar com 100% de agregado reciclado	79
Figura 5.14 - Deformação do concreto do pilar com 100% de agregado reciclado	80
Figura 6.1 - Razão da carga de ruptura entre os códigos normativos e os resultados experimentais e numéricos	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resumo dos resultados de carga e deslocamento experimental e numérico.....	34
Tabela 2.2 – Principais características das lajes.....	36
Tabela 2.3 – Resultados experimentais aço do concreto de referência (CRE) com 0% de ARC	37
Tabela 2.4 – Resultado da rigidez e absorção de energia	38
Tabela 3.1 – Características da laje	40
Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas do aço	41
Tabela 4.1 – Resultados da deformação de escoamento do aço e concreto dos modelos numérico e experimental da laje com 0% de agregado.....	57
Tabela 4.2 – Resultados da deformação de escoamento do aço e concreto dos modelos numérico e experimental da laje com 30% de agregado.....	60
Tabela 4.3 – Resultados da deformação de escoamento do aço e concreto dos modelos numérico e experimental da laje com 100% de agregado.....	61
Tabela 6.1 – Capacidade de resistência a punção prescritas pelos códigos normativos	79
Tabela 6.2 – Razão entre os resultados experimentais e a carga de punção analítica.....	79
Tabela 6.3 – Razão entre os resultados numéricos e a carga de punção analítica.....	80
Tabela 6.4 – Razão entre análise paramétrica da laje e a carga de punção analítica.....	80
Tabela 6.5 – Razão entre análise paramétrica do pilar e a carga de punção analítica.....	80

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{sw}	Área de aço de uma camada de armadura de punção.
α	Ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje.
b_0	Comprimento de um perímetro de controle de distância $d/2$ da face do pilar.
b_{out}	É o perímetro externo definido à uma distância $d/2$ da camada mais externa de armaduras.
β_{ex}	Igual a 1 (desde que não haja excentricidade), coeficiente que considera os efeitos da excentricidade da carga.
d	Altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' , externo ao contorno, C da área de aplicação da força e distante $2d$ no plano da laje.
d_v	Altura efetiva da laje (mm).
dx e dy	São as alturas úteis nas duas direções ortogonais.
E_0	Módulo de elasticidade inicial do concreto.
E_{ci}	Módulo de elasticidade tangente.
ϵ	Excentricidade do CDP.
ϵ_c	Deformação do concreto.
ϵ_{c1}	Deformação à compressão do concreto correspondente a tensão máxima.
ϵ_{cm}	Deformação média do concreto.
ϵ_c^{pl}	Deformação plástica de compressão do concreto.
ϵ_c^{ch}	Deformação de esmagamento do concreto.
f_c	Resistência à compressão do concreto (MPa).
f_{ck}	Resistência à compressão característica do concreto em Mpa.
f_{cd}	Resistência à compressão de projeto do concreto em Mpa.
f_{cm}	Resistência média a compressão do concreto.
F_{sd}	Força concentrada de cálculo.
$f_{ywd,ef}$	Tensão de escoamento efetiva da armadura de cisalhamento.
f_{b0}/f_{c0}	Relação resistência à compressão biaxial e uniaxial.
G_{ch}	Energia de esmagamento do concreto.
k_ψ	Rotação da laje ao redor da área apoiada.
l_{eq}	Comprimento característico do elemento finito.

S_r	Distância entre as camadas, sendo que d/S_r deve ser menor ou igual ao número total de camadas de armadura de punção.
u	Perímetro do contorno crítico C' .
u_d	Área da superfície crítica.
u_0	Perímetro de controle à $2d$ da face do pilar.
V_c	Força resistente do concreto.
V_s	Força resistente do aço.
$V_{Rd,c}$	Parcela de resistência proveniente do concreto.
$V_{Rd,s}$	Contribuição da armadura de cisalhamento para a resistência da laje. Para lajes sem armadura de cisalhamento esta parcela será nula.
ρ	Taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada).
ρ_x e ρ_y	São as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas.
Φ	Fator de redução com valor de 0,75.
φ	Ângulo de dilatação.
γ_c	Coefficiente de minoração da resistência do concreto.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 JUSTIFICATIVA	15
1.2 OBJETIVOS	16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS	16
2.1.1 NBR 6118 (ABNT, 2023)	16
2.1.2 EN 1992-1-1 (2010).....	19
2.1.3 ACI 318 (2019).....	22
2.1.4 <i>Fib</i> Model Code (2020)	25
2.1.5 ABNT NBR 15116 (2021)	27
2.2 ESTUDO DA ARTE	27
2.2.1 Rao et al. (2012)	27
2.2.2 Reis <i>et al.</i> (2015)	29
2.2.3 Genikomsou e Polak (2015)	31
2.2.4 Francesconi et al. (2016)	34
2.2.5 Pawar <i>et al.</i> (2023)	36
3 MODELAGEM NUMÉRICA.....	38
3.1 DESCRIÇÃO DOS MODELOS DAS LAJES DE FERREIRA <i>ET AL.</i> (2024).....	39
3.2 ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA	41
3.2.1 Concrete Damaged Plasticity (CDP)	41
3.2.2 Elementos finitos utilizados	44
3.2.3 Carregamento e condições de contorno.....	45
3.2.4 Contato entre componentes	45
3.2.5 Definição da malha.....	46
3.3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO	46
3.3.1 Comportamento do concreto na compressão.....	47
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	50
4.1 ANÁLISE DA CALIBRAÇÃO NUMÉRICA	50
4.1.1 Calibração numérica da laje com 0% de agregado reciclado	50
4.1.2 Calibração numérica da laje com 30% e 100 % de agregado reciclado	54
4.2 DEFORMAÇÃO DO AÇO E CONCRETO E MAPA DE FISSURAÇÃO.....	57
4.2.1 Deformação do aço e do concreto da laje com 0% de agregado reciclado	57
4.2.2 Deformação do aço e concreto da laje com 30% de agregado reciclado	59
4.2.3 Deformação do aço e concreto da laje com 100% de agregado reciclado	61
4.2.3 Mapa de fissuração	63

5 ANÁLISE PARAMÉTRICA	64
5.1 VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE	65
5.1.1 Deformação do aço e concreto da análise paramétrica da laje com 0%, 30% e 100% de agregado reciclado	66
5.2 VARIAÇÃO DO PILAR.....	72
5.2.1 Deformação do aço e concreto da análise paramétrica do pilar com 0%, 30% e 100% de agregado reciclado	74
6 COMPARAÇÕES NORMATIVAS	81

1 INTRODUÇÃO

O concreto é o material de construção mais utilizado no mundo, e seu uso em larga escala está diretamente relacionado ao elevado consumo de agregados naturais, o que representa um problema significativo para a preservação dos recursos naturais. Devido a esse consumo em massa, resíduos são gerados durante sua produção e demolição, causando impactos ambientais graves em decorrência de descartes inadequados.

A utilização de agregados reciclados de concreto em concretos estruturais exige atenção especial, uma vez que é fundamental avaliar a influência desse material nas propriedades mecânicas do concreto. Estudos realizados por Ajdukiewicz e Kliszczewicz (2002) e Sagoe-Crentsil, Brown e Taylor (2001) indicam que concretos estruturais que incorporam agregados reciclados tendem a apresentar baixa resistência, baixo módulo de elasticidade, reduzida trabalhabilidade, alta infiltração de água, elevada retração e maior fluência. Esses fatores limitam o uso de agregados reciclados, que são preferencialmente empregados em concretos não estruturais.

As lajes lisas, por serem apoiadas diretamente sobre pilares, oferecem vantagens em relação ao sistema convencional de lajes. Entre os benefícios estão a economia de concreto, aço e formas, facilidade na execução de alvenaria e maior liberdade na distribuição dos ambientes. Além disso, as lajes lisas permitem uma redução de aproximadamente 30 cm no pé-direito, que pode variar entre 2,90 m e 3,00 m, possibilitando um maior número de pavimentos (PINTO, 2015; STEVENSON, 1994). Contudo, esse sistema apresenta desvantagens, especialmente em relação aos deslocamentos e, principalmente, à punção que é um tipo de ruptura por cisalhamento bidirecional que ocorre de forma súbita e sem aviso prévio.

O efeito da punção pode ser causado por cargas excessivas, retirada precipitada do escoramento, posicionamento incorreto da armadura negativa, entre outros fatores (OLIVEIRA, 2013). De acordo com Oliveira (2013), a punção é caracterizada como uma ruptura por cisalhamento em elementos de placa submetidos a esforços concentrados aplicados transversalmente. Esse esforço gera tensões elevadas ao redor de áreas relativamente pequenas, como na ligação entre a laje e o pilar, podendo resultar em uma ruptura brusca.

Para minimizar as tensões atuantes na região próxima ao pilar, pode-se aumentar a espessura da laje ou utilizar capitéis nas áreas de maior esforço de cisalhamento. Outra solução eficiente é o emprego de armadura de cisalhamento. Em situações específicas, o uso de concreto de alta resistência também pode contribuir para aumentar a capacidade resistente da ligação.

Pesquisas, como as de Broms (2000) e Oliveira, Melo e Regan (2000), demonstram que o uso de armaduras de cisalhamento pode ser extremamente eficaz na mitigação dos efeitos da punção, alterando o modo de ruptura para flexão.

A resistência à punção está diretamente ligada à inclinação da superfície de ruptura. No caso de lajes sem armadura de cisalhamento, normas como o *fib* Model Code (2020) e o Eurocode 2 (2004), baseadas em resultados experimentais, preveem com precisão a resistência à punção, assumindo uma inclinação de 26,6° para a superfície de ruptura em lajes lisas.

Considerando os desafios mencionados, este trabalho tem como objetivo estudar, por meio de modelos numéricos, a substituição de agregados naturais por agregados reciclados de concreto em lajes lisas, com o intuito de reduzir resíduos e reutilizar descartes. Segundo Ortiz, Pasqualino e Castells (2010), cerca de 80% do total de resíduos provenientes da construção civil e demolições podem ser reciclados e reutilizados.

1.1 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, qualquer setor da economia que busca evoluir e se desenvolver precisa atender a um requisito fundamental: a sustentabilidade. Na construção civil, essa exigência não é diferente. Este trabalho aborda questões relacionadas à construção civil e à reutilização de resíduos, considerando que essa área gera grandes volumes de resíduos durante as etapas de execução. Por isso, é essencial desenvolver novas formas de reaproveitar esses resíduos para outros fins.

Os estudos sobre o efeito da punção em lajes lisas têm avançado continuamente. No entanto, há uma necessidade constante de expandir o conhecimento e as pesquisas sobre punção, especialmente devido à crescente utilização de agregados reciclados de concreto em elementos estruturais. Com a popularização do uso desses agregados, motivada por aspectos socioeconômicos e ambientais, a norma ABNT NBR 15116:2021 foi publicada com o objetivo de padronizar sua aplicação.

Contudo, ainda são necessárias informações adicionais sobre os parâmetros que dificultam o uso eficiente dos agregados reciclados de concreto. Esta pesquisa busca contribuir para a reutilização de peças de concreto danificadas como agregados, promovendo sua incorporação em lajes lisas. Além disso, o estudo visa compreender o comportamento dessas

lajes de concreto armado sob o efeito da punção e os possíveis impactos negativos decorrentes da adição de agregados reciclados.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é investigar, por meio de simulações numéricas, o efeito da punção em lajes lisas quando feito a substituição de agregados reciclados naturais por agregados reciclados de concreto.

Os objetivos específicos incluem:

- Desenvolver modelos numéricos de lajes lisas com diferentes porcentagens de substituição de agregados reciclados de concreto;
- Estudar formas de simular computacionalmente a substituição do agregado natural por agregado reciclado de concreto;
- Analisar, de forma paramétrica, a influência da espessura da laje e a variação da seção X do pilar no comportamento estrutural;
- Comparar os resultados dos modelos numéricos com os critérios normativos de dimensionamento à punção, conforme especificado nas normas ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2004) e *fib* Model Code (2020).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão apresentadas as prescrições normativas para a estimativa da resistência à punção de lajes lisas e as principais pesquisas norteadoras deste trabalho sobre resistência à punção em lajes lisas de concreto armado, e substituição dos agregados naturais por agregados reciclados de concreto em lajes lisas de concreto armado.

2.1 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

2.1.1 NBR 6118 (ABNT, 2023)

A norma brasileira ABNT NBR 6118:2023, que estabelece os requisitos para projetos de estruturas de concreto, apresenta um modelo de cálculo para a verificação da resistência à punção em lajes lisas de concreto armado. A verificação é realizada por meio da

análise das tensões de cisalhamento em duas ou três superfícies críticas, com base no *fib* Model Code (2020).

A primeira superfície crítica, denominada perímetro C, corresponde ao contorno do pilar ou da carga concentrada e deve ser verificada indiretamente em relação à tensão de compressão diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento.

A segunda superfície crítica, identificada como perímetro C', está localizada a uma distância de $2d$ do pilar ou da carga concentrada e deve ser analisada quanto à capacidade resistente à punção, associada à resistência à tração diagonal do concreto. Essa verificação também é realizada por meio da tensão de cisalhamento no contorno C'.

A terceira superfície crítica, denominada perímetro C'', deve ser verificada apenas quando houver necessidade de armadura transversal.

A definição da tensão solicitante nos perímetros C e C'' para a situação de pilares internos com carregamento simétrico como mostram a Equação 2.1 e Equação 2.2 e a Figura 2.1.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (2.1)$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad (2.2)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', externo ao contorno, C da área de aplicação da força e deste distante $2d$ no plano da laje;

d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

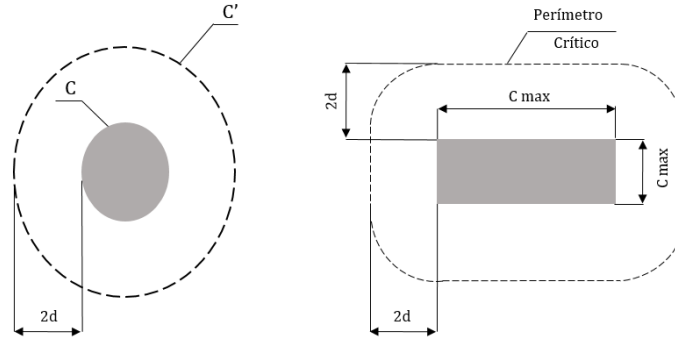
u é o perímetro do contorno crítico C';

$u \cdot d$ é a área da superfície crítica;

F_{sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo.

Para lajes lisas sem armadura de cisalhamento, é necessário verificar apenas os perímetros críticos C e C'. O perímetro C corresponde ao contorno do pilar, enquanto o perímetro C' é calculado afastando-se $2d$ das faces do pilar. A Figura 2.1 ilustra esses perímetros críticos.

Figura 2.1 - Perímetro crítico em pilares internos



Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118, 2023.

A tensão resistente nos três perímetros críticos deverá ser superior a tensão solicitante. Para avaliar a resistência no perímetro C, a norma recomenda a utilização da Equação 2.3.

$$\tau_s \leq \tau_{r2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad (2.3)$$

Onde:

f_{ck} : é a resistência à compressão característica do concreto em MPa;

f_{cd} : é a resistência à compressão de projeto do concreto em MPa.

A verificação de resistência à punção para lajes lisas sem armadura de cisalhamento é dada pela Equação 2.4.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (2.4)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (2.5)$$

Onde:

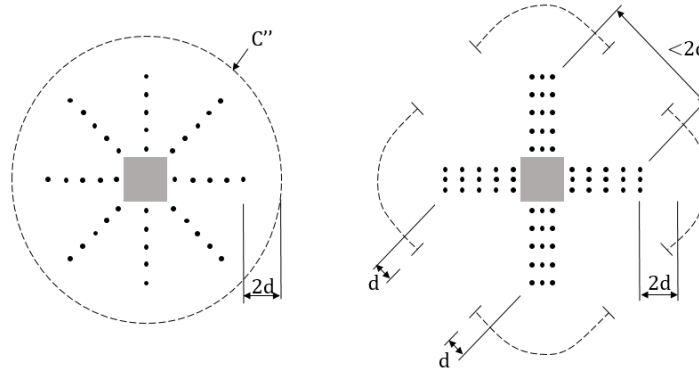
d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C da área de aplicação da força, em centímetros;

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas.

Se houver a necessidade de armadura transversal, deve-se definir a superfície crítica C'', a qual se estende em contornos paralelos a C', até que, em um contorno C'', distante 2d da última linha de armadura, conforme ilustrado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C''



Fonte: Adaptado ABNT NBR 6118, 2023.

Para os casos de lajes com armadura de punção, a força resistente deve ser calculada pela Equação 2.6.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d} \right) \quad (2.6)$$

Nesta equação:

s_r : é o espaçamento radial entre as linhas da armadura de cisalhamento, não maior que $0,75d$;

A_{sw} : é a área de armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

α : ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de cisalhamento e o plano da laje;

C': perímetro crítico;

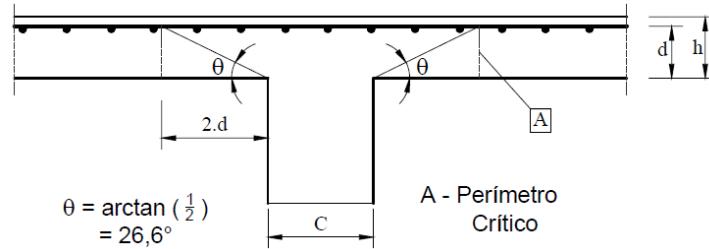
F_{ywd} : resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores do tipo *stud* ou 250 MPa para estribos.

2.1.2 EN 1992-1-1 (2010)

A norma europeia EN 1992-1-1:2010, também conhecida como Eurocode 2, estabelece diretrizes para o projeto de estruturas de concreto, incluindo a verificação da resistência à punção em lajes lisas. A punção pode ocorrer devido a carregamentos concentrados

ou reações atuantes em áreas relativamente pequenas, como na ligação entre a laje e o pilar. A Figura 2.3 ilustra esse fenômeno em corte transversal.

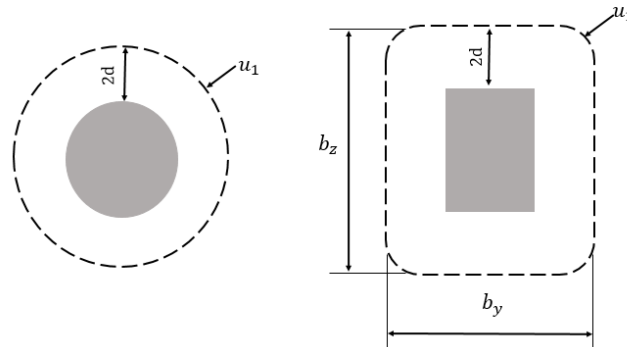
Figura 2.3 – Modelo de verificação da ruptura por punção no Estado-limite último



Fonte: Adaptado EN 1992-1-1, 2010.

Para lajes sem armadura de cisalhamento, a verificação da resistência à punção é realizada em torno de um perímetro crítico u_1 com uma distância de $2d$ da área carregada, como mostra a Figura 2.4.

Figura 2.4 – Perímetro crítico nas áreas carregadas



Fonte: Adaptado NP EN 1992-1-1, 2010.

O modelo de cálculo proposto pelo código para lajes sem armadura de cisalhamento, verifica a possibilidade de ruptura na face do pilar e no perímetro de controle u_1 . A Equação 2.7 informa que a força cortante no perímetro do pilar, ou no perímetro da área carregada, não deverá ser excedido o valor máximo da tensão de cisalhamento.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} \quad (2.7)$$

$$V_{Ed} = \beta_{ex} \cdot \frac{F_{sd}}{u_0 \cdot d} \quad (2.8)$$

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = 0,6 \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{cd} \cdot u_0 \cdot d \quad (2.9)$$

Onde:

β_{ex} = 1 (desde que não haja excentricidade), coeficiente que considera os efeitos da excentricidade da carga;

F_{sd} : Força concentrada de cálculo;

u_0 : Perímetro de controle à $2d$ da face do pilar;

f_{ck} e f_{cd} : São as resistências característica e de cálculo do concreto à compressão;

d : Altura útil da laje e obtida pela Equação 2.10.

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad (2.10)$$

A resistência a punção para lajes sem armadura de cisalhamento dever ser avaliadas com as equações 2.11 e 2.12.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (2.11)$$

$$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (2.12)$$

Onde:

f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão em MPa;

k é um coeficiente que considera o *size effect* $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$ e sendo d em mm;

ρ_1 é a taxa de armadura obtida por $\rho_1 = \sqrt{\rho_{1y} \cdot \rho_{1z}} \leq 0,02$;

ρ_{1y} e ρ_{1z} Referem-se às armaduras de tração aderentes nas direções y e z , respectivamente. Os valores ρ_{1y} e ρ_{1z} deverão ser calculados como valores médios numa largura da laje igual à largura do pilar acrescida de $3d$ para cada lado;

$$\sigma_{cp} = \frac{(\sigma_{cy} + \sigma_{cz})}{2} \quad (2.13)$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot K^{\frac{2}{3}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad (2.14)$$

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas direções ortogonais, são determinadas considerando as barras em uma região de comprimento igual à dimensão do pilar mais $3d$ para cada um dos lados do mesmo, ou até a borda da laje, caso esta estiver mais próxima.

A resistência a punção para lajes sem armadura de cisalhamento dever ser avaliadas com a Equação 2.15.

$$V_{R,cs} = 0,75V_{R,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot \text{sen}\alpha \quad (2.15)$$

Em que:

s_r : espaçamento radial das camadas da armadura de cisalhamento (mm);

A_{sw} : é a área de aço da armadura de cisalhamento por camada;

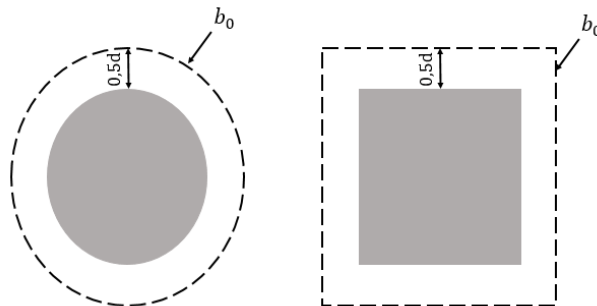
$f_{yw,ef}$: é a tensão de escoamento efetiva da armadura de cisalhamento, e pode ser determinada por $f_{yw,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd}$, em MPa;

α : ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje.

2.1.3 ACI 318 (2019)

A norma americana ACI 318:2019, apresenta critérios para a verificação da resistência à punção em lajes lisas de concreto armado. A abordagem normativa considera a avaliação das tensões de cisalhamento em um perímetro de controle localizado a uma distância de $0,5d$ das faces do pilar ou da área carregada, conforme ilustrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 - Perímetro de controle (b_0)



Fonte: Adaptado ACI 318, 2019.

A verificação da punção em lajes lisas, são feitas pela comparação entre a força nominal atuante (V_u) e força nominal resistente (V_n) como mostram as Equações 2.16 e 2.17.

$$\Phi \cdot V_n \geq V_u \quad (2.16)$$

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.17)$$

Onde:

V_c : força resistente do concreto

V_s : força resistente do aço

Φ : fator de redução com valor de 0,75

As Equações 2.18, 2.19 e 2.20 expressam a parcela do concreto (V_c) da resistência a punção de uma laje sem armadura de cisalhamento.

$$V_c = 4 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.18)$$

$$V_c = \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.19)$$

$$V_c = \left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.20)$$

Onde:

f'_c é o valor da resistência à compressão do concreto (em MPa);

λ é um coeficiente de valor igual a 1,0 para concretos de densidade normal, entre 21,55 kN/m³ à 25,60 kN/m³;

β é a razão entre a maior e menor dimensão do pilar;

d é a altura útil da laje (em mm);

α_s é um coeficiente que assume os valores de 40, 30 e 20 para ligações laje-pilar internas, em bordas e de canto, respectivamente;

λ_s é o fator que corresponde ao *size effect*, que é calculado conforme a Equação abaixo.

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1,0$$

Para lajes lisas de concreto armado com armadura de punção a norma recomenda a verificação de três possíveis modos de ruptura, as quais podem ser calculadas pelas equações

2.21, 2.22, 2.23 e 2.24, onde a superfície de ruptura cortando as armaduras de cisalhamento ($V_{R,cs}$); superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento ($V_{R,out}$) e ruptura por esmagamento da biela comprimida nas proximidades do pilar ($V_{R,max}$).

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (2.21)$$

$$V_{R,cs} = \left(\frac{1}{4} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \right) + \left(\frac{d}{S_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{yw} \right) \quad (2.22)$$

$$V_{R,out} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_{out} \cdot d \quad (2.23)$$

$$V_{R,max} = \begin{cases} \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d & \text{se } S_r \leq 0,5 \cdot d \\ \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d & \text{se } 0,5 \cdot d < S_r \leq 0,75 \cdot d \end{cases} \quad (2.24)$$

Nesta equação:

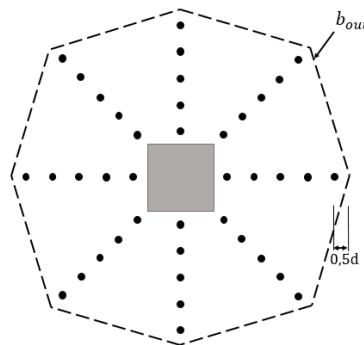
A_{sw} : é a área de aço de uma camada de armadura de punção;

S_r : é a distância entre as camadas, sendo que d/S_r deve ser menor ou igual ao número total de camadas de armadura de punção;

$f_{ys,w}$: é a tensão de escoamento de armadura de cisalhamento, limitada em $f_{ys,w} \leq 420$ MPa;

b_{out} : é o perímetro externo definido à uma distância $0,5d$ da camada mais externa de armaduras, conforme a Figura 2.6.

