

Universidade Estadual de Maringá Departamento de Matemática



Prof. Doherty Andrade (DMA- UEM)
TOPICOS EM EDO - CURSO DE VERAO -DMA/UEM

Equações Diferenciais Ordinárias-PVI 1

> with(student):

Dois probemas que encontraremos aqui.

- 1. Verificar que uma dada função satisfaz a uma edo, isto é , se eh uma solução de uma EDO dada.
- 2. Encontrar uma função de x que descreve explicitamente y como de x a partir da equa ção y '(x)

1. Verificar que uma dada função é uma solução de uma EDO dada.

Exemplo 1: Verifique que $f(x) = e^{(2x)}$ eh uma solução da seguinte edo.

> f := 'f' : eq := diff(diff(f(x),x),x) + 2*diff(f(x),x) - 3*f(x) = 4*exp(2*x);

$$eq := \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} f(x)\right)\right) + 2\left(\frac{\partial}{\partial x} f(x)\right) - 3 f(x) = 4 e^{(2x)}$$

Defina a funcao f(.) como indicado e substitua na equação.

> f := (x) -> 4/5*exp(2*x);

$$f = x \to \frac{4}{5} e^{(2x)}$$

A primeira e a segunda derivadas podem ser calculadas diretamente.

> diff(f(x),x), diff(f(x),x,x);

$$\frac{8}{5}e^{(2x)}, \frac{16}{5}e^{(2x)}$$

$$4e^{(2x)} = 4e^{(2x)}$$

2. Encontrar uma função de x que descreve explicitamente y como de x a partir da equação y '(x).

Consideramos apenas o caso das chamada equações "separáveis".

Exemplo 2:

 $> eq2 := Diff(y,x) = 3*x^2 + 1;$

$$eq2 := \frac{\partial}{\partial x}y = 3x^2 + 1$$

Queremos integrar

> Int(rhs("),x);

$$\int 3x^2 + 1 dx$$

> **value('')**;

$$x^3 + x$$

Exemplo 3:

 $> eq3 := Diff(y,x) = 8*x^3*y^2;$

$$eq3 := \frac{\partial}{\partial x} y = 8 x^3 y^2$$

Reagrupar os termos de x e y em lados opostos da equação.

 $> 1/y^2*dy = 8*x^3*dx;$

$$\frac{dy}{v^2} = 8x^3 dx$$

Integrando cada lado com respeito a variavel apropriada.

> $Int(1/y^2,y) = Int(8*x^3,x);$

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int 8 x^3 dx$$

> value(");

$$-\frac{1}{v} = 2x^4$$

Precisamos adicionar uma constante arbitraria.

> "+(0=C);

$$-\frac{1}{y} = 2x^4 + C$$

> **sol** := **isolate**(",**y**);

$$sol := y = -\frac{1}{2x^4 + C}$$

Verifique esta é uma solução...

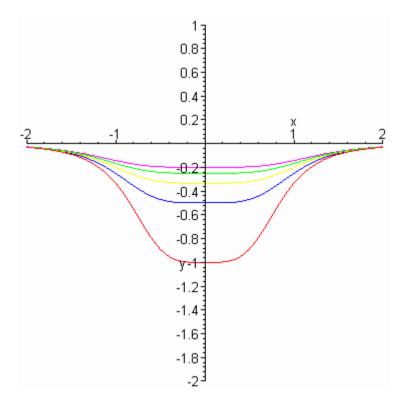
> **subs(",eq3)**;

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{2x^4 + C} \right) = 8 \frac{x^3}{(2x^4 + C)}$$

> value(");

$$8 \frac{x^3}{(2x^4 + C)} = 8 \frac{x^3}{(2x^4 + C)}$$

> plot({seq(rhs(sol),C=1..5)}, x=-2..2,y=-2..1);



Problemas de valor inicial - o mais simples deles

Como e quando selecionamos apenas uma destas curvas? Tudo o que é necessário é especificar um valor particular, por exemplo, y(0).

Exemplo 4: Para y(0) = 1 no problema acima nos temos:

$$-\frac{1}{C}=1$$

> isolate(",C);

$$C = -1$$

Exemplo 5: Encontre a solução do problema de valor inicial

$$> eq5 := diff(y(x),x) = 2*x*y(x)^2;$$

$$eq5 := \frac{\partial}{\partial x} y(x) = 2 x y(x)^2$$

> initconds := y(0) = 1/2;

$$initconds := y(0) = \frac{1}{2}$$

A solução é:

> dsolve({eq5,initconds},y(x));

$$y(x) = -\frac{1}{x^2 - 2}$$

Exemplo 6: Encontre a solução do problema de valor inicial

 $> eq6 := diff(y(x),x) = x^2*y(x);$

$$eq\theta := \frac{\partial}{\partial x} y(x) = x^2 y(x)$$

> initconds := y(0) = 1;

$$initconds := y(0) = 1$$

A solução é:

>

> dsolve({eq6,initconds},y(x));

$$\mathbf{v}(x) = \mathbf{e}^{\left(\frac{1}{3}x^3\right)}$$

> ###Mais informacoes sobre EDO clique aqui <u>DEtools</u>

>

>