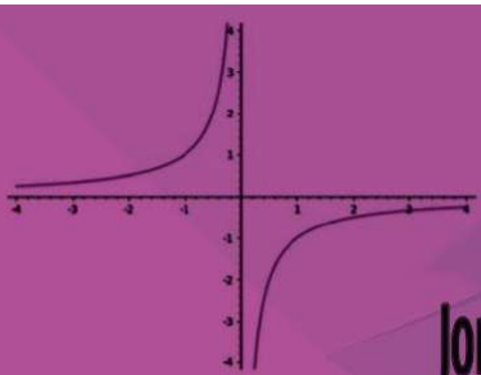
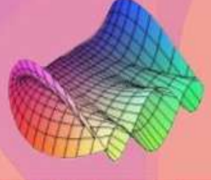


JEEPEMA

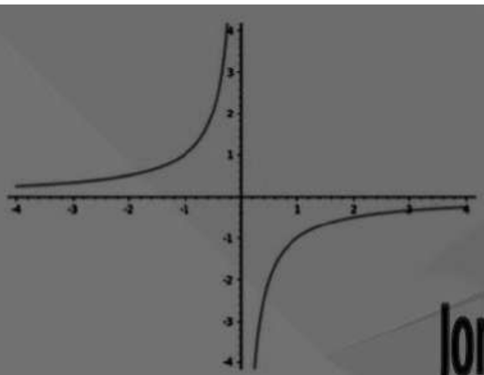
Jornal eletrônico de Ensino e Pesquisa de matemática

Cálculo Diferencial e INTEGRAL:

Exercícios • Apostilas • Resoluções • Vídeos Aulas •



um kit de sobrevivência!



JEEPEMA

Jornal eletrônico de Ensino e Pesquisa de matemática

Cálculo Diferencial e INTEGRAL:

Exercícios • Apostilas • Resoluções • Vídeos Aulas •

um kit de sobrevivência!

Jornal Eletrônico de Ensino de Matemática - JEEPEMA
Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR - Brasil
ISSN: 2594-6323
DOI: 10.4025/jeepema

Vol. 8 N° 1 / 139 páginas - Julho/2024

Palavras-chave: Análise, Desenvolvimento, Investigação, Dificuldades, Educação, Ensino, Resolução de Problemas, Experiência, Aprendizagem, Modelagem e Matemática.

EDIÇÃO ESPECIAL COM OS RESUMOS EXPANDIDOS DO 1º ENCONTRO NACIONAL DE ENSINO EM MATEMÁTICA DA UEM

O projeto de extensão “Cálculo diferencial e integral - um kit de sobrevivência” (Kit) teve seu início a 25 anos atrás, quando alguns professores do departamento de matemática da UEM sentiram a necessidade de divulgar, o para seus alunos, os programas de álgebra computacional que estavam começando a se difundir no Brasil, especialmente o Maple e o Mathematica.

Nestes 25 anos o projeto foi se reinventando e entre suas reinvenções deu-se início ao Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática - JEEPEMA em 2017, o jornal surgiu pela necessidade de organizar os materiais autorais que foram aparecendo nos arquivos do Projeto. Ao compilar e organizar textos de matemática surgiram muitos que eram autorais e seria mais justo com seus autores que eles não apenas ficassem expostos no site do projeto, mas fossem organizados em forma mais adequada.

A revista se organizou com duas edições anuais, mas o fluxo de material autoral não era suficiente para manter a revista neste formato, até porque a revista sempre foi um subproduto do projeto e manter uma revista de divulgação científica nunca foi uma coisa muito simples. A revista desde o início foi organizada e registrada com ISSN: 2594-6323 e atualmente possui DOI (Digital Object Identifier) em todos seus artigos, mas ainda é uma revista não indexada, isso porque as exigências dos indexadores são mais fáceis de se adequar para as revistas predatórias do que para revistas associadas a projeto de extensão dirigidos por alunos de graduação. De qualquer modo nos esforçamos para manter ao menos o Google Scholar bem atualizado.

Na edição atual, sob a égide da curricularização da extensão, temos a alegria de apresentar a parceria do Projeto Kit e da Revista JEEPEMA com o Mestrado Profissional em Matemática - ProfMat da Universidade Estadual de Maringá com uma edição especial com os resumos do “1º Encontro Nacional de Ensino em Matemática da UEM”. Os trabalhos contidos nesta edição foram aceitos e, quase todos, apresentados no evento e com certeza trazem uma boa contribuição para a divulgação da matemática.

Esperamos que gostem.

Rodrigo Martins

Editor Chefe

OS PIOLHOS, O GANSO E A MATEMÁTICA: UMA PEQUENA HOMENAGEM

Prof. Doherty Andrade (DMA-UEM)

A escola de Lviv

A cidade de Lviv, localizada no oeste da Ucrânia, próxima à fronteira com a Polônia, possui uma história rica que remonta à sua fundação em 1256. Até 1919, Lviv fez parte do território polonês. No início do século XX, a cidade abrigava a renomada Cafeteria Escocesa (Kawiarnia Szkocka), que se tornou um ponto de encontro significativo para diversos matemáticos da Escola de Matemática de Lviv.

Ao longo das décadas de 1920 e 1930, essa cafeteria se transformou em um espaço vital, onde os membros da Escola de Matemática de Lviv se reuniam regularmente. Nesse ambiente estimulante, eles dedicavam horas à discussão de problemas matemáticos desafiadores, bem como à proposição e à análise de soluções inovadoras. Esse cenário dinâmico e intelectualmente estimulante na Cafeteria Escocesa contribuiu para o florescimento da excelência matemática na região durante aquele período.

Era uma prática regular para esses renomados matemáticos se reunirem na Cafeteria Escocesa, desfrutando de café enquanto discutiam apaixonadamente os desafios matemáticos que os instigavam naquele momento. Dentre os ilustres frequentadores, destacam-se nomes como Stefan Banach (1892-1932), Ulam, Stanislaw Mazur, entre outros.

A peculiaridade desse ambiente ia além das animadas conversas, pois era comum que eles deixassem suas acaloradas discussões registradas diretamente nas mesas de mármore do estabelecimento. Entretanto, essa efêmera galeria matemática desaparecia a cada noite, já que o diligente garçom se encarregava de limpar todas as mesas antes do fechamento.

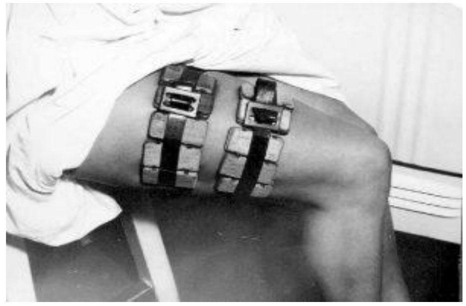
Banach. Fonte: Wikipedia.

Curiosamente, acredita-se que a esposa de Banach, Lucja, tomou a iniciativa de adquirir um caderno para que seu marido pudesse registrar as discussões e soluções elaboradas durante as sessões na cafeteria. Esse caderno, posteriormente apelidado de "Livro Escocês", foi deixado no estabelecimento, tornando-se o receptáculo das anotações ao longo dos anos. Uma verdadeira relíquia, esse livro preservou as ideias matemáticas valiosas que, de outra forma, teriam se perdido com o passar do tempo.

Origem de um livro

Algum tempo após as reuniões na Cafeteria Escocesa, as ideias fecundas de Banach, registradas no "Livro Escocês", encontraram expressão mais ampla. No período compreendido entre 1929 e 1932, Banach dedicou-se à redação de sua obra magistral intitulada "*Théorie des Opérations Linéaires*" ("Teoria dos Operadores Lineares"), na qual deu vida a conceitos inovadores.

Esse livro não apenas consolidou as reflexões matemáticas presentes no "Livro Escocês", mas também introduziu o revolucionário conceito de espaços de Banach. O trabalho de Banach nesse livro lançou as sólidas bases para a teoria dos espaços de Banach de dimensão infinita, desencadeando uma verdadeira revolução na matemática. Sua contribuição transcendental nesse campo estabeleceu um legado e influenciou significativamente o desenvolvimento subsequente da teoria funcional, consolidando o renome de Stefan Banach como uma figura proeminente na história da matemática.



Alimentando piolhos. Fonte: Wikipedia.

Para contextualizar a vida de Banach em meio aos eventos de sua época, é importante lembrar que ele viveu a turbulenta Segunda Guerra Mundial, um período em que todo homem adulto era convocado para o serviço militar. Além de suas notáveis realizações matemáticas, Banach desempenhou um papel singularmente interessante durante a ocupação alemã. Ele se envolveu em uma atividade notável no Instituto de Estudos do Tifo, alimentando piolhos com seu próprio sangue, uma tarefa crucial para a produção de vacinas na época. Surpreendentemente, essa atividade permitiu que ele continuasse sua pesquisa matemática mesmo em tempos tão desafiadores.

O livro Escocês

O "Livro Escocês", que preservava as ideias matemáticas valiosas geradas nas reuniões da Cafeteria Escocesa, apresentava problemas numerados, acompanhados de anotações sobre as ideias propostas. Em alguns casos, também havia registros sobre quem havia resolvido determinado problema. O livro compreende um total de 193 problemas; cada um deles muitas vezes oferecia a motivação adicional de um prêmio. Por exemplo, o Problema 43 valia uma garrafa de vinho, prêmio generosamente oferecido por Stanislaw Mazur. Esses detalhes adicionam uma dimensão interessante à história, revelando não apenas o rigor matemático, mas também o caráter lúdico e desafiador da interação entre os matemáticos da época. A maioria dos problemas apresentados revelou-se profundamente desafiadora, ultrapassando consideravelmente o entendimento matemático dos anos 1930 e 1940. Muitas dessas questões permaneceram sem resposta até o final do século passado, testemunhando a complexidade intrínseca que caracteriza o panorama matemático proposto no "Livro Escocês". Apesar de inicialmente parecerem simples curiosidades matemáticas, as técnicas desenvolvidas para enfrentar esses desafios provaram ser ferramentas de grande alcance e importância no campo da matemática.

Um exemplo notável é o Problema 153, destacado no livro, o qual foi proposto por Mazur em 1936 e oferecia a promessa de um ganso vivo como recompensa para quem conseguisse resolvê-lo. Esse problema estava relacionado a uma propriedade específica de aproximação em espaços de Banach. Em 1955, Grothendieck estabeleceu uma conexão intrigante ao demonstrar que, se o "Problema da Aproximação" fosse resolvido negati- vamente, então o Problema 153 também teria uma solução negativa.

O "Problema da Aproximação" indagava se todo espaço de Banach possuía a propriedade de aproximação, uma característica que já se sabia presente nos espaços de Hilbert. Essa abordagem, que inicialmente visava resolver questões específicas, acabou revelando conexões profundas e interdependências entre diferentes áreas da matemática, demonstrando a surpreendente profundidade das investigações propostas por Banach e seus contemporâneos.

Entrega do prêmio. Fonte: Wikipedia.

Em um momento crucial para a resolução do Problema 153, o matemático sueco Per Enflo desempenhou um papel significativo ao publicar um artigo em 1972, apresentando um espaço de Banach desprovido da propriedade da aproximação. Essa conquista notável também solucionou o desafio proposto por Mazur no "Livro Escocês". É digno de nota que, em 1972, Stanislaw Mazur pessoalmente entregou o prêmio a Per Enflo, marcando um momento memorável na história da matemática. Há registros fotográficos da entrega do prêmio.

No entanto, a narrativa toma um rumo inusitado quando consideramos os acontecimentos em meio às mudanças geopolíticas. Com o avanço das tropas soviéticas pela Europa, surgiu a preocupação de proteger o "Livro Escocês". Conta-se que, para resguardá-lo, ele foi enterrado. Infelizmente, a rápida chegada dos soviéticos à cidade após o início da guerra impediu que essa medida de segurança fosse eficaz. Os registros subsequentes no livro indicam claramente a influência dos matemáticos soviéticos, que, seguindo um "protocolo" estabelecido, também ofereciam prêmios por soluções para os problemas ali apresentados. Anos mais tarde, o livro foi devolvido a Lviv, representando um capítulo intrigante e singular na trajetória do "Livro Escocês" e da comunidade matemática da época.

Contribuição da professora Nicole

Neste ponto vamos introduzir uma personagem importante nessa história: trata-se da professora Nicole Tomczak-Jaegermann. A trajetória acadêmica da professora Nicole é notável. Ela obteve seu mestrado em 1968 e doutorado em 1974 pela Universidade de Varsóvia. Destaca-se que ela foi uma das estudantes talentosas de Alexander Pelczynski, que, por sua vez, foi discípulo de Mazur. Isso a posiciona como parte integrante da respeitável escola polonesa (Lviv), que desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da teoria moderna dos espaços de Banach.

A contribuição da professora Nicole para a área dos espaços de Banach foi reconhecida e teve um impacto significativo na Matemática. Para não sobrecarregar o leitor, abordaremos apenas dois resultados importantes obtidos pela professora Nicole que não ilustram muito bem a magnitude de seu trabalho. O primeiro deles está relacionado à propriedade de aproximação, conforme mencionado anteriormente, e o outro resultado trata da homogeneidade dos espaços de Banach.

Como discutimos anteriormente, Per Enflo, na década de 1970, construiu um espaço de Banach sem a propriedade de aproximação. Na década de 1990, Nicole Tomczak-Jaegermann e seu colaborador P. Mankiewicz foram além dessa construção específica, desenvolvendo um método abrangente para construir tais contra-exemplos de forma genérica a partir de qualquer espaço não-Hilbertiano. Eles demonstraram o seguinte:

Teorema: (N. Tomczak-Jaegermann, P. Mankiewicz) *Se X é um espaço de Banach não isomorfo ao espaço de Hilbert, enta˜o* $l_2(X)$ *necessariamente possui um espaço quociente que contém um subespaço sem a base de Schauder.*

Outra questão importante abordada pela professora Nicole e um de seus alunos de doutorado é a homogeneidade dos espaços de Banach: o espaço de Hilbert é o único espaço homogêneo de Banach? Em outras palavras, é o único espaço que pode ser isomorfo a todos os seus subespaços fechados de dimensão infinita? Agora sabemos que a resposta a essa questão de Banach é afirmativa, graças às contribuições independentes e notavelmente complementares de T. Gowers, por um lado, e de Nicole Tomczak-Jaegerman e seu aluno R. Komorowski, por outro.

É fascinante perceber como a história da matemática se entrelaça com experiências pessoais e encontros inspiradores. Em 1998, durante meu período como professor no Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (DMA/UEM), tive o privilégio de convidar a renomada professora Nicole Tomczak-Jaegermann (1945-2022) para uma visita ao departamento. Durante sua estada, ela compartilhou suas experiências e fascinou a todos nós com histórias como essas envolvendo os maiores matemáticos da época.

Profa. Nicole. Fonte: Wikipedia.

Ao longo de sua carreira, Nicole Tomczak-Jaegermann recebeu diversas honrarias, incluindo uma palestra como convidada no Congresso Internacional de Matemáticos

(*International Congress of Mathematicians* — ICM) de 1998, o Prêmio Krieger-Nelson de 1999, o Prêmio CRM-Fields-PIMS de 2006 e a Medalha Sierpinski de 2013. Esses reconhecimentos evidenciam não apenas sua excelência acadêmica, mas também sua contribuição significativa para o avanço da matemática. A visita dela ao DMA/UEM certamente proporcionou um enriquecimento intelectual e inspirador para todos que lhe assistiram. Agradeço por esta experiência e minhas sinceras homenagens.

Índice

Volume 8 - N° 1

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 1-5. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

ANÁLISE DO DESEMPENHO DE EGRESSOS DO PROFMAT DO PARANÁ NO CONCURSO SEED PARANÁ 2023: UMA AVALIAÇÃO DO IMPACTO DA FORMAÇÃO MATEMÁTICA

Cristina Kozan de Brito (SEED)
Rogério Santana Calegari (SEED)
cristina.kozan.brito@escola.pr.gov.br

Resumo: Este estudo investiga o desempenho dos egressos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (ProfMat) das instituições associadas no estado do Paraná no concurso de 2023 da Secretaria de Estado da Educação e do Esporte (SEED), com 1548 aprovados dos 8537 inscritos para professor de Matemática. Notavelmente, os 145 concluintes do ProfMat do Paraná apresentaram uma taxa de aprovação 84,16% (122 aprovados) surpreendente. Frequentemente 49 egressos nomeados das 236 vagas nomeadas ocupam as primeiras posições em diferentes Núcleos Regionais. Os resultados indicam que a formação específica do ProfMat, focada na prática pedagógica e resolução de problemas, indicam a necessidade de disseminar o Programa para enriquecer a formação de professores em todo o país.