Figura 2.6 – Perímetro de controle b_{out}

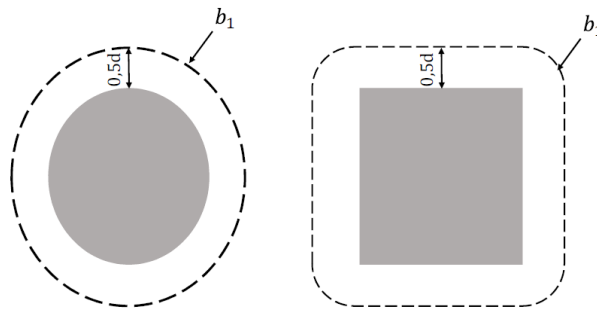


Fonte: Adaptado ACI 318,2019.

2.1.4 *Fib* Model Code (2020)

O *fib* Model Code (2020) apresenta diretrizes para o dimensionamento de estruturas de concreto, baseando-se na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, que foi aprimorada com a implementação de coeficientes de segurança. A norma estabelece formulações para a verificação da resistência à punção no estado limite último, considerando o efeito de cargas concentradas aplicadas em áreas reduzidas. A Figura 2.7 ilustra o perímetro de controle b_1 , localizado a uma distância de $0,5d_v$ da face da área carregada.

Figura 2.7 - Perímetro de controle (b_1)



Fonte: Adaptado *fib* Model Code, 2020.

As Equações 2.25 e 2.26 verificam a resistência à punção de uma laje de concreto armado (V_{Rd}).

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (2.25)$$

$$V_{Rd,c} = k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (2.26)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$: parcela de resistência proveniente do concreto;

$V_{Rd,s}$: contribuição da armadura de cisalhamento para a resistência da laje. Para lajes sem armadura de cisalhamento esta parcela será nula;

b_0 : perímetro de controle resistente ao cisalhamento;

f_c : resistência à compressão do concreto (MPa);

d_v : altura efetiva da laje (mm);

k_ψ : rotação da laje ao redor da área apoiada e calculada pela Equação 2.27.

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d_v} \leq 0,6 \quad (2.27)$$

Em que:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (2.28)$$

Onde:

k_{dg} é o parâmetro que depende do diâmetro máximo do agregado graúdo (d_g). Se o diâmetro máximo do agregado for maior que 16,0 mm o valor adotado de k_{dg} será unitário, caso contrário, deve ser calculado pela Equação 2.28.

ψ é o ângulo de rotação (ψ) que depende dos níveis de solicitação da laje.

Para a consideração dos níveis de solicitação da laje, a norma em questão considera a estimativa de quatro diferentes níveis de aproximação (*Level of Approximation*), seguindo as seguintes equações:

LoA I:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.29)$$

LoA II:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (2.30)$$

LoA III:

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (2.31)$$

LoA IV:

A utilização é restrita somente em casos especiais, pois o comportamento carga *versus* rotação da laje deve ser investigado, afim de realizar análises não lineares da estrutura. Desta forma, considera-se a fissuração e o escoamento da armadura para verificações não lineares mais precisas.

r_s é a distância do centroide do pilar até o ponto de momento nulo;

f_{yd} é a tensão de escoamento da armadura longitudinal tracionada (MPa);

A contribuição da armadura de cisalhamento ($V_{Rd,s}$) pode ser obtida através da Equação 2.32, a qual é a somatória da multiplicação dos valores da área de seção transversal da armadura de cisalhamento.

$$V_{Rd,s} = \Sigma A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{sw} \cdot \sin \alpha \geq 0,5 \cdot V_{Rd} \quad (2.32)$$

Onde:

ΣA_{sw} é a somatória das áreas da armadura de cisalhamento na superfície de ruptura (cone de fissuração com ângulo de 45°);

k_e é o coeficiente de excentricidade;

α é o ângulo entre a armadura de cisalhamento e a superfície de referência;

σ_{sw} é a tensão do aço da armadura de cisalhamento (MPa).

2.1.5 ABNT NBR 15116 (2021)

Esta norma trata do uso do agregado reciclado em argamassas e concretos de Cimento Portland. A norma divide os agregados reciclados em 3 subclasses sendo ARCO o agregado reciclado de concreto, ARCI o agregado reciclado cimentício e o ARM agregado reciclado misto.

A norma também traz as condições e porcentagens em que esses agregados podem ser substituídos. Quando o agregado reciclado for utilizado em compósitos ou produtos com função estrutural, como concretos de cimento Portland, artefatos pré-fabricados e argamassas com função estrutural, é indicado unicamente utilizar a subclasse ARCO. A substituição de agregado natural por agregado reciclado, nesses casos, deve ser limitada a 20% da massa de agregados totais e a concretos das classes de agressividade I e II da ABNT NBR 6118:2014. Quando os agregados reciclados forem utilizados em concretos de cimento Portland destinados a usos não estruturais, artefatos pré-fabricados sem função estrutural e argamassa de assentamento, revestimento e contrapiso, é indicado utilizar as classes ARCO, ARCI e ARM, em teores de substituição de até 100% da massa de agregados naturais.

2.2 ESTUDO DA ARTE

2.2.1 Rao et al. (2012)

O estudo de Rao *et al.* (2012) avaliou o comportamento experimental de lajes lisas com substituição do agregado natural por agregado reciclado de concreto nas porcentagens de 0, 20, 40, 60, 80, e 100 %. O programa experimental conta com 18 lajes sendo 3 modelos para cada porcentagem de substituição. Todas as lajes têm dimensões de 1100 mm x 1100 mm

x 50 mm e uma placa metálica com dimensões de 100 mm x 100 mm x 20 mm foi posicionada no centro das lajes para serem submetidas a um carregamento a fim de simular um pilar. A Tabela 2.3 apresenta os resultados de resistência a compressão (f_c), resistência a tração (f_t) e capacidade resistente ao cisalhamento (V_{rc}).

Tabela 2.3 – Resultados experimentais

Laje	% ARCO	f_c (MPa)	f_t (MPa)	V_{rc} (kN)
NCAC-S	0	43,33	3,35	48,20
RCAC-20-S	20	42,52	3,25	47,20
RCAC-40-S	40	40,96	3,16	45,80
RCAC-60-S	60	38,37	3,11	44,60
RCAC-80-S	80	35,48	2,88	42,80
RCAC-100-S	100	33,48	2,78	41,40

Fonte: Adaptado de Rao et al., 2012.

Os principais parâmetros analisados nas lajes ensaiadas foram o modo de fissuração, cargas ultimas, curvas de carga deslocamento, rigidez e energia de absorção.

A rigidez das lajes foi avaliada a partir do gráfico de carga *versus* deslocamento, sendo que a rigidez inicial não fissurada (K_i) é indicada pela inclinação da linha de um valor menor que a primeira carga de fissura, e a rigidez final (K_u) é medida pela inclinação da linha em cerca de 90% da carga final. Esses valores e os dados da absorção de energia que conforme há o aumento da substituição do agregado reciclado, a absorção de energia diminuem e os dados são apresentados na Tabela 2.4. A substituição do agregado natural pelo reciclado fez com que houvesse uma redução da degradação da rigidez, pois quando maior a rigidez menos é a ductilidade da laje.

Tabela 2.4 – Resultados da rigidez e absorção de energia

Nomenclatura do corpo de prova da laje	Inicial K_i (kN/mm)	Final K_u (kN/mm)	Degradação K_u/K_i	Absorção de energia (kNm)
NCAC-S	12,20	1,77	0,145	1,20
RCAC-20-S	12,20	1,74	0,142	1,15
RCAC-40-S	12,20	1,71	0,140	1,04
RCAC-60-S	12,20	1,66	0,136	0,94
RCAC-80-S	12,20	1,62	0,135	0,90
RCAC-100-S	12,20	1,58	0,132	0,87

Fonte: Adaptado de Rao et al., 2012.

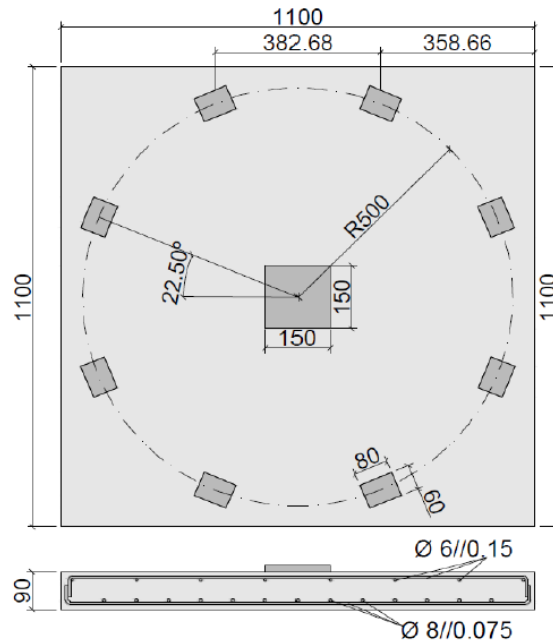
Portanto conclui-se que a partir dos resultados obtidos que com o aumento da porcentagem de agregado reciclado de concreto resulta em uma diminuição da resistência à compressão e tração do concreto assim como para carga última e carga de fissuração, de modo que até 40 % de substituição a redução é considerada admissível.

2.2.2 Reis *et al.* (2015)

Reis *et al.* (2015) avaliaram o efeito da incorporação de agregado graúdo reciclado de concreto no comportamento à punção de lajes de concreto armado, através de investigações experimentais.

Para o programa experimental foram confeccionadas 8 lajes de concreto armado, com dimensões de 1100 mm x 1100 mm x 90 mm contendo uma placa de 150 mm x 150 mm x 30 mm. Esta placa foi posicionada a fim de simular o pilar. As lajes foram apoiadas em oito apoios (composto por três chapas grossas de aço, as duas superiores contendo uma haste de aço de 20mm) uniformemente distribuídos em um padrão circular com raio de 500 mm. O carregamento foi aplicado de cima para baixo no centro das lajes em 8 pontos distribuídos em um padrão circular utilizando um macaco hidráulico Enerpac com capacidade de carga de 600 kN. Não foi utilizado armaduras de cisalhamento e o concreto foi especificado para ter uma resistência a compressão de 30 MPa. A Figura 2.13 apresenta a geometria da laje e a distribuição das armaduras.

Figura 2.13 – Geometria e distribuição de armaduras dos modelos de laje em mm



Fonte: Reis *et al.*, 2015.

Neste trabalho a principal variável de estudo é a substituição do agregado natural por diferentes porcentagens de agregado reciclado de concreto, sendo essas porcentagens 0%, 20%, 50% e 100%. As propriedades do concreto no estado fresco foram avaliadas quanto ao teste de abatimento de tronco de cone (*slump test*) e a densidade aparente. Este último, diminuiu com o Agregado Reciclado de Concreto Graúdo (ARCO-G), justificado pela menor densidade do ARCO-G em relação ao agregado natural.

A Tabela 2.2 apresenta as principais características das lajes analisadas, assim como a redução das propriedades mecânicas do concreto reciclado em relação ao concreto de referência.

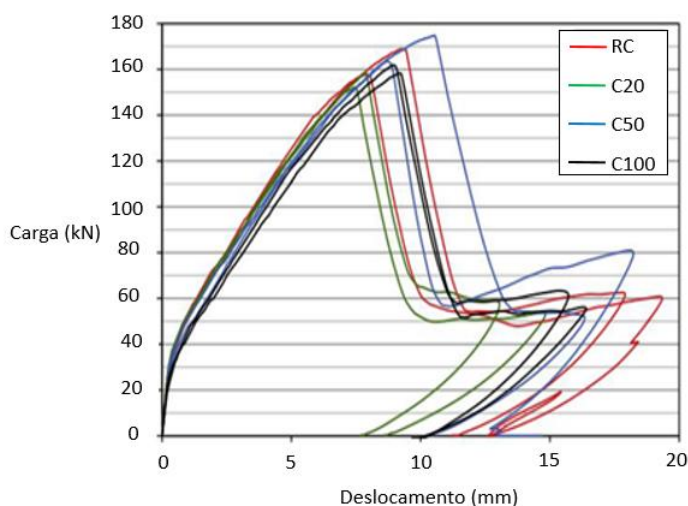
Tabela 2.2 – Principais características das lajes

Concreto	Resistência à compressão		Resistência à tração		Módulos de elasticidade	
	$f_{cm,28}$ (MPa)	RDC,28 (%)	$f_{ctm,28}$ (MPa)	RDC,28 (%)	$E_{cm,28}$ (MPa)	RDC,28 (%)
RC	46,8±2,0	-	3,17±0,42	-	33,7±0,6	-
C20	44,3±2,3	5,4	2,90±0,24	8,3	32,8±0,7	2,7
C50	46,6±1,0	0,5	2,94±0,21	7,0	32,7±0,7	3,1
C100	45,6±1,2	2,5	2,86±0,32	9,5	31,5±0,6	6,7

Fonte: Adaptado de Reis *et al.*, 2015.

A Figura 2.14 apresenta as curvas carga-deslocamento das lajes ensaiadas, onde é possível observar uma redução na rigidez geral das lajes. Essa redução fica mais evidente no estado não-fissurado, para a laje C20 teve uma redução de 2%, a laje C50 houve uma redução de 16% e 22% de redução na laje C100.

Figura 2.14 – Curva carga deslocamento das lajes ensaiadas



Fonte: Reis *et al.*, 2015.

Em relação a resistência a punção, verificou-se que a incorporação do agregado graúdo de concreto reciclado não afetou negativamente comportamento das lajes, com variação máxima de 4,8% para C20. Para lajes C100 a redução foi de apenas 2%, sendo justificado pela incerteza experimental.

Diante disso, duas razões explicam a ligeira influência de incorporação de ARCO-G na resistência à punção em lajes de concreto: menor resistência mecânica do ARCO-G e melhor ligação entre a pasta de cimento e o ARCO-G devido ao maior teor de cimento, porosidade e rugosidade, quando comparado com agregado natural.

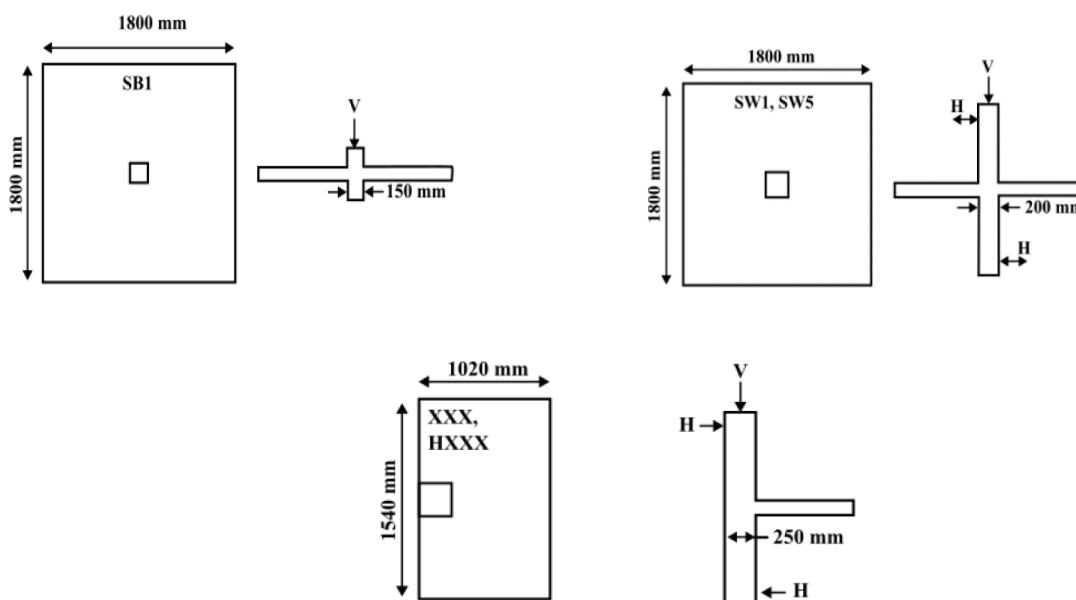
O estudo analítico buscou avaliar a precisão das formulações disponíveis nas normas internacionais para prever a resistência a punção em lajes de concreto armado. Dentre as normas analisadas estão o EUROCODE 2 – EC2 (2004), ACI 318 (2019) e o *fib* Model Code 2010 (2013) que apresentou as previsões mais precisas.

2.2.3 Genikomsou e Polak (2015)

O estudo de Genikomsou e Polak (2015) aborda a modelagem numérica de ligações laje-pilar em concreto armado, utilizando uma análise não linear por elementos finitos para avaliar o comportamento estrutural sob cargas aplicadas. No estudo, foram modelados e analisados cinco corpos de prova, identificados como SB1, SW1, SW5, XXX e HXXX.

Os corpos de prova possuíam altura de 120 mm, com dimensões em planta de 1800 mm x 1800 mm, e foram apoiados sobre vigas metálicas de 1500 mm x 1500 mm, simulando apoios simples. As ligações laje-pilar foram testadas com carregamentos aplicados por meio do pilar, sendo as lajes simplesmente apoiadas. A Figura 2.8 apresenta as geometrias dos modelos estudados.

Figura 2.8 - Lajes estudadas por Genikomsou e Polak (2015)



Fonte: Genikomsou e Polak, 2015.

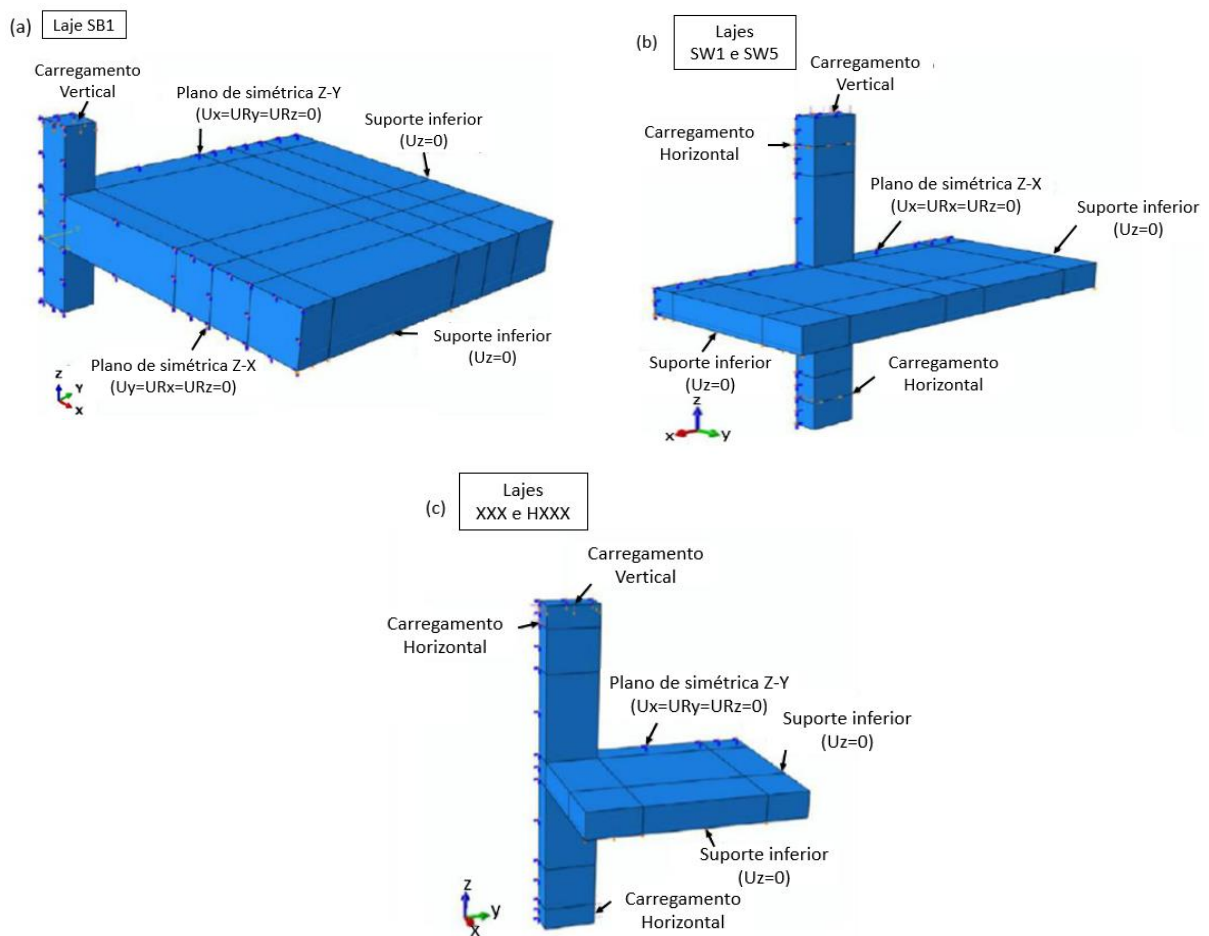
A laje SB1 foi submetida a um carregamento estático, enquanto as lajes SW1 e SW5 foram testadas sob cargas pseudoestáticas e cargas gravitacionais. Inicialmente, foi aplicada uma carga vertical na parte superior do pilar, com uma taxa de 20 kN/mm, resultando em uma carga de 110 kN para a laje SW1 e de 160 kN para a laje SW5. Em uma segunda etapa, mantendo a carga vertical constante, foram aplicados deslocamentos horizontais reversos nos pilares superior e inferior, a uma distância de 565 mm das faces da laje.

Para a modelagem numérica, Genikomsou e Polak (2015) modelou um quarto da laje SB1 e modelou metade das demais lajes. Os elementos finitos utilizados na simulação numérica foi o C3D8R para o concreto, o qual é hexaédrico de 8 nós com integração reduzida e

para as armaduras utilizou-se o elemento T3D2 o qual tem três dimensões, 2 nós e três graus de liberdade por nó. E foi definida uma malha de elementos finitos para todas as lajes de 20 mm.

Por ter sido modelado um quarto da laje SB1 e metade das demais lajes é necessário utilizar a restrição de simetria no *ABAQUS*[®], que restringe deslocamento em uma direção e rotação nas outras duas direções, como mostrado na Figura 2.9.

Figura 2.9 - Geometria e condições de contorno: (a) laje SB1; (b) lajes SW1 e SW5 e; (c) lajes XXX e HXXX



Fonte: Adaptado de Genikomsou e Polak, 2015.

Para simular o comportamento a compressão e tração do concreto, foi utilizado do *Concrete Damaged Plasticity* o qual é um modelo de plasticidade danificada presente no *ABAQUS*[®]. Genikomsou e Polak (2015) utilizaram a parábola de Hognestad em que a relação tensão x deformação sob carregamento de compressão uniaxial é dividida em três domínios. Foi observado que o dano a compressão do concreto aconteceu na faixa de *softening* tanto no

comportamento a compressão e tração. O método bilinear foi utilizado para obter uma resposta de energia de fratura o qual representa o comportamento a tração do concreto.

Após a calibração a calibração dos parâmetros do CDP, Genikomsou e Polak (2015) apresentam os resultados finais de cada laje modelada em comparação a laje experimental. Para a laje SB1, após a análise dos resultados, observou-se que houve ruptura por punção assim como no modelo experimental. Os resultados de ruptura da curva carga *versus* deslocamento para o modelo de elementos finitos apresentaram, uma carga de 234 kN e deslocamento de 13,9 mm e o teste experimental uma carga de 253 kN e deslocamento de 11,9 mm, resultando em um erro relativo de 7,51 % para a carga e 16,81 % para o deslocamento, sendo assim havendo concordância entre os modelos.

As lajes SW1 e SW5 foram submetidas a deslocamentos cíclicos horizontais reversas e cargas gravitacionais. Os resultados foram analisados com base na carga horizontal e inclinação. Sendo assim Genikomsou e Polak (2015) fizeram uma análise dinâmica no *ABAQUS*[®], onde os gráficos não mostram uma degradação da resistência e rigidez. Este fenômeno pode ser explicado devido à complexidade de representar o concreto e a aderência entre concreto e armadura no modelo numérico.

No modelo SW1, houve escoamento da armadura de flexão sob a coluna na direção do carregamento cíclico a uma taxa de inclinação de 1,33%, enquanto no modelo SW5, ocorreu o escoamento na armadura de compressão sob a coluna a uma taxa de inclinação de 1,04%. Os resultados da análise de elementos finitos mostraram um escoamento semelhante da armadura de flexão.

Para a laje XXX os resultados de deslocamento *versus* carga horizontal foram bons, apresentando um erro relativo menor de 10% em relação ao modelo experimental. Já para a laje HXXX o erro relativo entre os resultados resultou próximo dos 20%, mas foi considerado dentro dos padrões pelas autoras. Nota-se que os resultados da análise numérica para a amostra HXXX, em termos de deslocamento de falha, estavam em boa concordância com os resultados experimentais. A análise numérica mostrou que as fissuras na amostra HXXX eram semelhantes às fissuras observadas nos testes, concentradas perto do pilar com algumas fissuras radiais desenvolvidas.

