O teste da derivada segunda

Introdução

Para facilitar nos graficos escrevemos um procedimento que toma como entrada uma formula em x e y e retorna uma estrutra de plot .

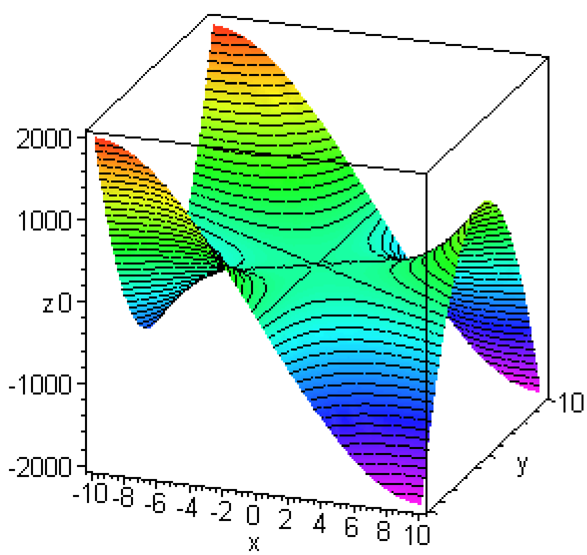
```
> with(plots):
```

```
> pp:=q->plot3d(q,x=-10..10,y=-10..10,style=patchcontour,contours=30,
shading=ZHUE,axes=boxed,labels=['x','y','z'],orientation=[-70,70]);
```

$$pp := q \to \mathrm{plot3d}(q, x = -10 .. 10, y = -10 .. 10, style = patchcontour, contours = 30, shading = ZHUE,$$
$$labels = ['x', 'y', 'z'], orientation = [-70, 70])$$

Exemplo de grafico:

```
> pp(x^3-3*y^2*x);
```

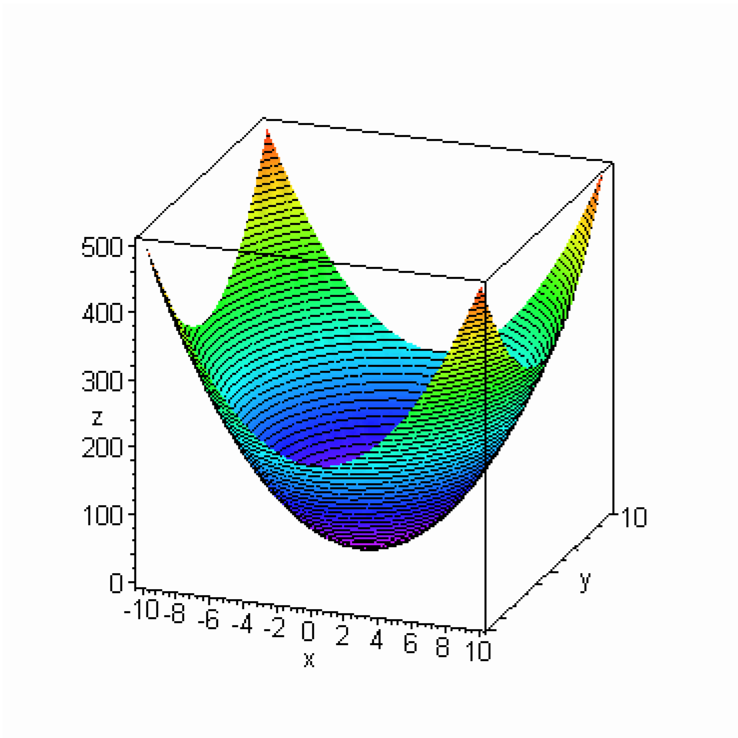


Porque podemos ignorar os termos lineares:

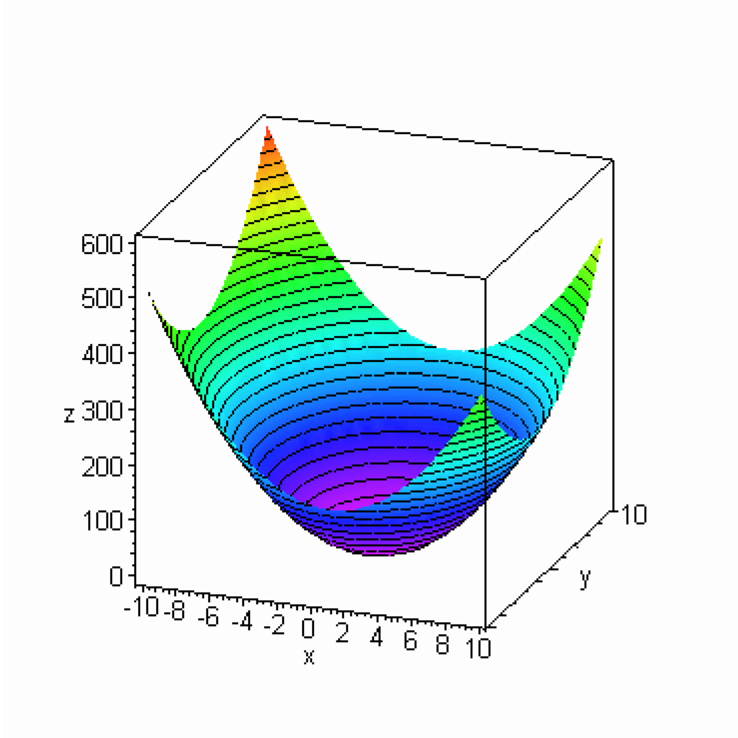
Objetivo:
Entender a regra dos coeficientes a,b,c,d,e,f, em
z=ax^2+bxy+cy^2+de+ey+f.