Palavras-chave: Egressos do ProfMat; Concurso de Professores; Formação em Matemática.

1 Introdução

A formação de profissionais em Matemática desempenha um papel crucial na promoção do ensino de qualidade e no desenvolvimento do conhecimento na área. Nesse contexto, o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (ProfMat), programa de mestrado semipresencial na área de Matemática com oferta nacional criado em 2011, formado por uma rede de Instituições de Ensino Superior, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), emerge como uma iniciativa fundamental para aprimorar a formação de educadores matemáticos em todo o país. No

Paraná o ProfMat é formado por 8 instituições associadas, com 9 polos em 8 cidades (dois polos na cidade de Curitiba).

Ao observar os resultados do concurso de 2023 da SEED (Secretaria de Estado da Educação e do Esporte) para professores no estado do Paraná, nota-se uma presença significativa de egressos do ProfMat do Paraná entre os aprovados. Este fenômeno despertou nosso interesse em compreender mais profundamente a relação entre a participação no ProfMat e o desempenho posterior em concursos públicos para docentes de Matemática.

Diante desse contexto, o presente estudo tem como objetivo analisar o desempenho de egressos do ProfMat do Paraná no concurso da SEED para professores. Buscamos compreender os fatores que podem contribuir para o sucesso desses profissionais e avaliar o impacto do programa em sua preparação e atuação no cenário educacional paranaense.

A metodologia adotada compreendeu um levantamento detalhado dos resultados do concurso específico para professores de Matemática, realizado pela SEED, através da banca IBFC – Instituto Brasileiro de Formação e Capacitação, no estado do Paraná, em 2023. A coleta de dados inclui informações sobre a formação acadêmica dos aprovados, com ênfase na identificação da participação de egressos do ProfMat do Paraná. A análise estatística foi empregada para examinar padrões e tendências nos resultados.

O cerne deste estudo reside na seguinte indagação: existe relação entre a participação no ProfMat e o sucesso no concurso para professores de Matemática no estado do Paraná em 2023? Além disso, buscamos identificar possíveis elementos que possam explicar essa associação.

A importância deste estudo reside na contribuição para o entendimento da eficácia do ProfMat como catalisador para o êxito profissional de seus egressos, especialmente no contexto dos concursos para docentes. Compreender essa relação pode fornecer insights valiosos para aprimorar a formação de professores em Matemática e otimizar programas educacionais similares.

Ao avançarmos na análise dos resultados, pretendemos não apenas destacar o desempenho dos egressos do ProfMat do Paraná, mas também lançar luz sobre os fatores que potencialmente influenciam nesse sucesso, tentando, de alguma forma, contribuir para o aprimoramento contínuo da formação de professores em Matemática.

2 Resultados e discussão

Os egressos do ProfMat do Paraná apresentaram uma taxa de aprovação bastante significativa no concurso analisado, conforme o Edital nº 121 do concurso, com 8537 candidatos inscritos para professor de Matemática, dos quais 1548 candidatos foram aprovados.

Figura 1. Quadro de desempenho dos egressos do ProfMat do Paraná no concurso SEED 2023.

DESEMPENHO DOS EGRESSOS DO PROFMAT DO PARANÁ NO CONCURSO SEED 2023							
NRE	Vagas nomeadas	Egressos inscritos	Egressos aprovados	Egressos nomeados	% de egressos aprovados	% de egressos nomeados	% de egressos nomeados por total de vagas nomeadas
Apucarana	7	2	2	1	100,00%	50,00%	14,29%
Área Metropolitana Norte	16	4	1	1	25,00%	100,00%	6,25%
Área Metropolitana Sul	19	12	11	6	91,67%	54,55%	31,58%
Assis Chateaubriand	4	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Campo Mourão	6	1	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Cascavel	8	10	10	5	100,00%	50,00%	62,50%
Cianorte	5	1	1	0	100,00%	0,00%	0,00%
Cornélio Procópio	5	3	3	1	100,00%	33,33%	20,00%
Curitiba	22	28	19	3	67,86%	15,79%	13,64%
Dois Vizinhos	4	2	2	2	100,00%	100,00%	50,00%
Foz do Iguaçu	8	7	6	3	85,71%	50,00%	37,50%
Francisco Beltrão	6	2	2	1	100,00%	50,00%	16,67%
Goioerê	4	1	1	1	100,00%	100,00%	25,00%
Guarapuava	5	1	1	1	100,00%	100,00%	20,00%
Ibaiti	4	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Irati	4	2	2	0	100,00%	0,00%	0,00%
Ivaiporã	5	1	1	0	100,00%	0,00%	0,00%
Jacarezinho	6	7	7	3	100,00%	42,86%	50,00%
Laranjeiras do Sul	6	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Loanda	6	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Londrina	14	11	9	1	81,82%	11,11%	7,14%
Maringá	13	18	15	7	83,33%	46,67%	53,85%
Paranaguá	7	1	1	1	100,00%	100,00%	14,29%
Paranavaí	5	2	2	1	100,00%	50,00%	20,00%
Pato Branco	7	9	9	3	100,00%	33,33%	42,86%
Pitanga	3	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Ponta Grossa	9	9	8	3	88,89%	37,50%	33,33%
Telêmaco Borba	5	2	2	1	100,00%	50,00%	20,00%
Toledo	5	3	2	1	66,67%	50,00%	20,00%
Umuarama	5	3	2	1	66,67%	50,00%	20,00%
União da Vitória	6	2	2	1	100,00%	50,00%	16,67%
Wenceslau Braz	7	1	1	1	100,00%	100,00%	14,29%
Total	236	145	122	49	84,14%	40,16%	20,76%

Fontes: Edital nº 121, Inscrições deferidas e Decreto de posse nº 4473, 2023.

Seguramente, nem todos os 498 concluintes do ProfMat do Paraná se submeteram ao concurso; no entanto, a proporção entre candidatos inscritos e graduados atinge 29,12%, resultando em 7,24% dos aprovados, um índice notavelmente significativo. A notoriedade desse feito torna-se ainda mais evidente ao confrontarmos os 145 egressos inscritos com as 122 aprovações, revelando uma taxa impressionante de 84,14% de sucesso entre os egressos neste concurso específico. Uma análise mais aprofundada da primeira nomeação revela um dado surpreendente: 49 concluintes do ProfMat do Paraná foram nomeados na primeira chamada, totalizando 40,16% dos egressos aprovados e 20,76% das vagas de primeira nomeação.

Analisando a figura 1, destacamos os NREs de Cascavel, Dois Vizinhos, Jacarezinho, Maringá e Pato Branco, sendo que 50% ou mais dos nomeados são egressos do ProfMat do Paraná. Assim, na figura 2, temos um levantamento dos polos do ProfMat no estado do Paraná e o número de egressos aprovados e nomeados por NRE.

Figura 2: Mapa dos Núcleos Regionais de Educação

Fonte: https://www.nre.seed.pr.gov.br/index.php ,com alterações dos autores.

Outro dado relevante é que dos trinta e dois Núcleos Regionais do Estado, 27 deles tiveram egressos inscritos e em 25 NREs a taxa de aprovação dos concluintes inscritos do ProfMat do Paraná superou os 60%, sendo que em sete NREs há um egresso do ProfMat na primeira colocação. Os núcleos de Maringá e Pato Branco destacam-se por apresentarem nas quatro primeiras posições egressos do ProfMat. No núcleo de Cascavel também há fortes evidências da presença desses mestres, pois das sete primeiras colocações, apenas duas não são egressos do ProfMat.

A formação específica recebida no ProfMat, que enfatiza a prática pedagógica e a resolução de problemas, demonstrou ser um diferencial significativo. Egressos destacaram a relevância de conhecimentos atualizados adquiridos durante o Mestrado Profissional como um ponto chave para enfrentar desafios no concurso.

3 Considerações finais

Os resultados sugerem que a formação recebida no ProfMat não apenas prepara os profissionais para os desafios dos concursos, mas também possivelmente influenciará de forma positiva sua prática docente subsequente, fortalecendo o ensino de Matemática nas escolas.

Considerando o sucesso dos egressos do ProfMat, é fundamental ponderar a disseminação de boas práticas identificadas no programa para enriquecer a formação de professores em todo o país.

Referências

GOVERNO DO ESTADO PARANÁ. CONCURSO PÚBLICO - 011/2023. **Inscrições deferidas - Ampla concorrência.** Disponível em: https://anexos.cdn.selecao.net.br/uploads/747/concursos/421/anexos/soLnGWfqicF6MvlhkhZbiWJ9tVDIPYt2mFAKLi77.pdf. Acesso em: 10 de janeiro de 2024.

GOVERNO DO ESTADO PARANÁ CONCURSO PÚBLICO - 011/2023. **Resultado final do concurso público - Edital Nº 121/2023 - Anexo 1 - Ampla concorrência.** Disponível em: https://anexos.cdn.selecao.net.br/uploads/747/concursos/421/anexos/oU4FEFfy459m8jeS4vnBdo4RAFe4GyOUzk01Dl8f.pdf . Acesso em: 10 de janeiro de 2024.

GOVERNO DO ESTADO PARANÁ CONCURSO PÚBLICO - 011/2023. **DECRETO Nº 4493**. Disponível em: https://anexos.cdn.selecao.net.br/uploads/747/concursos/421/anexos/CEq0rpRtCH6iojEi8D9csFlbfIDjN4ZkuJ27ao7j.pdf . Acesso em: 10 de janeiro de 2024.

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT. **Dissertações do ProfMat** – disponível em: https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/ . Acesso em: 10 de janeiro de 2024.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 6-10. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO PARA O ENSINO DE CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Andréia Araújo de Farias Aquino (Instituto Federal do Paraná)[1]
Lilian Akemi Kato (Universidade Estadual de Maringá)[2]
andreia.aquino@ifpr.edu.br

Resumo: Um dos pilares da Educação Matemática Crítica consiste em trazer para o ensino de matemática questões políticas, sociais e econômicas que possam oportunizar aos estudantes uma reflexão crítica favorecendo exercerem a cidadania de maneira plena. A luz desse referencial, este trabalho teve por objetivo investigar, com um grupo de professores da Educação Básica, sobre o conteúdo matemática financeira como potencializadora para discussões reflexivas no âmbito das finanças. Com a análise qualitativa dos dados coletados a partir dos diálogos de dois grupos focais formados por professores e futuros professores, foi possível observar que as atividades envolvendo matemática financeira realizadas em um cenário para investigação com referências ao mundo real favoreceram o desenvolvimento dos pressupostos da Educação Matemática Crítica em relação as atividades realizadas com exercícios com referências à semirrealidade.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Cenários para investigação; Matemática financeira.

1 Introdução

A tarefa de ensinar pressupõe de quem a exerce uma intencionalidade, um “porquê” e “para que” que delimita o “como” fazê-la. Assim, ao definir a metodologia

---

[1] Mestra em Matemática pelo PROFMAT-UEM. Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Professora de Matemática do Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus Paranavaí, PR, Brasil.

[2] Doutora em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, PR, Brasil.

que irá adotar para ensinar um determinado conteúdo, o professor, mesmo que inconscientemente, selecionará aquela que vai de encontro à sua concepção pedagógica. Desta forma, investigar quais são as metodologias que favorecem uma determinada concepção são de extrema importância para a atividade docente.

No campo de estudo da Educação Matemática, no qual este trabalho se insere, adotamos a concepção pedagógica da Educação Matemática Crítica (EMC). Alro e Skovsmose (2010, p. 18) afirmam que "a Educação Matemática Crítica preocupa-se com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político e com as finalidades para as quais a competência matemática deve servir", ou seja, na EMC o ensino de matemática deve ir além do desenvolvimento das habilidades associadas à matemática. Para a EMC "os estudantes devem ser apresentados às formas de conhecimento que lhes deem a convicção e a oportunidade de lutar por uma qualidade de vida com todos os benefícios do ser humano" (Skovsmose, 2001, p. 65).

Para o desenvolvimento deste trabalho, elaboramos dois tipos de atividades que podem ser utilizadas para o ensino de matemática financeira a estudantes do ensino médio. Uma das atividades elaborada pelas pesquisadoras pode ser categorizada como "cenário para investigação com referências ao mundo real" e a outra como "exercício com referências à semirrealidades". Segundo Alro e Skovsmose (2010), um cenário para investigação com referência ao mundo real é uma atividade aberta que pode substituir exercícios e que permite aos estudantes formular questões e planejar linhas de investigação, participando ativamente das discussões e do processo de aprendizagem. Já em um exercício com referências à semirrealidades todas as informações são artificiais e, apesar de fazerem referências a situações reais, nenhuma informação externa à semirrealidade é relevante e o único propósito do exercício é ser resolvido.

As atividades foram apresentadas a um grupo de professores em formação e atuantes, todos estudantes da graduação ou pós-graduação na Universidade Estadual de Maringá, que foram separados em dois grupos focais, para que fossem discutidas e analisadas. A abordagem metodológica adotada para a realização do trabalho foi a qualitativa, visto que os objetivos são de caráter subjetivo, a saber: proporcionar reflexões, na perspectiva da EMC, sobre o conteúdo matemática financeira e comparar discussões sobre matemática financeira advindas de cenário para investigação com referências ao mundo real com as advindas de exercícios com referências à semirrealidade. Desta forma, pretendemos responder à questão: Que estratégias metodológicas favorecem o ensino de matemática financeira na perspectiva da Educação Matemática Crítica?

.

2 Resultados e discussão

Os participantes foram divididos em dois grupos focais, que denominamos de Grupo 1 e Grupo 2. O Grupo 1 recebeu uma atividade baseada em um cenário para investigação com referência à realidade, constituída por um texto retirado de uma página da internet (Serasa, 2023) contendo informações relacionadas ao uso do cartão de crédito, e de uma simulação de fatura com pagamento mínimo de cartão de crédito retirado da página de uma instituição bancária (Nubank, 2023). O Grupo 2 recebeu uma atividade baseada em exercícios com referência à semirrealidade, constituída por três exercícios extraídos de um livro texto (Dante e Viana, 2020) relacionados a situações de dívidas com juros compostos contraídas no cheque especial e cartão de crédito com dados fictícios.

Os dois grupos ficaram em locais separados e receberam das pesquisadoras as mesmas instruções iniciais: os textos ou exercícios deveriam ser lidos por todos os integrantes do grupo de maneira individual ou coletiva; não era necessário resolver qualquer tipo de questão ou exercício; os participantes poderiam fazer comentários de maneira livre; os participantes poderiam utilizar as questões propostas pelas pesquisadoras que constavam após os textos ou exercícios para nortear as discussões; não era necessário nenhum registro escrito, visto que a análise dos dados seria realizada exclusivamente pela gravação em áudio das falas dos participantes.

Os integrantes do Grupo 1 fizeram a leitura individual e silenciosa dos textos propostos no cenário para investigação com referências à realidade e, em seguida, dialogaram de maneira livre sobre as vivências pessoais relacionadas ao uso do cartão de crédito, o medo de contrair dívidas, ao controle emocional necessário para haver controle financeiro, aos juros abusivos praticados pelos bancos, aos interesses por detrás da cobrança dos juros abusivos e a falta de um controle do governo em relação aos juros, sobre consumismo e renda familiar. Apesar de terem conversado sobre questões matemáticas como, por exemplo, a taxa de juros do rotativo do cartão de crédito da simulação do banco, o percentual da renda a ser utilizado como limite do cartão, este não foi o foco principal das conversas dos integrantes do Grupo 1. Quando comentaram sobre a questão proposta pelas pesquisadoras, “você utilizaria as informações apresentadas no texto e na simulação, em aulas de matemática no Ensino Médio? Se sim, utilizaria para ensinar qual(ais) conteúdos?", os integrantes do Grupo 1 salientaram que seria possível utilizar as informações para ensinar conteúdos relacionados à matemática financeira, como juros simples e compostos. No entanto, voltaram a destacar o fato de que poderiam trabalhar a conscientização dos estudantes em relação ao uso consciente do crédito, visto as taxas altas de juros cobradas, a realidade financeira das famílias, ao consumismo, etc, ou seja, deram destaque aos temas do "mundo real", sendo que a matemática seria utilizada para compreender e atuar de maneira mais consciente sobre as questões abordadas.

