



## Séries de Fourier

Dada uma função  $f(x)$  no intervalo  $-L < x < L$ , este procedimento calcula  $a_n$  e  $b_n$  se  $n > 0$  e calcula  $a_{0/2}$  se  $n=0$ . Há um plot que ilustra a aproximação das séries de Fourier da função. Execute esta worksheet e faça os exemplos.

> **restart:**

Dado  $f(x)$  em  $-L < x < L$ , calculamos  $a_n$ .

> **fourier\_cos\_coeff:=proc(f,L,n::integer)**

> **local x,a;**

> **if n=0 then a:=int(f(x),x=(-L)..L)/(2\*L); fi;**

> **if n>0 then a:=int(f(x)\*cos(n\*Pi\*x/L),x=(-L)..L)/L; fi;**

> **RETURN(a);**

> **end:**

Dado  $f(x)$  em  $-L < x < L$ , calculamos  $b_n$  se  $n > 0$ .

> **fourier\_sin\_coeff:=proc(f,L,n::integer)**

> **local x,b;**

> **b:=int(f(x)\*sin(n\*Pi\*x/L),x=(-L)..L)/L;**

> **RETURN(b);**

> **end:**

Exemplo 1

> **with(linalg): f:=x->piecewise(x<0,1,x>0,x);**

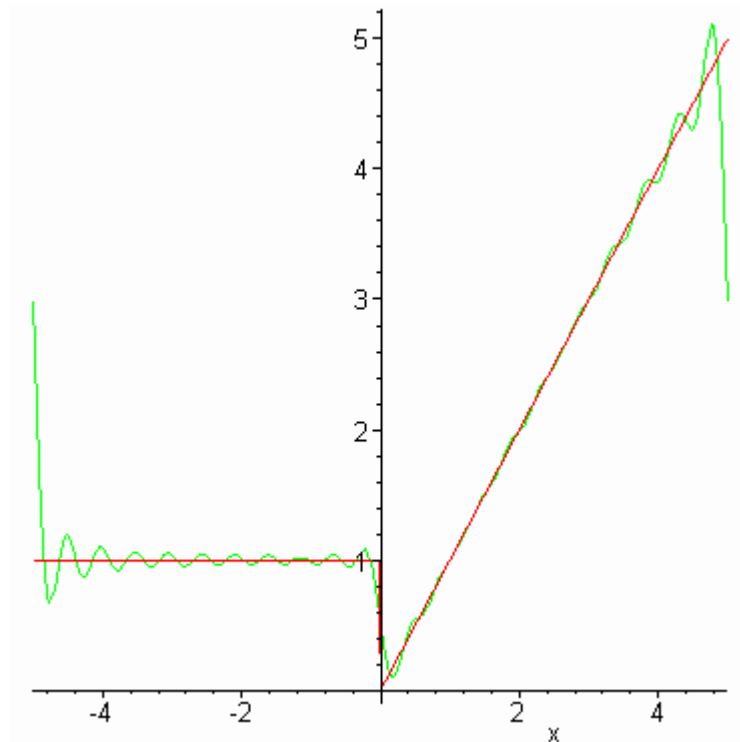
Warning, new definition for norm

Warning, new definition for trace

$$f := x \rightarrow \text{piecewise}(x < 0, 1, 0 < x, x)$$

> **S2:=fourier\_cos\_coeff(f,5,0)+add(innerprod(vector(2,[fourier\_cos\_coeff(f,5,n),fourier\_sin\_coeff(f,5,n)]), vector(2, [cos(n\*Pi\*x/5),sin(n\*Pi\*x/5)])),n=1..20):**