Compare os seguintes plots:

> **pp(3*x^2+0*x*y+2*y^2);**



> **pp(3*x^2-6*x+0*x*y+2*y^2+4*y);**

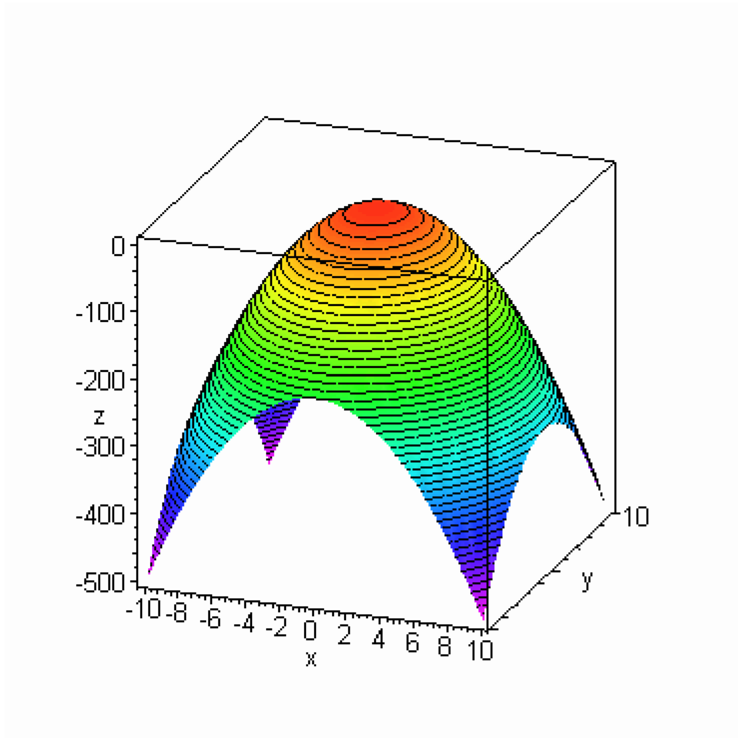


Qual é o efeito dos termos lineares?
Use derivadas para encontrar pontos criticos e classifica-los.

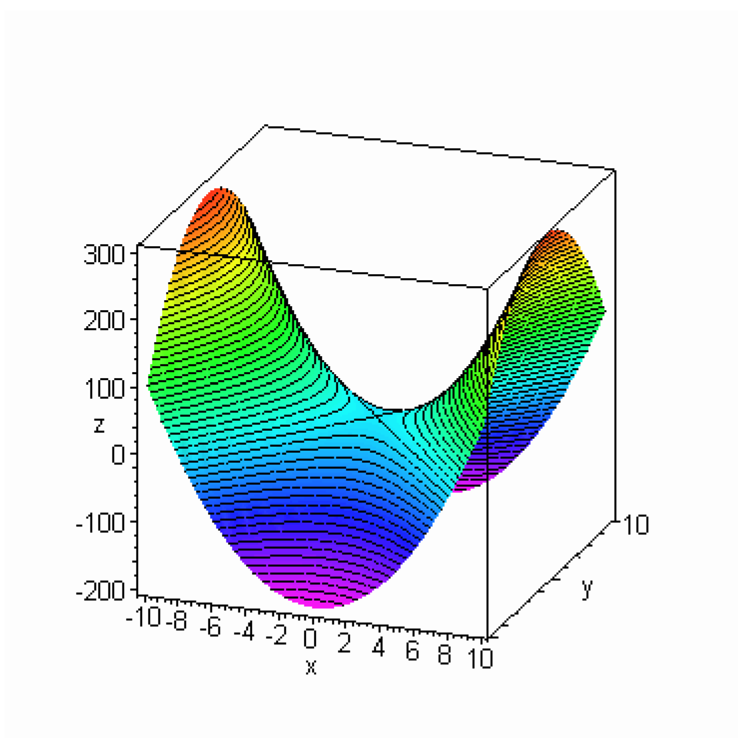
Expressões quadráticas.