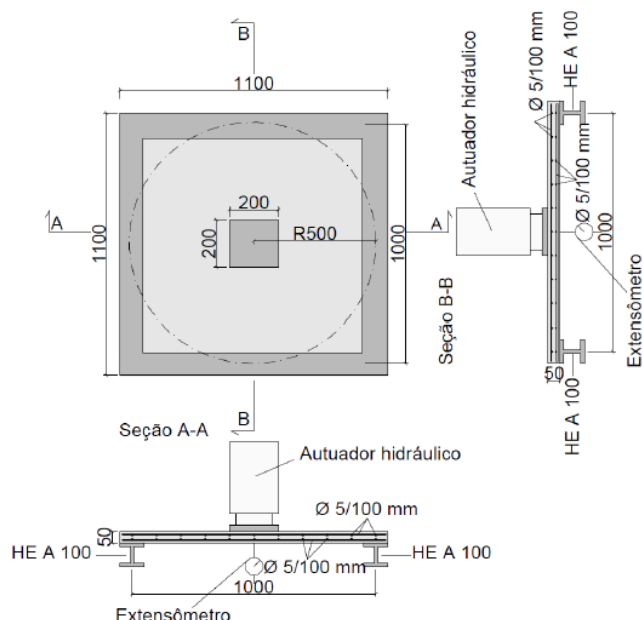
2.2.4 Francesconi et al. (2016)

O estudo de Francesconi et al. (2016) investigou experimentalmente o comportamento à punção de lajes de concreto armado com a incorporação de agregados

reciclados de concreto (ARC), obtidos a partir da demolição de estruturas com propriedades desconhecidas. O objetivo foi avaliar o impacto da substituição parcial e total de agregados naturais por reciclados nas propriedades mecânicas do concreto e no desempenho estrutural das lajes.

O programa experimental foi realizado com 15 lajes com dimensões de 1100 mm x 1100 mm x 50 mm e foram utilizadas 5 taxas de substituição de agregado reciclado, 0 % , 30 % , 50 % , 80 % e 100%. Cada laje foi apoiada por vigas de aço ao longo das quatro bordas. A carga foi aplicada no centro geométrico de cada modelo através de uma placa de aço de 200 mm x 200 mm x 5 mm, simulando um pilar. A Figura 2.10 apresenta o sistema de ensaio utilizado.

Figura 2.10 – Geometria das lajes ensaiadas por Francesconi et al. (2016)



Fonte: Francesconi et al., 2016.

Os autores fizeram comparações e análises de alguns códigos normativos como ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2004) e *fib* Model Code 2010 (2013). As principais investigações foram realizadas a partir dos padrões de ruptura, cargas finais e curvas de carga *versus* deflexão.

Foi observado uma redução na resistência a compressão, tração e módulo de elasticidade do concreto nas lajes onde houve a substituição do agregado natural pelo agregado reciclado de concreto. Por exemplo para a laje RC com 100% de substituição de agregado reciclado a resistência a compressão, tração e módulo de elasticidade tem redução de 29%, 13% e 26% de redução em relação a laje de referência NC.

As análises dos resultados obtidos mostram que a primeira fissura e as cargas últimas de NC e RC são muito semelhantes. Com efeito, as cargas de primeira fissura das lajes RC1 e RC2 aumentam aproximadamente 7% em relação ao NC, e há uma redução de 12% para RC3. No caso RC4, a carga de primeira fissura é praticamente igual à da laje NC.

Francesconi et al. (2016) compararam e analisaram as prescrições normativas e os modelos experimentais, onde foi possível observar um bom desempenho para as lajes com ARC, quando comprados houve um erro relativo de aproximadamente 18%.

No caso do ACI 318 (2019), deve ser avaliado o parâmetro k que considera a densidade do agregado e pode modificar a resistência ao cisalhamento. Quanto ao Eurocode 2 (2004), o parâmetro k que avalia a esbeltez das lajes deve ser criteriosamente observado uma vez que a altura útil das lajes influencia diretamente no desempenho delas. Por fim, o *fib* Model Code 2010 (2013) considera o parâmetro $dg k_{dg}$, referente a diâmetro máximo dos agregados, desempenha um papel importante para a avaliação da eficiência em todos os níveis de aproximação. Desse modo, os parâmetros relacionados aos agregados e a esbeltez dos modelos, devem ser cuidadosamente avaliados principalmente quanto a sua relação com a resistência à punção.

2.2.5 Pawar et al. (2023)

Pawar et al. (2023) realizaram um estudo experimental e numérico de uma viga, onde foi variado a porcentagem de agregado reciclado de concreto em 0%, 50% e 100%.

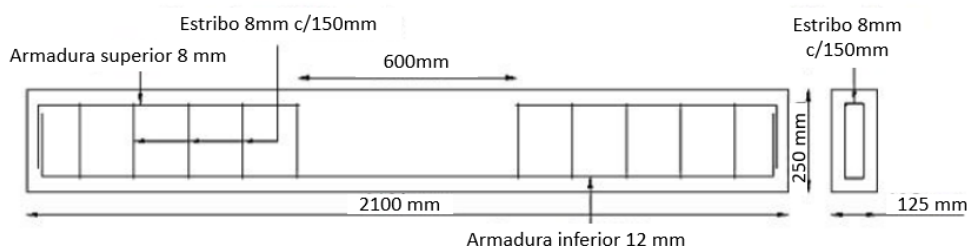
Para a execução dos ensaios experimentais foram confeccionadas 3 vigas, uma para cada porcentagem de agregado reciclado. A cura das vigas foi feita em temperatura ambiente e por 28 dias.

Para obtenção dos resultados da resistência a compressão de cada concreto e sua respectiva substituição de agregado, foram moldados 1 corpo de prova cilíndrico de 150 mm x 300 mm para cada concreto. Para obtenção dos resultados de carga máxima medida e deslocamento medido na carga máxima, foi realizado o ensaio de flexão em quatro pontos, onde a viga foi apoiada sobre 2 cilindros metálicos espaçados em 1800 mm.

A Figura 2.11 apresenta a geometria das vigas ensaiadas, a qual possui 2100 mm de comprimento e uma seção transversal de 125 mm de largura e 250 mm de altura. A armadura utilizada na face superior foram barras de 8 mm, na face inferior utilizado barras de 12 mm e como estribo barras de 8 mm espaçados a cada 150 mm. Na parte superior da viga não há a

existência de armadura superior por um trecho de 600 mm, onde esse vão de 600 mm (local onde a carga foi aplicada) é o vão de cisalhamento considerado, a fim de não obter força de cisalhamento na região de momento constante.

Figura 2.11 – Geometria das vigas



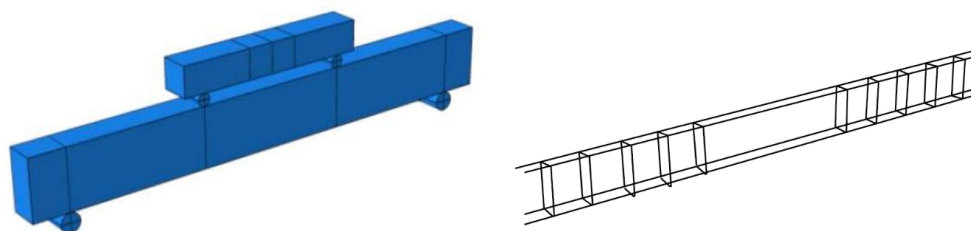
Fonte: Pawar *et al.*, 2023.

Pawar *et al.* (2023) fizeram a modelagem desta viga em elementos finitos no software ABAQUS® com a finalidade de comparar os resultados obtidos entre a modelagem numérica e o ensaio experimental.

Em relação ao concreto foi utilizado o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) e o modelo constitutivo adotado para representar a compressão e tração do concreto foi o de Surywanshi *et al.* (2018). Para o aço, foi inserido no ABAQUS® dados de tensão e deformação inelástica de cada diâmetro de aço utilizado. E a malha utilizada foi de 10 mm tanto para elementos sólidos como concreto e os elementos presentes na máquina para o ensaio de quatro pontos, quanto para a armadura.

A Figura 2.12 representa a modelagem numérica dos elementos sólidos como o concreto da viga de ensaio, cilindros e viga de reação do ensaio de flexão em 4 pontos e também apresenta a modelagem da armadura.

Figura 2.12 – Modelagem numérica



Fonte: Pawar *et al.*, 2023.

Comparando os resultados experimentais e numéricos observou boa concordância entre eles. Foi observado que a capacidade de carga das vigas de concreto com agregado reciclado é menor e o deslocamento é ligeiramente maior quando comparado com a viga de concreto com agregado natural.

Em relação a fissuração nas vigas, foi possível observar que as vigas apresentaram suas primeiras fissuras no meio do vão da viga, onde é o ponto de momento fletor máximo. A primeira fissura ocorreu com 25 kN no modelo experimental e na simulação de elementos finitos ocorreu com 27,32 kN para a viga sem agregado reciclado. Já para a viga com 100% de substituição de agregado reciclado a primeira fissura ocorreu com 17,21 kN no modelo experimental e 25,78 kN na viga simulada no *ABAQUS*[®]. Com o aumento da carga aplicada, fissuras de flexão adicionais foram formadas entre o ponto de carga e os pontos de apoio. Todas essas fissuras propagadas em direção à zona de compressão revelaram o padrão de fissura típico de fissuras de flexão-cisalhamento inclinadas.

A Tabela 2.1 apresenta um resumo dos resultados de carga máxima e o deslocamento medido quando aplicado a carga máxima tanto para os ensaios experimentais quanto para as modelagens em elementos finitos.

Tabela 2.1 – Resumo dos resultados de carga e deslocamento experimental e numérico

Identificação	Taxa de substituição (%)	Carga máxima medida (kN)	Carga final prevista pelo <i>ABAQUS</i> [®] (kN)	Deslocamento medido na carga máxima (mm)	Deslocamento na carga final previsto pelo <i>ABAQUS</i> [®] (mm)
R 0	0	84,00	87,72	14,10	14,41
R 50	50	80,50	84,37	12,96	13,70
R 100	100	78,00	81,65	12,01	12,40

Fonte: Adaptado de Pawar *et al.*,2023.

3 MODELAGEM NUMÉRICA

A simulação numérica proposta baseia-se no desenvolvimento de modelos em elementos finitos de lajes lisas com concreto convencional e concreto reciclado, visando obter resultados representativos do seu comportamento quando submetidas a uma carga vertical. Para tanto, este trabalho tem a finalidade de comparar os resultados numéricos do modelo proposto com os resultados experimentais obtidos por Ferreira *et al.* (2024).

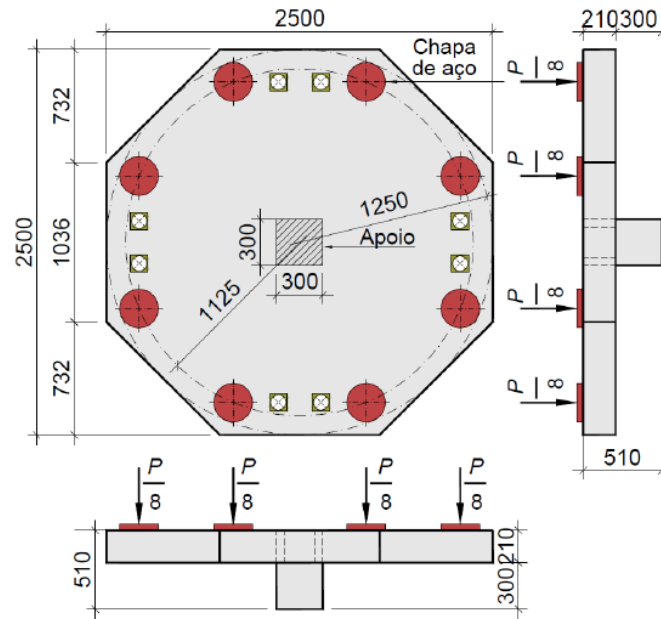
Para a modelagem e análise das lajes lisas de concreto armado foi utilizado o *software ABAQUS®*, uma ferramenta computacional que utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF), permitindo ao usuário realizar análises numéricas através da modelagem da estrutura, resultando em um modelo simplificado em comparação ao modelo real.

Neste capítulo, serão apresentadas a descrição das estruturas estudadas, os modelos constitutivos empregados para cada material, condições de contorno, malha dos elementos finitos que serão empregados para modelagem e características da interação aço-concreto.

3.1 DESCRIÇÃO DOS MODELOS DAS LAJES DE FERREIRA *ET AL.* (2024)

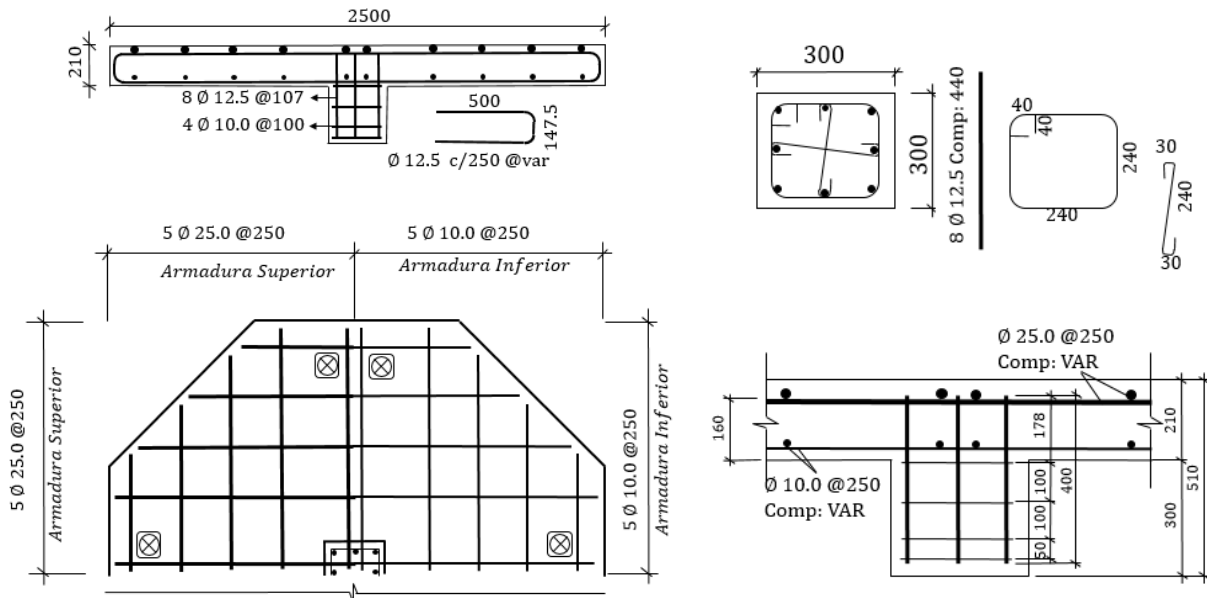
As lajes ensaiadas por Ferreira *et al.* (2024) possuem geometria de 2500 mm x 2500 mm x 210 mm, enquanto o pilar tem geometria de 300 mm x 300 mm x 300 mm. Para a laje, foi utilizada armadura superior composta por 10 barras de 25 mm de diâmetro e armadura inferior composta por 10 barras de 10 mm de diâmetro. A armadura do pilar é formada por 8 barras de 12,5 mm de diâmetro. Foram ensaiadas 3 diferentes tipos de laje, sendo uma como referência, sem adição de agregado reciclado, e as outras duas com substituição de 30% e 100% do agregado natural por agregado reciclado de concreto. As Figuras 3.1, 3.2 apresentam, respectivamente, a geometria da laje, o detalhamento das armaduras de flexão da laje e o detalhamento da seção e armadura do pilar.

Figura 3.1 – Geometria das lajes em mm



Fonte: Ferreira *et al.*, 2024.

Figura 3.2 – Detalhamento armadura de flexão das lajes e do pilar



Fonte: Adaptado de Ferreira *et al.*, 2024.

A Tabela 3.1 apresenta características das lajes ensaiadas como altura útil (d) das lajes medidas anteriores à concretagem, taxa (ρ), diâmetro das barras de flexão (ϕ_f), tensão

de escoamento do aço (f_{ys}) e módulo de elasticidade (E_s) da armadura de flexão e (f_c) a resistência a compressão de cada laje.

Tabela 3.1 – Características das lajes

Laje	Teor de ARCO-G (%)	d (mm)	ρ (%)	$\emptyset_f$ (mm)	f_{ys} (MPa)	E_s (GPa)	f_c (MPa)
S-1,2-0	0	165					22,78
S-1,2-30	30	165	1,2	25,0	525,72	207,97	21,52
S-1,2-100	100	167					21,44

Fonte: Adaptado de Ferreira *et al.* 2024.

A Tabela 3.2 apresenta as propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes. Esses dados foram obtidos a partir de um ensaio de tração axial realizado em 3 corpos de prova para cada diâmetro de barra.

Tabela 3.2 – Propriedade mecânica do aço

Armadura	$\emptyset$ (mm)	f_{ys} (MPa)	ε_{ys} (‰)	f_u (MPa)	E_s (GPa)
Flexão	12,5	590,27	2,98	727,70	198,26
	25,0	525,72	2,74	790,00	207,97

Fonte: Adaptado de Ferreira *et al.*, 2024.

3.2 ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

Nesta seção será apresentado os modelos constitutivos utilizados para o concreto e aço, a malha utilizada, o modelo de contato, tipos de elementos finitos, carregamento e condições de contorno

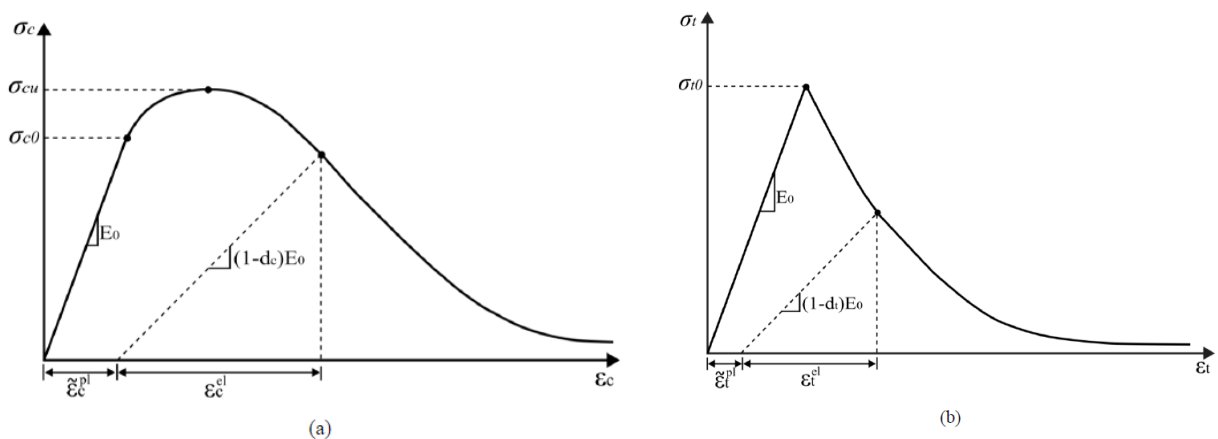
3.2.1 Concrete Damaged Plasticity (CDP)

Para a representação do comportamento estrutural do concreto, serão utilizados os módulos constitutivos *Elasticity* e *Concrete Damage Plasticity* (CDP) disponíveis na

biblioteca do *software ABAQUS®*. A análise numérica baseia-se em critérios de danos plásticos, sendo a teoria do modelo fundamentada em uma função matemática proposta por Lubliner (1989) e adaptada por Lee e Fenves (1998 apud Medeiros, 2018). Esse modelo foi desenvolvido para representar o comportamento de materiais frágeis, como o concreto, onde os danos à compressão (esmagamento) e os danos à tração (fissuras) são os modos de ruptura do modelo.

A Figura 3.3 apresenta o modelo matemático, em que o gráfico à esquerda (a) a resposta à compressão, onde observa-se que, inicialmente, tendo um comportamento linear definido pela deformação elástica, atingindo a tensão de plastificação. Em seguida, com o surgimento das fissuras, o comportamento do concreto torna-se não linear devido ao endurecimento, culminando posteriormente no amolecimento do material. Já o gráfico à direita (b) representa a tração, na qual o concreto apresenta comportamento linear na fase elástica até atingir a tensão de ruptura, momento em que se inicia a formação das fissuras e o subsequente amolecimento do material.

Figura 3.3 – Representação do modelo matemático do concreto



Fonte: Adaptado de *ABAQUS® Analysis User's Manual*, 2012.

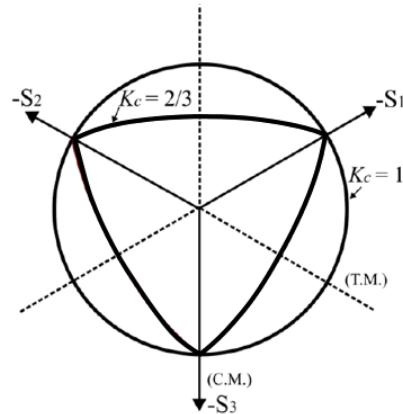
Observa-se que o concreto comprimido, inicialmente, apresenta um comportamento linear até atingir a tensão de plastificação $\sigma_{c0} = 0,4 f_{cm}$. Após deste ponto, com o desenvolvimento das fissuras, o material passa a ter um comportamento não linear, caracterizado por um enrijecimento. Após atingir a tensão última, é possível observar um amolecimento do material, onde a tensão diminui enquanto a deformação continua a aumentar.

Já o comportamento a tração do concreto, a região elástica acontece até ser atingido a resistência máxima à tração $\sigma_{t0} = f_{ct}$ então a partir deste ponto, ocorre um amolecimento do concreto.

Para definir o comportamento plástico do concreto, o CDP utiliza alguns parâmetros na modelagem, sendo eles:

- a) Ângulo de dilatação (ϕ) - segundo o *ABAQUS*® (2017), é o ângulo medido no plano meridional p-q em alta pressão de confinamento, que fisicamente interpretado como o ângulo de atrito interno do concreto. O ângulo de dilatação é associado à mudança de volume de materiais, que é causada devido às deformações plásticas que ocorrem em materiais frágeis como o concreto. No modelo foram utilizados valores experimentais entre 31° a 42° apresentados por Genikomsou e Polak (2015);
- b) Excentricidade (ϵ) - de acordo com Jankowaiak e Lodygowski (2005), pode ser entendida como uma proporção de força de tração para a resistência à compressão. O manual do *ABAQUS*® (2012) apresenta o valor padrão de 0,1 para o modelo de CDP;
- c) Relação resistência à compressão biaxial e uniaxial (f_{b0}/f_{c0}) – trata-se da relação entre as tensões no estado biaxial para o estado uniaxial. O Manual do *ABAQUS*® (2012) recomenda a utilização do valor de 1,16;
- d) Viscosidade - de acordo com Manual do *ABAQUS*® (2017), é um fator de regularização visco plástica das equações constitutivas. Quanto menor esse valor, maior será o tempo de processamento, pois o tempo de convergência dos resultados aumenta consideravelmente. Michal e Andrzel (2015) dizem que este parâmetro também influi na forma de distribuição e propagação do dano do concreto, dependendo da malha de elementos finitos. Na literatura são encontrados valores de viscosidade na ordem de 10^{-2} por Kaushik e Dasgupta (2019), 10^{-4} por Michal e Andrzel (2015) e 10^{-5} por Santos et al. (2019);
- e) K – de acordo o Manual do *ABAQUS*® (2017) é definido como a razão entre as distâncias entre o eixo hidrostático e a meridiano de tração e de compressão no plano desviatório, como apresentado pela Figura 3.4. O valor recomendado é de 2/3.

Figura 3.4 – Ruptura do plano desviatório



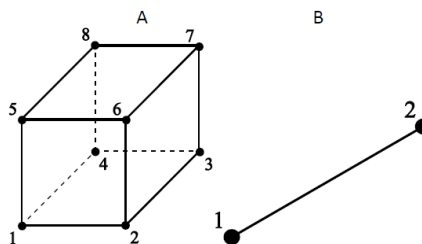
Fonte: ABAQUS® Analysis User's Manual, 2012.

A análise não linear do modelo foi realizada pelo método de Newton-Raphson, um método iterativo e incremental para a resolução de sistemas de equações não lineares, empregado através do recurso *step* presente na biblioteca do ABAQUS®. Esse recurso controla a aplicação do deslocamento por intermédio de um processo gradual, de modo que a configuração de equilíbrio seja atingida a partir de sucessivas iterações.

3.2.2 Elementos finitos utilizados

A geometria do modelo foi discretizada com elementos lineares tridimensionais do tipo sólido, com oito nós e integração reduzida (C3D8R) para os elementos de concreto e as chapas de aço. Para as armaduras, foi utilizado o elemento finito do tipo treliça T3D2, elemento tridimensional, com 2 nós e três graus de liberdade por nó. A Figura 3.5 apresenta o formato dos elementos finitos utilizados nos modelos.

Figura 3.5 - Modelos dos elementos C3D8R (A) e T3D2 (B)



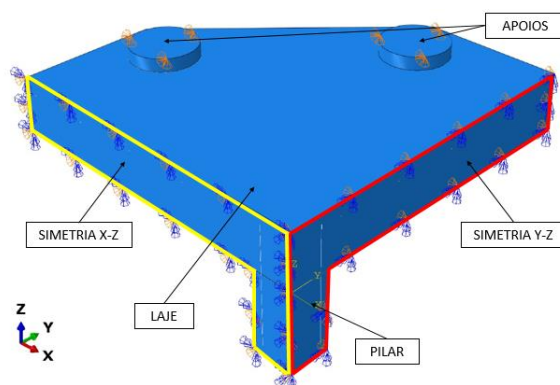
Fonte: ABAQUS® Analysis User's Manual, 2012.