Os integrantes do Grupo 2, por sua vez, tentaram resolver os exercícios com referência à semirrealidade, mesmo tendo sido dada a instrução de que não seria necessário resolver os exercícios. O diálogo dos participantes consistiu em buscar estratégias para resolver os exercícios, dando prioridade para o uso de fórmulas. Um dos integrantes sugeriu que se utilizasse uma estratégia que não envolvesse fórmula, no entanto, sua sugestão foi rejeitada pelos demais integrantes. Após a intervenção de uma das pesquisadoras, que lembrou aos integrantes do grupo que os exercícios não precisariam ser resolvidos e que eles poderiam utilizar as questões propostas para nortear as discussões, eles passaram a conversar sobre a possibilidade de trabalhar outros temas com a atividade, além da matemática, como a educação financeira. No entanto, ao contrário do Grupo 1, que trouxe à tona diversas questões políticas, sociais e econômicas, o Grupo 2 limitou-se a comentar sobre as diferentes formas para o pagamento de dívidas, que era um dos assuntos tratados em um dos exercícios.

3 Considerações finais

A análise dos dados coletados permitiu perceber diferenças significativas referentes à qualidade dos diálogos dos integrantes dos grupos. No Grupo 1 houve uma conversação livre e democrática, onde os indivíduos expuseram suas vivências e percepções sobre os textos propostos. Isto permitiu que temas sociais, políticos, econômicos e emocionais fossem inseridos em uma atividade que poderia ser, a princípio, exclusivamente matemática, o que vai de encontro aos pressupostos da EMC. Já no Grupo 2, a principal preocupação dos indivíduos foi no sentido de resolver os exercícios com a aplicação de fórmulas.

Os dados coletados sugerem que quando são utilizados dados reais em uma atividade que não tem as tarefas previamente estabelecidas, chamadas de cenários para investigação, os professores pensam de maneira inversa em relação às atividades baseadas em exercícios (atividades em que há uma resposta a ser determinada). Dito de outra forma: nos cenários para investigação parte-se do mundo real para a matemática, sendo que a matemática deve servir ao propósito de compreender, questionar e atuar sobre a realidade, enquanto que nos exercícios o ponto de partida é a matemática e, caso o professor não faça um esforço, corre-se o risco de que o único objetivo seja o de desenvolver a matemática necessária para "dar a resposta certa".

Isto nos indica que a escolha de atividades do tipo cenários para investigação com referências ao mundo real como opção metodológica para o ensino da matemática financeira é mais adequado do que os exercícios com referência à semirrealidade quando o professor tem por objetivo desenvolver os pressupostos da Educação Matemática Crítica em seu trabalho.

Referências

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010, 2.ed.

ARAÚJO, J. L.; LIMA, F. H. Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica: uma interlocução possível. **VIDYA**, Santa Maria-RS, v. 43, n. 2, p. 267-286, jul./dez., 2023.

DANTE, L. R; VIANA, F. **Matemática em contexto: Estatística e Matemática Financeira.** São Paulo: Ática, 2020.

Juros de cartão de crédito: 6 coisas que ninguém te conta. **Serasa, 2023.** Disponível em: <https://www.serasa.com.br/credito/blog/juros-de-cartao-de-credito/> . Acesso em: 15 de nov. de 2023.

Novas regras do rotativo e parcelamento da fatura. **Nubank, 2023.** Disponível em <https://nubank.com.br/rotativo-e-parcelamento/>. Acesso em: 15 de nov. de 2023.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: A questão da Democracia.** Campinas, SP: Papirus, 2001.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 11 – 15. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

CONTRIBUIÇÕES DE UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA A RELAÇÃO POLUIÇÃO-SAÚDE MEDIADA PELA MATEMÁTICA

Ademar Vinicius Fagion Freitas (Universidade Estadual de Maringá)
Lilian Akemi Kato (Universidade Estadual de Maringá)
vinicius.fagion@gmail.com

Resumo: O trabalho apresentado explora as contribuições da relação entre um experimento envolvendo o cálculo da concentração de uma solução de sulfato de cobre e a variação da sua concentração durante um processo de diluição, recorrendo à matemática como instrumento de interpretação, baseando-se na ideia de limite e extrapolando essa discussão para situações cotidianas que envolvem riscos ao meio-ambiente e à saúde humana. A condução da atividade ocorreu em uma disciplina do curso de pós-graduação em educação, tendo como participantes professores de matemática e estudantes do curso de licenciatura em química. Os resultados sugerem que atividades interdisciplinares contendo experimentos podem contribuir para a conscientização de professores dessas áreas, podendo refletir em sua prática docente.

Palavras-chave: experimentação; interdisciplinaridade; diluição.

1 Introdução

A interdisciplinaridade consiste em um fator importante a ser trabalhado em sala de aula, podendo contribuir para o desenvolvimento dos estudantes ao estabelecer relações com um conjunto de conhecimentos. Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de matemática deve proporcionar o desenvolvimento de habilidades que contemplam processos investigativos, de elaboração de modelos, resolução de problemas, comunicação e argumentação, incluindo a linguagem matemática (Brasil, 2018).

Nessa perspectiva, Borges e Colombo (2020) salientam ser importante desenvolver abordagens que contemplem uma atividade experimental, alicerçada em bases teóricas, possibilitando que os estudantes possam estabelecer relações entre os conceitos e suas aplicações. Os autores ainda reforçam que a matemática utilizada como um instrumento permite a interpretação dos fenômenos naturais, correlacionando as áreas de conhecimento.

Portanto, o objetivo desse trabalho consiste em explorar as contribuições de uma atividade experimental de química, mediada pela matemática, acerca de problemas da poluição ambiental de corpos aquáticos e relacionada à saúde, para formação de professores de ciências exatas.

2 Resultados e discussão

A atividade foi elaborada e aplicada na disciplina de Tópicos Específicos em Ensino de Matemática e sua Didática, vinculada ao Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), tendo a experimentação como ferramenta metodológica. A aplicação da atividade contou com 7 participantes, sendo 3 estudantes do curso de licenciatura em química (UEM) e 4 professores de matemática, estudantes do PCM.

Foram formados dois grupos de modo que houvesse pelo menos um estudante de química em cada para auxiliar na manipulação da vidraria. Na sequência, ambos os grupos prepararam uma solução aquosa de sulfato de cobre, pesando 2,5 g desse sal e dissolvendo-o em 10 mL de água, em uma proveta de 100 mL, completando o volume até a marca de 50 mL, observando e registrando as características dessa solução, seguido por um processo de diluição.

O questionário pós-experimento continha cinco questões, sendo elas: 1) Calcular a concentração inicial da solução, em g/L; 2) Calcular a concentração final da solução, em g/L; 3) Em que condições a concentração da solução será zero?; 4) Em que situações cotidianas pode-se verificar a diluição extrema de uma solução?; 5) Quais são as implicações desse processo para a saúde e para o ambiente?

Os participantes foram identificados como P1 até P7. Em relação às questões 1 e 2, os participantes P1 e P2 obtêm valores corretos (50 g/L e 33,33 g/L, respectivamente), P3 apresenta em forma de fração ($\frac{1}{20}$ g/L e $\frac{25}{780}$ g/L), P4 obtém $\frac{2,5}{10}$ e $\frac{50}{10}$ = 5 mL, P5 e P6 apontam 0,05 e 0,03 e P7 apresenta 0,02 g/L e 0,03 g/L.

P4 respondeu à questão 1 usando os 10 mL iniciais, se esquecendo que esse volume foi utilizado apenas para a dissolução do composto, não explicando o raciocínio empregado. Assim, a interpretação sugere se tratar de um processo de diluição de 5 vezes. P7 sugere que houve aumento na concentração da solução ao ser diluída, estando, portanto, incorreto.

Uma possível explicação para os equívocos consiste no tempo disponível para a atividade (60 minutos aprox.) e com orientação para o desenvolvimento do experimento de forma rápida. Além disso, nem todos os participantes manusearam a vidraria. A figura 2 apresenta as respostas dos participantes às questões 3, 4 e 5 do questionário pós-experimento.

Figura 2. Respostas às questões 3, 4 e 5

Participante	Questão 3	Questão 4	Questão 5
P1	Conforme for aumentando a quantidade de mL/L.	Não sei se seria um caso de diluição extrema, mas pensei na diluição da concentração de amaciantes. Exemplo: 1,5 L de amaciante podendo render $\frac{4}{5}$ L.	O exemplo anterior impacta em questões de economia financeira.
P2	Conforme aumenta a quantidade de mL, $\lim_{x \to \infty} \frac{a}{x}$.	Para fazer uma mistura para limpar roupas, por ex., uma colher de bicarbonato em 1 L de água há diluição.	Na natureza, por ex., se há alguma contaminação, seria necessário haver uma diluição externa, para que o "contaminante" fosse sumindo.
P3	A concentração da solução tenderá cada vez mais a zero quanto mais quantidade de solvente tiver.	Água da piscina em contato com a água abundante da chuva. Veneno/agrotóxico em contato com lagos, rios pode causar morte de doenças.	Questões de saúde, tomar muita água para diminuir a concentração de medicamentos no organismo.
P4	Acredito que seja agregando mais diluente para acentuar a coloração, acredito que seja pelo menos 3 vezes mais para encontrar uma solução zero.	Implica solutos líquidos, por exemplo, água, álcool, etc. Extrema, quando o solvente é maior e tem mais características para diluir um outro solvente.	Excesso de químico, má diluição de um dos componentes, problemas com o meio ambiente, substâncias tóxicas e semelhantes, morte por intoxicação (substâncias elevadas impregnam no sistema humano).
P5	Com um volume exorbitantemente alto ex: 2.500 mL. Mas nunca chegará a ser 100% zero a menos que o volume seja infinito.	Em um volume muito maior de soluto se observará uma diluição extrema. Como algo em uma piscina por exe.	Deste processo em específico pode haver problemas como água não sendo 100% purificada mas por serem volumes muito altos não conseguimos observar diferenças.
P6	Caso fosse colocado um volume muito grande de solvente e o volume da solução fosse muito alto.	Acontece quando colocamos muito solvente para pouco soluto, por exemplo, colocar uma colher de sabão em pó para uma máquina de 50 L de água para lavar roupa.	Substâncias tóxicas concentradas afetam tanto a saúde quanto o meio ambiente caso descartando de forma incorreta.
P7	Quando não há solvente.	Em produtos de limpeza.	Diluir muito a solução pode facilitar a desintoxicação ou descarte no ambiente.

Fonte: Autores, 2024.

As respostas apontam para uma relação inversamente proporcional, na qual a tendência é que a concentração seja zero quando há um volume infinitamente grande de solvente adicionado. Contudo, mesmo em casos extremos essa concentração não alcança zero. Em relação à diluição extrema, mesmo apresentando casos em que não ocorre o fenômeno, os participantes se aproximam desse conceito. Uma possível explicação consiste no fato da maioria dos participantes não esteja familiarizada com o conceito químico.

Sobre as implicações ambientais e para a saúde, os participantes apresentam respostas bem variadas, indicando possíveis contribuições para a desintoxicação/descontaminação do organismo ou do ambiente (P2, P3, P4, P6 e P7), economia financeira (P1) e problemas de percepção da contaminação (P5).

Na etapa seguinte foram apresentadas duas reportagens, "Efeitos de Brumadinho causam morte e anomalias em peixes da região", do Jornal da USP sobre anomalias e morte de embriões de peixes, e "Mulher morre intoxicada nos EUA após beber 4 garrafas de água em 20 minutos", publicada no canal CNN Brasil a respeito de óbito provocado pela ingestão excessiva de água.

Em seguida, foi solicitado que respondessem individualmente a um segundo questionário, que incluía as seguintes perguntas: 1) No caso de Brumadinho, apesar da concentração dos componentes potencialmente tóxicos ser pequena, ela não pode ser considerada zero. Dessa forma: a) como é possível que haja contaminação dos peixes, resultando em morte dos organismos aquáticos? b) O que poderia ser feito na água do rio para diminuir os impactos ecológicos resultantes dos rejeitos tóxicos? 2) A respeito da matéria sobre intoxicação por água: a) justifique se é possível afirmar que a concentração de eletrólitos no corpo diminui até alcançar zero. b) Qual(is) estratégia(s) poderia(m) ser adotada(s) por uma pessoa de modo a evitar esse tipo de intoxicação? As respostas dos participantes constam na figura 4.

Figura 4. Respostas ao segundo questionário (pós-leitura)

Participante	Questão 1		Questão 2	
	a)	b)	a)	b)
P1	Mesmo sendo pequena a concentração dos componentes potencialmente tóxicos, em relação aos organismos aquáticos é suficiente para contaminá-los.	Diluição dos componentes potencialmente tóxicos.	Acredito que não. Não sei dizer o porquê, mas penso que sódio também é importante para o corpo humano (em quantidade apropriada).	Beber água em intervalos de tempo maiores.
P2	Embora a concentração seja pequena ela não é de fato zero, pode ser que isso já fosse suficiente para matar os aquáticos, mas não pessoas por ex.	A diluição ainda maior desses rejeitos.	Não é possível afirmar que chegue a zero, apenas valores muito próximos a ele.	O consumo moderado.
P3	A concentração é pequena, mas não é nula, como o material é bastante tóxico, mesmo uma quantidade pequena causa estragos.	Poderia ser plantado mais árvores em torno, trazer mais umidade, provocar mais chuvas para que a concentração passe a ser nula.	Pensando que eletrólito é algo que faz parte do organismo não poderia chegar a zero.	Conscientização das pessoas.
P4	Pelo desequilíbrio de substância, entre tóxicas e não tóxicas, o ecossistema dos peixes é bastante vulnerável, ou seja, qualquer influência na água, fora dos padrões normais, pode mater.	Os elementos naturais, como árvores, elementos biológicos, tudo para que sejam agentes ativos na purificação da água.	Entendo que as substâncias “anormais” em nosso organismo causam problemas, sendo que, a concentração de eletrólitos no corpo não poderia chegar a zero.	Medicamentos naturais, químicos, alimentação e nutrição adequada, etc.
P5	Mesmo em concentrações pequenas esses “resíduos” tóxicos da barragem não chegam a ser 0, logo pode intoxicar e até matar os peixes.	A adição de outras substâncias que neutralizar essa “toxidade” dos resíduos.	Acredito que não pois o volume de água precisaria ser muito maior e a pessoa não sobreviveria até consumir tanta água.	Consumir com moderação!
P6	Com a queda da barragem, muitas substâncias tóxicas vão para a água onde os peixes vivem e acabam se contaminando.	Talvez algum tratamento na água que revertesse esse efeito.	Não daria para zerar, pois o paciente não sobreviveria até que isso acontecesse, já que seria um processo de dias.	Tomar água com um período maior de pausa entre os copos.
P7	Com a queda da barragem, muitas substâncias tóxicas vão para a água onde os peixes vivem e acabam se contaminando.	Filtrar a água ou adicionar muito mais água (chuvas).	Não até alcançar 0, mas o suficiente para fazer mal a pessoa.	Ingerir eletrólitos junto (isotônico) ou não ingerir com tanta velocidade.

Fonte: Autores, 2024.

As informações coletadas ao longo dessa atividade demonstram que a ideia associada à diluição implica em diminuição da concentração em função do aumento do volume do solvente, apesar de alguns equívocos. O conceito de diluição pode ser associado às situações cotidianas, de saúde e ambientais. Um dado interessante consiste nas respostas dos participantes P4 e P7, que estabelecem relações matemáticas equivocadas, mas argumentando de forma coerente ao propor uma forma de remediação ambiental e cuidado com a saúde pela ingestão de sais minerais (eletrólitos).

3 Considerações finais

A proposta da atividade demonstrou potencial para a conscientização de professores de matemática e de química em relação às questões relacionadas à saúde e ao meio-ambiente, tendo em vista questões socioeconômicas, contribuindo para que a prática docente possa se manifestar de forma interdisciplinar.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): educação é a base**. Brasília, DF: MEC, 2018.
Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 jan. 2024.

BORGES, R.; COLOMBO, K. Abordagem teórico-experimental entre Química e Matemática utilizando práticas laboratoriais. **Química Nova na Escola**, São Paulo–SP, v. 42, n. 2, p. 112-120, mai. 2020.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 16-20. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIAS INTEGRADAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E ROBÓTICA

Fabiana Cristina Caetano
fabianacaetano1981@gmail.com

Resumo: A proposta desse trabalho é apresentar uma atividade desenvolvida na Trilha de Aprendizagem de Robótica utilizando a abordagem pedagógica do construtivismo onde o conhecimento é construído pelos alunos através de um processo ativo e mental. Esta proposta foi aplicada em uma turma do 2º ano do ensino médio com objetivo de trabalhar conceitos matemáticos de grandezas e medidas e resolução de problemas na construção de um robô utilizando alguns materiais de baixo custo, recicláveis e eletrônicos. Os resultados foram satisfatórios considerando a estrutura escolar e organização dos alunos destacando a importância da robótica na construção e aprendizagem de conteúdos da matemática.