Em cada caso determine os pontos criticos e os sinais do discriminante no teste da derivad segunda:

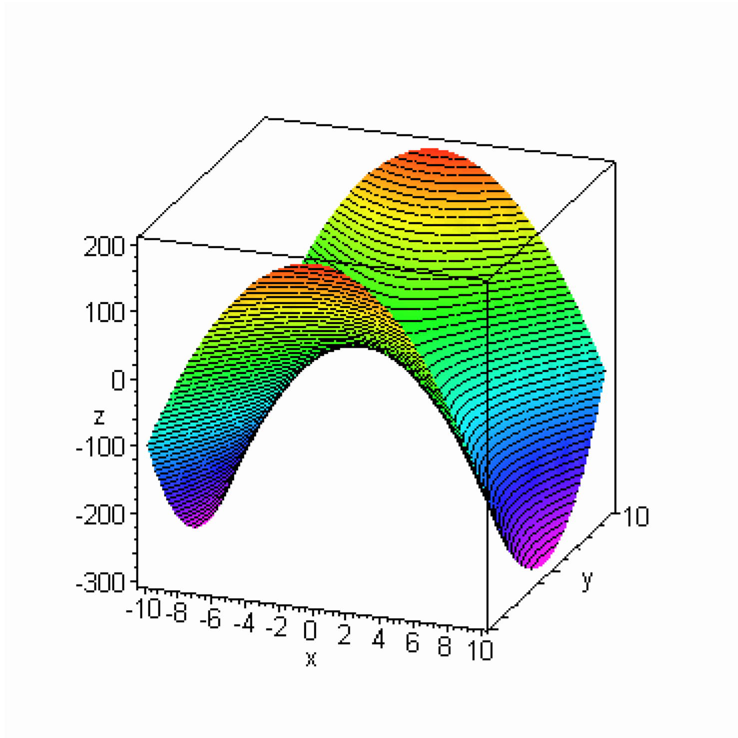
```
> pp(-3*x^2+0*x*y-2*y^2);
```



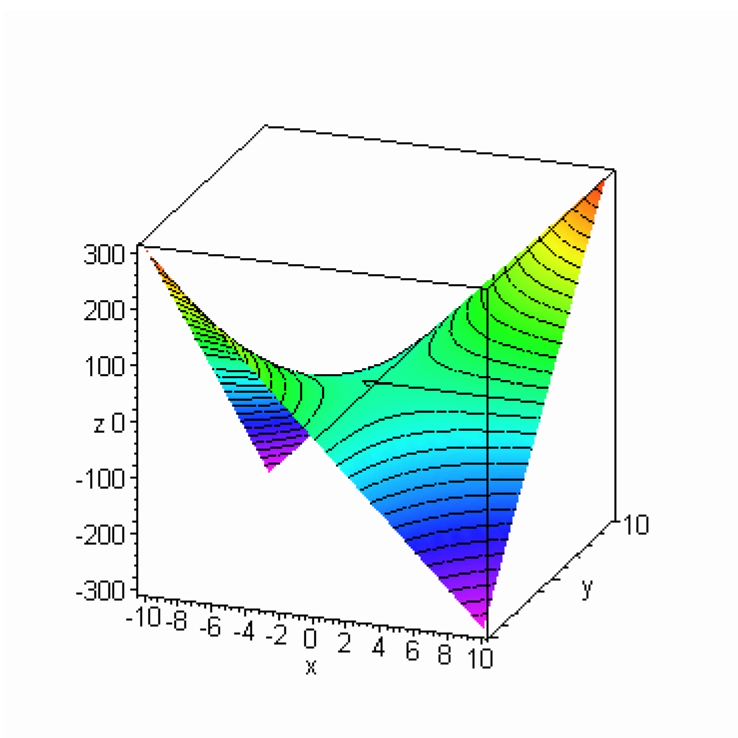
> **pp(3*x^2+0*x*y-2*y^2);**



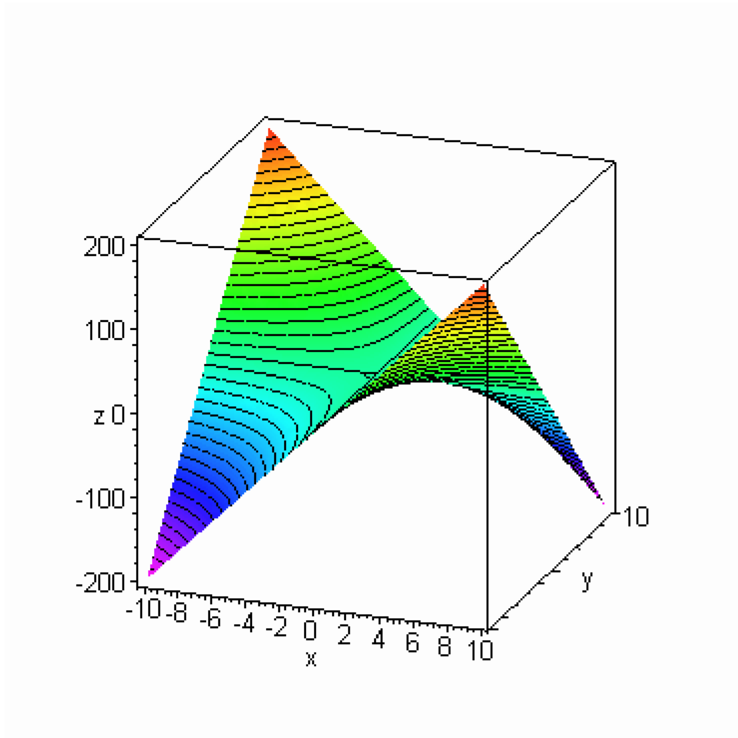
> **pp(-3*x^2+0*xy+2*y^2);**



> **pp(0*x^2+3*x*y+0*y^2);**



