



Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Ivo Eduardo Zanin.
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

Propriedades Matriciais

Veremos as definições de algumas **Propriedades Matriciais**, e aplicá-las no SageMath.

Matriz Nula ou Zero: É uma matriz em que todos os elementos são 0.

Matriz Quadrada: É uma matriz que tem o mesmo número de linhas e de colunas. A dimensão de uma matriz quadrada é seu número de linhas e colunas.

Matriz Singular: É uma matriz quadrada com determinante igual a zero.

Matriz Simétrica: É uma matriz igual à sua transposta. De forma mais precisa, se $A = [a_{ij}]_{n \times n}$, nós dizemos que é simétrica quando $A = A^T$.

Matriz Escalar: É uma matriz diagonal, isto é, $a_{ij} = 0$ para todo $i \neq j$. Além disso, tem todos os elementos iguais entre si para $i = j$. Como, por exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 5 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 5 \end{bmatrix} \longleftrightarrow \begin{cases} a_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j; \\ a_{ij} = 5 & \text{se } i = j. \end{cases}$$

Matriz Unitária ou Identidade: É uma matriz diagonal, representada por I , onde os elementos da diagonal principal são compostos apenas pelo número 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \longleftrightarrow \begin{cases} a_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j; \\ a_{ij} = 1 & \text{se } i = j. \end{cases}$$

Propriedades Matriciais no SageMath

- Para verificar as *propriedades matriciais* supracitadas de uma matriz $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, devemos, primeiramente:

1. `A = matrix(3, 3, [a, b, c, d, e, f, g, h, i])`, onde os dois primeiros números dentro do parênteses representam a ordem da matriz, e as letras dentro das chaves são os elementos.
2. Depois, basta escrever o comando respectivo:

- a) `A.is_zero()` para verificar se a matriz é nula;
- b) `A.is_square()` para verificar se a matriz é quadrada;
- c) `A.is_singular()` para verificar se a matriz é singular;
- d) `A.is_symmetric()` para verificar se a matriz é simétrica;
- e) `A.is_scalar()` para verificar se a matriz é escalar.
- f) `A.is_unitary()` para verificar se a matriz é unitária.

Exemplos

- 1- Verificar se a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ é *nula* e *singular*.

Propriedade de Nulidade

Type some Sage code below and press Evaluate.

```
1 A = matrix(2, 2, [0, 0, 0, 0])
2 show(A)
3 A.is_zero()
4
```

Evaluate

Language: Sage

Share

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

True

Propriedade de Singularidade

Type some Sage code below and press Evaluate.

```
1 A = matrix(2, 2, [0, 0, 0, 0])
2 show(A)
3 A.is_singular()
4
```

Evaluate

Language: Sage

Share

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

True

Nota: A resposta **False** indica que a matriz não possui a respectiva propriedade, enquanto **True** afirma que a propriedade é verdadeira.

2- Verificar se a matriz $B = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ é *quadrada, simétrica, escalar e unitária*.

Nota: Observe que é possível verificar mais de uma propriedade de uma vez, de forma que o Sage responderá à todos os comandos simultaneamente. Caso ao menos uma das propriedades seja falsa, então a resposta será **“False”**. Com todas verdadeiras, a resposta será **“True”**.

Quadrada e Simétrica

```

1 A = matrix(3, 3, [8, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 8])
2 show(A)
3 A.is_square()
4 A.is_symmetric()
5

```

Language: Sage

True

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Quadrada e Unitária

```

1 A = matrix(3, 3, [8, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 8])
2 show(A)
3 A.is_square()
4 A.is_unitary()
5

```

Language: Sage

False

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Quadrada, Simétrica, Escalar e Unitária

Observe que neste exemplo estamos verificando quatro propriedades ao mesmo tempo. Nesse caso, `A.is_square`, `A.is_symmetric` e `A.is_scalar` são **verdadeiros**, mas `A.is_unitary` é **falso**, e, portanto, isso implica em uma resposta geral de **falsa**, ou **“False”**.

```

1 A = matrix(3, 3, [8, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 8])
2 show(A)
3 A.is_square()
4 A.is_symmetric()
5 A.is_scalar()
6 A.is_unitary()

```

Language: Sage

False

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Referências

- [1] e-Disciplinas. Apêndices Wooldridge Matrizes. Disponível em: <edisciplinas.usp.br> Acesso em: 25 de outubro de 2021.
- [2] Khan Academy - Matrizes | Álgebra (todo o conteúdo) | Matemática. Disponível em: <pt.khanacademy.org> Acesso em: 25 de outubro de 2021.
- [3] InfoEscola - Matrizes, por José Roberto Lessa. Disponível em: <www.infoescola.com/matematica/matrizes/> Acesso em: 12 de outubro de 2021.