Palavras-chave: Robótica, Matemática, Aprendizagem

1 Introdução

A interação entre a matemática e a robótica na educação oferece uma oportunidade única para os estudantes explorarem conceitos matemáticos de maneira prática e tangível. Ao programar robôs e resolver problemas do mundo real, os alunos não apenas aplicam conceitos matemáticos, mas também desenvolvem habilidades essenciais, como pensamento lógico, resolução de problemas e raciocínio abstrato. Vale destacar que a robótica vai além de construir ou programar robôs, ela trabalha conceitos de mecânicos e elétricos.

Em combinação com a matemática, a robótica oferece um ambiente de aprendizado que satisfaz as diversas inteligências sendo possível o desenvolvimento de habilidades não somente matemáticas, mas também interpessoais, intrapessoais e espaciais.

Esta pesquisa visa aprofundar a compreensão da importância da robótica no contexto do ensino de matemática, destacando como essa abordagem contribui para o desenvolvimento de um saber significativo. Nosso argumento central é que a integração dessas disciplinas não apenas melhora a compreensão matemática, mas também fortalece as habilidades cognitivas e socioemocionais dos alunos.

Segundo (BRASIL,1997, p.26)

> “Novas competências demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer pessoas preparadas para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe.”

Como objetivo geral, o trabalho buscou analisar de que maneira a interseção entre a matemática e a robótica pode ser eficaz no contexto educacional. Especificamente, os objetivos são: (1) Investigar o impacto da robótica no ensino de conceitos matemáticos; (2) Avaliar como essa abordagem contribui para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais; (3) Proporcionar recomendações práticas para a implementação bem-sucedida de metodologias integradas de ensino de matemática e robótica.

Nessa perspectiva, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece os currículos da Educação Básica, ressalta competências relacionadas à exploração da robótica pelos estudantes e ao desenvolvimento de tecnologias digitais.

> “Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva” (BRASIL, 2017, p. 18).

É importante ter em mente que a robótica permite a aprendizagem através da construção de robôs, podendo ser vista como uma atividade interdisciplinar. No entanto, ainda é um tema de pesquisa relativamente novo e ativo no Brasil.

Considerando o que já foi mencionado o desenvolvimento da atividade proposta e analisada tem como base o construtivismo e visa apresentar uma abordagem lúdica aplicando conceitos de grandezas e medidas. Em termos educacionais, uma abordagem construtivista na robótica coloca o aluno no centro do processo de aprendizagem, promovendo a construção ativa do conhecimento através de práticas e reflexões.

Porém, ao empregar uma visão construtiva na robótica, o aprendizado eficaz ocorre quando os estudantes são motivados e enfrentam dificuldades realistas, colaboram em grupos e aplicam conceitos matemáticos de maneira prática. Uma vez que os alunos podem criar, programar e testar robôs, experimentando diretamente os resultados de suas decisões, a robótica fornece um ambiente propício para essa abordagem.

A importância do construtivismo na robótica vai além da simples aquisição de conhecimentos técnicos. Ele se alinha à ideia de que os alunos são construtores ativos de seu próprio entendimento. Ao enfrentar desafios práticos, os estudantes não apenas absorvem informações, mas também desenvolvem habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e colaboração, competências essenciais para a sociedade contemporânea.

Diante disso foi proposto a seguinte atividade avaliativa – construir um robô que ocorreu em quatro aulas de 50 minutos. Todos os materiais utilizados bem como as instruções se encontram no vídeo da etapa 2. As etapas 1, 2 e 3 ocorreram em duas aulas.

Etapa 1: Apresentação do projeto e formação dos grupos – Foram formados 8 grupos com 5 alunos;

Etapa 2: Assistir o vídeo explicativo;

Link do vídeo: https://youtu.be/QcBeDbs8n9k

Etapa 3: Divisão das tarefas – organizar a divisão das etapas para construir o robô de forma que cada aluno se responsabilizasse por uma ou mais etapas de acordo com a organização do grupo;

Etapa 4: Construção do robô – Foi solicitado as imagens da construção;

Etapa 5: Entrega do relatório com as etapas 1, 3 e 4 contendo os materiais utilizados e as adaptações;

Etapa 6: Avaliação e autoavaliação dos grupos;

2 Resultados e discussão

No acompanhamento da realização ficou visível o interesse pela atividade e vontade de finalizar para ver o resultado, no entanto vale ressaltar que apenas quatro grupos conseguiram finalizar o projeto isso ocorreu em virtude da falta de organização dos grupos problemas relatados pelos integrantes na autoavaliação, lembrando que de acordo com Luckesi (2002), uma avaliação deve subsidiar a construção da aprendizagem para cumprir a sua verdadeira função.

A avaliação não se dará em um momento específico, mas sim durante todo o processo observando o desempenho e principalmente a evolução dos alunos, buscando assim colaborar para uma aprendizagem efetiva e construtiva.

Os links a seguir mostram a atividade finalizada.

Vídeo 1: https://youtube.com/shorts/BuzZCmzaBl0

Vídeo 2: https://youtube.com/shorts/-ecv28pqfPk

Vídeo 3: https://youtube.com/shorts/yIOC22Beyz4

Vídeo 4: https://youtu.be/U_0c72LJ1bo

Vídeo 5: https://youtube.com/shorts/UoAiDg-IEE4

3 Considerações finais

Este trabalho busca, assim, preencher uma lacuna na compreensão da relação entre a matemática e a robótica na educação, oferecendo insights valiosos para educadores, pesquisadores e profissionais envolvidos no desenvolvimento curricular, nessa abordagem metodológica torna-se evidente que a interseção entre a matemática e a robótica, sob uma perspectiva construtivista, oferece uma abordagem educacional enriquecedora e inovadora. Ao longo desta pesquisa, exploramos a conexão intrínseca entre essas disciplinas e como essa integração pode impactar positivamente o processo de aprendizado dos alunos.

O estudo revelou que a robótica, quando utilizada como instrumento para o ensino de matemática, proporciona uma experiência educacional mais envolvente e significativa. A abordagem construtivista, ao enfatizar a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento, mostrou-se particularmente eficaz na promoção do pensamento crítico, na resolução de problemas e no desenvolvimento de habilidades práticas.

Dessa forma, concluímos que a integração da robótica ao ensino de matemática, sob uma abordagem construtivista, não apenas enriquece o processo educacional, mas também prepara os alunos para um futuro dinâmico e desafiador. Ao proporcionar uma educação mais contextualizada e prática, esta pesquisa destaca a importância de repensar as práticas pedagógicas, buscando inovações que promovam o desenvolvimento integral dos estudantes.

Referências

BRASIL.**ParâmetrosCurricularesNacionais:Matematica**.Brasilia,1997.

BRASIL**. Relatório SAEB 2017**. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasil, 2019.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar.** 14ª ed. São Paulo: Editora Cortez,2002.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 21-26. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

DIFICULDADES DE ALUNOS DO 6.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Ana Carolina Azevedo Ames (UEM), ra134489@uem.br
Gabriela Alves Colombo (UEM), ra134477@uem.br
Julya Rofino Clemente (UEM), ra133269@uem.br
Maria Gabriela Pereira Travagli (UEM), ra134458@uem.br
Marcelo Carlos de Proença (UEM), mcproenca@uem.br

Resumo: O objetivo da pesquisa é analisar e identificar as possíveis dificuldades nas etapas de resolução de problemas de alunos do 6º ano do ensino fundamental para resolver um problema de análise combinatória. Participaram 27 alunos de uma escola cívico-militar pública, cujos resultados analisamos com base em quatro etapas e nos conhecimentos envolvidos na resolução de problemas. Os resultados mostraram dificuldades dos alunos em todas as etapas, sendo as duas maiores envolvendo o ato de avaliar a resposta (monitoramento) e do uso de conhecimento estratégico (planejamento). Concluímos que tais dificuldades exigem realizar um ensino que aborde uma discussão clara a respeito das etapas de resolução de problemas como o ato de avaliar a resposta e dificuldades inerentes à compreensão que podem dificultar o processo de resolução de problemas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Análise Combinatória; Ensino Fundamental.

1 Introdução

A resolução de problemas é indicada na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) ao ensino para desenvolver o letramento matemático, por meio de articulações de ideias matemáticas, levando os alunos a uma aprendizagem em diversos campos da matemática. Mendes, Proença e Moreira (2022) também defenderam que seguir a resolução de problemas no ensino se vincula a favorecer a aprendizagem significativa da Matemática, uma vez que os alunos podem utilizar seus conhecimentos prévios para resolver problemas.

No entanto, o estudo de Proença *et al.* (2020) com 111 alunos do Ensino

Fundamental mostrou que a compreensão de problemas é mais difícil. Pantziara, Gagatsis e Elia (2009) e Pereira, Doneze e Proença (2023) mostraram dificuldades de alunos em maior grau na execução das estratégias, devido dificuldades na compreensão de problemas.

A resolução de problemas pode ser explicada na perspectiva de Proença (2018), o qual, baseado em outros autores, apresenta quatro etapas e os respectivos conhecimentos, sendo a sua definição de problema a que segue: [...] uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta. (PROENÇA, 2018, p. 17-18).

Nesse sentido, para resolver um problema, o aluno se envolve nas quatro etapas seguintes: **Representação**, envolve o uso do *conhecimento linguístico* (compreensão das palavras, que implica conhecer a língua materna), o uso de *conhecimento semântico* (compreensão dos termos matemáticos, ou palavras e expressões) e o uso de *conhecimento esquemático* (compreensão do tipo de conteúdo inerente); **Planejamento**, envolve o uso de *conhecimento estratégico* (compreensão e rol de caminhos de resolução) como o uso de tabelas/quadros, de equações, de tentativa e erro, desenhos entre outros; **Execução**, envolve uso de *conhecimento procedimental* (execução dos cálculos e nas representações viso-pictóricas, como desenhos, diagramas, esquemas); **Monitoramento**, envolve o ato de o aluno avaliar a resposta, bem como rever a resolução seguida.

Com foco em um conteúdo específico, o objetivo da pesquisa é analisar e identificar as possíveis dificuldades nas etapas de resolução de problemas de alunos do 6º ano do ensino fundamental para resolver um problema de análise combinatória. Assim, nosso estudo é do tipo pesquisa exploratória, segundo Gil (2012), uma vez que buscamos ampliar o conhecimento sobre dificuldades de 27 alunos de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem o seguinte problema de análise combinatória, elaborado a partir do problema do estudo de Proença, Campelo e Oliveira (2024):

> *No Colégio Ipiranga, da cidade de Maringá, no Paraná, há seis times de futebol de salão, envolvendo alunos dos nonos anos do Ensino Fundamental. Esses alunos têm idade média de 14 anos e cada time deve ser composto de cinco jogadores, além de, no máximo, quatro jogadores reservas. Haverá um torneio de futebol de salão no final do ano de 2023, de maneira que no planejamento desse torneio cada time jogue uma única vez com todos os outros. Quantos jogos devem ocorrer?*

No contexto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência-PIBID, ao longo do subprojeto PIBID-Matemática, da Universidade Estadual de Maringá, resolvemos esse problema para mapearmos os conhecimentos nas quatro etapas de resolução de problemas de Proença (2018). Levamo-lo aos alunos do 6ºB de um colégio cívico-militar, no período da tarde, em um dia do mês de julho, os quais levaram duas-horas aula para resolverem-no.

As resoluções dos alunos foram analisadas sob o enfoque teórico das etapas e conhecimentos envolvidos na resolução de problemas de Proença (2018). Produzimos a Tabela 1 sobre as dificuldades com base nesse enfoque e apresentamos algumas figuras para ilustrar os principais resultados.

2 Resultados e discussão

A Tabela 1 a seguir mostra as dificuldades que envolveram os 27 alunos do sexto ano do ensino fundamental.

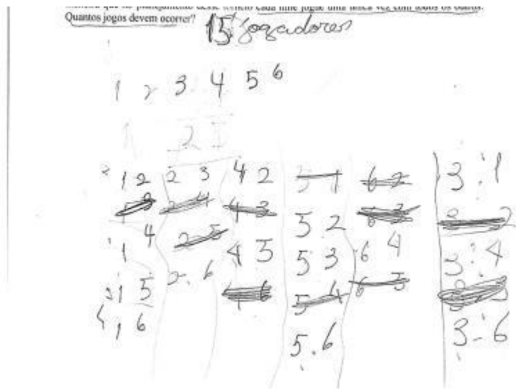
Tabela 1: dificuldades dos alunos nas quatro etapas de resolução de problemas

Etapas de RP	**Conhecimentos**	**Quantidade de alunos**	**%**
Representação	*Linguístico*	6	22,22
	Semântico	11	40,74
	Esquemático	19	70,37
Planejamento	*Estratégico*	20	74,07
Execução	*Procedimental*	8	29,63
Monitoramento	*Avaliar a resposta*	22	81,48

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Observamos dificuldades em todas as etapas, mas vamos ilustrar as duas maiores. A maior dificuldade foi na atitude de *avaliar a resposta* (81,48%), que é sobre a etapa de **monitoramento**. A Figura 1 a seguir ilustra essa dificuldade.

Figura 1: Dificuldade no monitoramento, para avaliar a resposta.

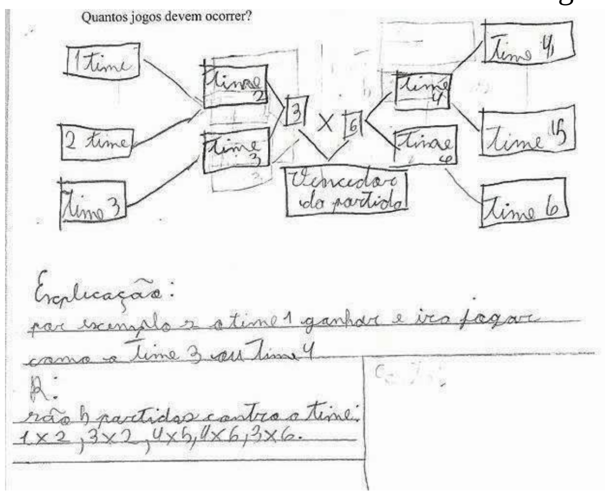


Fonte: Dados de pesquisa (2023).

Neste caso, o aluno apresentou uma estratégia certa, com resultado certo, mas não avaliou sua resposta, pois está incoerente com a pergunta da situação. O aluno equivocou-se, pois colocou como unidade de resposta “jogadores” ao invés de “jogos”. Já no estudo de Pereira, Doneze e Proença (2023), 11 grupos realizaram o monitoramento e quatro grupos não o fizeram em um problema de região retangular, o que teve relação com a dificuldade no uso do conhecimento linguístico.

A segunda maior dificuldade ocorreu no uso do *conhecimento estratégico* (74,07%), da etapa de **planejamento.** A Figura 2 ilustra essa dificuldade.

Figura 4: Dificuldade no conhecimento estratégico.



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Nessa resolução que se trata da estratégia de diagrama, o aluno teve uma interpretação errônea, que consistiu em presumir que caso um time perdesse ele seria eliminado e não jogaria com os demais, o que, devido a dificuldade de uso do *conhecimento linguístico*, isso levou-o a não conseguir propor uma estratégia coerente para obter a resposta correta. Resultado semelhante ocorreu no estudo de Pantziara, Gagatsis e Elia (2009) com 194 alunos de sexta série, que mostrou que o uso de diagramas foi difícil em termos de sua representação, devido dificuldades em relacionar essa estratégia às informações no problema.

3 Considerações finais

Destacamos que o objetivo foi atingido e que pudemos identificar dificuldades dos 27 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em todas as etapas e conhecimentos de resolução de problemas. De forma geral, as duas maiores dificuldades foram na atitude e capacidade de avaliarem a resposta do problema e no uso de conhecimento estratégico.

Enfim, mostramos dificuldades na mobilização de conhecimentos de resolução de problemas, sendo evidenciado que tais dificuldades podem decorrer de uso de conhecimentos presentes na etapa de representação como o linguístico. Portanto, pesquisas futuras devem ser feitas sobre propostas e ensino com resolução de problemas a esses alunos e a outras turmas.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C.; MOREIRA, M. A. Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: reflexões sob o enfoque da aprendizagem significativa crítica. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 9, n. 2, p. 17–36, 2022.