> **pp(0*x^2-2*x*y+0*y^2);**



Agora ja entedemos as regras de a e c e o efeito de b.

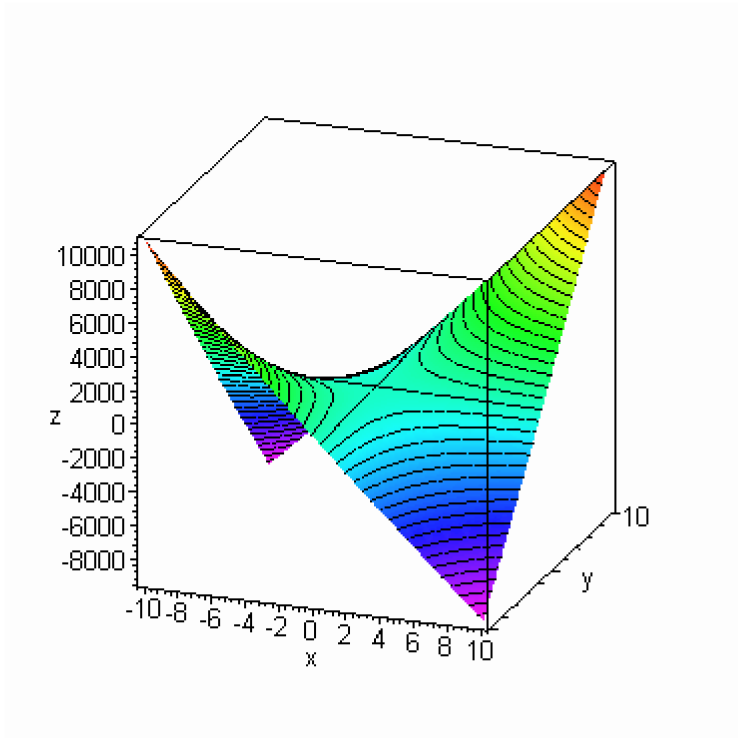
Combinando termos puramente quadráticos e termos mixtos

Agora considere ambos os tipos de termos.

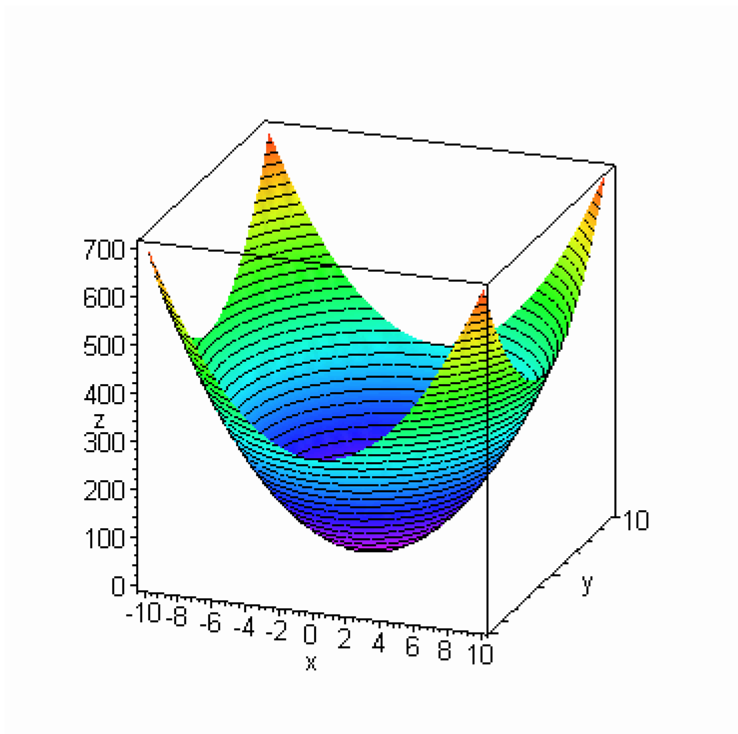
Como inicio, que tipo de grafico tem as seguintes duas funções?