3.2.3 Carregamento e condições de contorno

A condição de carregamento foi aplicada como um deslocamento para viabilizar a análise da estrutura em seu pico e pós-pico. O deslocamento de pico, de 5 mm, foi retirado do gráfico de carga-deslocamento da laje S-1,2-0 de Ferreira *et al.* (2024) e adotado como deslocamento padrão para as demais lajes com agregado reciclado, o qual foi aplicado de modo estático na base de $\frac{1}{4}$ do pilar.

As condições de contorno foram adotadas com base nos dois planos de simetria e nos apoios. O plano de simetria vermelho teve os deslocamentos restritos na direção do eixo Y, e nas direções dos eixos X e Z foram restritas as rotações. No plano amarelo, foram restritos os deslocamentos na direção do eixo X e, nas direções dos eixos Y e Z, foram restritas as rotações. Nos apoios, foram restritos os deslocamentos nas direções dos eixos X, Y e Z. A Figura 3.6 mostra as condições de carregamento e contorno aplicadas no modelo numérico.

Figura 3.6 – Modelo numérico da laje com condições de carregamento e contorno



Fonte: Autor, 2025.

3.2.4 Contato entre componentes

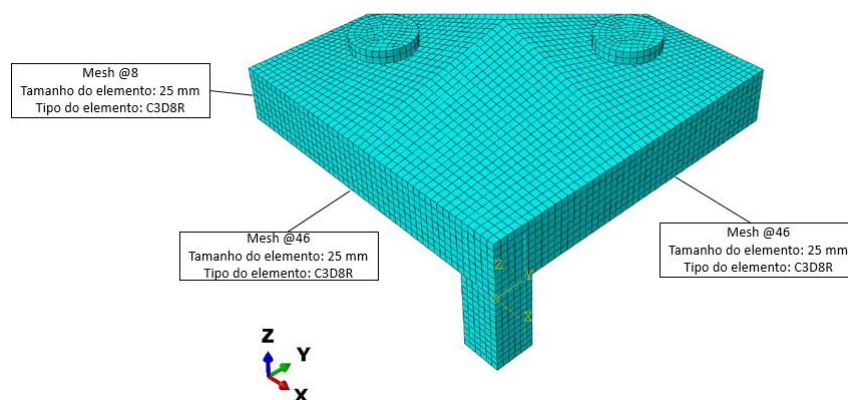
Na modelagem numérica, deve-se considerar as regiões de contato entre os elementos, para garantir a aderência perfeita entre as armaduras e o concreto. Para isso, foi utilizada a interação do tipo *Embedded Region*, na qual as superfícies de contato são classificadas como *master* (mestre) e *slave* (escrava). Nesse tipo de interação, a superfície escrava fica embutida na mestra, fazendo com que ambas se desloquem igualmente e simultaneamente.

O contato entre a superfície da laje e os apoios, representados pelas chapas metálicas, também deve ser considerado. Para isso, utiliza-se a ligação do tipo *Tie*, que pode ser encontrada na função *Constraints*. Segundo Reis (2018), essa ligação vincula os nós dos elementos, a fim de não permitir deslizamento entre eles, ou seja, busca-se que as peças se mantenham na forma como foram modeladas, sem que as mesmas saiam do lugar.

3.2.5 Definição da malha

A malha foi definida como constante para todos os elementos constituintes da laje. Para definir qual malha seria utilizada no estudo, realizaram-se testes com elementos de dimensões máximas iguais a 15, 20 e 25 mm, mas a malha de 25 mm apresentou resultados representativos. A Figura 3.7 apresenta a distribuição da malha na laje.

Figura 3.7 – Distribuição da malha de 25 mm na laje



Fonte: Autor, 2025.

3.3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO

O comportamento mecânico do concreto pode ser descrito a partir de equações disponíveis na literatura, os quais descrevem seu comportamento na compressão e na tração, onde deve ser considerado o dano na compressão e na tração.

Para determinação do módulo de elasticidade do concreto utilizou-se a Equação 3.1 presentes no *fib* Model Code (2020). Esta equação foi escolhida, pois em relação aos valores obtidos no EUROCODE 2 (2004); ABNT NBR 6118 (2023); ACI 318 (2019) apresentou o

menor valor de módulo de elasticidade fazendo com que o modelo tivesse um comportamento menos rígido.

$$E_c = 21500 \cdot \alpha \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.1)$$

$$\alpha = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88}$$

3.3.1 Comportamento do concreto na compressão

O comportamento do concreto à compressão foi simulado utilizando as equações prescritas pelo *fib* Model Code (2020), que dividem o comportamento do concreto em três trechos. O primeiro trecho (de A até B) é caracterizado por um regime linear com módulo de elasticidade secante E_c até a tensão σ_{c0} , sendo esta considerada 40% da tensão última σ_{cu} , conforme recomendado pelo *fib* Model Code (2020) e como mostra a Equação 3.2. O segundo trecho (de B até C) representa um ramo ascendente (*hardening*), até que seja atingido o pico (f_{cm}), e é representada pela Equação 4.3. O terceiro trecho (de C até D) é após este ponto, apresenta um ramo descendente (*softening*) e não linear, e é representado pela Equação 3.4. O modelo é descrito por uma equação parabólica. O modelo do *fib* Model Code (2020) deixa claro que caso seja considerado um trecho elástico-linear deve utilizar o valor E_c . Além disso, *fib* Model Code (2020) apresenta os valores de deformação de pico e limite (ε_{cl} e $\varepsilon_{c,lim}$), tabeladas em função da classe do concreto.

A expressão matemática proposta pelo *fib* Model Code (2020) para representar a curva tensão *versus* deformação é apresentada nas Equações 3.2, 3.3 e 3.4 e na Figura 3.8.

$$\sigma_{c1} = E_0 \cdot \varepsilon_c \quad (3.2)$$

$$\sigma_{c2}(\varepsilon_c) = f_{cm} \cdot \left[\frac{E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \right] \quad (3.3)$$

$$\sigma_{c3} = \left(\frac{2 + \gamma_c \cdot f_{cm} \cdot \varepsilon_{cm}}{2 \cdot f_{cm}} - \gamma_c \cdot \varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c^2 \cdot \gamma_c}{2 \cdot \varepsilon_{cm}} \right)^{-1} \quad (3.4)$$

$$\gamma_c = \frac{\pi^2 f_{cm} \varepsilon_{cm}}{2 \left[\frac{G_{ch}}{l_{eq}} - 0,5 f_{cm} \left(\varepsilon_{cm} \left(1 - \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^{ch}} \right) + \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^{ch}} \cdot \frac{f_{cm}}{E_0} \right) \right]^2}$$

Onde:

f_{cm} : Resistência média a compressão do concreto;

E_0 : Módulo de elasticidade inicial do concreto;

ε_c : Deformação do concreto;

E_{ci} : Módulo de elasticidade tangente;

ε_{c1} : Deformação à compressão do concreto correspondente a tensão máxima;

γ_c : coeficiente de minoração da resistência do concreto;

ε_{cm} : Deformação média do concreto;

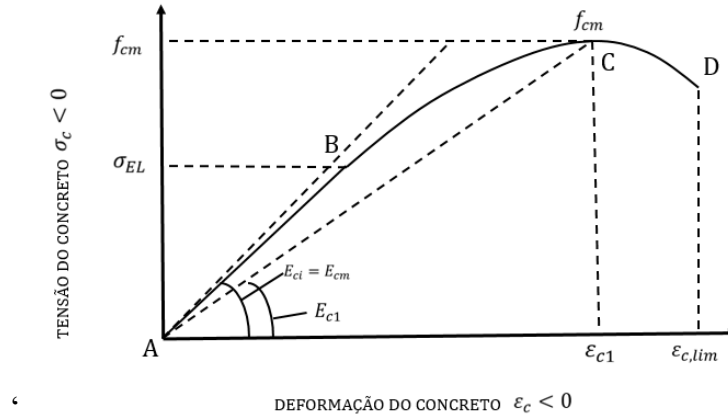
G_{ch} : Energia de esmagamento do concreto;

l_{eq} : Comprimento característico do elemento finito;

ε_c^{pl} : Deformação plástica de compressão do concreto;

ε_c^{ch} : Deformação de esmagamento do concreto.

Figura 3.8 - Representação esquemática da curva tensão versus deformação sob compressão



Fonte: Adaptado de *fib* Model Code, 2020.

O modelo de dano simplificado a compressão do concreto utilizada é *fib* Model Code (2020) conforme as Equações 3.5 e 3.6 apresentadas a seguir:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_{c(2)}}{f_{cm}} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_{in} = \varepsilon - \frac{\sigma_{c(2)}}{E_c} \quad (3.6)$$

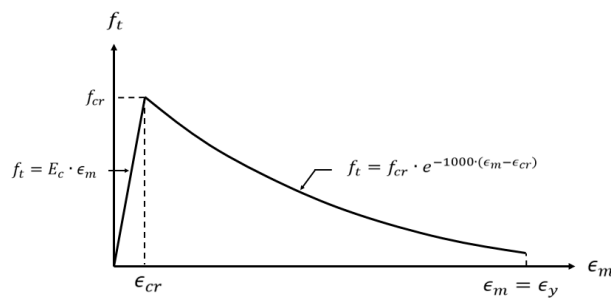
3.3.2 Comportamento do concreto na tração

Para representar o comportamento à tração do concreto, foi adotado o modelo constitutivo de Hwang e Rizkalla (1983), o qual descreve o comportamento tensão *versus* deformação do concreto tracionado nos segmentos pré-pico e pós-pico. O comportamento pré-pico consiste em um regime elástico linear, descrito pela Lei de Hooke. Já o comportamento pós-pico é representado por uma função exponencial decrescente, que é função da deformação total do concreto e da deformação de pico. Esta curva descendente é limitada pela deformação de escoamento do aço da armadura. A expressão matemática proposta por Hwang e Rizkalla (1983), representa a curva tensão *versus* deformação que é apresentada nas Equações 3.7 e 3.8, bem como na Figura 3.9.

$$\sigma_t = f_{ctm} \cdot e^{-(\varepsilon - \varepsilon_{ct}) \cdot 10^3} \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_{in} = \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{\left(\frac{f_{ctm}}{(0,065)} \right)} \right) \quad (3.8)$$

Figura 3.9 - Representação esquemática da curva tensão versus deformação sob tração



Fonte: Adaptado de Hwang e Rizkalla, 1983.

O modelo de dano utilizado na tração, foi o modelo simplificado de Hwang e Rizkalla (1983), conforme mostra a Equação 3.9 a seguir.

$$d_t = 1 - \frac{\sigma}{f_{ctm}} \quad (3.9)$$

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados da comparação entre o modelo numérico e o ensaio experimental, por meio da análise das curvas de carga *versus* deslocamento, carga *versus* deformação e mapa de fissuração do concreto.

4.1 ANÁLISE DA CALIBRAÇÃO NUMÉRICA

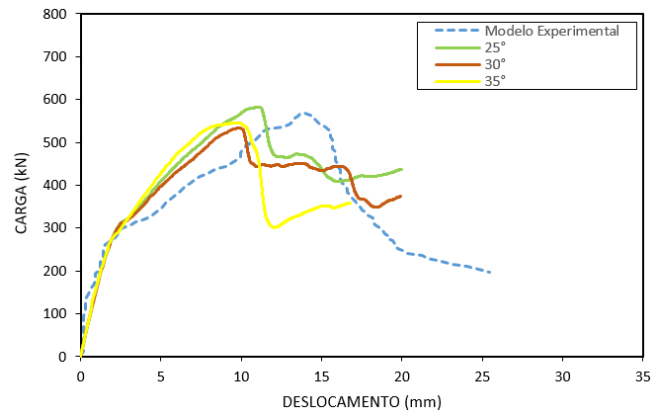
Durante o processo de calibração numérica, foram realizadas variações de alguns parâmetros do modulo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), a fim de observar a sensibilidade dos modelos numéricos em relação às alterações desses parâmetros. Os parâmetros variados foram ângulo de dilatação, comprimento da malha dos elementos finitos e viscosidade.

4.1.1 Calibração numérica da laje com 0% de agregado reciclado

- Ângulo de Dilatação

Comparou-se os resultados de carga e deslocamento entre o modelo experimental e o modelo numérico, com o objetivo de validar o modelo. A Figura 4.1 apresenta os gráficos carga *versus* deslocamento, em que cada curva corresponde a um ângulo de dilatação, o qual foi variado nos valores de 25°, 30° e 35°. Analisando os resultados, o ângulo de 35° apresentou um comportamento mais coerente com o objetivo de se aproximar da carga de ruptura. Todas as curvas demonstram comportamento semelhante no primeiro trecho elástico-linear, até atingir a carga de aproximadamente 350 kN, a partir da qual se inicia o trecho não linear. Observou-se que, para valores inferiores de 35°, os modelos numéricos apresentaram rigidez menor em relação aos resultados experimentais. Assim, verificou-se que a carga se aproxima do limite de 15% de diferença em relação ao resultado experimental, enquanto o deslocamento ultrapassa o limite de 15% quando comparado ao resultado experimental.

Figura 4.1 – Variação Ângulo de dilatação



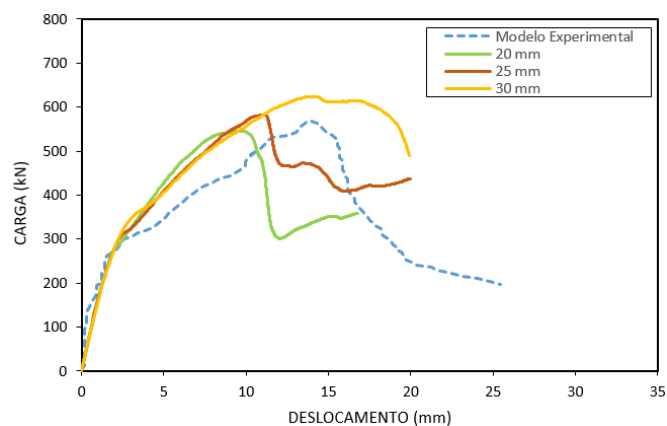
Fonte: Autor, 2025.

- Sensibilidade da malha

A análise de sensibilidade de malha foi realizada com o objetivo de avaliar como os gráficos de carga *versus* deslocamento se comportam quando aplicados diferentes comprimentos de malha. Para todos os elementos do modelo (concreto, chapas de aço e armadura), foi aplicado o mesmo comprimento de malha.

O comprimento de malha foi variado entre 20 mm, 25 mm e 30 mm. Após a análise dos resultados, definiu-se a malha de 25 mm como padrão para o modelo, pois apresentou uma resposta mais satisfatória por conta do formato e inclinação da curva. Esse resultado se deve ao fato de que, quanto maior o refinamento da malha, maior a rigidez do modelo. Considerando que o modelo experimental não apresentar uma elevada rigidez, optou-se por uma malha menos refinada, resultando em um modelo menos rígido.

Figura 4.2 – Sensibilidade da malha



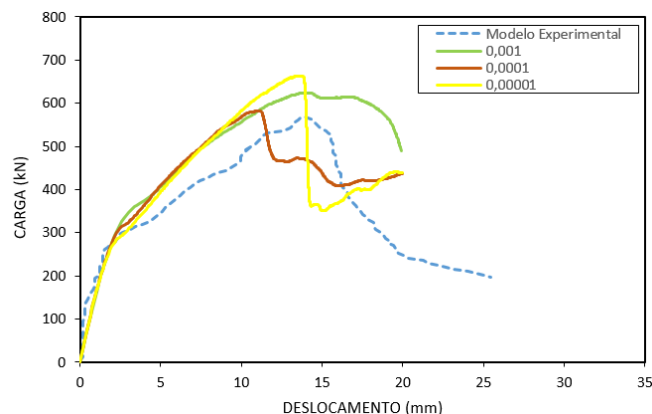
Fonte: Autor, 2025.

- Variação da viscosidade

A viscosidade do modelo numérico foi analisada considerando os valores de 10^{-3} , 10^{-4} e 10^{-5} , com o objetivo de avaliar sua influência no comportamento estrutural e no mecanismo de ruptura. Os resultados demonstraram que a variação desse parâmetro afeta diretamente a resposta numérica à punção.

Para a viscosidade de 10^{-3} , o modelo apresentou uma resposta gradual, sem a ocorrência de ruptura brusca, diferindo do comportamento observado experimentalmente. Quando adotada a viscosidade de 10^{-4} , o modelo reproduziu satisfatoriamente o comportamento esperado para a ruptura por punção, em boa concordância com os resultados experimentais. Por outro lado, a utilização do valor de 10^{-5} resultou em um aumento da carga de ruptura prevista numericamente. A influência da viscosidade sobre a resposta do modelo é apresentada na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Variação da viscosidade



Fonte: Autor, 2025.

A Figura 4.4 apresenta a curva carga *versus* deslocamento do modelo numérica de referência da laje com 0% de substituição de agregado reciclado. Observa-se que a curva carga *versus* deslocamento do modelo experimental manteve sua rigidez inicial até o carregamento de 300 kN, momento em que a laje começou a perder parte da sua capacidade resistente, com o aparecimento das primeiras fissuras próximas ao pilar. O aumento da carga até 562,52 kN levou à ruptura da laje.

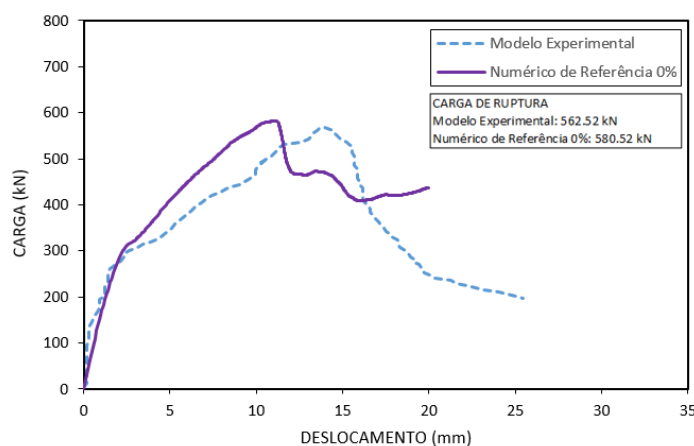
A curva carga *versus* deslocamento do modelo numérico foi comparada com a curva do modelo experimental. Na região elástica, até a carga de 300 kN, observa-se que a

rigidez inicial de ambas de forma praticamente idêntica. No entanto, após os 300 kN, o modelo numérico se comportou mais rígido. A perda de rigidez ocorre com o aparecimento das fissuras iniciais próximas ao pilar, quando o carregamento atinge 300 kN. A carga foi aplicada até 580,52 kN, ponto de ruptura da laje. Ao comparar a carga de ruptura do modelo experimental (562,52 kN) com o valor obtido no modelo numérico, observou-se uma boa aproximação, havendo uma variação de 3,2%.

Diversos fatores que podem explicar as discrepâncias entre o modelo numérico e o experimental, destacando-se os modelos de interação entre os elementos. Por mais que tentemos reproduzir fielmente os modelos experimentais, os microdanos que a laje possa ter sofrido antes do ensaio, influência no resultado. No modelo, a interação entre o concreto e a armadura foi feita com a interação *embedded region*, que simula a interação entre concreto e aço, mas no modelo físico pode ocorrer microfissuras no interior do concreto, interferindo no resultado. Este fenômeno não é considerado no modelo computacional. Outro ponto a ser destacado é a interação de contato entre as chapas de aço e a laje, pois no modelo experimental pode ter ocorrido alguma movimentação ou distribuição não uniforme das cargas. Além disso, a interação de contato feita entre laje e pilar, no modelo computacional, pode ter havido a possibilidade de alguma movimentação interferindo nos resultados por ter sido criados partes distintas, o que não ocorre no modelo físico por ser uma estrutura única.

A curva numérica de referência da laje com 0% foi calibrada com os seguintes parâmetros do CDP. Foi utilizado o ângulo de dilatação (φ) de 35° , uma excentricidade (E) de 0,1, a relação f_{bo}/f_{co} é 1,16, usou-se o valor de K como 0,667 e a viscosidade usada foi de 0,0001.

Figura 4.4 – Curva numérica de referência da laje com 0%



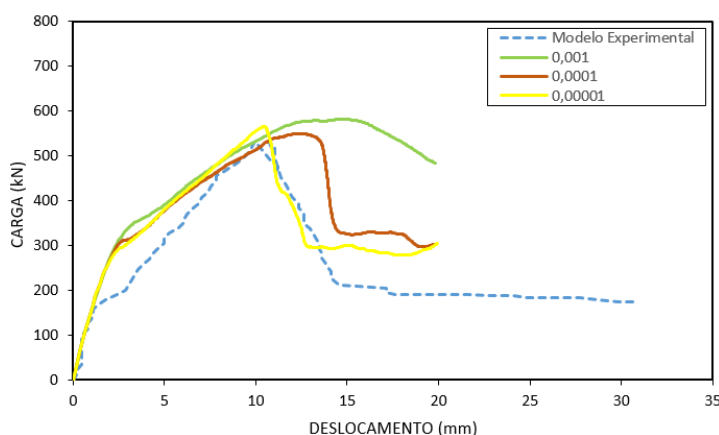
Fonte: Autor, 2025.

4.1.2 Calibração numérica da laje com 30% e 100 % de agregado reciclado

Os modelos numéricos nos quais foram realizadas as substituições dos agregados reciclados mantiveram os mesmos valores dos parâmetros do CDP, como o ângulo de dilatação e o comprimento da malha definidos no modelo com 0% de substituição de agregado, pois a alteração dos mesmos não causou uma melhora significativa nos resultados. No entanto, a alteração da viscosidade fez com que os resultados numéricos apresentassem um resultado próximo ao modelo experimental.

A Figura 4.5 ilustra a variação dos parâmetros de viscosidade para a laje do modelo numérico com 30% de substituição do agregado reciclado. Os valores de viscosidade variaram entre 10^{-3} , 10^{-4} e 10^{-5} . O valor que melhor representou o modelo experimental foi a viscosidade de 10^{-5} , pois o modelo experimental apresentou uma brusca redução da capacidade de carga após a ruptura e com a viscosidade de 10^{-5} , o modelo numérico se comportou de forma muito semelhante ao experimental no formato da curva, onde apresentou uma ruptura brusca.

Figura 4.5 – Variação da viscosidade da laje com 30% de substituição

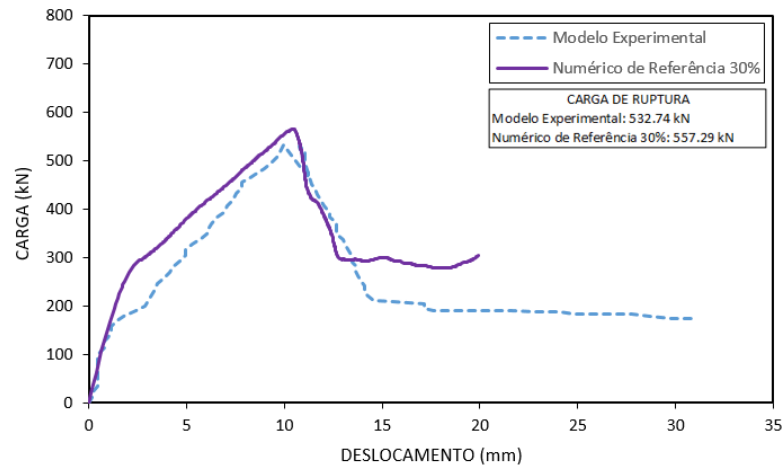


Fonte: Autor, 2025.

A Figura 4.6 mostra a curva carga *versus* deslocamento do modelo numérico de referência da laje com 30% de substituição de agregado reciclado. Ao analisar e comparar a curva experimental e numérica, observa-se que elas apresentam formatos semelhantes, principalmente no ponto de ruptura, pois ambas as curvas, após a ruptura, exibem uma brusca redução na capacidade de carga. Observa-se também que o início da fissuração no modelo numérico se inicia aos 300 kN, enquanto no modelo experimental se inicia aos 170 kN. A carga de ruptura do modelo experimental foi registrada aos 532.74 kN, enquanto o modelo numérico

rompeu aos 557.29 kN. Ao comparar a carga de ruptura do modelo experimental com o numérico, observou-se uma boa aproximação, com uma variação de 4,6%.

Figura 4.6 – Curva numérica de referência da laje com 30%

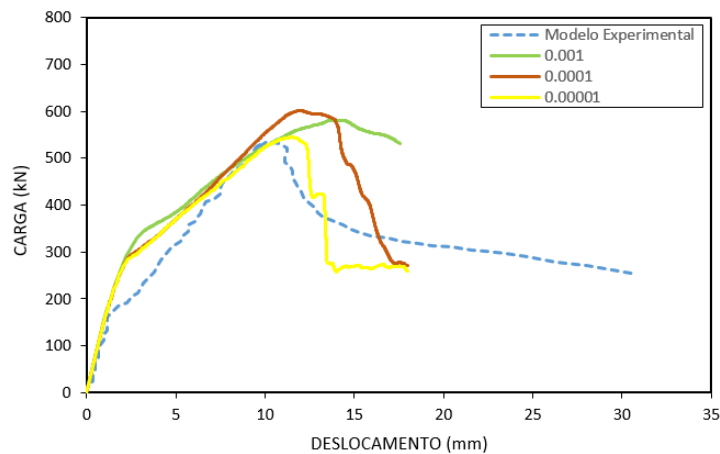


Fonte: Autor, 2025.