PROENÇA, M. C. de; CAMPELO, C. da S. A.; OLIVEIRA, A. B. de. Prospective mathematics teachers' reflections on their strategies for solving a simple combination problem. **Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**, v. 14, n. 1, p. 1-13, 2024.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas:** encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PEREIRA, F. F.; DONEZE, Iara Souza; PROENÇA, M. C. de. Conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do ensino fundamental na resolução de um problema de regiões retangulares. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 8, n. 3, p. 1-22, 2023.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, É. J.; MENDES, L. O. R; TRAVASSOS, W. B. Dificuldades de alunos na resolução de problemas: análise a partir de propostas de ensino em dissertações. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, n. 72, p. 262–285, 2022.

PANTZIARA, M., GAGATSIS, A.; ELIA, I. Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 72, n. 1, 39-60, 2009.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 27-31. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

DIFICULDADES EM PORCENTAGEM ENTRE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Maurício de Moraes Fontes (SEDUC-PA)

mauriciofontes@gmail.com

Resumo: O ensino de porcentagem é muito importante para o cidadão compreender várias situações financeiras do seu dia a dia. O objetivo desse trabalho foi analisar as dificuldades em porcentagem entre alunos de uma escola pública de ensino médio técnico em Belém do Pará em 2023. A metodologia aplicada foi a qualitativa. A amostra foi intencional formada por trinta alunos da primeira série do ensino médio. O instrumento usado para coletar dados foi um questionário com quatro questões abertas. Os resultados demonstram que somente quatro alunos acertaram a primeira situação-problema e, nos demais itens, todos erraram ou deixaram em branco as situações-problema propostas.

Palavras-chave: dificuldades; alunos; porcentagem.

1 Introdução

O cotidiano de qualquer cidadão está repleto de situações que envolvem as transações financeiras, por isso saber lidar com os tópicos básicos da matemática financeira é essencial para exercer a cidadania.

Para isso "o ensino aprendizagem da porcentagem é de suma importância para quando o educando for submetido a situações do dia a dia, como por exemplo, uma compra onde ganha descontos, saber o que é mais vantajoso para ele naquele momento" (ANDRADE & SILVA NETA, 2020, p. 2).

Também para ficar atento às taxas cobradas no rotativo do cartão de crédito, às taxas cobradas pelos bancos etc. Dessa forma, "os professores devem, por meio da escola, ajudá-los no entendimento dos temas básicos de matemática financeira, nesse estudo em especial o tópico de percentagem" (FONTES, 2020, p. 2).

Em virtude dessa situação, esse trabalho teve como objetivo analisar as dificuldades em porcentagem entre alunos de uma escola pública de ensino médio técnico em Belém do Pará em 2023.

2 Marco metodológico

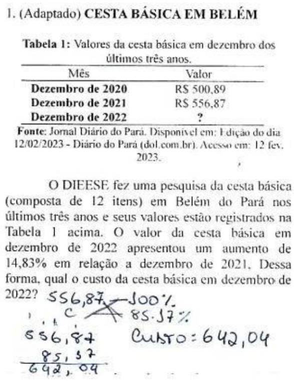
Esta pesquisa foi realizada no dia 6 de março de 2023 em uma escola pública em Belém do Pará. A metodologia aplicada no presente trabalho foi qualitativa, pois "a investigação qualitativa é a sondagem com que os investigadores recolhem os dados em situações reais por interação com pessoas selecionadas em seu próprio entorno" (McMILLAN & SCHUMACHER, 2005, p. 400). A amostra foi intencional, formada por 30 alunos do primeiro ano do ensino médio integrado do curso de Administração, sendo 11 homens e 19 mulheres. Esses alunos foram representados nesse trabalho por A_1, A_2, A_{30}.

O instrumento usado para coletar os dados foi um questionário com quatro situações-problema sobre porcentagem que foram adaptadas de reportagens vinculadas nos meios de comunicação, sendo que a última questão era para verificar se eles apresentaram dificuldades nesse tema. Essa atividade teve a duração de duas horas-aula de quarenta e cinco minutos cada uma.

3 Resultados e discussão

Apresentaremos abaixo os achados nessa pesquisa. A primeira situação-problema teve como objetivo *calcular aumento percentual*. Quatro alunos acertaram a resolução pedida, mas os educandos A_1, A_2, A_{11}, A_{13}, A_{27} e A_{28} erraram a resolução da situação-problema proposta e os demais, ou seja, aproximadamente 67% dos alunos não apresentaram nenhuma resolução. Na figura 1 abaixo vamos registrar a resolução de A_1.

Figura 1. Resolução de A_1



1. (Adaptado) **CESTA BÁSICA EM BELÉM**

Tabela 1: Valores da cesta básica em dezembro dos últimos três anos.

Mês	Valor
Dezembro de 2020	R$ 500,89
Dezembro de 2021	R$ 556,87
Dezembro de 2022	?

Fonte: Jornal Diário do Pará. Disponível em: Edição do dia 12/02/2023 - Diário do Pará (dol.com.br). Acesso em: 12 fev. 2023.

O DIEESE fez uma pesquisa da cesta básica (composta de 12 itens) em Belém do Pará nos últimos três anos e seus valores estão registrados na Tabela 1 acima. O valor da cesta básica em dezembro de 2022 apresentou um aumento de 14,83% em relação a dezembro de 2021. Dessa forma, qual o custo da cesta básica em dezembro de 2022? 556,87 — 100%

85.17%

556,87
85,17
642,04

Custo: 642,04

Fonte: Arquivo do autor

Note que a aluna tentou resolver por meio de uma regra de três, mas os valores não condizem com a proposta da questão, e no final ela realiza uma soma que não cabe na resolução dessa situação-problema.

A segunda situação-problema teve como *objetivo calcular a variação percentual do preço do açaí*. Um quinto dos estudantes erraram a sua resolução e quatro quintos não apresentaram nenhuma resolução para o item em questão. Abaixo vamos registrar a resolução do aluno A_{25}.

Figura 2. Resolução de A_{25}

2. O preço do litro do açaí está mais caro em Belém devido à entressafra, como demostra a Tabela 2.

Tabela 2: Variação de preço do açaí na grande Belém

Categoria	Dezembro 2022	Janeiro 2023
Açaí popular	R$ 13,00	R$ 16,00
Açaí médio	R$ 20,00	R$ 25,00
Açaí grosso	R$ 25,00	R$ 30.00

Fonte: Disponível em: Açaí na entressafra, com pouca oferta e preço alto, na faixa de R$ 25,00, e agora? | Belém | O Liberal . Acesso em: 12 fev. 2023.

Para muitos paraenses, o açaí não pode faltar nas suas refeições, pois a alimentação não é a mesma sem esse fruto. De acordo com pesquisa feita pelo DIEESE e representada na Tabela 2, os preços variaram em todas as categorias nos últimos dois meses. Dessa forma, em qual categoria ocorreu a maior variação percentual?

Açai grosso por que aumentou 5 reais a mais

Fonte: Arquivo do autor

Para Biasutti *et al* (2023, p. 559): “é essencial, em todas as etapas, exercitar nos alunos a tomada de decisões financeiras, de modo a capacitá-los para escolher as mais vantajosas ou menos prejudiciais para eles”, porém, não foi isso que aconteceu com a resolução desse aluno, haja vista que ele afirmou que o maior aumento foi no açaí grosso, pois foi reajustado para R$ 5,00. Mas o açaí médio também aumentou o mesmo valor.

A terceira situação-problema teve como objetivo *calcular a variação percentual de preço do material escolar*. Temos que 23,33% dos alunos erraram a sua resolução e 76,67% não apresentaram nenhuma resolução para esse item. Abaixo, na Figura 3, temos a resolução de um aluno.

Figura 3. Resolução de A5

3. (Adaptado) Na volta às aulas, busca-se comprar material escolar com preços baixos, porém muitos desses materiais apresentam uma variação considerável de preços como demostra a Tabela 3.

Tabela 3: Variação de preço de material escolar em três papelarias diferentes em Belém do Pará

PRODUTOS	PAPELARIA BRAZ BRAZ	PAPELARIA ESTUDANTE	PAPELARIA NAZARÉ	
Estojo (unidade)	R$ 2,80	R$ 4,00	R$ 10,00	= 16,80
Resma de papel (500 folhas)	R$ 25.90	R$ 25,50	R$ 23.95	= 75.35
Borracha branca (unidade)	R$ 0,40	R$ 1,30	R$ 0.60	2.30

Fonte: Disponível em: Edição do dia 05/01/2023 - Diário do Pará (dol.com.br) Acesso em: 11 fev. 2023.

De acordo com os valores apresentados na Tabela 3, qual a variação percentual de preços do estojo, da resma de papel e da borracha branca?

Fonte: Arquivo do autor

Observe que ele somou os valores de cada material escolar como mostra a Figura 3, porém, para calcular aumentos sucessivos, a estratégia para se obter o resultado final não é essa, pois de acordo com Biasutti *et al* (2023, p. 563): "taxas de aumentos ou decréscimos sucessivos devem ser multiplicados, e não somados".

E a última pergunta era para saber se eles encontraram alguma dificuldade na resolução dessas situações-problema.

A Tabela 1 abaixo registra o comentário desses alunos.

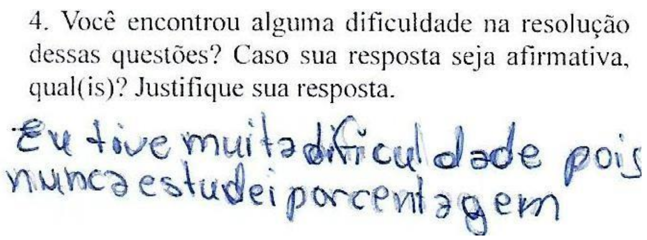
Tabela 1. Dificuldades registradas pelos educandos

Dificuldades	Alunos
Nunca estudou porcentagem	A_{13}, A_{16}, A_{18}, A_{19}, A_{20}, A_{21}, A_{25}, A_{26}, A_{29} e A_{30}
Interpretação	A_4 e A_{27}
Na 2ª e 3ª questões	A_1, A_9 e A_{10}
Em todas as questões	A_2, A_3, A_5, A_6, A_7, A_8, A_{11}, A_{12}, A_{14}, A_{15}, A_{17}, A_{22}, A_{23}, A_{24}, e A_{28}

Fonte: O autor

Vamos registrar na Figura 4 abaixo o comentário da aluna que descreve nunca ter estudado porcentagem.

Figura 4. Comentário de A_{16}


4. Você encontrou alguma dificuldade na resolução dessas questões? Caso sua resposta seja afirmativa, qual(is)? Justifique sua resposta.

Eu tive muita dificuldade pois nunca estudei porcentagem

Fonte: Arquivo do autor

O tema de porcentagem é tão importante para compreender vários assuntos da matemática e das ciências em geral e não pode ser negligenciado, pois "a porcentagem está presente no nosso dia a dia, porém diversas vezes passa despercebida e com isso os educandos não demonstram interesse em aprendê-la por não compreender qual o seu verdadeiro sentido” (ANDRADE & SILVA NETA, 2020, p. 2).

4 Considerações finais

Esse trabalho teve como objetivo analisar as dificuldades em porcentagem entre alunos de uma escola pública de ensino médio técnico em Belém do Pará em 2023.

Somente na primeira questão tivemos quatro alunos que acertaram a sua resolução e, nas demais, ninguém acertou a resolução da situação-problema proposta.

De forma geral, a maioria dos alunos deixaram muitas questões sem resolução e o total de questões resolvidas erradamente foi muito alto.

Dez alunos mencionaram que, no período do coronavírus, não tiveram aulas de matemática, e com isso nunca estudaram porcentagem.

Outro problema mencionado pelos educandos foi a dificuldade de interpretar corretamente o enunciado das situações-problema propostas.

Fica um questionamento: como contornar essa situação que vem se repetindo em nossa cidade?

Referências

ANDRADE, E. S. & SILVA NETA, T. M. **Uma análise das concepções de alunos do 1º ano do ensino médio acerca da porcentagem**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 6. Anais VI CONEDU, 2020.

BIASUTTI, A. C. *et al*. **O que ensinar de Matemática Financeira para formar cidadãos críticos**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 16. Anais XVI CIAEM, Peru, 2023.

FONTES, M. M. **Ensino de Percentagem em uma escola pública de ensino médio técnico em Belém do Pará em 2019**. In: SEMINÁRIO DE MATEMÁTICA E CIÊNCIAS EXPERIMENTAIS, 9. Anais IX SMCE. Universidade de Lisboa, 2020.

McMILLAN, J. & SHUMACHER, S. **Investigación Educativa: una introducción conceptual**. 5.ed. Pearson Educación, S. A. Madrid, 2005.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 32-40. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

EDUCAÇÃO FINANCEIRA E RECURSOS DIGITAIS: UMA POSSIBILIDADE DE ENSINO EMANCIPATÓRIO DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Letícia Ferreira (UEM)
Gabriel Martins Vitorino da Silva (Unespar)
leticia.ferreira17@hotmail.com

Resumo: A presente pesquisa aborda algumas concepções quanto a importância do componente curricular da Educação Financeira para uma educação libertadora aos educandos da modalidade de Educação de Jovens e Adultos – EJA. O objetivo do estudo foi analisar as contribuições de uma sequência didática junto a temática dialogando com recursos das mídias digitais utilizados pelos estudantes na vida cotidiana. Os resultados demonstraram as potencialidades de atuação docente junto a uma educação emancipatória unido aos conceitos da formação financeira, ainda, que se fazem necessários estudos que compartilhem os objetivos do ensino da EJA e metodologias para o trabalho deste componente com essa modalidade.

Palavras-chave: EJA. Matemática Financeira. Pedagogia Libertadora.

1 Introdução

Desde as mudanças ocorridas na diretriz curricular do Ensino Médio, com as normativas previstas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), foi incorporada o componente curricular intitulado Educação Financeira nas classes pertencentes às séries finais da Educação Básica. Desta forma, além da incorporação disciplinar na classe regular, também foi concretizada na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Prevista por documentos oficiais (Lei nº. 9.394/96, art. 37), a EJA, destina-se ao estudante trabalhador, aquele que interrompeu seus estudos, impedindo a conclusão do ensino fundamental e médio na idade própria. Ainda, prevê que as instituições de ensino devem assegurar oportunidades educacionais considerando as características do aluno, seus interesses, condições de vida e de trabalho.

Algumas orientações previstas na BNCC podem ser utilizadas na Matemática Financeira, que inclui propor aos estudantes uma construção conceitual integrada com formulação e resolução de problemas aplicados a sua realidade em diferentes contextos; estimulando habilidades de investigação, raciocínio e argumentação com autonomia e recursos matemáticos; utilizando as tecnologias como calculadoras, planilhas eletrônicas e as mídias digitais para auxiliar o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018).

Posto isto, é importante elaborar ações docentes que visem o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos específicos da Matemática, em especial, da Educação Financeira para estudantes pertencentes a este grupo educacional, principalmente por se tratar de sujeitos que gerenciam suas finanças constantemente (Hurtado; Freitas, 2020) e requerem uma formação para atuação cidadã que busque a conscientização quanto as despesas e receitas.

Tomando como base as ideias de Paulo Freire (1996) de que o sujeito apresenta possibilidades de assimilar seu objeto de estudo e construir seu conhecimento a partir de sua prática dialética sobre sua realidade e relações com outros (Dantas; Oliveira, 2020), nota-se que alguns dos objetivos do letramento matemático se assemelham aos de um ensino pautado na emancipação do estudante, desta forma, unir as concepções pode contribuir para um trabalho educacional que atenda as demandas do ensino básico da EJA.

Visto que a modalidade EJA inclui um conjunto diversificado de educandos, desde jovens, adultos e idosos de diferentes partes da classe trabalhadora (Hurtado; Freitas, 2020), ainda que o referido componente curricular pode ser ministrado por profissionais de áreas afins, sem formação específica da Matemática, questiona-se acerca de como desenvolver práticas pedagógicas voltadas para a temática da Educação Financeira junto a esses estudantes com o propósito de estimular habilidades que promovam o ensino emancipatório dos mesmos.

Assim, o objetivo deste estudo foi investigar que contribuições se obtém a partir de uma ação metodológica pautada com o referido tema em práticas docentes com alunos da EJA, utilizando a prática dialógica e recursos da realidade dos mesmos.

Para tanto, foi elaborada e desenvolvida uma prática pedagógica, na qual, sua relevância pode indicar materiais contribuintes a atuação docente nessa área de ensino, bem como, replicar tal ação em outras turmas e as necessidades de compartilhamento de estudos referentes a esses assuntos.