O que é mais forte? -- um termo puro ou mixto?

> **pp(4*x^2+100*x*y+3*y^2);**



> **pp(4*x^2+0.01*x*y+3*y^2);**

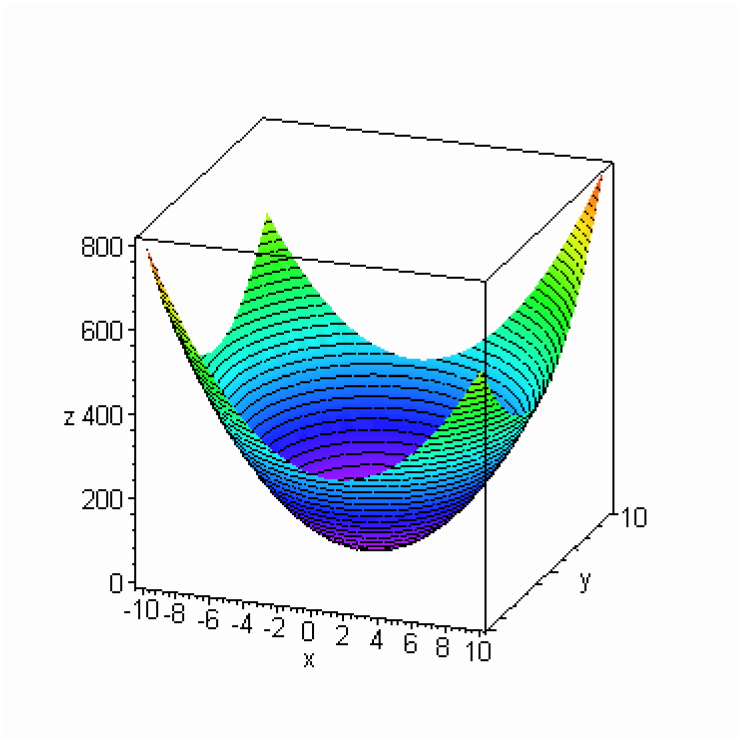


A questão aparece pois muitos xy sao necessarios para balancear com os termos puros.

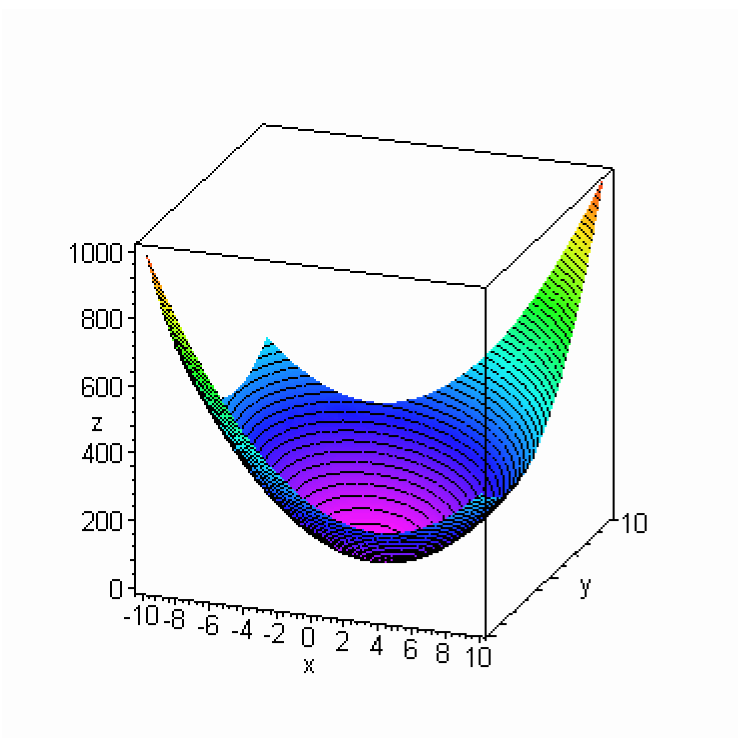
A seguinte lista onde o b em b*x*y cresce lentamente. (e todos os outros tres sao positivos).