A Figura 4.7 apresenta as curvas de calibração do parâmetro viscosidade da laje com 100% de substituição de agregado reciclado. Os valores variaram entre 10^{-3} , 10^{-4} e 10^{-5} , sendo que o valor que melhor representou o modelo experimental foi a viscosidade de 10^{-5} , fazendo com que a curva numérica apresentasse um formato semelhante ao modelo experimental.

Notou-se que a variação do parâmetro da viscosidade implicou diretamente na alteração do comportamento da ruptura do modelo. O valor de 10^{-3} apresentou ruptura gradual e uma carga de ruptura superior ao modelo experimental. Quando aplicado o valor de 10^{-4} , a capacidade de carga dos modelos reduziu de maneira brusca, e não gradual, mas a carga de ruptura continua superior ao modelo experimental. Já quando aplicado o valor de 10^{-5} , a curva apresentou o formato mais semelhante ao modelo experimental, tanto a carga de ruptura e o deslocamento de ruptura tiveram uma boa aproximação em relação ao modelo experimental.

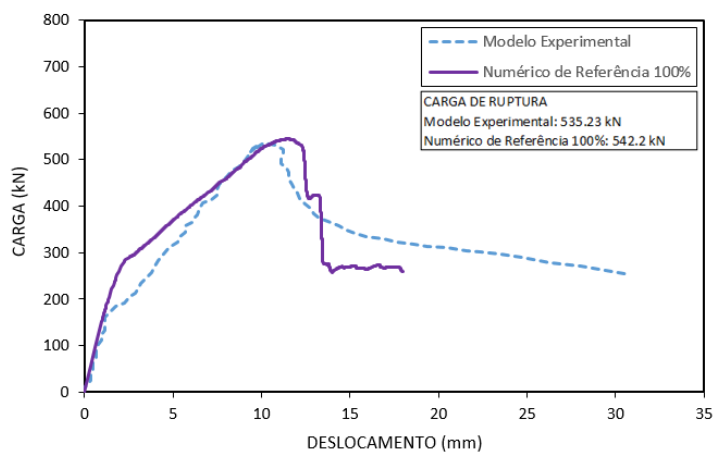
Figura 4.7 – Variação da viscosidade da laje com 100% de substituição



Fonte: Autor, 2025.

A Figura 4.8 apresenta a curva carga *versus* deslocamento do modelo numérico de referência da laje com 100% de substituição de agregado reciclado. Ao analisar e comparar a curva experimental e numérica, observa-se que as curvas se assemelham, pois quando observado a carga de ruptura de ambas, o modelo numérico apresentou uma carga de ruptura de 535,23 kN e no modelo numérico de referência apresentou uma carga de ruptura de 542,20 kN. Portanto ao comparar os resultados experimentais com os resultados numéricos, apresentou uma diferença de 1,30% em relação a carga máxima de ruptura e apresentou uma diferença de 14,13% no deslocamento. Sendo assim esses valores demonstram o êxito no processo de modelagem numérica bem como da seleção de todos os parâmetros de plasticidade envolvidos nas análises.

Figura 4.8 – Curva numérica de referência da laje com 100%



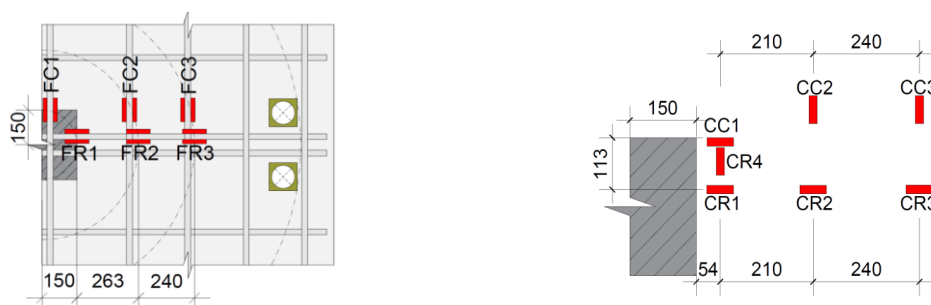
Fonte: Autor, 2025.

4.2 DEFORMAÇÃO DO AÇO E CONCRETO E MAPA DE FISSURAÇÃO

Neste tópico, comparam-se as curvas deformação *versus* carga do modelo computacional em relação ao modelo experimental. Para a obtenção dos resultados de deformações foram utilizados extensômetros para o aço e concreto. Para o aço, os extensômetros foram posicionados nas armaduras de flexão superiores de 25 mm, enquanto para o concreto os extensômetros foram posicionados na face inferior da laje.

Foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EERs) para medir as deformações no aço. Os extensômetros foram posicionados apenas nas armaduras superiores. A Figura 4.9 apresenta o posicionamento de todos os extensômetros utilizados para medir a deformação do aço e do concreto em todas as lajes, tanto com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado de concreto.

Figura 4.9 – Posicionamento dos extensômetro nas armaduras e no concreto



Fonte: Ferreira *et al.* 2024.

Definido o posicionamento dos extensômetros e processado o modelo numérico, retirou-se os resultados referentes às deformações máximas nas respectivas direções em que estariam posicionados os extensômetros. Para tal, a variável de saída selecionada foi a de ponto de integração (*integration point*).

4.2.1 Deformação do aço e do concreto da laje com 0% de agregado reciclado

No modelo experimental, é possível observar que todos os extensômetros, capturaram deformações próximas de zero até atingir a carga de 300 kN, ponto em que se inicia o processo de fissuração da laje. Os extensômetros que apresentaram os maiores valores de deformação do aço foram o FR1 FC1, CC1 e CR1, os quais sendo posicionados próximos ao pilar.

A Tabela 4.1 apresenta os resultados de deformação do modelo experimental, deformação de escoamento alcançado numericamente e a razão entre esses valores.

Tabela 4.1 - Resultados da deformação do aço e concreto dos modelos numérico e experimental da laje com 0% de agregado.

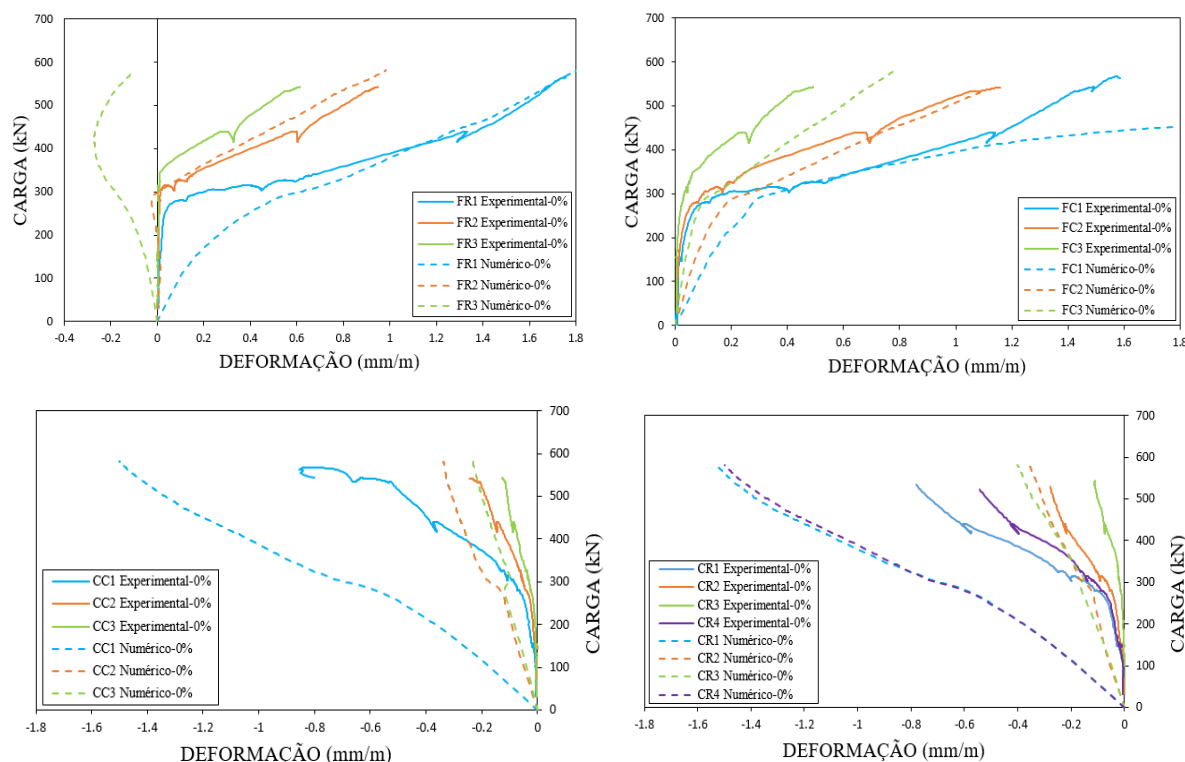
Extensômetro	δ_{ex} (mm/m)	δ_{num} (mm/m)	δ_{num}/δ_{ex}
FR1	1,75	1,80	1,03
FR2	0,95	0,98	1,03
FR3	0,61	-0,09	0,15
FC1	1,59	1,78	1,21
FC2	1,16	1,08	0,93
FC3	0,50	0,78	1,56
CC1	-0,85	-1,50	1,76
CC2	-0,23	-0,33	1,43
CC3	-0,12	-0,23	1,92
CR1	-0,78	-1,53	1,96
CR2	-0,28	-0,35	1,25
CR3	-0,11	-0,40	3,64
CR4	-0,55	-1,49	2,71
δ_{ex} : Deformação de ruptura experimental			
δ_{num} : Deformação de ruptura numérica			

Fonte: Autor, 2025.

Em relação ao modelo numérico, de forma semelhante ao modelo experimental, os extensômetros que registram as maiores deformações foram o FR1, FC1, CC1 e CR1 indicando que, quando a carga é aplicada no modelo numérico, as armaduras estão submetidas à tração. Assim, observa-se que os modelos computacionais apresentaram maiores deformações, principalmente no trecho inicial, logo após o início da aplicação da carga na laje. Este fenômeno pode estar relacionado ao tamanho do elemento finito utilizado, pois o mesmo interfere diretamente na deformação da laje. Quanto menos discretizada for a malha, menos preciso será o resultado. Verifica-se, ainda, que a deformação do aço nos modelos numéricos é de duas à três vezes maior em relação ao modelo experimental.

A Figura 4.10 apresenta a deformação de todos extensômetros do aço e do concreto da laje com 0% de agregado reciclado de concreto.

Figura 4.10 – Resultados de deformação dos extensômetros do aço e concreto da laje com 0% de agregado reciclado de concreto



Fonte: Autor, 2025.

4.2.2 Deformação do aço e concreto da laje com 30% de agregado reciclado

Na Figura 4.11 observa-se que, no modelo numérico, o processo de fissuração da laje se inicia a partir dos 170 kN. Quando comparada à laje com 0% substituição de agregado reciclado, havendo uma redução de 130 kN na capacidade resistente das armaduras. Nota-se que todos os extensômetros registraram deformações próximas de zero até atingir a carga de 170 kN, momento em que se inicia o processo de fissuração da laje. Ao analisar e comparar a deformação do concreto com a laje com 0% de agregado reciclado, observa-se que o início do processo de fissuração se iniciou com 50 kN a menos. Portanto, a laje com 30% de substituição de agregado reciclado apresentou uma redução na sua capacidade resistente quando solicitada. Os extensômetros que apresentaram os maiores valores de deformação do aço foram o FR1, FC1, CC1 e CR1, todos posicionados próximos ao pilar.

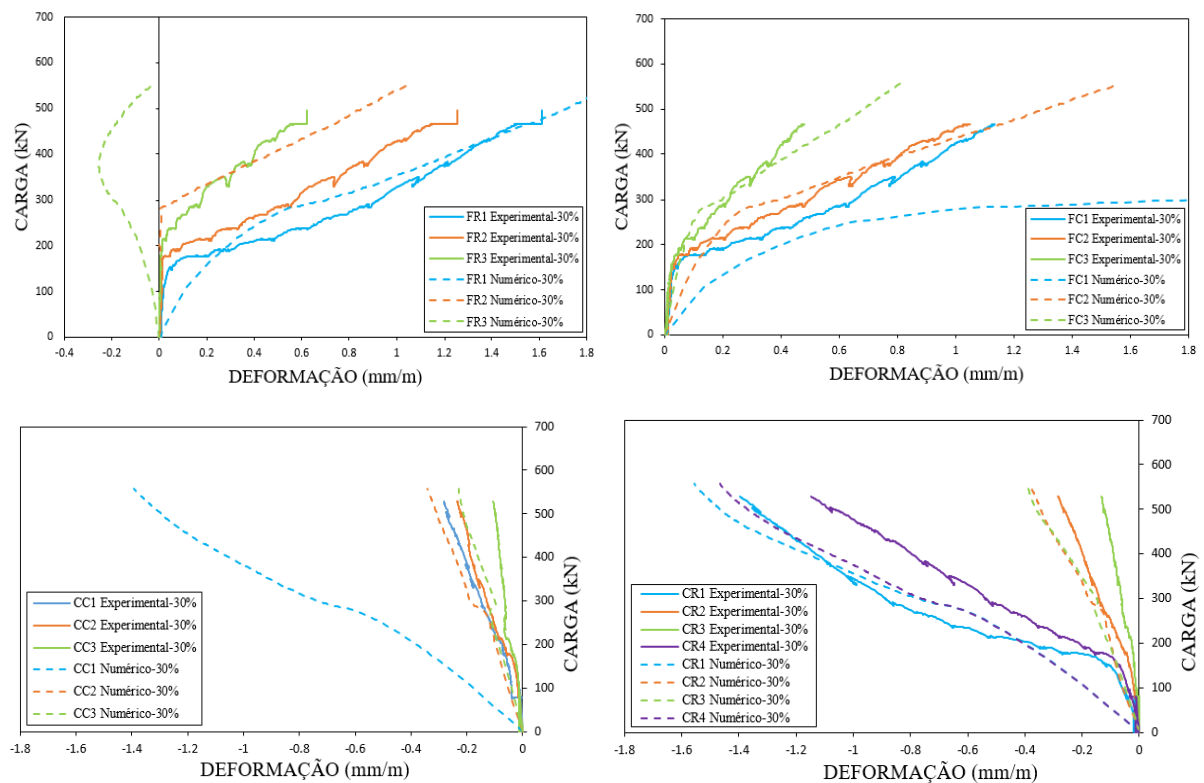
A Tabela 4.2 apresenta os resultados de deformação de escoamento do modelo experimental, deformação de escoamento alcançado numericamente e a razão entre esses valores. A Figura 4.11 apresenta a deformação de todos os extensômetros do aço e do concreto da laje com 30% de agregado reciclado de concreto.

Tabela 4.2 - Resultados da deformação de escoamento do aço e concreto dos modelos numérico e experimental da laje com 30% de agregado.

Extensômetro	δ_{ex} (mm/m)	δ_{num} (mm/m)	δ_{num}/δ_{ex}
FR1	1,61	1,78	1,11
FR2	1,25	1,06	0,85
FR3	0,62	-0,019	-0,031
FC1	1,13	1,78	1,58
FC2	1,05	1,56	1,48
FC3	0,48	0,81	1,68
CC1	-0,28	-1,39	4,96
CC2	-0,11	0,34	3,09
CC3	-0,23	-0,27	1,17
CR1	-1,38	-1,55	1,12
CR2	-0,28	-0,38	1,32
CR3	-0,13	-0,39	3,00
CR4	-1,14	-1,45	1,27
δ_{ex} : Deformação de ruptura experimental			
δ_{num} : Deformação de ruptura numérica			

Fonte: Autor, 2025.

Figura 4.11 – Resultados de deformação dos extensômetros do aço e concreto da laje com 30% de agregado reciclado de concreto



Fonte: Autor, 2025.

4.2.3 Deformação do aço e concreto da laje com 100% de agregado reciclado

Observa-se que, no modelo numérico, o processo de fissuração da laje se inicia a partir dos 70 kN. Quando comparada com a laje com 0% substituição de agregado reciclado, há uma redução de 230 kN na capacidade resistente das armaduras, sendo uma brusca redução na capacidade resistente da armadura, isso se dá por conta de o concreto apresentar uma menor resistência a compressão da laje quando feita a substituição de 100% do agregado natural pelo reciclado de concreto. Os extensômetro que apresentaram os maiores valores de deformação do aço foram o FR1, FC1, CC1 e CR1 ambos sendo posicionados próximos ao pilar.

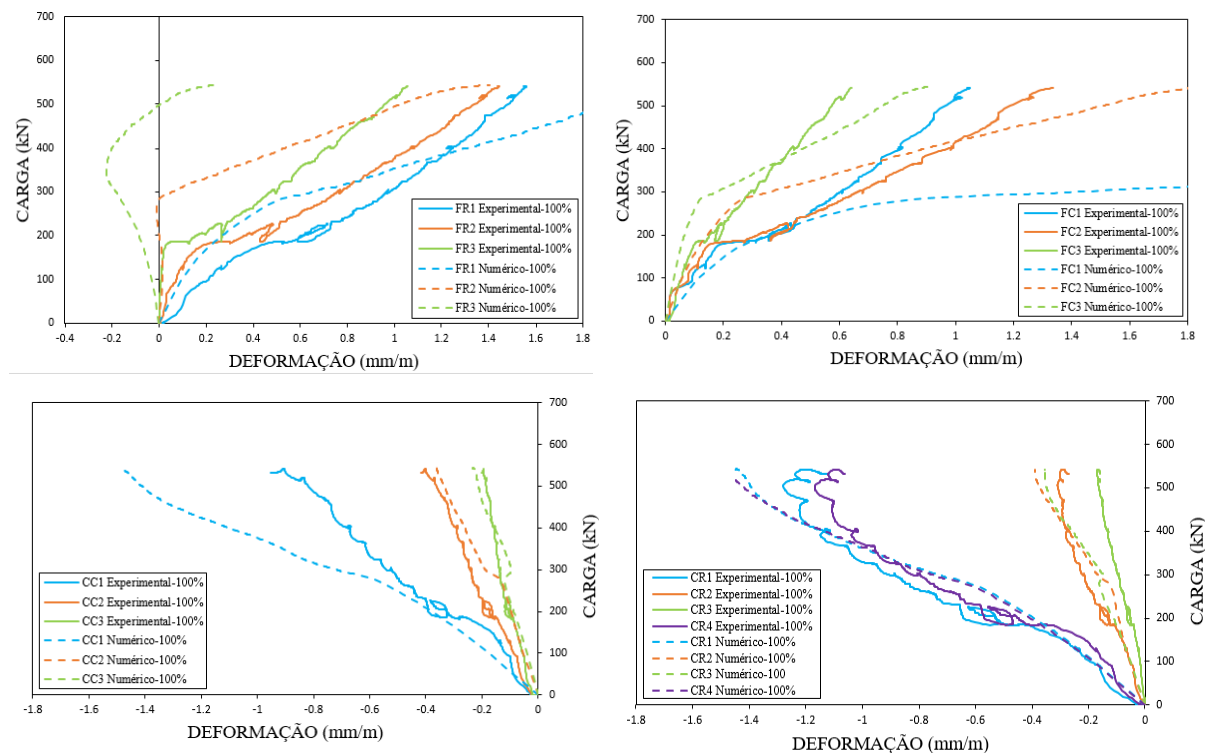
A Tabela 4.3 apresenta os resultados de deformação de escoamento do modelo experimental, deformação de escoamento alcançado numericamente e a razão entre esses valores. A Figura 4.12 apresenta a deformação de todos os extensômetros do aço e do concreto da laje com 100% de agregado reciclado de concreto.

Tabela 4.3 - Resultados da deformação de escoamento do aço e concreto dos modelos numérico e experimental da laje com 100% de agregado.

Extensômetro	δ_{ex} (mm/m)	δ_{num} (mm/m)	δ_{num}/δ_{ex}
FR1	1,55	1,78	1,15
FR2	1,44	1,40	0,97
FR3	1,05	0,24	0,23
FC1	1,04	1,77	1,70
FC2	1,34	1,79	1,34
FC3	0,64	0,92	1,44
CC1	-0,95	-1,48	1,56
CC2	-0,41	-0,36	0,88
CC3	-0,20	-0,23	1,15
CR1	-1,27	-1,46	1,15
CR2	-0,29	-0,39	1,34
CR3	-0,17	-0,36	2,12
CR4	-1,17	-1,45	1,24
δ_{ex} : Deformação de ruptura experimental			
δ_{num} : Deformação de ruptura numérica			

Fonte: Autor, 2025.

Figura 4.12 – Resultados de deformação dos extensômetros do aço e concreto da laje com 100% de agregado reciclado de concreto



Fonte: Autor, 2025.

4.2.3 Mapa de fissuração

A Figura 4.13 apresenta a fissuração da laje do modelo experimental e do modelo numérico, para a substituição de 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado. Para obter o mapa de fissuração do modelo numérico no ABAQUS®, foi utilizada a variável de dano a tração (*DAMAGE*T), como sugerido o trabalho de Gomaa et al. (2023).

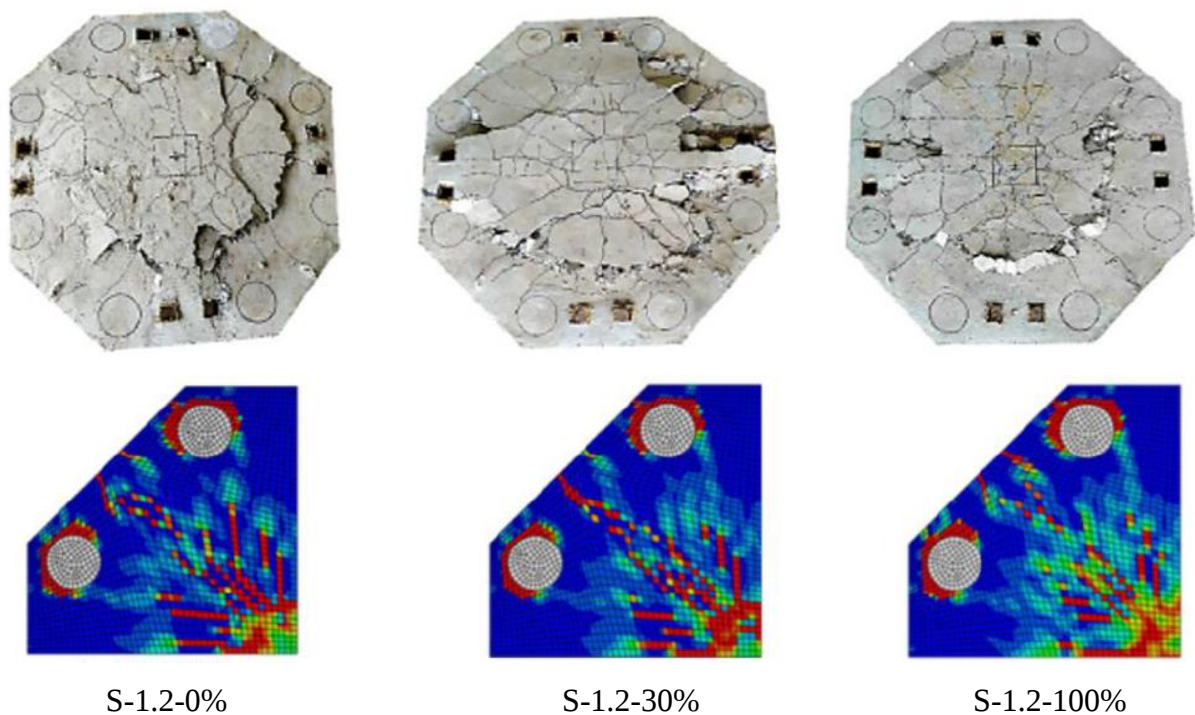
Segundo Genikomsou e Polak (2015), o modelo de plasticidade danificada assume que a fissuração se inicia quando a deformação plástica principal máxima é positiva. Dessa forma, a orientação das fissuras é considerada perpendicular às deformações plásticas principais máximas, ou seja, a direção das fissuras é visualizada por meio das deformações principais máximas. Além disso, a propagação do dano à tração também pode ser utilizada para observar o desenvolvimento das fissuras ao longo da superfície dos elementos simulados, e ainda, observar a superfície de ruptura.

Em todas as lajes dos modelos numéricos, as primeiras fissuras a aparecer foram por flexão, tendo início no interior e próximas ao pilar, de forma radial, causadas pelas tensões

tangenciais e com o aumento de carga começaram a surgir fissuras tangenciais causadas pelas tensões radiais. Todas as lajes, tanto as experimentais quanto as dos modelos numéricos, possuem taxa de armadura de 1,2%, fazendo com que as superfícies fiquem mais próximas e matem o posicionamento dos materiais por mais tempo por conta de uma maior seção transversal das armaduras.

As lajes do modelo numéricos simularam adequadamente a superfície de ruptura e a propagação das fissuras, bem como a formação do cone de fissuração, o qual é um fenômeno característico de ruptura por punção. Também é possível observar que, quanto maior a taxa de substituição de agregado reciclado de concreto, maior é a fissuração na laje, por conta de um decréscimo da resistência da laje conforme a taxa de substituição de agregado reciclado aumenta.

Figura 4.13 - Fissuração do modelo experimental e numérico das lajes com 0%, 30% e 100% de agregado reciclado



Fonte: Autor, 2025.

5 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Foram realizadas 2 análises paramétricas diferente a fim de estudar a influência dessas variações em relação a resistência da laje. A primeira análise paramétrica foi realizada

variando a espessura da laje e a segunda análise paramétrica realizada foi variar a dimensão X do pilar.