> **plot([f(x),S2],x=-5..5);**



>

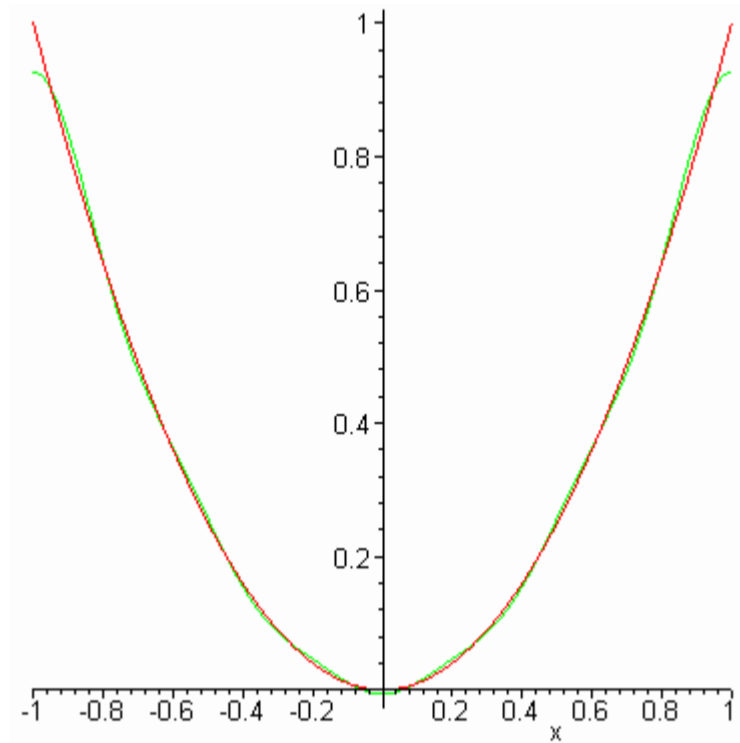
Exemplo 2

> **g:=x->x^2;**

$$g := x \rightarrow x^2$$

> **S2:=fourier\_cos\_coeff(g,1,0)+add(innerprod(vector(2,[fourier\_cos\_coeff(g,1,n),fourier\_sin\_coeff(g,1,n)]), vector(2, [cos(n\*Pi\*x/1),sin(n\*Pi\*x/1)])),n=1..5):**

> **plot([g(x),S2],x=-1..1);**

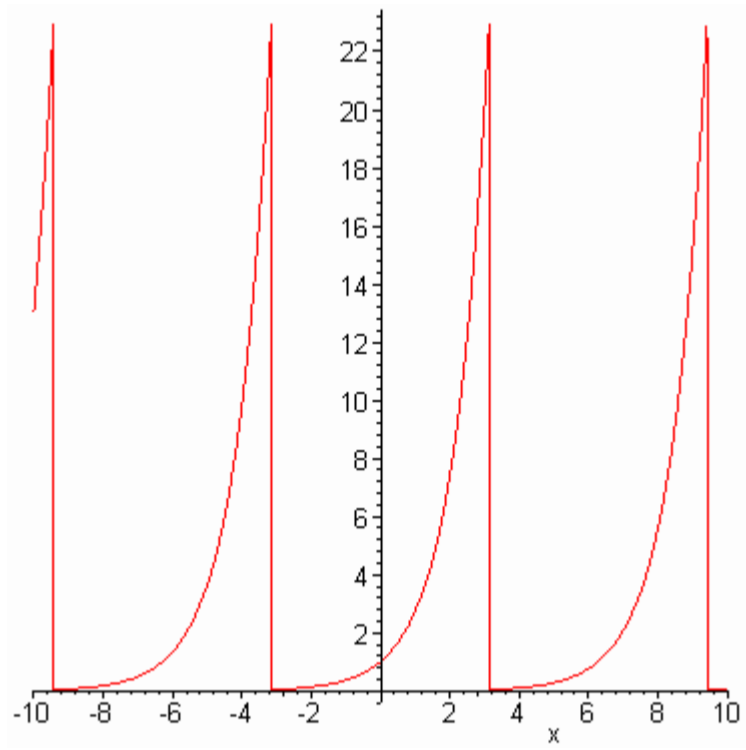


Observação: como plotar extensões periódicas de funções dadas. Defina pex e troca depois x pela função que você quer. Veja o exemplo.

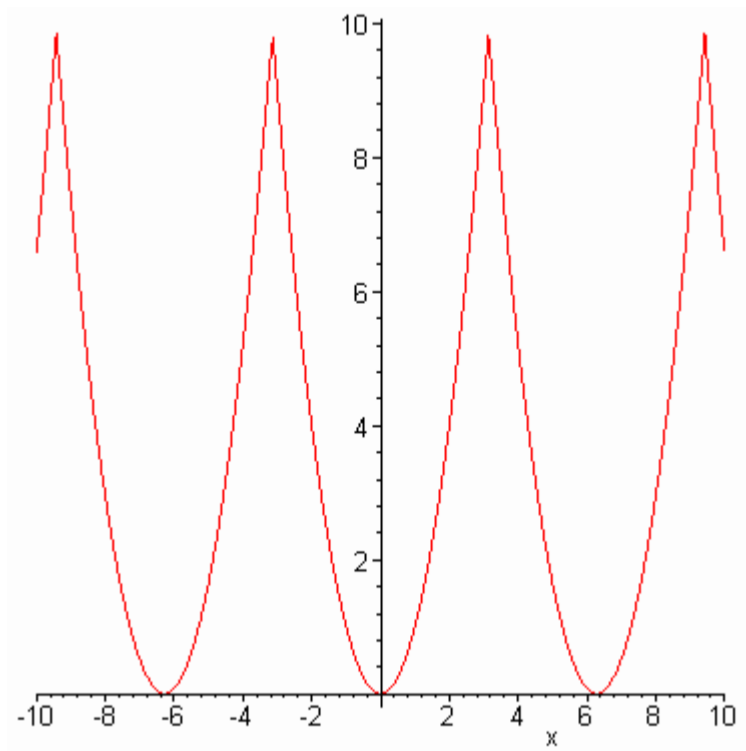
> **pex:=(x,p)->-p+ x+p-floor((x+p)/(2\*p))\*2\*p;**

$$pex := (x, p) \rightarrow x - 2 \operatorname{floor}\left(\frac{1}{2} \frac{x+p}{p}\right) p$$

> **plot(subs(x=pex(x,Pi),exp(x)),x=-10..10);**



> `plot(subs(x=pex(x,Pi),x^2),x=-10..10);`



>