Para situar os procedimentos adotados, caracterizamos a sequência didática que foi realizada com os 12 alunos matriculados na EJA do período noturno de uma instituição estadual na região noroeste do Paraná. Constatamos que os estudantes estavam na fase inicial dos estudos sobre a porcentagem, na qual, a abordagem quanto as bases conceituais iniciais da porcentagem ocorreu pelo uso da Regra de Três, para auxiliar os estudantes a entender o raciocínio sobre como encontrar determinada porcentagem de um valor. Além disto, foram desenvolvidas reflexões quanto a importância da organização e gerenciamento financeiro, bem como os princípios de despesas e receitas, resolução de exercícios e planejamento orçamentário realizado em planilhas eletrônicas.

Para associar o uso da porcentagem com a realidade circundante, os educandos foram convidados a refletir quanto a determinação de preços por estabelecimentos e departamentos logísticos, cuja elevação do preço poderia representar uma porcentagem acima do valor de compra.

A partir de tais reflexões, a docente apresentou a turma três objetos particulares: uma caixa de som, um jogo de tabuleiro e um tripé de suporte de celular e instruiu os alunos sobre a prática a ser realizada. Os estudantes precisariam utilizar seus aparelhos celulares para fotografar um dos objetos presentes e elaborar uma postagem de venda em suas mídias sociais, na qual, o valor do objeto deveria ser de até 20% abaixo do valor de sua compra, por se tratar da venda de um objeto usado.

A ação poderia ser realizada de forma individual ou em grupos, na qual, os educandos foram estimulados a usarem a criatividade e os recursos digitais conhecidos para elaborar um *post* atrativo e convincente.

Os resultados obtidos a partir dessas reflexões e orientações encontram-se dispostas a seguir, as interpretações ocorreram sob subsídios das bases teóricas disciplinares e pedagógicas.

2 Resultados e Discussão

As criações fotográficas criadas pelos educandos para a atividade, bem como no cálculo para determinar o valor do produto foi realizado com discussões em grupos, com troca de saberes para a resolução e para a formulação do anúncio.

Adotaremos algumas concepções da obra de Paulo Freire (1996) para interpretar os resultados juntamente com as percepções que nortearam a identificação de possibilidades de aprendizagem e da atuação docente quanto ao processo de ensino e aprendizagem com integrantes da EJA. A Figura 1 apresenta algumas representações dos anúncios construídos.

Figura 1. Anúncios elaborados pelos educandos.

Fonte: A pesquisa.

Pensar no componente curricular da Educação Financeira, com um grupo estudantil pertencente a trabalhadores, cujo horário estipulado para o desenvolvimento de atividades acadêmicas ocorriam em período noturno, é essencial que o docente possua um olhar diferente, do qual, podemos destacar alguns aspectos que nortearam a análise da atividade: (i) identificação de significados que remetem aos conceitos básicos da porcentagem e princípios que norteiam a educação financeira; (ii) aspectos estéticos utilizados nas mídias e estrutura do anúncio e (iii) aspectos pedagógicos para analisar a atividade perante a uma classe de EJA.

Quanto aos aspectos i e ii, nota-se que os termos utilizados em cada anúncio provêm de linguagem simples, provenientes das observações dos educandos no cotidiano em suas redes sociais. Todos os anúncios aplicaram valores que excedem o valor da compra, o que remete a um princípio da Educação Financeira de superfaturamento sob um produto.

O anúncio A contém informações específicas sobre o produto com suas funcionalidades; informa como contatar o vendedor e apresenta custo equivocado quando comparado ao exigido pela atividade em realizar a cobrança com desconto de 20% do valor real da aquisição.

Nota-se que o autor não se ateve aos comandos da escrita padrão da Língua Portuguesa, sem uso de letras maiúsculas. Fez uso de cor de fonte diferente para chamar atenção do leitor para contatá-lo frente ao interesse no produto.

Em B, é possível observar que os autores confeccionaram uma montagem com fotografias do jogo de tabuleiro. Há equívocos quanto a repetição do nome do jogo e em uma palavra utilizada para especificar a forma de pagamento.

Na representação em C nota-se uma estética elaborada, com recursos que remetem ao uso de aplicativos para criação de anúncios, cores atrativas e especificações que chamam a atenção, como o caso do valor e da figura utilizada para representar surpresa pelo valor do produto.

É possível observar que a cor da fonte no anúncio D apresenta pouca visibilidade, o que dificulta a observação do comprador. Entretanto, nota-se um superfaturamento no valor do produto.

Esse diálogo entre a construção de anúncios de produtos com os quais não se tem a intenção de manter, contribuem para o pensamento sustentável e financeiro, de administração de recursos e de ideias que moldam a publicidade e o consumo, auxiliam os educandos a aplicarem os conhecimentos adquiridos de maneira imediata, junto aos saberes que possuem e experiências pessoais e não de forma futura como aconteceriam com estudantes do ensino regular (Hurtado; Freitas, 2020).

Com relação ao aspecto iii, pensar em uma prática docente baseada na Educação Financeira, com estudantes da EJA, cuja formação básica ocorreu em momento posterior à idade estipulada para tal, faz refletir quanto aos princípios de uma Pedagogia de Autonomia, na qual, a função docente assume um processo de educar para a igualdade, a transformação e inclusão dos indivíduos enquanto membros participantes da comunidade (Freire, 1996). Compreender que a construção dos anúncios ocorreu de acordo com os saberes, experiências de cada estudante, baseado nos conhecimentos de manuseio das mídias digitais que possuem e em como anunciariam seus próprios produtos para vendas em aplicativos de "desapego", podem ter fornecidos bases para entendimento de como anunciar e como realizar cálculos de valores, uma vez que, a supersaturação dos valores possa ter influências de se tratar de um anúncio fictício, podendo orientar os educandos para o reconhecimento de preços e aquisições quando efetuarem compras particulares.

Para o exercício de pesquisa e planejamento orçamentário de despesas, foi utilizado planilhas eletrônicas, com o uso do *Microsoft Excel* no laboratório de informática da instituição. Além da pesquisa de preços e valores, os estudantes conheceram atalhos e formas de calcular no programa, como a soma e subtração de valores e a multiplicação de quantidades de mesmo valor. Foi possível associar os conhecimentos prévios dos mesmos para a realização da ação, uma vez que alguns estudantes já realizavam o planejamento de gastos domiciliar e pessoal e dos locais de emprego. A Figura 2 apresenta alguns registros fotográficos da prática desenvolvida.

Figura 2. Prática Financeira com planilhas eletrônicas.

Fonte: A pesquisa.

Um ensino que busque a emancipação e a formação do estudante para sua atuação cidadã exige do docente o bom senso em reconhecer que precisa associar os conceitos matemáticos e financeiros a realidade do seu aluno. A realização do exercício de construção de uma lista de compras no programa eletrônico forneceu bases para utilizar o recurso e compreender a necessidade do planejamento dos gastos com a receita prevista para determinada compra.

O exercício estimulou a reflexão e importância no gerenciamento de gastos, bem como para os educandos que se caracterizam com seus vínculos empregatícios que exigem cálculos financeiros, como o caso do E1 que possui oficina mecânica e os E2 e E3 que atuam na rede de supermercados da família.

3 Considerações finais

Frente ao desenvolvimento desta pesquisa e ao questionamento que impulsionou a realização da mesma, é importante relembrá-lo para poder descrever os meios de respondê-lo: que contribuições se obtém a partir de uma ação metodológica pautada na Educação Financeira em práticas docentes com alunos da EJA, utilizando a prática dialógica e recursos da realidade dos mesmos?

As considerações observáveis perante a realização da sequência docente, bem como o trabalho pedagógico sobre a Educação Financeira com a modalidade EJA possibilitou constatar que:

1 – Os objetivos da matemática financeira se assemelham a concepção da pedagogia libertadora, uma vez que ambas buscam pela liberdade do indivíduo em tomar suas decisões e atuar em sociedade pautando-se em princípios conscientes, fruto de um raciocínio argumentativo e matemático.

2 – A prática de instigar os alunos a realizar um anúncio possibilitou o desenvolvimento de habilidades de pensamento computacional, economia e sustentabilidade, ainda o uso das mídias digitais foi pensado para resolver um problema cotidiano: a venda de um produto com recursos presentes e utilizados na vida diária.

3 – O exercício de planificação orçamentária para a construção de uma lista de compras com preço e valor disponível para uso, pode ter contribuído para a percepção e reflexão dos estudantes, uma vez que a prática reflexiva sobre seus gastos, receitas e despesas é essencial para o gerenciamento de suas finanças e consequentemente aos seus modos de vida e atuação em sociedade.

4 – Reconhecer que o trabalho docente voltado a EJA com o componente da Matemática Financeira, exige do docente um olhar atento perante a realidade de seus educandos, uma vez que essa modalidade abrange um grupo específico com conhecimentos de vida e oportunidades de estudos em idade posterior, assim, as metodologias e práticas pedagógicas precisam pautar-se em estímulos a aprendizagem, associando conteúdos e a prática social dos estudantes.

Além das considerações expostas acima, nota-se que a modalidade EJA bem como materiais e sequências didáticas com relação a educação matemática e financeira exigem do docente estudos e planejamentos de práticas, assim, esse material pode fornecer exemplos de ações que contribuem para o aprendizado desse grupo de alunos. Além disto, tais discussões referentes a esses temas se fazem necessários, uma vez que se tratam de realidades presentes no sistema que constitui a Educação Básica.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional,** LDB. 9.394/1996.

DANTAS, Tânia Regina.; OLIVEIRA, Maria Olívia Matos. A obra de Paulo Freire: Contribuições para uma experiência em EJA na pós-graduação. In: DANTAS, Tânia Regina (org.). **Paulo Freire em diálogo com a educação de jovens e adultos**. Salvador: EDUFBA, 2020. p. 41-54.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

HURTADO, Antonio Paulo Guillen.; FREITAS, Carlos Cesar Garcia. A Importância da educação financeira na educação de jovens e adultos. **Rev. Ed. Popular**, Uberlândia, v. 19, n. 3, p. 56-76, set.-dez. 2020.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 41-46. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DE ESTÓRIAS

Géssica Cristina Nicodemo Proença (UEM)
Mariana Moran (UEM)
Lilian Akemi Kato (UEM)
proencagcn@gmail.com

Resumo: As estórias infantis possibilitam o ensino de diversos conceitos, inclusive matemáticos, de maneira lúdica e divertida à criança, possibilitando que esta se imagine como personagem da estória, se envolvendo ativamente nas ações e pensamentos que envolvem noções de conteúdos matemáticos. No presente trabalho investigamos e descrevemos as possibilidades do uso da estória infantil "Cachinhos Dourados" para abordar alguns conceitos matemáticos na Educação Infantil. Este trabalho é resultado de uma disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Nesta disciplina, discutimos alguns conceitos matemáticos presentes na estória infantil estudada e quais estratégias poderiam ser utilizadas para o ensino destes conceitos com crianças da Educação Infantil. Algumas das estratégias discutidas foram implementadas com crianças de, aproximadamente, 2 anos de idade de uma Instituição Pública, alcançando como resultado participação e envolvimento das crianças com a estória e os conceitos estudados por meio dela.

Palavras-chave: Literatura Infantil; Cachinhos Dourados; Conceitos matemáticos.

1 Introdução

O uso da literatura na Educação Infantil tende a promover um maior envolvimento dos alunos, visto que esta "tem como um dos focos principais despertar no aluno, no ouvinte, o lado lúdico, encantador, misterioso, proposto por diferentes histórias, cenários e personagens" (Alves; Grützmann, 2020, p. 204). Por meio delas, as crianças imaginam e fantasiam as situações e personagens presentes, "como manifestação do sentir e do saber o que permite a ela inventar, renovar e discordar" (Smole *et al.*, 2004, p. 2).

O uso da Literatura Infantil para o ensino na Educação Infantil, permite que não apenas conceitos matemáticos possam ser ensinados, mas também permite que os Campos de Experiências determinados pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) possam ser englobados, possibilitando "condições para que as crianças aprendam em situações nas quais possam desempenhar um papel ativo em ambientes que as convidem a vivenciar desafios e a sentirem-se provocadas a resolvê-los" (Brasil, 2018, p.37), o que é possível por meio das estórias que tanto envolvem e encantam as crianças.

O presente trabalho tem como objetivo investigar as possibilidades do uso da estória infantil "Cachinhos Dourados" para o ensino de conceitos matemáticos na Educação Infantil. Nessa perspectiva, analisamos a seguinte problemática: Que estratégias podem ser empregadas por professores para o ensino de conceitos matemáticos utilizando a história infantil "Cachinhos Dourados" como ponto de partida do ensino na Educação Infantil?

O trabalho foi desenvolvido no contexto da Disciplina de Tópicos Específicos em Ensino de Matemática e sua Didática do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Alunos e professores, fizeram a leitura da estória Cachinhos Dourado[1] pelo uso de slides com imagens que a representavam e após, os pós-graduandos foram divididos em 3 grupos para pensar em conceitos matemáticos que poderiam ser trabalhados a partir da estória e quais as possíveis estratégias para o ensino destes conceitos na educação infantil. Após a discussão dos conceitos e estratégias de ensino à partir da estória, utilizamos algumas das estratégias para o ensino de matemática com crianças de, aproximadamente, dois anos de um Centro de Educação Infantil localizado na região noroeste do estado do Paraná.

2 Resultados e discussão

Após a leitura da estória "Cachinhos Dourados" os 3 grupos, os quais denominados de G1; G2 e G3, se reuniram e cada grupo identificou conceitos matemáticos para serem trabalhados por meio da estória. Também, discutimos possíveis estratégias para o ensino destes conceitos com alunos da Educação Infantil (0 à 3 anos). No quadro a seguir, apresentamos algumas respostas dadas pelos grupos participantes:

---

[1] Disponível em: https://www.bofete.sp.gov.br/public/admin/globalarq/uploads/files/a_49_6_4_09062020184804.pdf

Quadro 1 - Estratégias e conceitos elencados pelos professores.

<table>
<tr><th>GRUPO</th><th>ESTRATÉGIA</th></tr>
<tr><td>G1</td><td>Conversa guiada sobre a história:
Quem é maior/menor?
Por que a tigela do papai urso é maior?
Podemos entrar na casa das pessoas sem permissão?
Desenhe o que aprendeu com a história.
Como ensinar?
Fantoche; maquete; construir as tigelas com massinha.</td></tr>
<tr><td>G2</td><td>Tamanho, forma e figuras geométricas (cama; casa, etc.)
Temperatura: quente e frio (cuidados com objetos quentes)
Medidas: Maior, Médio e Menor (áreas, perímetros)
Altura, Tamanhos (alunos, professores, etc.)
Quantidades: 3 pratos; 2 camas; 3 tigelas; 3 cadeiras (soma, subtração e etc.)</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>Ao contar a história: Tomar cuidado com a entonação de voz e ênfase naquilo que o professor considera importante para as crianças.
- Trazer fantoches e pedir para que as crianças identifiquem Pai, Mãe e Filho Urso.
Depois dos alunos conhecerem a história, questioná-los:
Por que o Pai Urso tinha a cama, a tigela e a cadeira sempre maior?
Por que o ursinho tinha a cama, a cadeira e a tigela sempre menores?
O que seria uma tigela nem tão grande ou nem tão pequena?
Pedir para eles construírem com massinha as tigelas do Pai Urso, Mãe Urso e Filho Urso com massinha de modelar.</td></tr>
</table>

FONTE: A Pesquisa (2023)

No quadro 1 observamos que entre as estratégias selecionadas para o trabalho do conceitos matemáticos na Educação Infantil, os grupos trouxeram em sua escrita, sugestões de perguntas que podem nortear o ensino dos conceitos. As perguntas levantadas pelos grupos podem ser trabalhadas em conjunto, visto que as perguntas de um grupo complementam a do outro, como por exemplo: G1 colocou como sugestão perguntar aos alunos quem é o maior/ menor na história. Esta pergunta pode ser complementada com a questão do G3: *Por que o Pai Urso tinha a cama, a tigela e a cadeira sempre maior?* Ainda como complemento das perguntas com foco nos conceitos de Maior e Menor, o G2 sugere a comparação do tamanho dos alunos da sala, de modo que as crianças comparem quem é o maior/menor do grupo, enfatizando o conceito de Maior e Menor. G2 sugere que o professor explore as quantidades presentes no decorrer da estória, explorando por exemplo, o por quê de três de cada objeto, exemplificando o uso da correspondência um a um, assim como soma e subtração.