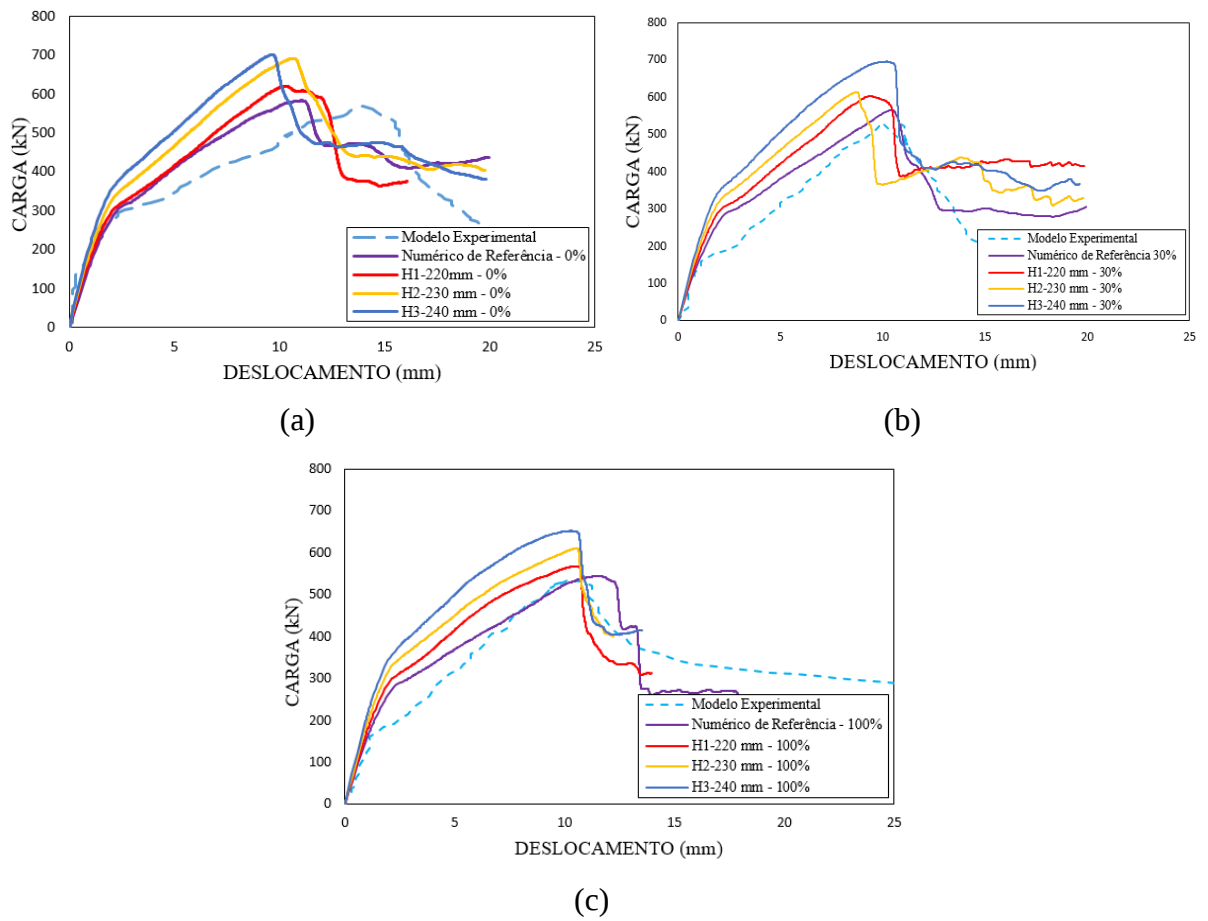
5.1 VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE

Um estudo paramétrico foi realizado com o objetivo de avaliar o comportamento da laje mediante a variação da espessura de concreto. A espessura da laje foi variada em 220 mm (H1), 230 mm (H2) e 240 mm (H3). Todas as demais propriedades geométricas, modelos de compressão e tração do concreto e aço, parâmetros do CDP para os modelos com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado, foram mantidos inalterados.

A Figura 5.1 apresenta os gráficos de deslocamento *versus* carga da variação da espessura da laje, em que cada gráfico contém a curva do modelo experimental, modelo numérico calibrado e a variação H1, H2 e H3 para cada modelo de substituição de agregado reciclado sendo 0% (a), 30% (b) e 100% (c).

A análise da Figura 5.1 evidencia que, quando maior a espessura mais resistente a laje se torna, devido ao aumento do volume de concreto, o que resulta em uma carga de ruptura superior quando comparado com a curva do modelo experimental e modelo numérico de referência. Assim, a espessura de 240 mm apresentou uma maior carga de ruptura da laje. Para as lajes com 0% e 30% de substituição por agregado reciclado, a carga de ruptura atingiu 700 kN, representando um acréscimo de 17% em relação ao modelo numérico calibrado. Para a laje com 100% de substituição, o acréscimo na carga de ruptura foi de 15%.

Figura 5.1 – Deslocamento da variação da espessura da laje



Fonte: Autor, 2025.

5.1.1 Deformação do aço e concreto da análise paramétrica da laje com 0%, 30% e 100% de agregado reciclado

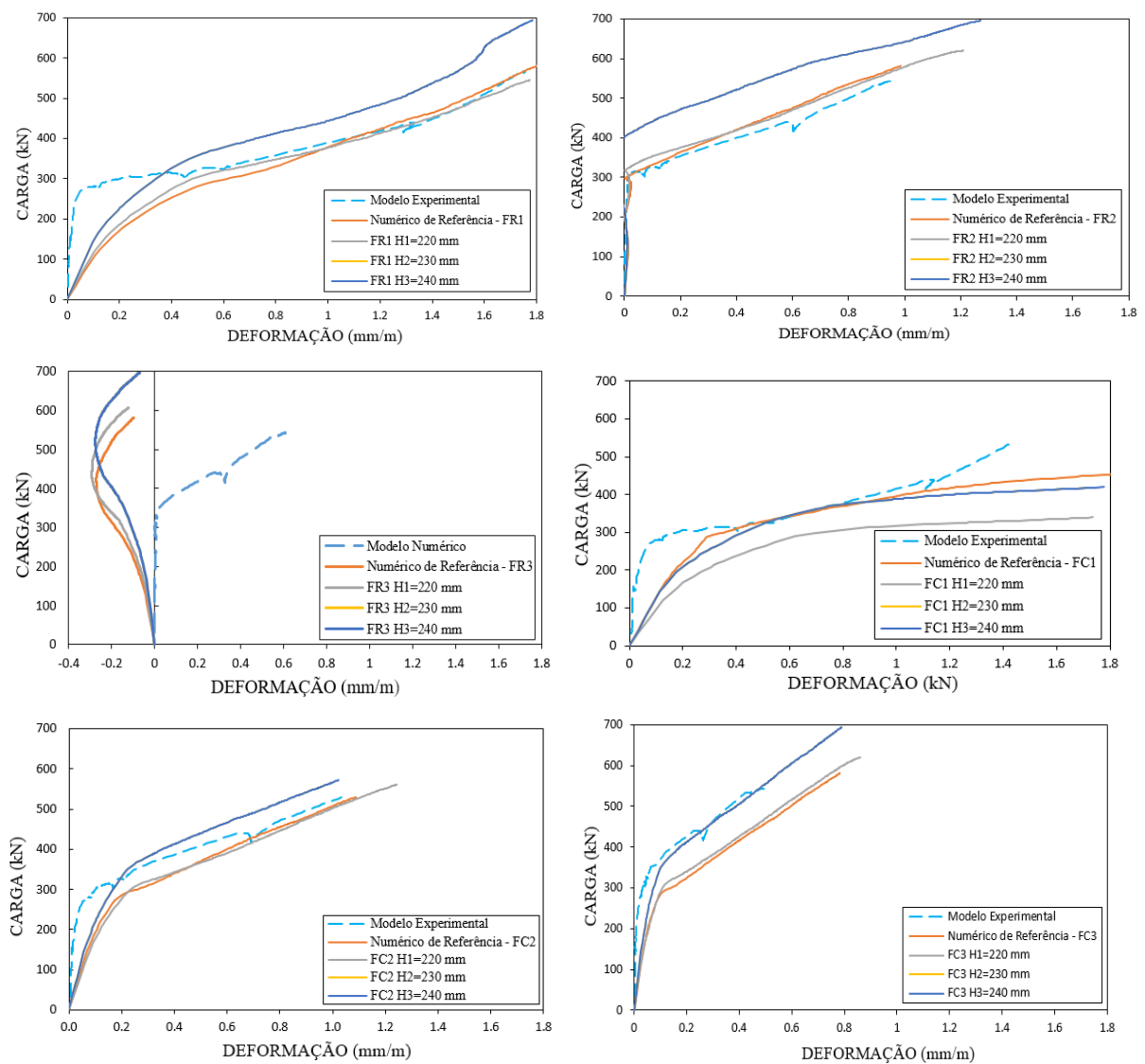
Foram comparadas as curvas deformação *versus* carga obtidas nos modelos numérico calibrado e modelo experimental com as 3 espessuras variadas da laje. Os extensômetros nos modelos paramétricos variados foram posicionados nas mesmas posições do modelo numérico calibrado.

A Figura 5.2, Figura 5.4 e Figura 5.6 apresentam as curvas de deformação do aço com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado respectivamente. Já a Figura 5.3, Figura 5.5 e Figura 5.7 apresentam as curvas de deformação do concreto para os mesmos percentuais de substituição de agregado reciclado. Os extensômetros FR2, FC2, CC2 e CR2 foram os que apresentaram os resultados mais consistentes, tanto pelo formato da curva que

tiveram uma boa aproximação e conforme a espessura foi aumentando, verificou-se o aumento na capacidade resistente da laje.

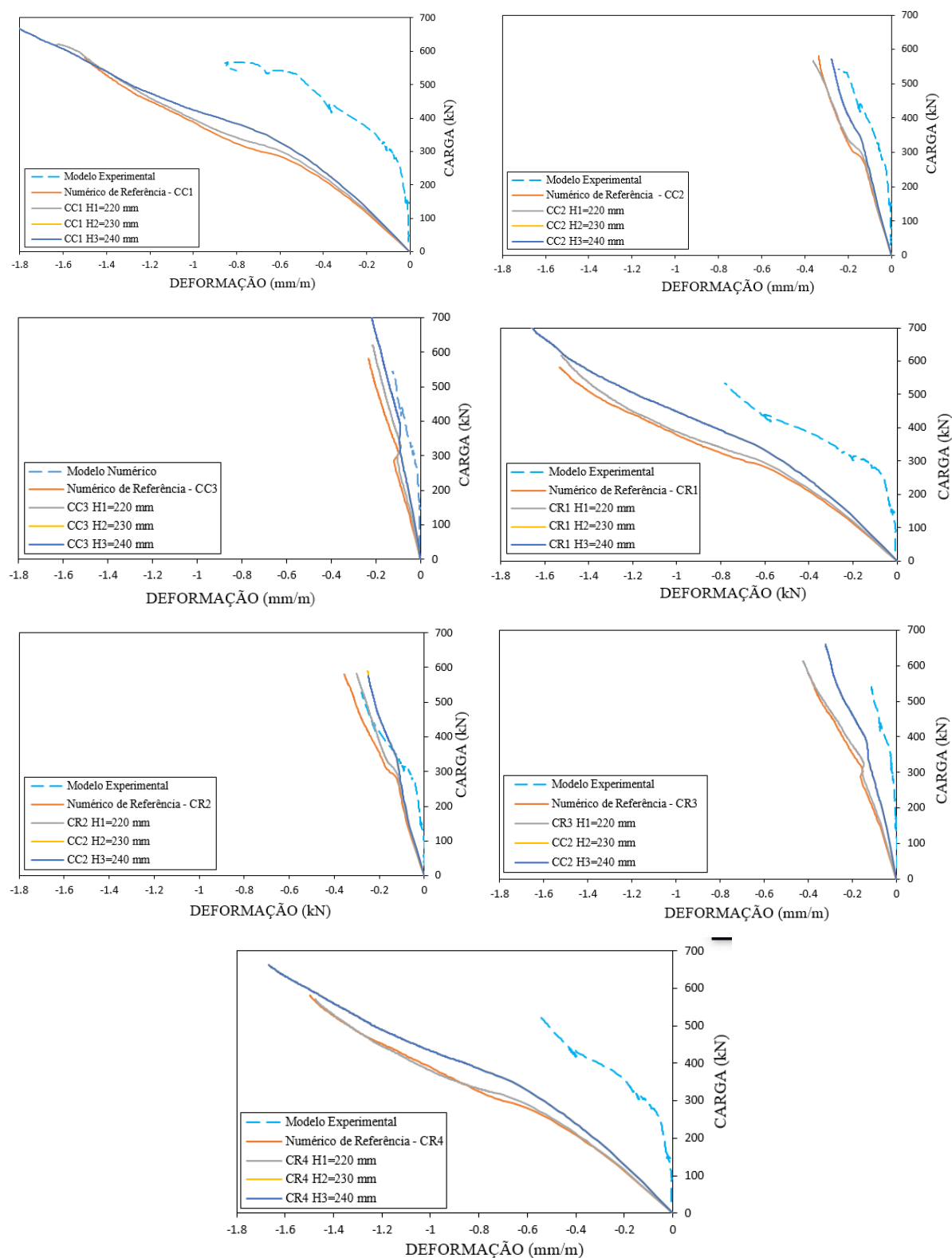
A laje com espessura de 240 mm apresentou maior deformação do aço e do concreto, resultando em uma carga de escoamento do aço e ruptura do concreto 20,69% para a laje com 0%, 19,75% para laje com 30% e 11,82% para laje com 100% mais resistente que o modelo numérico calibrado com espessura de 210 mm. Observando-se, ainda, que mesmo aumentando a espessura da laje, quanto maior a porcentagem de agregado reciclado de concreto substituída menor foi a carga de ruptura da laje.

Figura 5.2 - Deformação do aço da laje com 0% de agregado reciclado



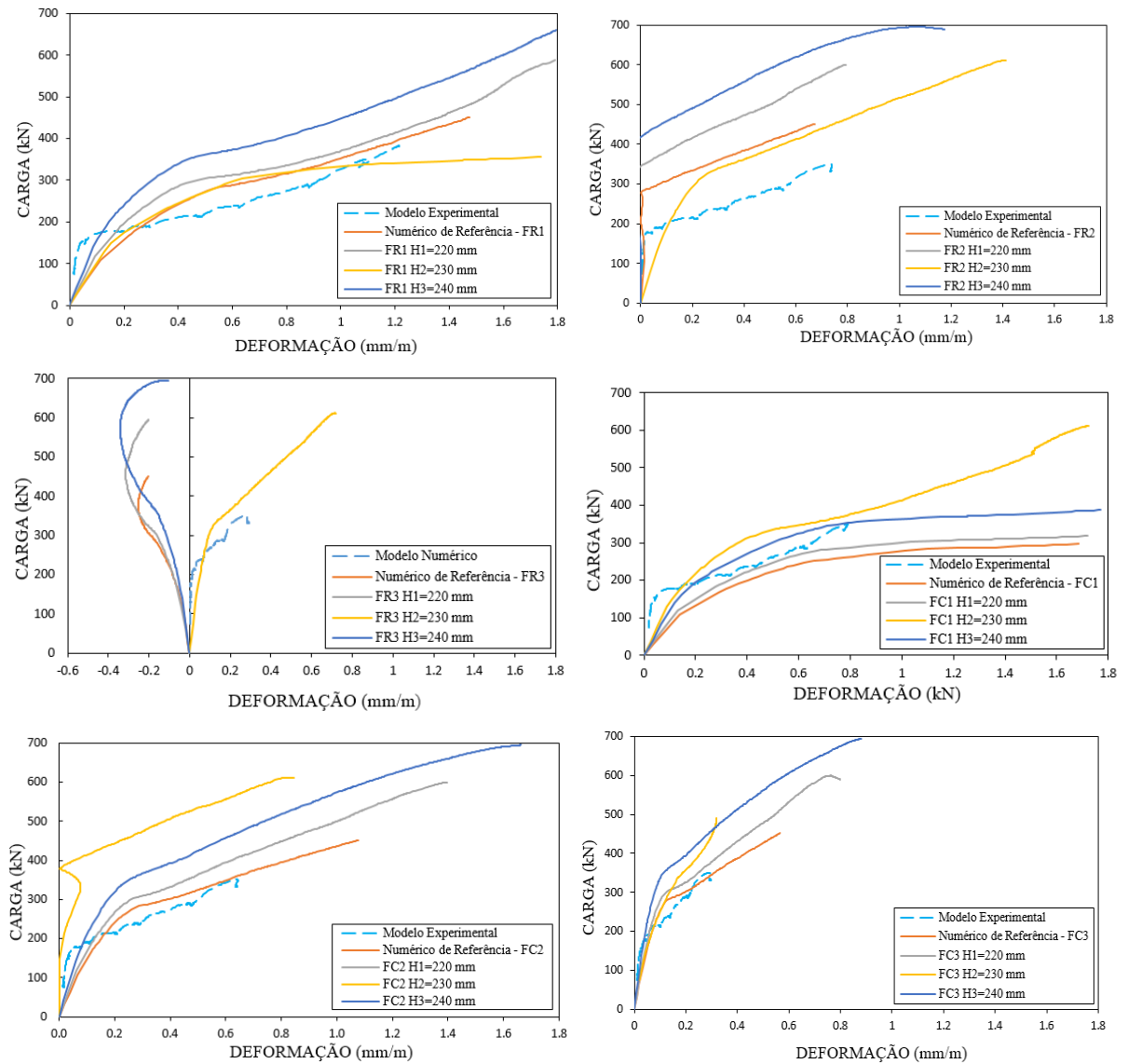
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.3 - Deformação do concreto da laje com 0% de agregado reciclado



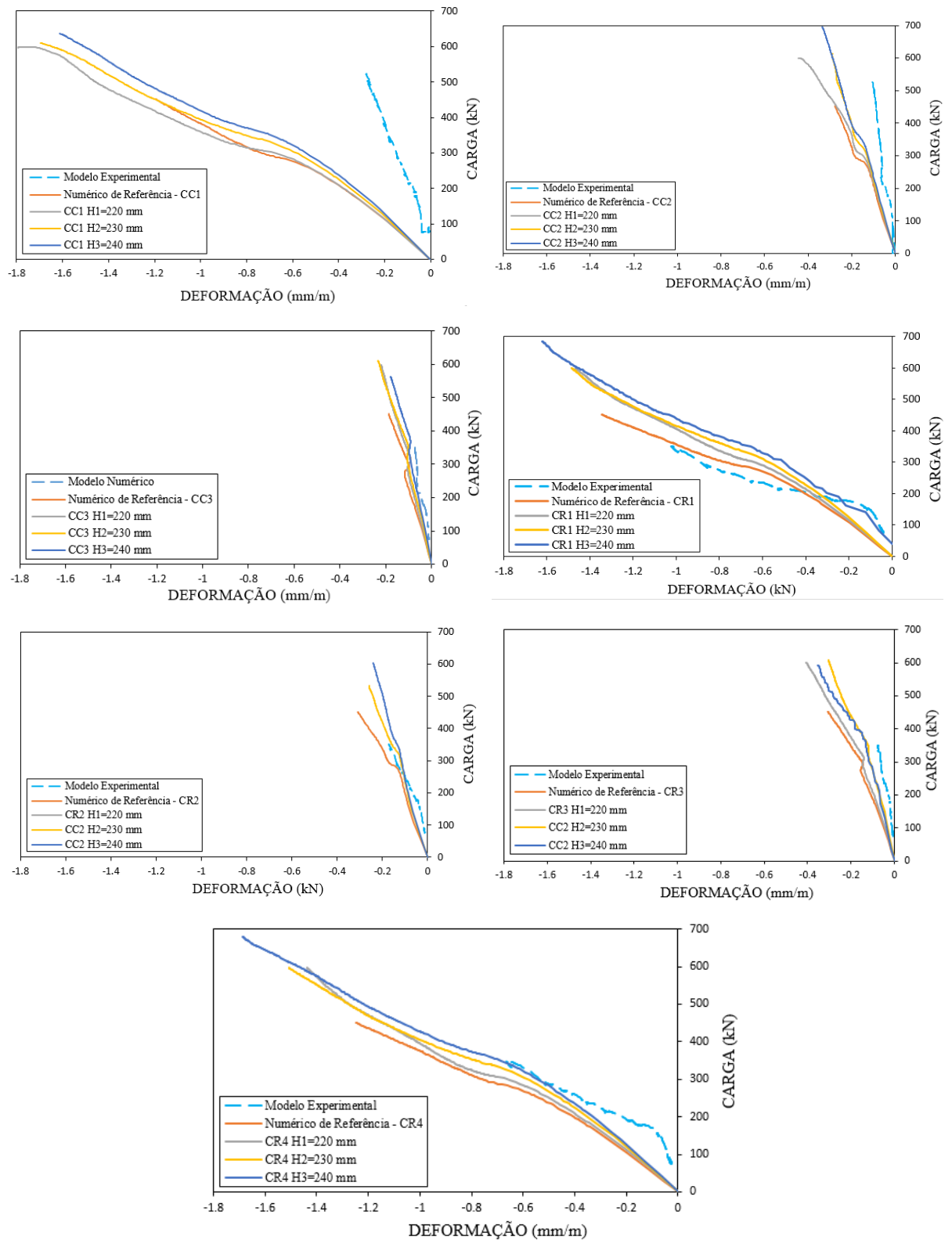
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.4 - Deformação do aço da laje com 30% de agregado reciclado



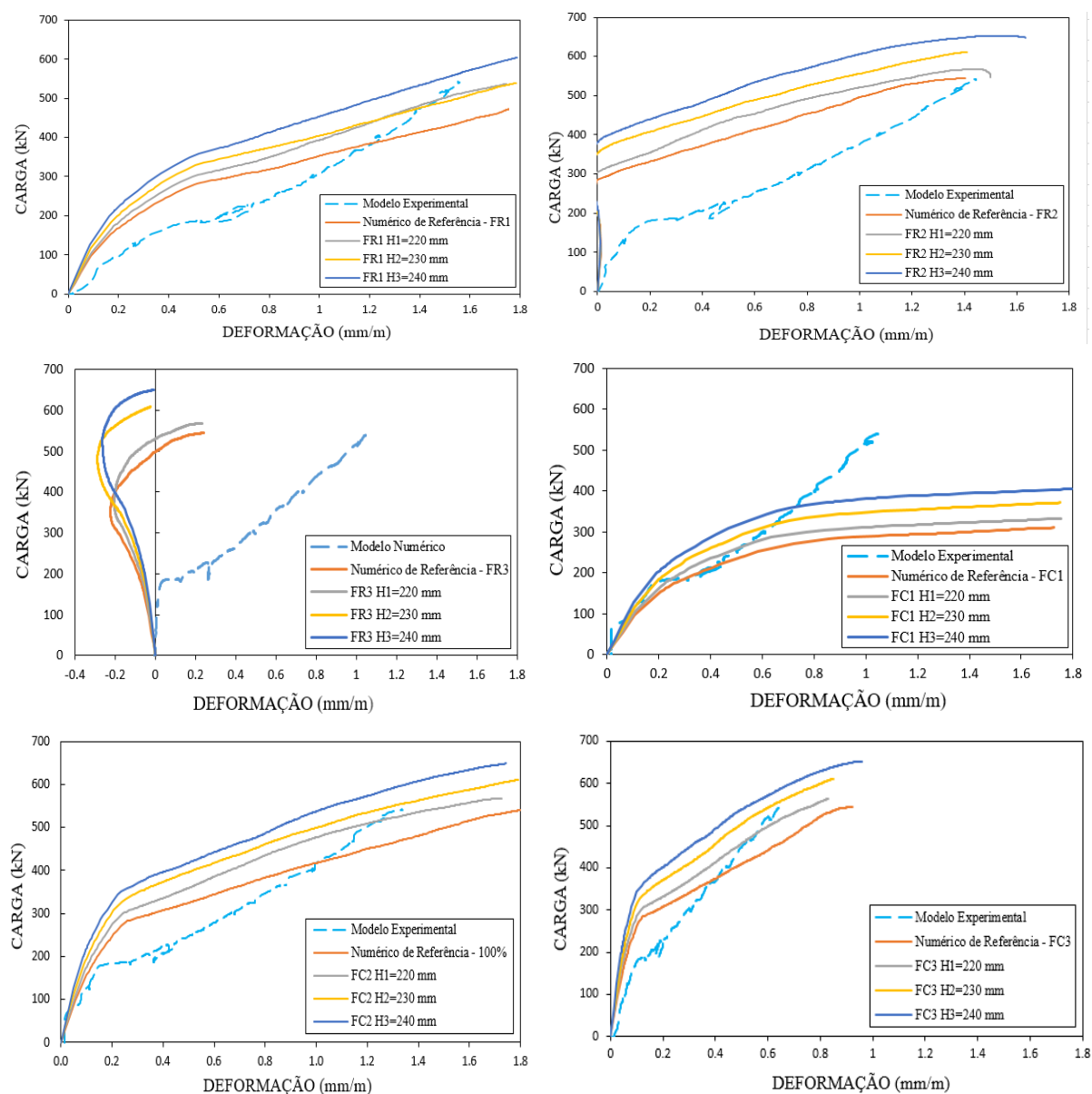
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.5 - Deformação do concreto da laje com 30% de agregado reciclado



