



## Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Vitória Vendramini Gongora.  
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

### Derivadas parciais:

Para iniciar, vamos rever as definições de função com duas variáveis, derivadas parciais com duas variáveis e depois generalizar essas definições para  $n$  variáveis.

**Definição:** Uma função  $f$  de duas variáveis é uma regra que associa a cada par ordenado de números reais  $(x, y)$  de um conjunto  $D$  um único valor real, denotado por  $f(x, y)$ . O conjunto  $D$  é o domínio de  $f$  e sua imagem é o conjunto de valores possíveis de  $f$ , ou seja,  $\{f(x, y) \mid (x, y) \in D\}$ .

**Definição:** Se  $f$  é uma função de duas variáveis, suas derivadas parciais são as funções  $f_x$  e  $f_y$  definidas por:

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h},$$
$$f_y(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h}.$$

**Definição:** Uma função com  $n$  variáveis é uma regra que associa um número  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  a uma  $n$ -upla  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  de números reais.

**Definição:** Se  $u$  é uma função de  $n$  variáveis,  $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , sua derivada parcial em relação à  $i$ -ésima variável  $x_i$  é

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i + h, x_{i+1}, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{h}.$$

### Derivadas parciais no SageMath

Para facilitar, você pode copiar as áreas em azul e verde, colar no SageMath e substituir as verdes pelas informações que você tem, como a função, o ponto, o intervalo etc.

Para calcular a derivada parcial de uma função devemos primeiro definimos as variáveis e em seguida utilizar o comando `diff` explicitando em relação a qual variável estamos derivando

`var('x', 'y', 'z', ...)`

`f(x, y, z...) = defina f`

`diff(f(x, y, z...), variável em que estamos derivando)`

## Exemplo 1

Calcule as derivadas parciais da função  $f(x, y) = \frac{1}{4}xy^2 - 3x + \frac{2}{7}xy$

```
In [1]: var('x', 'y')
f(x, y) = 1/4*x*y**2 - 3*x + 2/7*x*y
show(f(x,y))
```

$$\frac{1}{4}xy^2 + \frac{2}{7}xy - 3x$$

```
In [2]: show(diff(f(x,y),x))
```

$$\frac{1}{4}y^2 + \frac{2}{7}y - 3$$

```
In [3]: show(diff(f(x,y),y))
```

$$\frac{1}{2}xy + \frac{2}{7}x$$

## Exemplo 2

Calcule as derivadas parciais da função  $f(x, y, z) = xyz + \sin(x) - \cos(y)$

```
In [8]: var('x', 'y', 'z')
f(x, y, z) = x*y*z + sin(x) - cos(y)
show(f(x,y,z))
```

$$xyz - \cos(y) + \sin(x)$$

```
In [9]: show(diff(f(x,y),x))
```

$$yz + \cos(x)$$

```
In [10]: show(diff(f(x,y),y))
```

$$xz + \sin(y)$$

```
In [11]: show(diff(f(x,y),z))
```

$$xy$$

## Referências

- [1] BOYCE, W.E. e DIPRIMA, R.C. Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno, 9ª edição, LTC, 2010.
- [2] STEWART, J. Cálculo, volume 2; tradução EZ2 Translate., São Paulo : Cengage, Learning, 2013.
- [3] BARD, G. V. Sage para Estudantes de Pregrado. Cochabamba: Sagemath, 2014. Tradução de: Diego Sejas Viscarra.