À partir das estratégias discutidas, trabalhamos com uma turma de Infantil II (crianças de 2 à 3 anos) de uma Instituição pública localizada ao noroeste do Paraná. Após contar a estória às crianças, iniciou-se uma roda de conversa questionando sobre os personagens da história. Quem era maior? Quem era menor? Por meio de comparação entre dois personagens. Porém, quando comparados os três ursos, apenas uma criança disse que a Mamãe Ursa era "*média, não é grande nem pequena"*, pois o Papai era grande e o Bebê pequeno. Uma das crianças, quando questionada se poderíamos dar a tigela do Bebê Urso ao Papai, respondeu "*não, porque o papai vai ficar com fome".*

A partir dessa discussão, comparamos o tamanho das crianças da sala e assim como fizemos com a estória, primeiro comparamos de dois em dois, para posteriormente compararmos entre três tamanhos diferentes conforme observamos na Imagem 1. Esta atividade possibilitou que os alunos compreendessem o conceito de médio como algo que *não é nem grande nem pequeno*, outros se referiam aos tamanhos como *grande, pequena e menor*. A atividade proposta satisfaz a BNCC para Educação Infantil no seguinte sentido: "Explorar e descrever semelhanças e diferenças entre as características e propriedades dos objetos" (Brasil, 2018, p. 51).

Durante a construção das tigelas dos personagens, conforme sugerido pelos grupos, os alunos construíram tigelas com massinha à sua maneira, e quando questionados sobre elas, as respostas foram variadas. Uma das crianças que estava apenas com duas tigelas de massinha sobre a mesa, quando questionada sobre os tamanhos da tigelas respondeu "*Prô fiz a grande e a pequena, falta a menor"*. Outro aluno explicou: "*Fiz a grande, média e pequena", "Essa é a grande, a pequena, menor*", apontando para as massinhas em ordem decrescente, conforme exposto na Imagem 1.B.

Imagem 1 - Atividades realizadas com as crianças

1.A

1.B

1.C

1.D

FONTE: A pesquisa (2023)

De acordo a BNCC, as crianças da Educação Infantil devem “Classificar objetos, considerando determinado atributo (tamanho, peso, cor, forma etc.)” (Brasil, 2018, p.51). Alinhada a esse objetivo, a atividade proposta às crianças foi a de correspondência, em que elas deveriam colocar os objetos de acordo com o tamanho dos personagens na história (Imagem 1.C). As crianças realizaram esta atividade com tranquilidade e algumas até mencionaram que a tigela do Papai Urso poderia estar quente.

Finalizando, a Imagem 1.D representa a atividade com noções de dentro e fora em que as crianças uma a uma, realizavam os comandos da professora *dentro da casa e fora da casa*, contemplando o objetivo de “Identificar relações espaciais (dentro e fora[...]” (Brasil, 2018, p.51) proposto pela BNCC.

3 Considerações finais

Consideramos que a Literatura Infantil apresenta diversas possibilidades de trabalho de conceitos matemáticos. Em nosso trabalho, por exemplo, observa-se que a estória escolhida possibilitou explorar conceitos como: quantidade, sequenciação, seriação, noção espacial, grandezas e medidas. Para tanto, entendemos que é possível investigarmos a estória que se pretende trabalhar e identificar quais conceitos podem ser trabalhados de acordo com a faixa etária dos alunos.

Em nossas análises, observamos que as crianças se envolveram de modo ativo nas atividades relacionadas com a estória, agindo de forma interativa como personagem da estória e parte desse mundo de fantasias.

Referências

ALVES, A. M. M., GRUTZMANN, T. P. Literatura Infantil no ensino da matemática: relações presentes na formação inicial do futuro docente. **Caderno De Letras**, (38), 201-214, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/cadernodeletras/article/view/19678 . Acesso em 20 nov. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

SMOLE, K. C. S.; ROCHA, G. H. R.CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R.. **Era uma vez na matemática: uma conexão com a literatura infantil**. 5. ed. São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática - CAEM, 2004.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 47-52. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA SOBRE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL POR PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Flávia Hisayo Ribeiro Matsuo (Universidade Estadual de Maringá)
Lilian Akemi Kato (Universidade Estadual de Maringá)
flaviahisayor@gmail.com

Resumo: As Medidas de Tendência Central são conceitos estatísticos fundamentais para resumir um conjunto de dados, sendo assim, são utilizadas em diversas áreas, como na Educação, Economia, Saúde e Marketing, e são ensinadas a partir do primeiro ano do Ensino Médio. Nesse viés, olhar para a compreensão dos professores acerca das estratégias que eles mobilizam para resolver uma situação de Matemática sobre Medidas de Tendência Central de dados não agrupados, mostra-se relevante do ponto de vista do ensino e da aprendizagem dos conceitos envolvidos. Nesse estudo, foram investigados sete professores que ensinam matemática, quanto à manifestação de diferentes maneiras de resolver e de ensinar a resolução da situação proposta, cujo enunciado, propositalmente, não explicitou os termos média, moda e mediana. A investigação apontou que os professores manifestaram ter mais facilidade com os conceitos de média e moda, do que com a mediana, no entanto sem demonstrarem os conceitos de forma apropriada.

Palavras-chave: média aritmética simples; moda; mediana.

1 Introdução

O estudo de Estatística é de fundamental importância em diversos aspectos da vida pessoal, acadêmica e profissional. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) estabelece que esse campo deve ser estudado em todos os anos escolares.

Neste sentido, investigamos o seguinte problema de pesquisa: que estratégias os professores mobilizam para resolver uma situação de Matemática sobre Medidas de Tendência Central de dados não agrupados? Assim, os participantes desta pesquisa foram sete professores que ensinam matemática.

Acreditamos ser importante uma investigação sobre as estratégias de resolução de uma situação de Matemática a respeito das Medidas de Tendência Central (MTC) de dados não agrupados e sobre as estratégias de ensino de professores que ensinam matemática, para orientar futuras formações, visando contribuir na melhoria da qualidade de ensino de Estatística.

2 Resultados e discussão

Inicialmente foi entregue a cada um dos professores participantes uma situação de Matemática elaborada pela primeira autora (Figura 1).

Figura 1. Situação de Matemática

Uma pesquisa investigou oito mães cadastradas em um programa social e obteve os dados numéricos apresentados na tabela 1. A professora de matemática da escola X mostrou essa tabela e pediu para que os alunos calculassem um único valor que representasse esses dados.

Tabela 1: Quantidade de filhos das mães investigadas

Maria	4
Abigail	1
Belinda	2
Astrid	6
Eva	4
Madalena	2
Inara	1
Luna	4

a. O aluno João chegou ao valor 3. Explique que cálculos foram realizados para ele chegar a esse valor.

b. O aluno Pedro pensou de maneira diferente de João e chegou ao valor 4. Como ele deve ter pensando para chegar nesse resultado?

c. A aluna Bianca também pensou diferente dos seus colegas. Ela organizou os dados em ordem crescente e indicou o valor da posição central. Então em que valor Bianca chegou?

Fonte: Os autores

Para o item a. era esperado que a resposta fosse que João somou a quantidade de filhos de todas as mães, totalizando 24, e dividiu esse valor pela quantidade de mães investigadas, no caso por 8, ou seja, $\frac{4+1+2+6+4+2+1+4}{8} = \frac{24}{8} = 3$. Isso foi constatado em quatro respostas, no qual duas relacionaram com a média e as outras duas com a média aritmética, indicando diferenciar quanto a outros tipos de média, como a média geométrica e a média harmônica, que não são mencionados explicitamente na BNCC, porém, podem ser consideradas na Educação Básica, já que também são MTC (Vailante, 2019).

Aqui, traremos apenas o procedimento da média aritmética simples[1], considerando dados não agrupados. Dado um conjunto de n valores $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n$, o valor da média aritmética, denotado por $\bar{x}$, pode ser calculado da seguinte maneira:

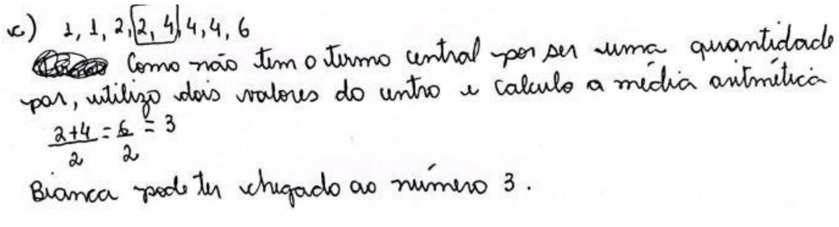
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Os outros três professores utilizaram a estratégia de não realizar os cálculos e apenas escrever como determinar a média dos dados.

Em relação ao item b., a resposta correta era que Pedro indicou o valor mais frequente. Todos os professores responderam corretamente esse item, no entanto, apenas três se referiram ao termo ‘moda’, explicitando que sabem determinar tal conceito com dados não agrupados, já que, de acordo com Feijoo (2010, p. 20), moda é “o valor da distribuição que ocorre com a maior frequência, ou seja, o valor que mais se repete dentro de uma série de observações”.

No item c., três professores responderam corretamente, sendo que um deles relacionou o termo mediana e outro justificou o cálculo (Figura 2), deixando claro seu entendimento sobre a determinação da mediana, uma vez que, “a mediana de um conjunto de números organizados em ordem de grandeza (ou seja, com uma ordenação) é o valor central ou a média dos dois valores centrais” (Spiegel; Stephens, 2009, p. 64, tradução nossa).

Figura 2. Resolução com os dados organizados em ordem crescente e cálculo da média dos termos centrais



Fonte: A pesquisa

Os outros três professores organizaram os dados em ordem crescente e concluíram que o valor da posição central, sem mostrar como fizeram isso; e um professor organizou os dados em ordem decrescente em frente aos valores da tabela dada, mostrando não se

[1] Ou simplesmente média aritmética

preocupar com a didática, e determinou a média aritmética dos dois valores posicionados no centro.

Ao terminarem a resolução da situação de Matemática, os professores receberam um questionário, no qual perguntavam quais conceitos matemáticos poderiam ser trabalhados com aquela situação de Matemática e como fariam isso. A hipótese era que poderiam ser trabalhados os conceitos de média, moda e mediana. Dois professores responderam conforme o esperado. Outros dois professores, além de citar essas três medidas, indicaram a coleta e organização de dados. Apenas mais um professor citou a média e moda, e outros dois citaram a média, no entanto, acrescentaram interpretação e análise de tabelas de dados, progressão, soma, enumeração, raciocínio lógico, observação e dedução, que não são conceitos matemáticos.

A referida situação poderia ser utilizada como ponto de partida para o ensino das MTC, como responderam dois professores, ao contrário de um professor que respondeu que ensinaria por meio da exposição da teoria e com exemplos, caracterizando o modelo tradicional de ensino.

Três professores explicaram que poderiam fazer uma pesquisa com os próprios alunos para trabalhar com os conceitos matemáticos citados por eles, pois acreditam que isso proporciona uma aprendizagem com mais significado. E por fim, um professor explicou passo-a-passo como aplicaria a situação de Matemática em sala de aula, pois escreveu que pediria aos alunos para calcular a quantidade total de filhos, para indicar a média e para enumerar os dados partindo da mãe que tem a maior quantidade.

3 Considerações finais

A luz dessa investigação podemos deduzir que alguns professores manifestaram dificuldades em expressar suas compreensões sobre o conceito e propriedades relacionadas a mediana, isso ficou evidente principalmente quando não relacionaram o termo com o procedimento.

Identificamos que a maioria dos professores participantes utilizaram o termo ‘conceitos matemáticos’, de maneira inadequada, apresentando-o para se referir a habilidades, competências e técnicas. Além disso, poucos professores citaram a mediana em suas respostas, isto porque, de acordo com Barros (2003) e Boaventura e Fernandes (2004), é considerada uma das MTC mais difícil.

Com os resultados, podemos inferir que a maioria dos participantes dessa pesquisa não iriam trabalhar, ou de maneira breve, os conceitos de mediana e moda, indo ao encontro da pesquisa de Alves, Silva e Amorim (2021), que mostrou que muitos professores focam no ensino da média e quando trabalham os conceitos de moda e mediana, é de maneira mecânica e descontextualizada.

Para isso não ocorrer, é preciso que os professores busquem se atualizar sobre o conteúdo. Nesse sentido, recomendamos a participação em cursos de formação continuada, pois é "[...] uma forma de aprimorar seus conhecimentos, de articular experiência de sala de aula e teoria, abordando de forma crítica o saber e o fazer" (Rosa; Kato, 2014, p. 590).

Referências

ALVES, Tiago A.; SILVA, Angélica F.G.; AMORIM, Marta E. Reflexões e Desenvolvimento de Conhecimentos para o Ensino de Medidas de Tendência Central Gerados por Professores Participantes de um Processo Formativo. **Jornal Internacional de Estudos Em Educação Matemática**, v. 13, n. 4, p.429-436, 2021.

BARROS, Paula M. **Os futuros professores do 2° ciclo e a estocástica**: dificuldades sentidas e o ensino do tema. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação na Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática) – Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho, Braga, 2003.

BOAVENTURA, Maria G. M.; FERNANDES, José A. **Dificuldades de alunos do 12° ano nas medidas de tendência central**: O contributo dos manuais escolares. *In*: ENCONTRO DE PROBABILIDADES E ESTATÍSTICAS NA ESCOLA, 1., 2004, Braga. **Atas** [...] Braga: CIEd, p.103-126, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

FEIJOO, Ana M. L. C. Medidas de tendência central. In: **A pesquisa e a estatística na psicologia e na educação** [online]. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, p.14-22, 2010. Disponível em: https://books.scielo.org/id/yvnwq/pdf/feijoo-9788579820489-05.pdf. Acesso em: 11 dez. 2023.

ROSA, Claudia C.; KATO, Lilian A. Modelagem Matemática: uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de Matemática. **Educere Educare**, v. 9, p. 589-603, 2014.

SPIEGEL, Murray R.; STEPHENS, Larry J. **Estadística Coleção Schaum**.4. ed. México: Mcgraw-Hill, 2009.

VAILANTE, Kleber A. **A desigualdade das médias como ferramenta de resolução de problemas**. 2019. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2019.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 53-62. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE UM CARRINHO DE FRICÇÃO: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Thalia Falquievicz Corassa (Unioeste)
Vitória Fenilli Vidaletti (Unioeste)
thaliacorassa@gmail.com

Resumo: O texto apresenta um relato de experiência das autoras ao desenvolverem uma atividade de Modelagem Matemática na disciplina eletiva “Modelagem Matemática na Educação Matemática”, ofertada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *campus* Cascavel. A atividade investigativa foi proposta pelo docente da disciplina e inspirada por um contexto real que tinha como intuito explorar aspectos do comportamento de um carrinho de fricção. O relato tem o objetivo de explicitar o desenvolvimento desta atividade, elencar os conceitos matemáticos e estratégias utilizadas em sua realização, tecendo algumas reflexões. Concluímos que a investigação propiciou o estudo e discussão sobre aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática, destacando a necessidade de refletir sobre diferentes abordagens ao incorporar a tecnologia nas atividades e ao adaptá-las para diferentes níveis de ensino, consolidando a relevância de articular teoria e prática no âmbito da Educação Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Carrinho de Fricção.

1 Introdução

Este trabalho relata uma experiência com a Modelagem Matemática[1] na perspectiva da Educação Matemática. Tal experiência ocorreu por meio do desenvolvimento de uma atividade investigativa na disciplina eletiva “Modelagem Matemática na Educação Matemática” ofertada no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, campus Cascavel.

[1] No decorrer do texto adotaremos os termos Modelagem Matemática e Modelagem como sinônimos de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

A atividade realizada no contexto da disciplina tinha como objetivo explorar e compreender o comportamento de um carrinho de fricção, não apenas a observação prática do fenômeno físico, mas também a relação dessa atividade com a Modelagem Matemática. A investigação se justifica pela proposta abordada na disciplina que propiciou uma ponte entre a teoria sobre Modelagem Matemática e aplicações práticas, visto que "[...] quando nos deparamos com teorias precisamos vivenciá-las para preencher lacunas que não cabem na escrita que nos foi apresentada, pois, toda teoria é destituída dos vividos" (Klüber, 2013, p. 96).

A abordagem proposta na disciplina corrobora com a perspectiva de que a Modelagem Matemática na Educação Matemática tende a intensificar a presença da reflexão, do diálogo e da crítica no decorrer das aulas, visto que favorece aos discentes investigar situações da sua vivência e interesse (Schrenk; Vertuan, 2022). Em seguida, será descrita a atividade investigativa realizada, bem como os conceitos matemáticos e estratégias utilizadas em seu desenvolvimento, esboçando algumas reflexões.

