



EDO- Catenária

Queremos determinar a forma assumida por um fio flexível e inextensível suspenso em dois pontos A e B, e sujeito ao seu próprio peso.

Flexível significa que a tensão no fio é sempre no sentido da tangente.

Considere um sistema de coordenadas no ponto mais baixo da curva e o eixo y coincidente om a vertical. Vamos considerar o equilibrio do trecho OP do fio:

$H + T + V = 0$, onde H é a tensão do cabo no ponto mais baixo, T é a tensão no ponto

$P = (x, y)$ e V é o peso no trecho OP, $V = \omega s$ onde ω é o peso por unidade de comprimento e s o comprimento do arco OP. A projeção desta equação de equilibrio sobre os eixos temos:

$$-H + T \cos(\theta) = 0 \quad ,$$

$$-V + T \sin(\theta) = 0 \quad ,$$

segue que $\tan(\theta) = \frac{\omega s}{H}$.

Como $\frac{\omega}{H} = c$, constante e $\tan(\theta) = y'$, e derivando podemos escrever

$$y'' = c \, ds/dx .$$

Como $\frac{ds}{dx} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{.5}$ concluímos que y deve satisfazer

$$y'' = c [1 + (y')^2]^{.5} .$$

> **diff(y(t),t,t) = c*sqrt(1+(diff(y(t),t))^2);**

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) = c \sqrt{1 + \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right)^2}$$

> **dsolve({'',y(0)=0,D(y)(0)=0},y(t));**

$$y(t) = \frac{\cosh(tc) \cosh(0) - \sinh(tc) \sinh(0) - 1}{c}, y(t) = \frac{\cosh(tc) \cosh(l\pi) - \sinh(tc) \sinh(l\pi) + 1}{c}$$

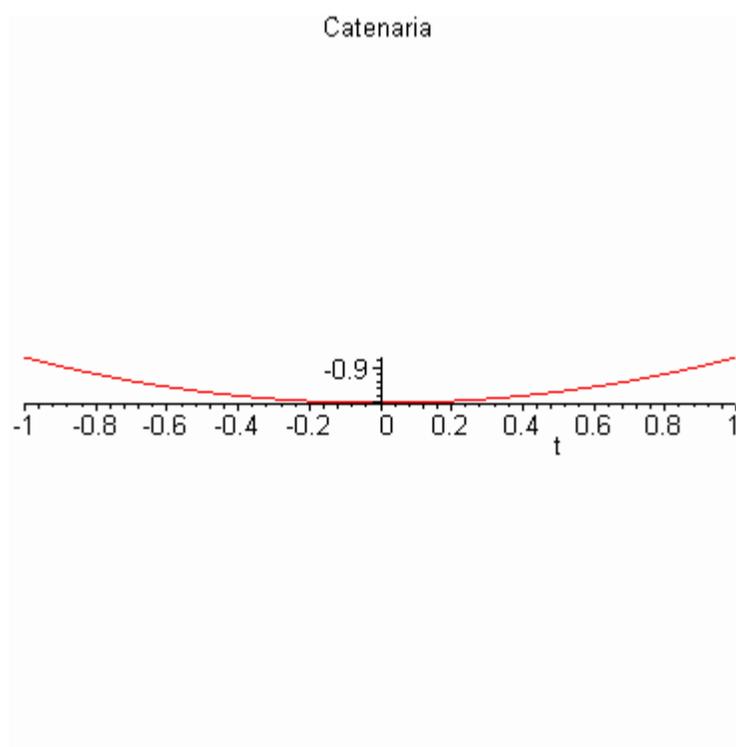
Usamos o comando "plot" para ver a forma da catenária.

> **simplify(cosh(t*c)*cosh(0)-sinh(t*c)*sinh(0)-1/c);**

Vamos supor c=0.5

$$\frac{\cosh(tc) c - 1}{c}$$

> **plot((.5*cosh(.5*t)-1)/.5,t=-1..1,tickmarks=[8,10],scaling=constrained,title=`Catenaria`);**



>