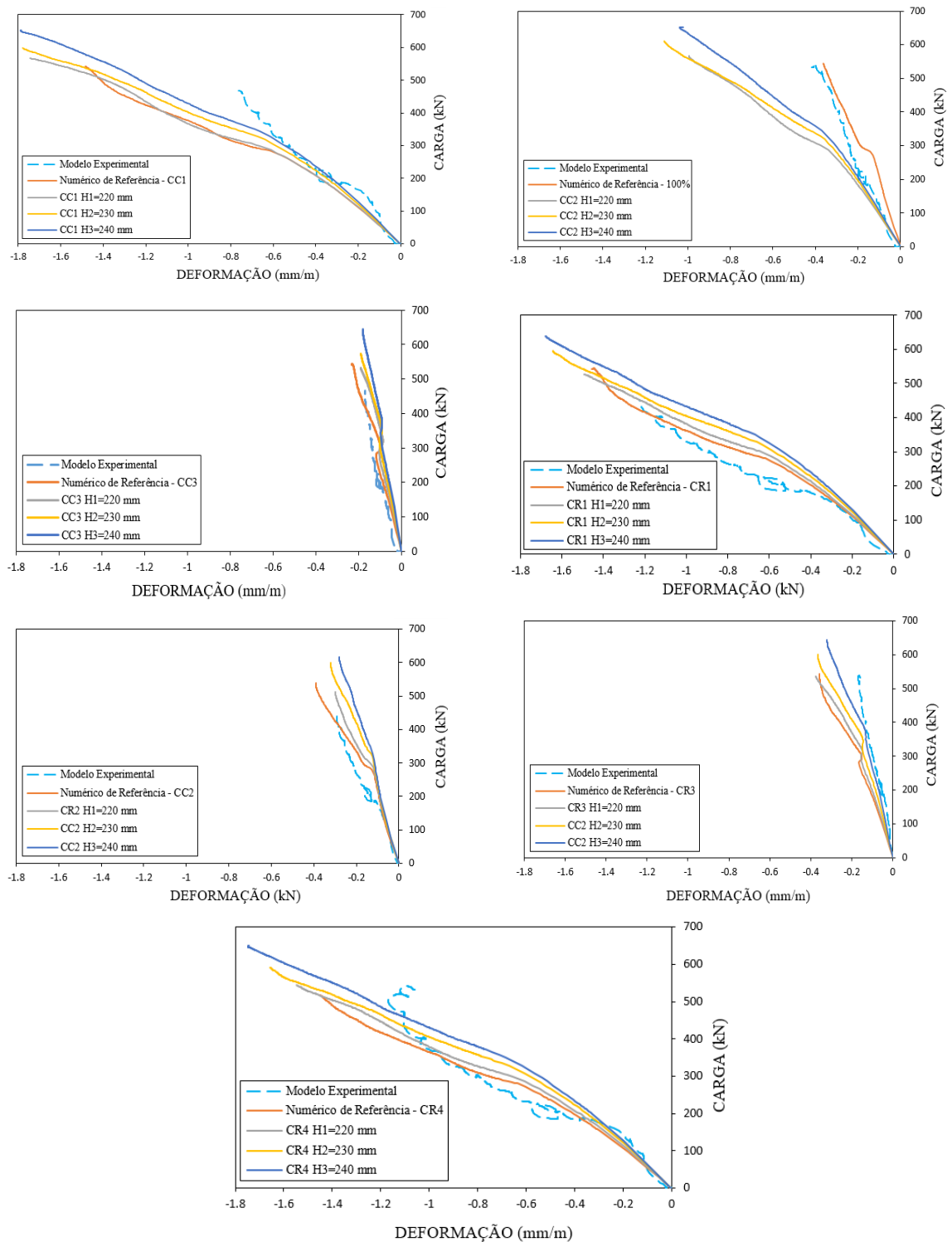
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.6 - Deformação do aço da laje com 100% de agregado reciclado



Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.7 - Deformação do concreto da laje com 100% de agregado reciclado



Fonte: Autor, 2025.

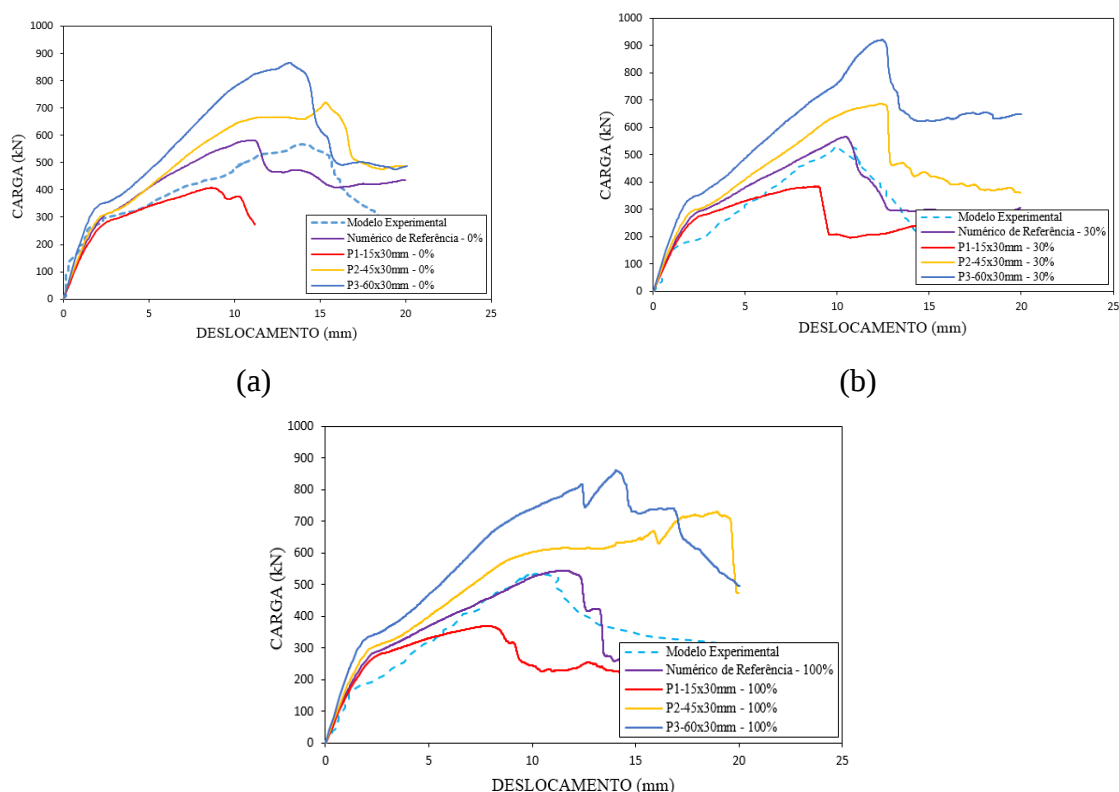
5.2 VARIAÇÃO DO PILAR

Outra análise paramétrica foi realizada para avaliar como a laje se comporta quando variado apenas a dimensão do eixo X do pilar, mantendo-se a dimensão do eixo Y fixa

em 30 cm. O pilar foi variado em 15 cm x 30 cm (P1), 45 cm x 30 cm (P2) e 60 cm x 30 cm (P3). Todas as demais propriedades geométricas, modelos de compressão e tração do concreto e aço, parâmetros do CDP para os modelos com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado agregado reciclado e espessura original do modelo experimental de 210 mm foi mantido.

A Figura 5.8 apresenta os gráficos de deslocamento *versus* carga da variação da dimensão do pilar, em que cada gráfico contém a curva do modelo experimental, modelo numérico calibrado e a variação P1, P2 e P3 para cada modelo de substituição de agregado reciclado sendo 0% (a), 30% (b) e 100% (c). Observou-se que, quanto maior a seção do pilar, maior é a carga de ruptura apresentada pelo modelo, devido à maior rigidez do pilar o que aumenta a sua capacidade de suportar carga, sendo justificado pelo aumento do perímetro de controle. Ao analisar a carga de ruptura e compará-la com o modelo experimental e o modelo numérico, verificou-se que, para a variação do pilar P1, houve uma redução de 25% a 30% na carga de ruptura. Por outro lado, para a variação do pilar P3, houve um aumento de 55% na carga de ruptura das lajes com 0% e 100% de agregado reciclado e um aumento de 77% na carga de ruptura para a laje com 30% de agregado reciclado.

Figura 5.8 – Deslocamento da variação do pilar



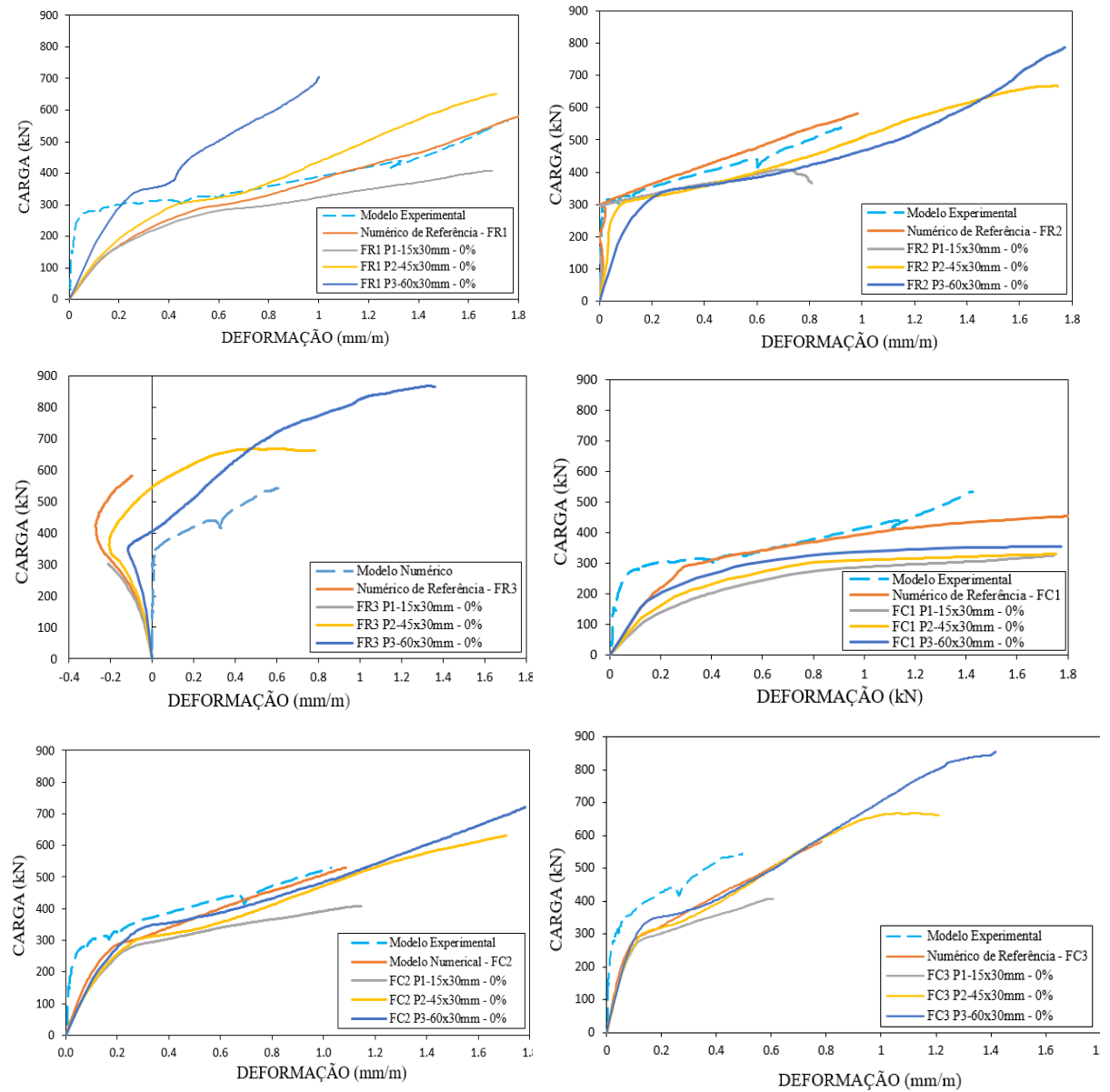
(c)

Fonte: Autor, 2025.

5.2.1 Deformação do aço e concreto da análise paramétrica do pilar com 0%, 30% e 100% de agregado reciclado

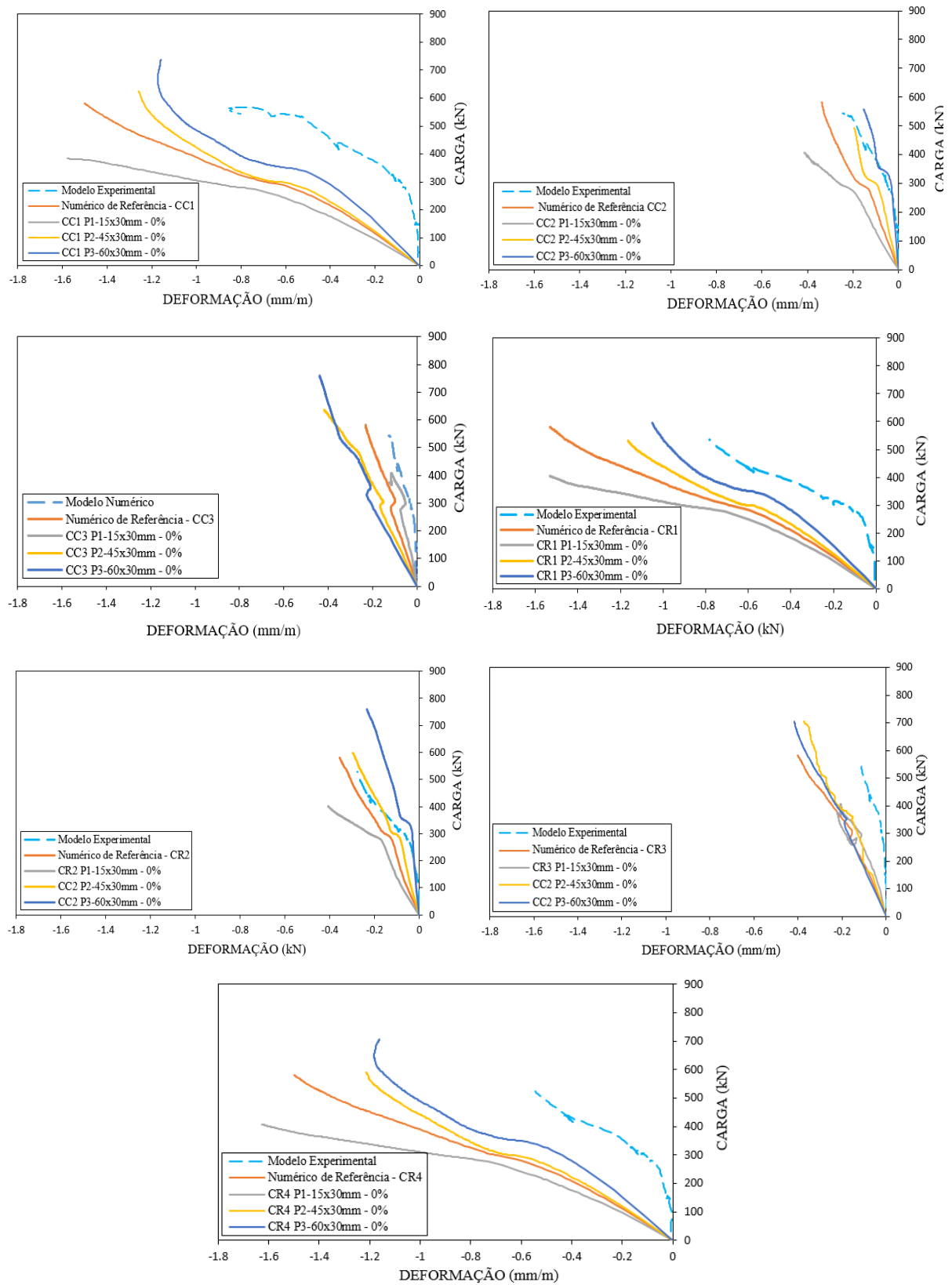
A Figura 5.9, Figura 5.11 e Figura 5.13 apresentam as curvas de deformação do aço com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado respectivamente e a Figura 5.10, Figura 5.12 e Figura 5.14 apresentam as curvas de deformação do concreto para os mesmos percentuais de substituições. Os extensômetros FR2, FC2, CC2 e CR2 foram os que apresentaram os melhores resultados, tanto no formato das curvas, que mostram boa aproximação dos dados experimentais. Conforme a dimensão X do pilar aumenta, há um aumento na capacidade resistente da laje. Da mesma forma, quando a dimensão X do pilar diminui, a capacidade resistente da laje também diminui, uma vez que a carga é aplicada no pilar e, quanto maior sua dimensão, maior sua capacidade de suportar a carga. Assim, o pilar P3 apresentou maior deformação no aço e no concreto, resultando em uma carga de escoamento do aço e ruptura do concreto 48,45% maior para a laje com 0%, 63,55% maior para a laje com 30% e 58,12% maior para a laje com 100%, quando comparado ao modelo numérico calibrado com o pilar de dimensões 30 cm x 30 cm. Observa-se também que, mesmo com o aumento da espessura da laje, quanto maior a porcentagem de agregado reciclado de concreto substituída, menor foi a carga de ruptura da laje.

Figura 5.9 - Deformação do aço do pilar com 0% de agregado reciclado



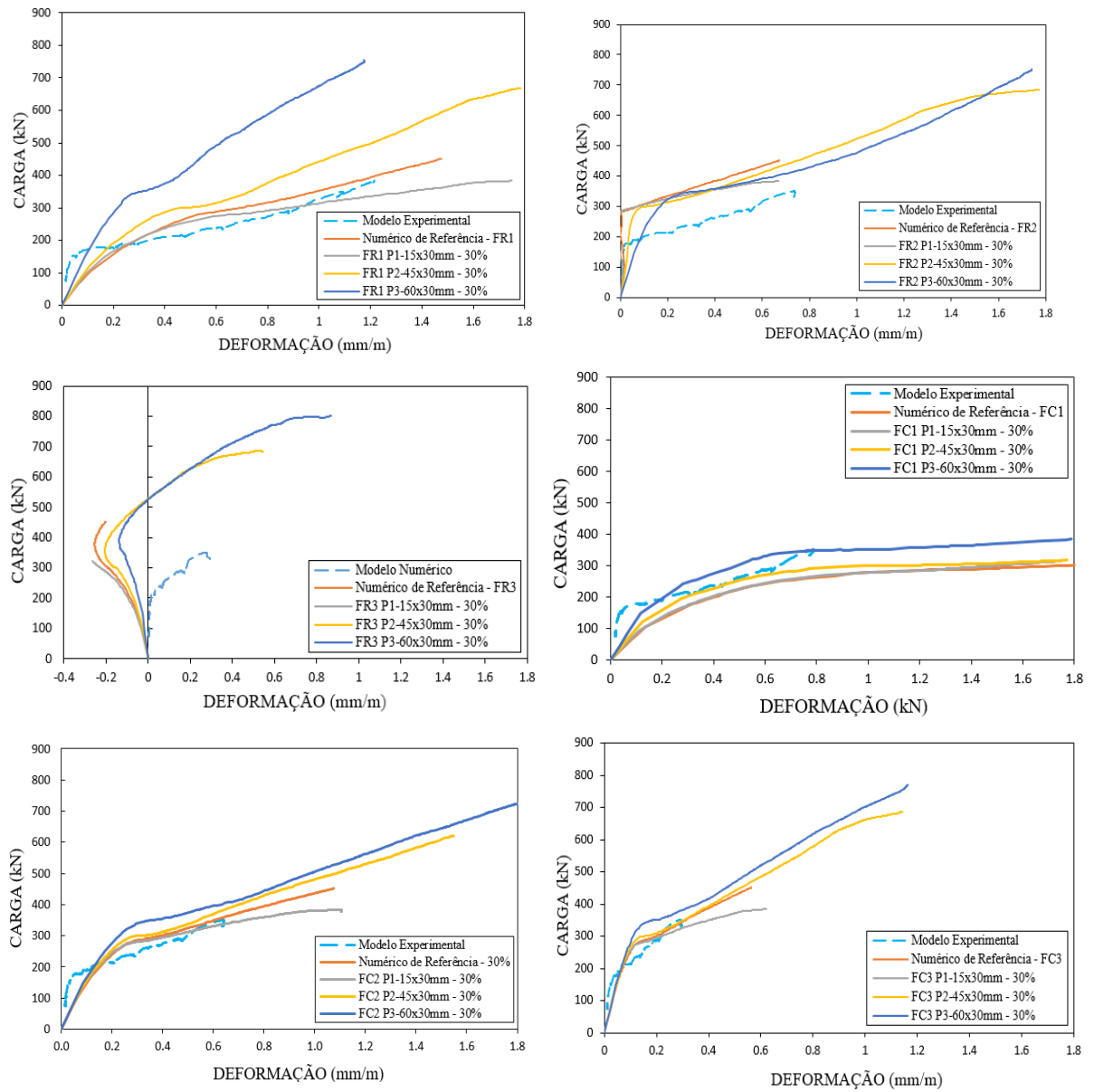
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.10 - Deformação do concreto do pilar com 0% de agregado reciclado



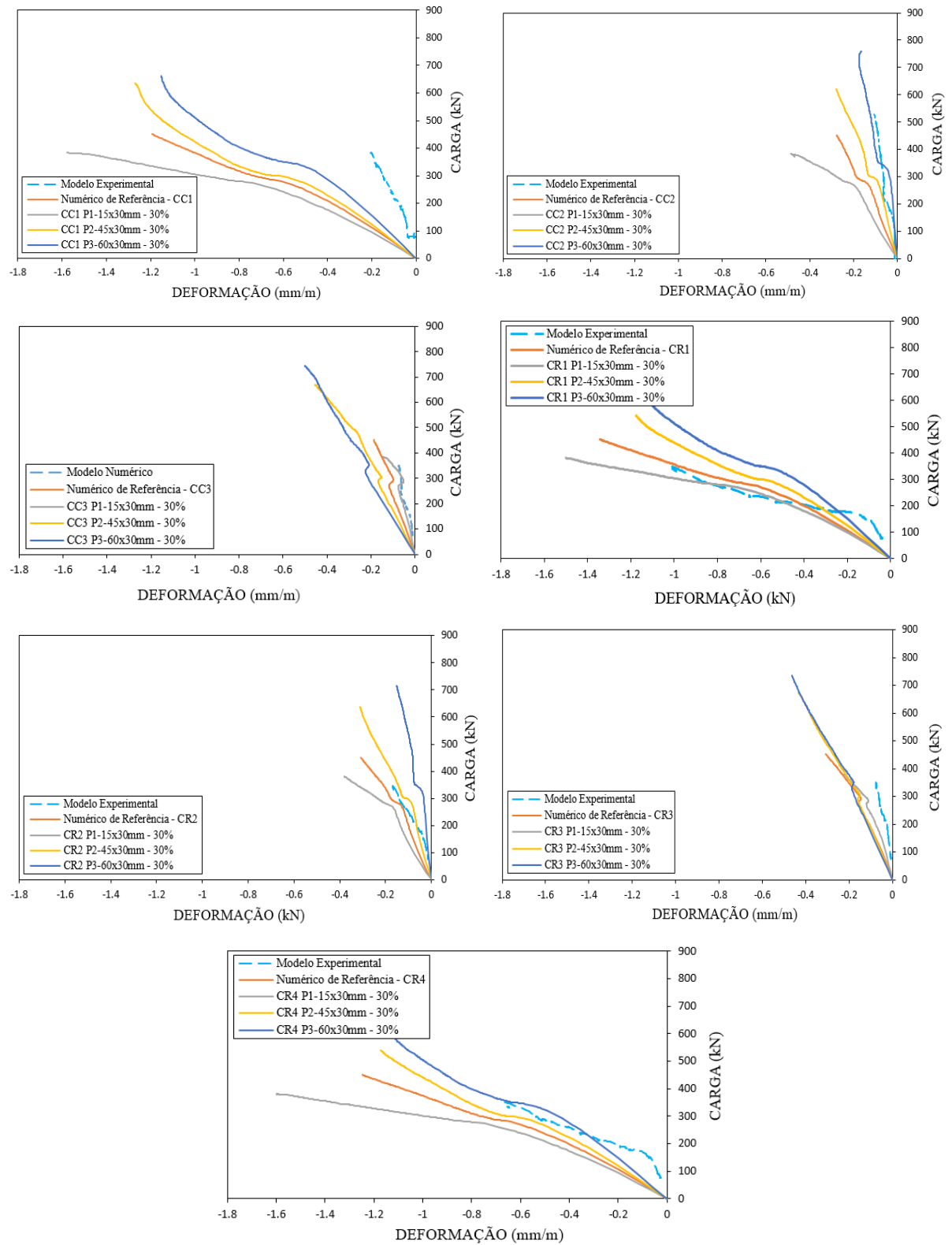
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.11 - Deformação do aço do pilar com 30% de agregado reciclado