Antes vamos plotar,

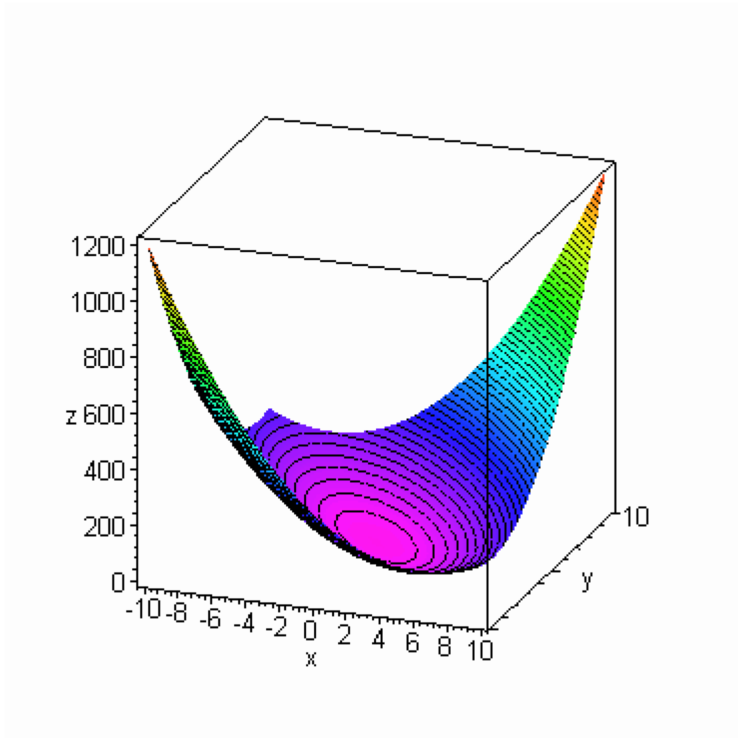
> **pp(4*x^2+1*x*y+3*y^2);**



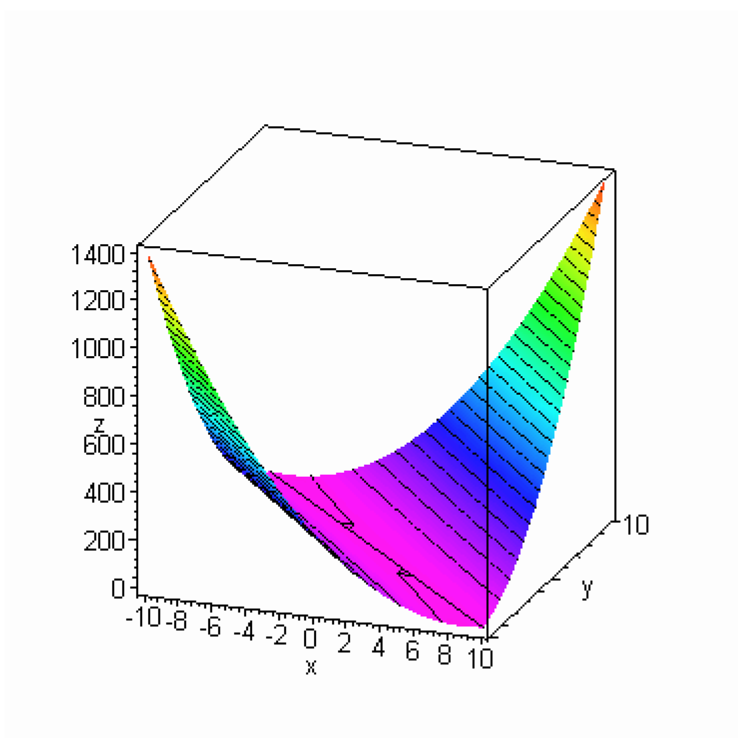
> **pp(4*x^2+3*x*y+3*y^2);**



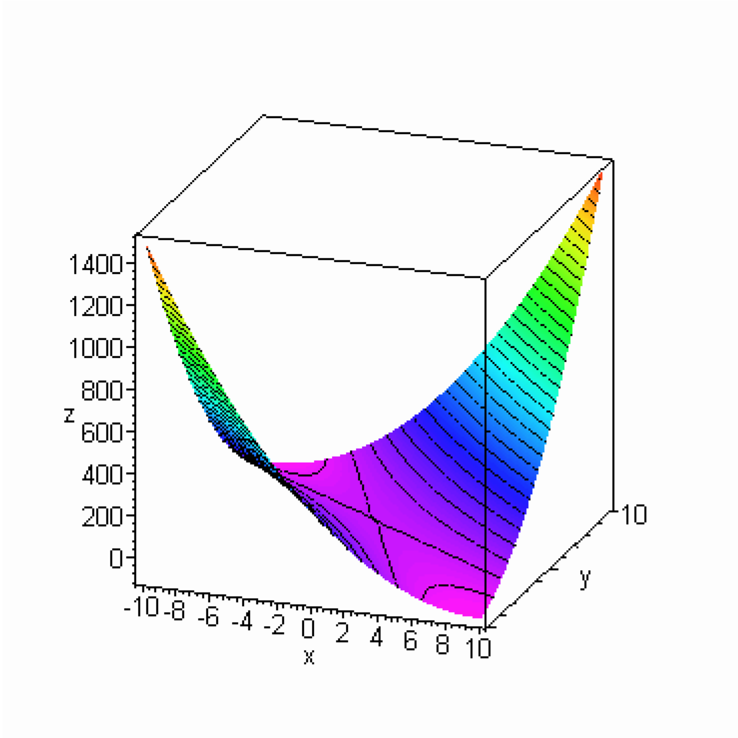
> **pp(4*x^2+5*x*y+3*y^2);**



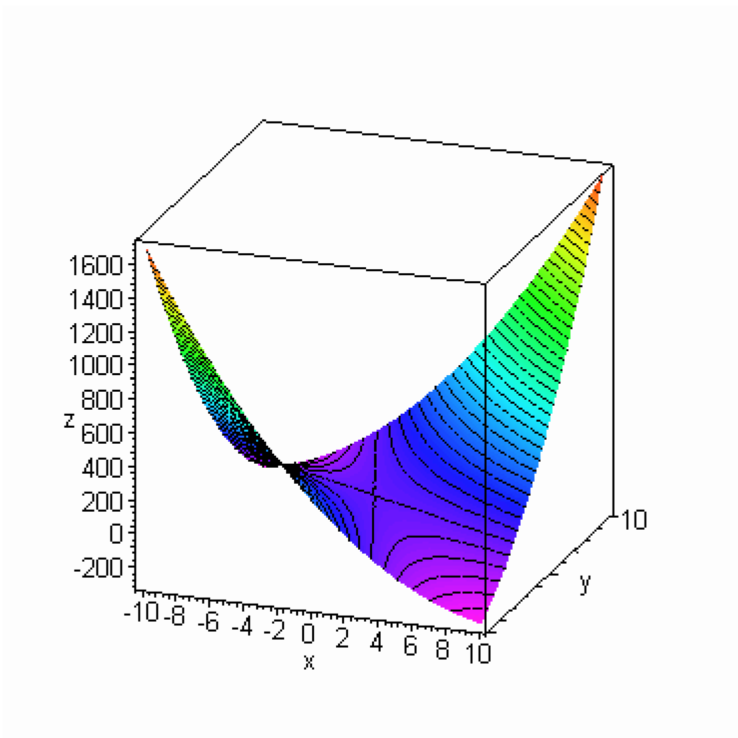
> **pp(4*x^2+7*x*y+3*y^2);**



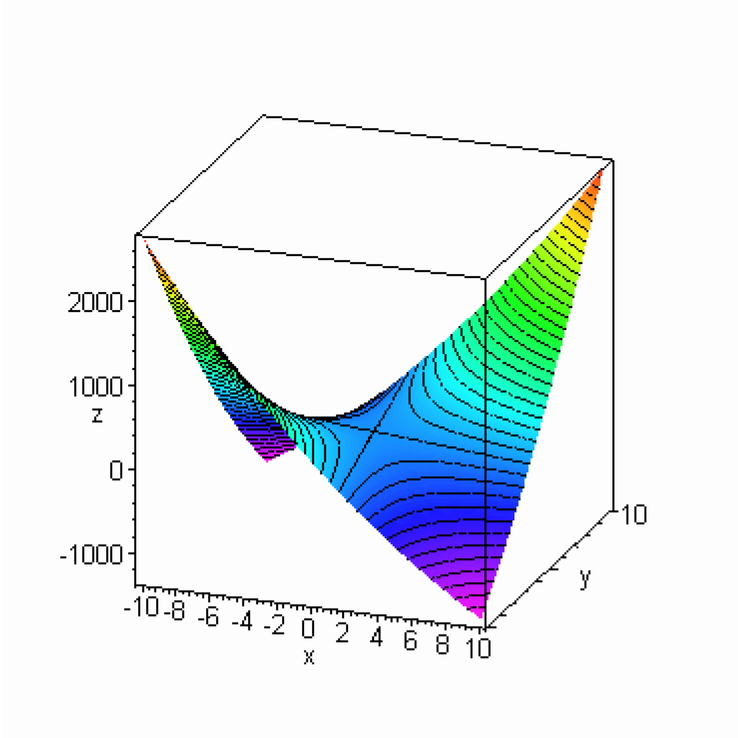
> **pp(4*x^2+8*x*y+3*y^2);**



> **pp(4*x^2+10*x*y+3*y^2);**

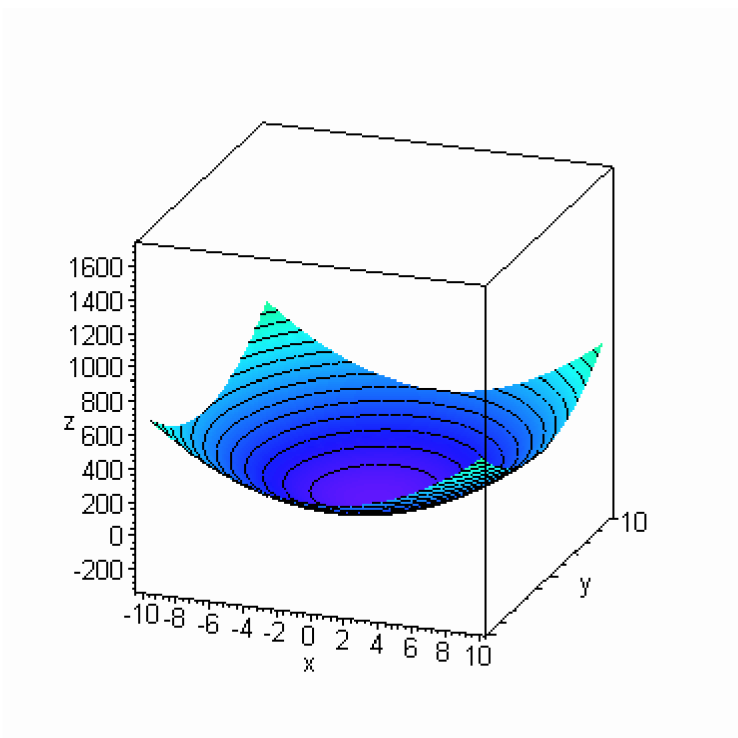


> **pp(4*x^2+20*x*y+3*y^2);**



Vamos animar todos estes desenhos e ver a mudança:

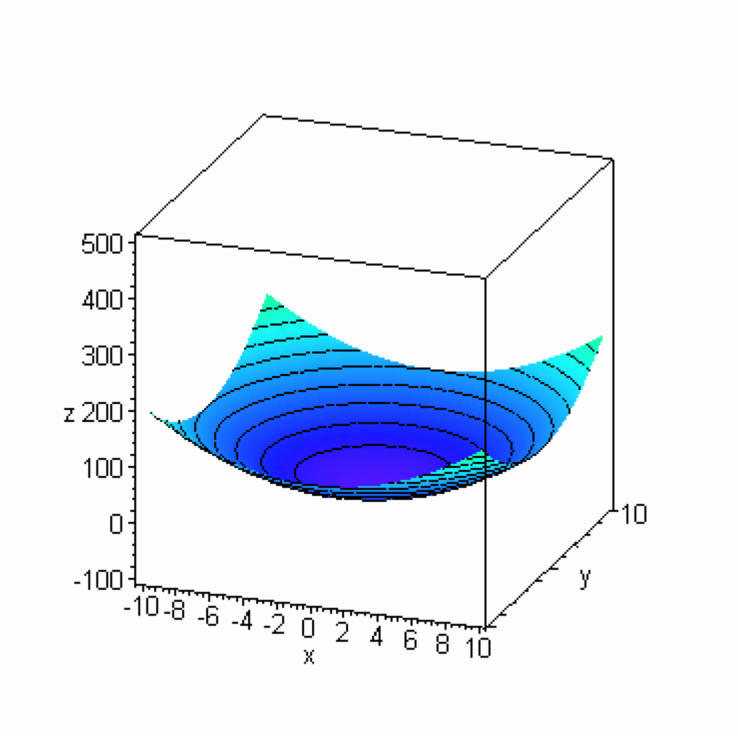
> **display([seq(pp(4*x^2+k*x*y+3*y^2),k=0..10)],insequence=true);**



Um modo util de fazer animações é usar seno ou cosseno. Vamos plotar varios graficos

com a=c=1 fixos e b variando de -3 a 3.

> **display([seq(pp(x^2+3*sin(k*Pi/12)*x*y+y^2),k=0..23)],insequence=true);**



>

Uma questão obvia surge: Determinar os valores de b para que o grafico de z=4x^2+bxy*3y^2 tenha um ponto de sela não estritamente concavo.

Usando o MAPLE:

```
> z:=4*x^2+b*x*y+3*y^2;
zxx:=diff(z,x,x);
zxy:=diff(z,x,y);
zyy:=diff(z,y,y);
discr:=zxx*zyy-zxy^2;
b_crit:=solve(discr=0,b);
b_crit1:=evalf(b_crit[1]);
pp(subs(b=b_crit[1],z));
pp(subs(b=b_crit[2],z));
```

$$z := 4\,x^2 + b\,x\,y + 3\,y^2$$

$$zxx := 8$$

$$zxy := b$$

$$zyy := 6$$

$$discr := 48 - b^2$$

$$b\_crit := 4\sqrt{3}, -4\sqrt{3}$$

$$b\_crit1 := 6.928203232$$