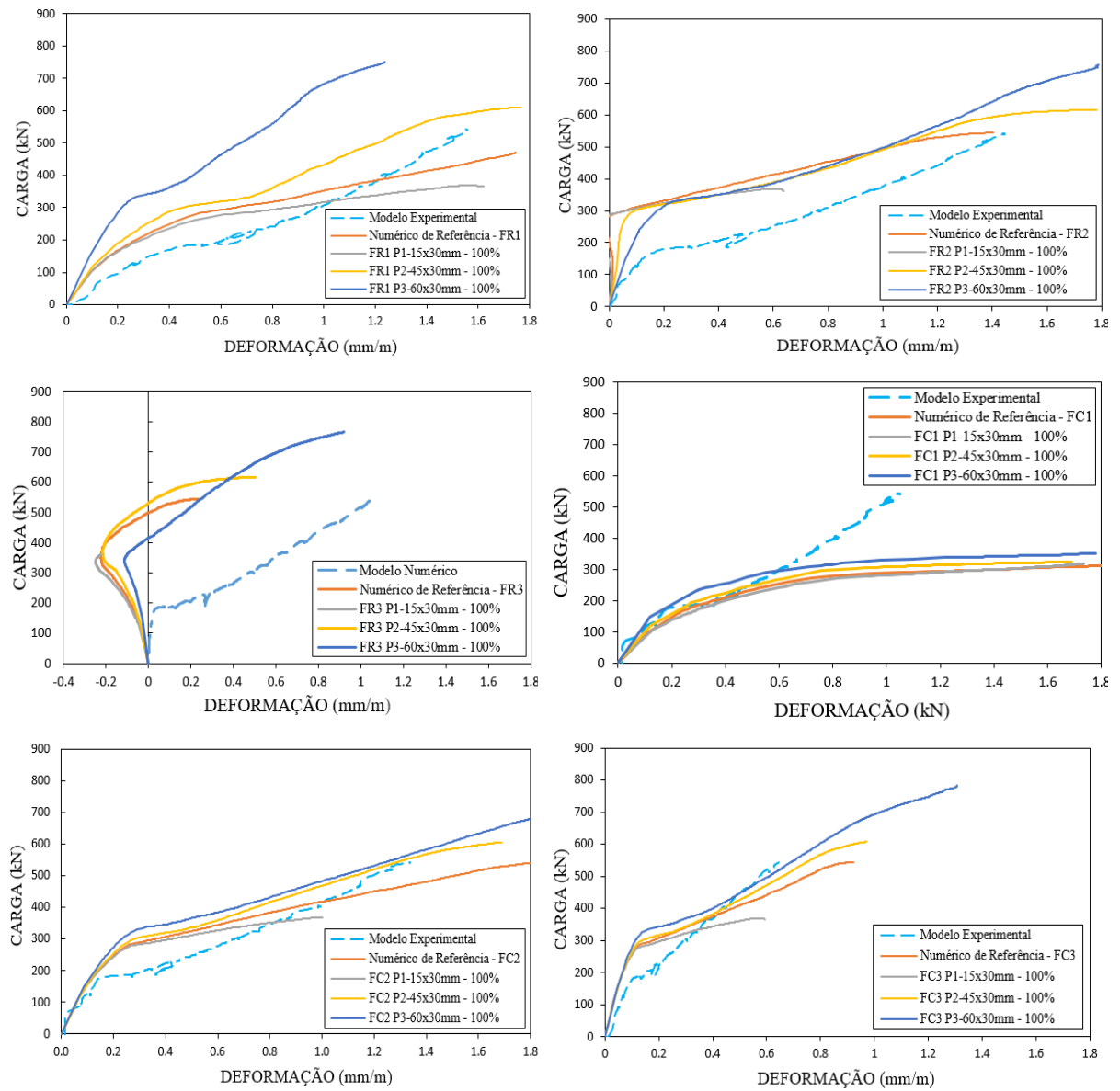
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.12 - Deformação do concreto do pilar com 30% de agregado reciclado



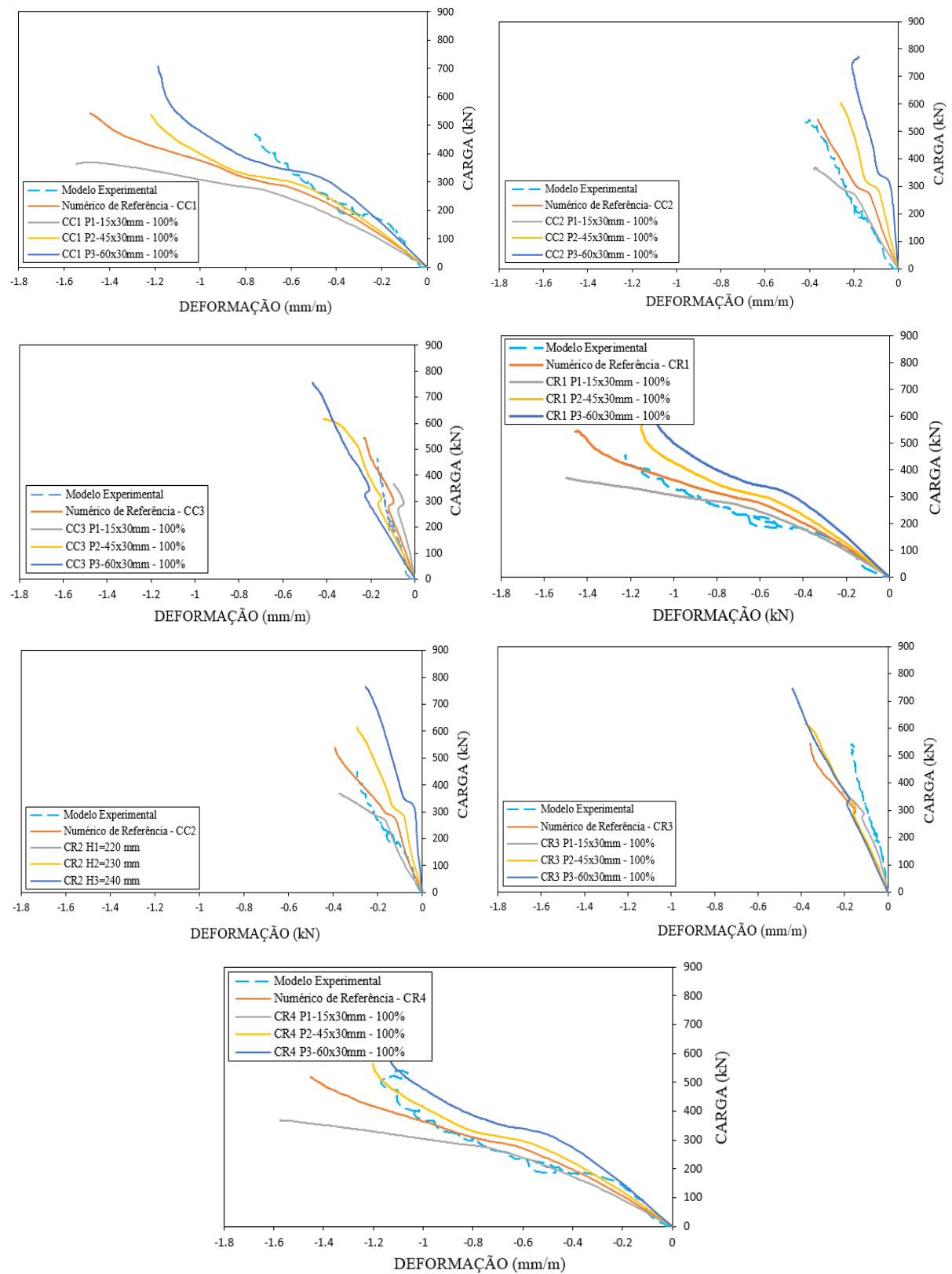
Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.13 - Deformação do aço do pilar com 100% de agregado reciclado



Fonte: Autor, 2025.

Figura 5.14 - Deformação do concreto do pilar com 100% de agregado reciclado



Fonte: Autor, 2025.

6 COMPARAÇÕES NORMATIVAS

Os códigos normativos atualmente em vigor para o dimensionamento à punção de lajes lisas são a NBR 6118 (2023) e o Eurocódigo 2 (2004), que consideram o perímetro de controle na distância de $2d$ da face do pilar, adotando perímetro de controle circular. Já o ao consideram perímetro de cisalhamento crítico situado a $0,5d$ da área carregada (pilar), onde d é a altura útil da laje, adotando perímetro de controle retangular.

Após obtidos os resultados dos ensaios experimentais e dos modelos numéricos das lajes com 0%, 30% e 100% de substituição de agregado reciclado, foi feito a comparação entre a carga de ruptura das lajes do ensaio experimental ($V_{u,exp}$) e da carga de ruptura das lajes do modelo numérico ($V_{u,num}$), com a carga resistente à punção estimada pelas normas NBR 6118 (2023), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2019), *fib* Model Code (2020).

A Tabela 6.1 apresenta as equações dos códigos normativos citados para o cálculo da resistência à punção para lajes lisas sem armadura de cisalhamento. A Tabela 6.2 mostra os resultados da razão entre as lajes do ensaio experimental e dos códigos normativos. Já a Tabela 6.3 expõe os resultados da razão entre as lajes dos modelos numéricos e dos códigos normativos.

Tabela 6.1 – Capacidade de resistência a punção prescritas pelos códigos normativos

Norma	Capacidade resistente à punção
NBR 6118 (2023)	$V_{Rd,c} = 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d$ $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$
Eurocode 2 (2004)	$V_{Rd,c} = 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d \geq V_{min} = 0,035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d$ $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$
ACI 318 (2019)	Mínimo entre $\begin{cases} V_{Rd,c} = \frac{1}{12} \cdot \left(1 + \frac{4}{\beta}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ V_{Rd,c} = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ V_{Rd,c} = \frac{1}{3} \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases}$ $\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1$
fib Model Code (2020)	$V_{Rd,c} = k_\psi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_1 \cdot d$ $k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75$ $\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R}\right)^{1,5}$ $k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6$

Fonte: Autor, 2025.

Tabela 6.2 – Razão entre os resultados experimentais e a carga de punção analítica

Laje	NBR 6118 (2023) $V_{u,exp}/V_{u,NBR}$	Eurocode 2 (2004) $V_{u,exp}/V_{u,EC2}$	ACI 318 (2019) $V_{u,exp}/V_{u,ACI318}$	fib Model Code (2020) $V_{u,exp}/V_{u,MC}$
S-1,2-0	1,27	0,96	1,16	1,38
S-1,2-30	1,19	0,91	1,11	1,25
S-1,2-100	1,20	0,91	1,12	1,26
Média	1,22	0,92	1,13	1,30

Fonte: Autor, 2025.

Tabela 6.3 – Razão entre os resultados numéricos e a carga de punção analítica

Laje	NBR 6118 (2023)	Eurocode 2 (2004)	ACI 318 (2019)	<i>fib</i> Model Code (2020)
	$V_{u,num}/V_{u,NBR}$	$V_{u,num}/V_{u,EC2}$	$V_{u,num}/V_{u,ACI318}$	$V_{u,num}/V_{u,MC}$
S-1,2-0	1,31	0,99	1,20	1,46
S-1,2-30	1,28	0,97	1,19	1,41
S-1,2-100	1,22	0,93	1,14	1,31
Média	1,27	0,96	1,18	1,39

Fonte: Autor, 2025.

Ao comparar os resultados numéricos e experimentais com as previsões dos códigos normativos, observa-se que as normas NBR 6118 (2023), ACI 318 (2019) e *fib* Model Code (2020) apresentaram estimativas de carga de ruptura menores que os valores obtidos nos ensaios experimentais e modelos numérico. Isso ocorre porque a razão entre a carga de ruptura numérica e experimental pela carga de ruptura normativa ter resultado em um valor superior a 1,0. Por outro lado, a norma Eurocode 2 (2004) apresentou carga de ruptura superiores aos resultados numéricos e experimentais, resultando em razões inferiores, porém próximas de 1,0. Dessa forma, verifica-se que todas as normas apresentaram comportamento conservador, uma vez que, na maioria dos casos, as razões foram superiores a 1,0, evidenciando a abordagem de segurança adotada pelas normas em relação à resistência à punção.

A Tabela 6.4 apresenta a razão entre o valor de carga de ruptura do modelo numérico onde foi feito a análise paramétrica da variação da espessura da laje com o valor de carga de ruptura normativo. E a Tabela 6.5 apresenta a razão entre o valor de carga de ruptura do modelo numérico onde foi feito a análise paramétrica da variação da dimensão X do pilar com o valor de carga de ruptura normativo.

Tabela 6.4 Razão entre análise paramétrica da laje e carga de punção analítica

Laje	NBR 6118 (2023) $V_{u,num}/V_{u,NBR}$	Eurocode 2 (2004) $V_{u,num}/V_{u,EC2}$	ACI 318 (2019) $V_{u,num}/V_{u,ACI318}$	<i>fib</i> Model Code (2020) $V_{u,num}/V_{u,MC}$
H1-220 mm -0%	0,97	0,97	1.23	1.48
H2-230 mm -0%	1,06	1.06	1.32	1.67
H3-240 mm -0%	1,04	1.04	1.28	1.60
Média	1,02	1.02	1.27	1.58
H1-220 mm -30%	0,97	0.97	1.23	1.44
H2-230 mm -30%	0,95	0,95	1.20	1.39
H3-240 mm -30%	1,05	1,05	1.31	1.60
Média	0,99	0,99	1.24	1.48
H1-220 mm -100%	0,90	0.90	1.14	1,27
H2-230 mm -100%	0,93	0,93	1.17	1,32
H3-240 mm -100%	0,97	0,97	1.21	1,41
Média	0,93	0.93	1.17	1.33

Fonte: Autor, 2025.

Tabela 6.5 Razão entre análise paramétrica do pilar e carga de punção analítica

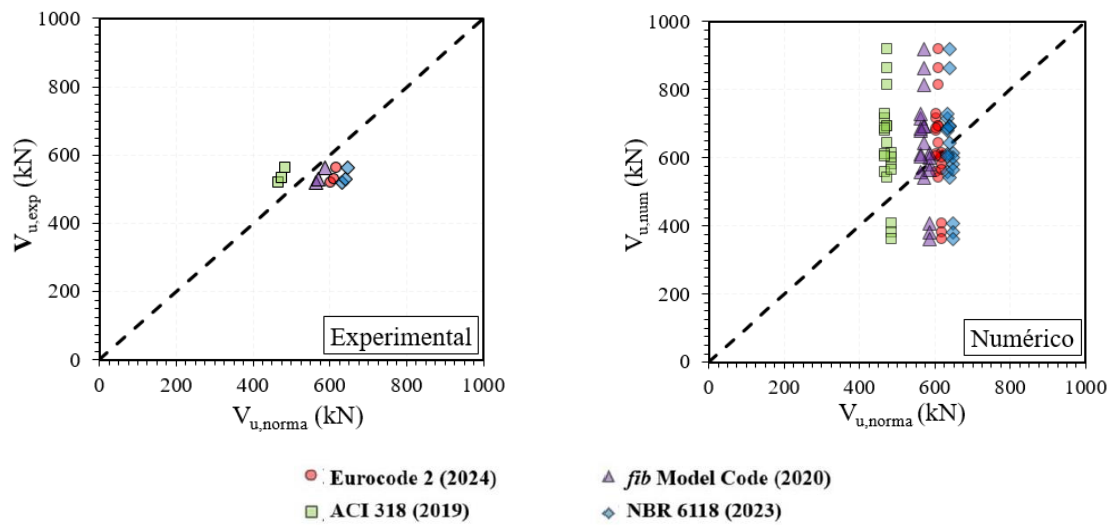
Laje	NBR 6118 (2023) $V_{u,num}/V_{u,NBR}$	Eurocode 2 (2004) $V_{u,num}/V_{u,EC2}$	ACI 318 (2019) $V_{u,num}/V_{u,ACI318}$	<i>fib</i> Model Code (2020) $V_{u,num}/V_{u,MC}$
P1-15x30mm-0%	0.73	0.73	1.00	1.05
P2-45x30mm-0%	1.30	1.30	1.77	2.49
P3-60x30mm-0%	1.56	1.56	2.13	3.46
Média	1.20	1.20	1.63	2.33
P1-15x30mm-30%	0.59	0.59	0.70	0.67
P2-45x30mm-30%	1.06	1.06	1.26	1.61
P3-60x30mm-30%	1.42	1.42	1.68	2.67
Média	1.02	1.02	1.21	1.65
P1-15x30mm-100%	0.51	0.51	0.58	0.53
P2-45x30mm-100%	0.93	0.93	1.05	1.26
P3-60x30mm-100%	1.19	1.19	1.35	1.95
Média	0.88	0.88	1.00	1.25

Fonte: Autor, 2025.

Em geral, os códigos de projeto forneceram estimativas conservadoras para as cargas últimas. No entanto, exceções foram observadas nas lajes S 1.2-30-P1-FEA e S-1.2-100-P1-FEA, que incorporaram 30% e 100% de agregado reciclado, respectivamente, e apresentaram variações nas dimensões dos pilares, um aumento de 15 cm em uma direção para a primeira. Essas lajes apresentaram cargas últimas menores do que as previstas por todos os códigos de projeto avaliados. Por outro lado, as lajes S-1.2-30-P3-FEA e S-1.2-100-P3-FEA exibiram as maiores razões entre os resultados numéricos e os valores previstos pelo código, com cargas de punção excedendo o dobro dos valores estimados pela NBR 6118 (2023). Nota-se que lajes com variações nas dimensões dos pilares tendem a apresentar maiores desvios da razão de referência de 1,0, tanto em direções conservativas quanto não conservativas em relação às previsões do código.

A Figura 6.1 ilustra a relação entre os valores normativos de resistência à punção e as cargas máximas obtidas a partir de resultados experimentais e numéricos. Valores próximos à linha tracejada indicam uma relação entre as previsões numéricas e as normas próxima de 1,0.

Figura 6.1 - Razão da carga de ruptura entre os códigos normativos e os resultados experimentais e numéricos



Fonte: Autor, 2025.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho modelou no *software ABAQUS®* ¼ de uma laje lisa octogonal, com o objetivo de analisar e comparar com os resultados de carga *versus* deslocamento e carga *versus* deformação obtidos experimentalmente e numericamente. Neste trabalho avaliou-se a variação dos parâmetros do *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), sendo adotado para o concreto na resistência à punção. As conclusões da análise numérica para este estudo são:

- O modelo computacional se comportou de forma semelhante na região elástica quando comparada com o modelo experimental. A partir dos 300 kN em que se inicia o processo de fissuração o modelo numérico que apresentou um comportamento mais rígido, mas quando compradas as cargas de ruptura foi obtido valores próximos, resultando em uma diferença de 3,2%. Observou-se que o modelo numérico em sua região elástica não se mostrou sensível com as mudanças de parâmetros do CDP.
- Em relação a análise das deformações o aço apresentou uma convergência semelhante ao modelo experimental, tanto em relação ao formato da curva quanto aos resultados de deformação de escoamento. Em relação ao concreto as deformações dos modelos numéricos apresentaram uma maior deformação inicial e uma deformação de escoamento de 2 a 3 vezes maior nos extensômetros próximos ao pilar.

- Quando realizada a análise paramétrica de variação de espessura da laje verificou-se que quanto maior a espessura da laje maior é a carga de ruptura do modelo. Onde para a espessura de 240 mm, a laje com 0% e 30% de agregado houve um acréscimo de carga de 17% e para a laje de 100% um acréscimo na carga de ruptura de 15%. E quando variado a dimensão do pilar observa-se que quando sua seção foi reduzida houve uma redução de 25 % a 30 % carga de ruptura em relação ao modelo experimental e o numérico calibrado. Quando a seção do pilar foi aumentada, variação do pilar P3 houve um aumento de 55 % na carga de ruptura das lajes com 0% e 100% de agregado reciclado e um aumento de 77 % na carga de ruptura para a laje com 30 % de agregado reciclado.
- Os códigos normativos atualmente em vigor para punção em lajes lisas são a NBR 6118 (2023)^[5] e Eurocódigo 2 (2004)^[2], ACI 318 (2019)^[4], *fib Model Code* (2020)^[3], em que os resultados encontrados e comparados com os resultados experimentais e numéricos ficou evidenciado o caráter conservador das normas de projeto em relação à resistência à punção.

REFERÊNCIAS

ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL. Providence, RI, USA. Dassault Systems Simulia Corp, 2012.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary; (ACI 318R-19)**; Farmington Hills, MI, USA, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5738**: concreto: procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova: especificação. Rio de Janeiro, 2003c.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118:2014**. Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15116:2021**. Agregados reciclados para uso em argamassas e concretos de cimento Portland – Requisitos e métodos de ensaio. Rio de Janeiro, 2021. 16 p.

ALBUQUERQUE, E. J. P. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento e pilares de centro retangulares**. Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

AJDUKIEWICZ, A.; KLISZCZEWICZ, A. **Influence of recycled aggregates on mechanical properties of HS/HPC**. *Cement and Concrete Composites*, v. 24, n. 2, 2002.

BROMS, C. E. Elimination of flat plate punching failure mode. **ACI Structural Journal**, v. 97, n. 1, 2000.

CEB-FIP. Model code. Model code for concrete structures. International Federation for Structural Concrete (FIB), Switzerland, 2020.

EN, N. P. Norma Portuguesa - **Eurocódigo 2** - Projecto estruturas de betão. Design, p. 259, 2010.

FERREIRA, M.P.; DAMASCENO, I.I.R.; PEREIRA, M.J.M.; LIMA, A.F.N.; OLIVEIRA, M.H.; RIBEIRO, J.A. **Effect of recycled concrete aggregates on the punching strength of slab-column connections without shear reinforcement.** Journal of Building Engineering, 2024.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. **Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS.** Engineering Structures, [s. l.], v. 98, p. 38–48, 2015.

GOMAA, A. M.; LOFTY, E. M.; KHAFAGA, S. A.; HOSNY, S.; AHMED, M. A. **Experimental, numerical, and theoretical study of punching shear capacity of corroded reinforced concrete slab-column joints.** Engineering Structures, v. 289, n. 116280, 2023.

RIZKALLA, S.H.; HWANG, L.S. **Transverse reinforcement effect on cracking behavior of R.C. members.** University of Manitoba, p.566, 1983.

JANKWOIAK, T.; LODYGOWSKI, T. **Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model.** Foundations of Civil and Environmental Engineering, Poznan, v. 6, p.53-69, 2005.

KAUSHIK, S., DASGUPTA, K. **“Seismic Behavior of Slab-Structural Wall Junction of RC Building”.** Earthquake Engineering and Engineering Vibration, v. 18, n. 2, pp. 331–349, apr. 2019.

LEE, J.; FENVES, G. L. **Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures.** Journal of Engineering Mechanics, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.

LUBLINER, J, et al. **A Plastic-Damage Model for concrete.** International Journal of Solids and Structures, V.25, p. 229-326, março 1989.

MARTIS, L. A. **Análise numérica não linear de lajes lisas submetidas à punção.** Universidade Federal do Maranhão, São Luis, 2019.

MEDEIROS, W. A. **Pórticos em concreto pré-moldado preenchidos com alvenaria participante**. 2018. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 164p.

MICHAŁ, S. ANDRZEJ, W. Calibration of the C P model parameters in Abaqus. In: **The 2015 would congress on advances in structural engineering and mechanics (asem15)**. 2015.

OLIVEIRA, D. R.; MELO, G. S.; REGAN, P. E. Punching strengths of flat plates with vertical or inclined stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 97, n. 3, 2000.

OLIVEIRA, M. H. (2013). **Punção em Lajes Lisas com Armaduras de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília.

ORTIZ, O.; PASQUALINO, J. C.; CASTELLS, F. **Environmental performance of construction waste: Comparing three scenarios from a case study in Catalonia, Spain**. Waste Management, v. 30, n. 4, 2010.

PARK, H.; CHOI, K. **Improved Strength Model for Interior Flat Plate–Column Connections Subject to Unbalanced Moment**. Journal of Structural Engineering, v. 132, n. 5, 2006.

PAWAR, A.J., PATEL M., SURYAWANSHI, S.R. **Finite Element Modelling of Laboratory Tests on Reinforced Concrete Beams Containing Recycled Aggregate Concrete**. International Journal of Engeneering, v. 36, n. 5, 2023.

PINTO, V. C. **Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e Pilares com Secção Transversal em “L”**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2015.

RAO H. S.; REDDY, V.S.K. e GHORPADE,V.G. **Influence of recycled coarse aggregate on punching shear behaviour of recycled coarse aggregate concrete slabs**. Int J Mod Eng Res; 2(4):2815–20. 2012

REIS, N., BRITO, J. de, CORREIA, J.R., ARRUDA, M.R.T. **Punching shear behaviour of concrete slabs incorporating coarse recycled concrete aggregates**. Engineering and Structure. 2015.

REIS, LUCIANO CARNEIRO. **Análise não-linear de lajes em concreto armado com furos submetidas ao puncionamento**. Dissertação de mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2018.

RODRIGUES, C. R. S. **Dosagem de concretos produzidos com agregado miúdo reciclado de resíduo da construção civil**. Universidade de Pernambuco Recife, PE, 2014.

SAGOE-CRENTSIL, K. K.; BROWN, T.; TAYLOR, A. H. Performance of concrete made with commercially produced coarse recycled concrete aggregate. **Cement and Concrete Research**, v. 31, n. 5, 2001.

STEVENSON, A. M. **Post-tensioned Concrete Floors on Multi-Story Buildings: An introduction to the development, benefits, desing and construction of in-situ prestressed suspended floors**. Bretish Cement Association Publication n°. 97.347, 1994.

Suryawanshi, S., Singh, B. e Bhargava, P., "Equação para a relação tensãodeformação do concreto de agregado reciclado em compressão axial", **Revista de Pesquisa em Concreto**, Vol. 70, No. 4, (2018), 163-171.