2 Descrição da atividade

A experiência com a Modelagem Matemática aqui relatada ocorreu no segundo semestre de 2023 na disciplina eletiva intitulada por "Modelagem Matemática na Educação Matemática", ministrada pelo docente Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, com carga horária de 60h e frequência quinzenal. Os princípios metodológicos da disciplina se pautaram no estudo e discussão mediada por textos sobre a temática em questão, além do desenvolvimento de diversas atividades práticas de Modelagem propostas pelo docente e uma aplicação de autoria própria dos discentes.

A atividade descrita está entre as que foram propostas para a disciplina, inspirada por um contexto real com intuito de explorar aspectos do comportamento de um carrinho de fricção. Para isso, o docente apresentou os seguintes questionamentos: *Que relação (aproximada) podemos estabelecer entre o número de voltas no pneu e a distância percorrida pelo carrinho? Se o número de voltas* ($\square$) *fosse possível para* $\square = 10$, *qual a distância percorrida pelo carrinho?* Com intuito de os discentes refletirem e buscarem respostas para esses questionamentos o docente dividiu a turma em grupos, forneceu um carrinho de fricção[2] (Figura 1) e uma fita métrica para as medições.

Figura 1. Carrinho de fricção utilizado no experimento

Fonte: As autoras (2024).

Ao manusear o carrinho e pensar nas questões propostas, a primeira estratégia utilizada pelo grupo[3] foi marcar o pneu do carrinho com um corretivo, buscando ampliar a visualização e determinar a quantidade de voltas completas ao realizar a fricção até soltá-lo. Em seguida, colamos uma fita adesiva no chão, com o objetivo de marcar o local em que seria iniciada a fricção até o disparo, para que o início fosse sempre o mesmo independente da quantidade de voltas.

Conforme era realizada a fricção, para cada volta do pneu do carrinho medimos com auxílio da fita métrica a distância percorrida em centímetros, repetindo esse processo quatro vezes para cada número de voltas, devido às deformações do piso em que o experimento estava sendo realizado. Ao realizarmos o processo para cinco voltas, decidimos proceder para o número máximo de voltas que o carrinho permitia, que foram sete voltas, conforme apresentado na Tabela 1. Posteriormente, estimou-se uma média das distâncias percorridas em relação ao número de cada volta do pneu.

Tabela 1. Distância percorrida em relação ao número de voltas

Voltas	Distância percorrida (cm)	Média da distância (cm)
1	55 – 50 – 50 – 54	52,25

[2] É um carrinho de brinquedo que funciona por fricção, ao ser forçado a girar suas rodas para trás, contra uma superfície, uma mola acumula energia potencial elástica, e ao soltar o brinquedo, ele se movimenta sozinho para frente.

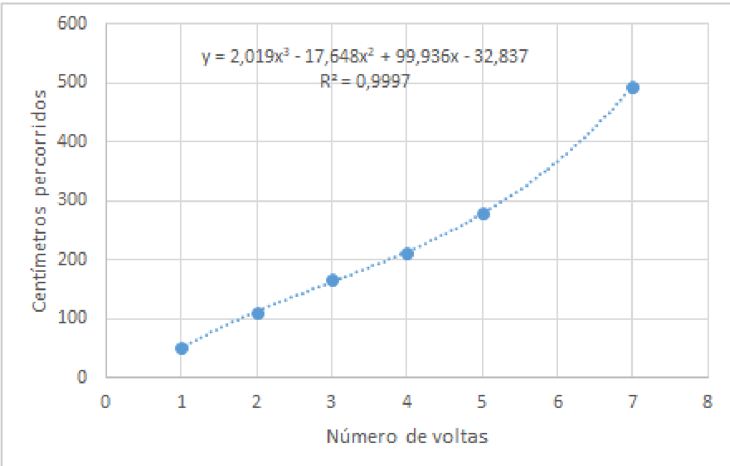
[3] O grupo era formado por quatro discentes, que contribuíram nas discussões da atividade, porém a investigação aqui apresentada foi desenvolvida e descrita por dois membros do grupo, autores do texto.

2	117 – 117 – 101 – 103	109,5
3	176 – 166 – 171 – 156	167,25
4	214 – 214 – 195 – 220	210,75
5	220 – 291 – 294 – 310	278,75
⋮	⋮	⋮
7	484 – 487 – 496 - 512	494,75

Fonte: As autoras (2024).

Calculada a média da distância percorrida pelo carrinho em relação ao número de voltas do pneu, atribuímos os valores encontrados no *software Excel*, em busca de uma função que melhor se ajustasse ao experimento realizado. Com auxílio do *software* plotamos o gráfico que representa os dados supracitados e utilizamos a ferramenta linha de tendência para encontrar a curva que melhor se ajusta aos dados do experimento, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2. Distância percorrida em relação ao número de voltas



Fonte: As autoras (2024).

Por meio do gráfico é possível verificar que o *software* ajustou os dados na linha de tendência e denotou a curva de uma função polinomial de 3° grau, representada por $y = 2{,}019x^3 - 17{,}648x^2 + 99{,}936x - 32{,}837$, sendo esse modelo a relação entre o número de voltas no pneu e a distância percorrida pelo carrinho.

O modelo obtido nos permite validar os dados do experimento e encontrar uma solução para o segundo questionamento: *Se o número de voltas* (□) *fosse possível para* □ = 10*, qual a distância percorrida pelo carrinho?* Ao substituir o número de voltas no modelo, tem-se um valor aproximado da média da distância calculada anteriormente. Assim, ao calcular a distância percorrida para □ = 10 voltas no pneu obtemos um valor aproximado de 1.220,72 □□, conforme Tabela 2.

Tabela 2. Validação do modelo em relação ao número de voltas

Voltas	Valores do modelo (cm)
1	51,47
2	112,59
3	162,65
4	213,75
5	278,01
⋮	⋮
7	494,48
⋮	⋮
10	1.220,72

Fonte: As autoras (2024).

Com o intuito de verificar as soluções obtidas, pensamos em uma nova estratégia para realizar os cálculos do experimento. Ao invés de utilizar o número de cada volta de fricção marcada pelo corretivo no pneu, foi utilizado o comprimento da volta do pneu do carrinho por meio da fórmula do comprimento da circunferência, representada por □ = 2□□. Considerando □ = 3,14 e o raio do pneu 1 □□, temos que o comprimento do pneu equivale a 6,28 □□, sendo esse o valor do comprimento da primeira volta do pneu. Assim, a segunda volta equivale ao dobro da primeira e, assim consecutivamente, conforme apresentado na Tabela 3. Desta forma, consideramos o comprimento da volta do pneu equivalente ao número de voltas e utilizamos as médias das distâncias percorridas obtidas na primeira estratégia do experimento.

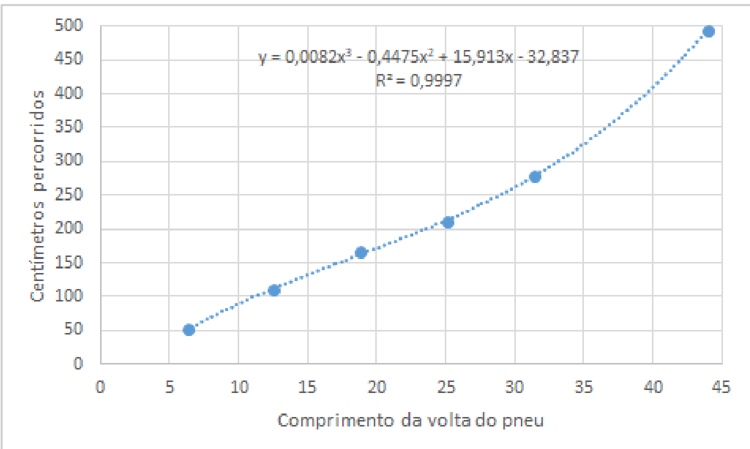
Tabela 3. Distância percorrida em relação ao comprimento da volta do pneu

Voltas	Comprimento da volta (cm)	Média da distância (cm)
1	6,28	52,25
2	12,56	109,5
3	18,84	167,25
4	25,12	210,75
5	31,4	278,75
⋮	⋮	⋮
7	43,96	494,75

Fonte: As autoras (2024).

Os valores da distância percorrida pelo carrinho em relação ao comprimento da volta do pneu também foram atribuídos no *software Excel*, em busca de uma nova função que melhor correspondesse aos dados. Realizamos o mesmo processo no *software* descrito anteriormente, plotamos o gráfico e utilizamos a linha de tendência para encontrar a curva que melhor se ajusta aos novos dados do experimento, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3. Distância percorrida em relação ao comprimento da volta do pneu



Fonte: As autoras (2024).

O gráfico denotou a curva de uma função polinomial de 3º grau, representada por $y = 0{,}0082x^3 - 0{,}4475x^2 + 15{,}913x - 32{,}837$, sendo esse modelo a relação entre o comprimento da volta do pneu e a distância percorrida pelo carrinho. Por meio desse modelo validamos os dados substituindo o comprimento de cada volta e assim, encontramos um valor aproximado de $1.232{,}55\ cm$ de distância percorrida para $x = 10$ voltas no pneu do carrinho, conforme Tabela 4.

Tabela 4. Validação do modelo em relação ao comprimento da volta

Comprimento da volta (cm)	Validade do modelo (cm)
6,28	51,47
12,56	112,68
18,84	162,96
25,12	214,49
31,4	279,47
⋮	⋮
43,96	498,51
⋮	⋮
62,8	1.232,55

Fonte: As autoras (2024).

Diante das soluções obtidas, percebe-se que as duas estratégias utilizadas para desenvolvimento do experimento resultaram em soluções semelhantes, isso decorreu devido ao fato de considerarmos o comprimento da volta do pneu equivalente ao número de voltas e utilizarmos a mesma média da distância percorrida em ambas as estratégias.

Ao término da atividade, o docente solicitou que os grupos apresentassem suas estratégias de desenvolvimento para toda turma, o que propiciou a discussão, análise e reflexão das soluções. Cada grupo utilizou uma abordagem diferente para a resolução do problema, enriquecendo a discussão realizada. Alguns observaram que existe uma linearidade na relação entre o número de voltas e a distância percorrida, o que nos fez refletir sobre equívocos ocorridos em nosso experimento, que podem ter decorrido devido às deformidades encontradas no piso em que o experimento foi realizado. De acordo com a concepção de Modelagem de Burak (1987, 1992, 2004) essa etapa da análise crítica das soluções é

> [...] marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo (Klüber; Burak, 2008, p. 21-22).

Outro aspecto relevante a destacar em relação aos equívocos ocorridos no desenvolvimento do experimento é a utilização da tecnologia, que se revelou tanto um recurso valioso quanto uma limitação para a Modelagem do comportamento do carrinho de fricção. O auxílio de *softwares* proporcionou uma análise eficiente de um pequeno conjunto de dados, permitindo ajustes precisos na curva do modelo. No entanto, tornou-se evidente que essa abordagem poderia apresentar desafios consideráveis ao lidar com um grande conjunto de dados, ressaltando a importância de termos considerado estratégias alternativas que contemplassem modelos mais abrangentes.

3 Considerações finais

A experiência descrita propiciou importantes reflexões e discussões sobre aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, além de apresentar a relevância e os desafios do uso das tecnologias no desenvolvimento de atividades de Modelagem.

A reflexão realizada em sala entre os discentes e o docente da disciplina sobre os modelos matemáticos mais apropriados para a atividade em questão, constatou que o modelo que representa uma linearidade na relação entre o número de voltas e a distância percorrida pelo carrinho seria o mais viável para a situação em estudo, desde que fossem desconsideradas as deformações do piso em que o experimento estava sendo realizado. Esses resultados ressaltam a relevância dos momentos coletivos de discussão, análise e reflexão em atividades de Modelagem.

Outro ponto a destacar é que, embora a maioria dos grupos utilizaram recursos tecnológicos e conteúdos matemáticos aprofundados, as discussões em sala oportunizaram a tentativa de adaptar as atividades desenvolvidas para todos os níveis da Educação Básica. Esse desafio reside na adaptação das atividades de forma a torná-las acessíveis e envolventes, considerando a idade e o nível de compreensão dos alunos.

Neste sentido, a proposta de incorporar representações visuais, como gráficos de barras, surge como uma alternativa promissora para tornar a atividade mais acessível e atrativa para estudantes dos primeiros níveis da Educação Básica.

Concluímos que a atividade investigativa proporcionou observações relevantes sobre o comportamento do carrinho de fricção, além de destacar a necessidade de abordagens flexíveis ao incorporar a tecnologia e ao adaptar atividades para diferentes níveis de ensino, consolidando a importância do equilíbrio entre teoria e prática no âmbito da Educação Matemática.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradecemos ao docente Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan e as colegas Ma. Ana Paula Gonzatto e Ma. Nagmar Ferreira de Souza pelas contribuições e discussões durante o desenvolvimento da atividade e no decorrer da disciplina.

Referências

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro, 1987. 186p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas, 1992. 460p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

KLÜBER, T. E. Aspectos relativos à noção de *prática(s)* de Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis - SC, v. 8, n. 1, p. 92-103, jul. 2013.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p.17-34, mar. 2008.

SCHRENK, M. J.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática como Prática Pedagógica: uma possível caracterização em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 194-224, abr. 2022.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 63-66.© JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

MODELAGEM DE POLIEDROS DE ARQUIMEDES VIA CINEMA 4D

Aldicio José Miranda (Universidade Federal de Uberlândia)
João Barbosa Ramos (Escola Estadual Caio Martins)
aldicio@ufu.br

Resumo: O Cinema 4D é um software de criação 3D que abrange a modelagem, animação, texturização e renderização de objetos. O objetivo é apresentar uma breve introdução de modelagem 3D com o Cinema 4D e usar essa ferramenta para modelar Poliedros de Arquimedes. Esses poliedros pertencem a uma classe especial de sólidos tridimensionais convexos, nomeados em homenagem ao matemático grego Arquimedes. As faces desses poliedros são polígonos regulares de mais de um tipo e existem apenas treze deles. Para modelar esses poliedros, primeiro é preciso fazer um estudo sobre suas propriedades geométricas e métodos de construções a partir de outros poliedros regulares e adaptar essas medidas às ferramentas do software. O Cinema 4D oferece uma abordagem versátil e flexível para explorar formas matemáticas geométricas interessantes, pois possui ferramentas avançadas de modelagem poligonal.

Palavras-chave: Cinema 4D; poliedros de Arquimedes; modelagem 3D.

1 Introdução

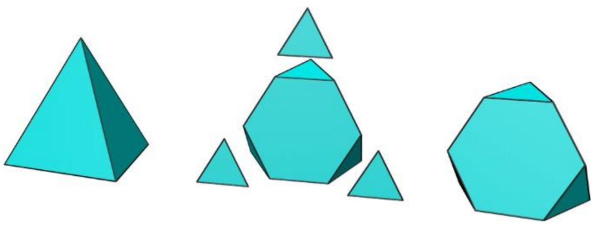
Os sólidos de Platão são poliedros regulares compostos por faces regulares de um só tipo e existem apenas cinco deles: o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Por outro lado, os poliedros de Arquimedes são semirregulares, ou seja, suas faces regulares podem ser de mais de um tipo e que em torno de cada vértice há sempre o mesmo arranjo de polígonos. Existem apenas treze sólidos Arquimedianos, (MELO, 2014).

O Cinema 4D é um poderoso software de criação 3D desenvolvido pela Maxon, (MAXON, 2024), que abrange a modelagem, texturização, animação e renderização de objetos. Este software oferece uma abordagem versátil e flexível para explorar formas matemáticas geométricas, pois possui ferramentas avançadas de modelagem poligonal.

O principal objetivo é aprender as noções básicas de modelagem 3D usando ferramentas computacionais avançadas. Essa aprendizagem será feita por meio da modelagem de alguns poliedros de Arquimedes. No processo, os objetivos específicos são: criar modelos tridimensionais precisos; renderizar imagens de alta qualidade; modelar poliedros não convexos e exportar arquivos para impressão 3D.

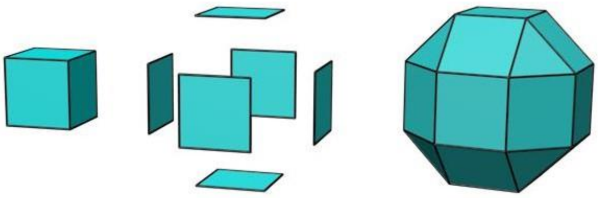
As operações para obtenção ou construção dos sólidos de Arquimedes são por truncamento, expansão e snubificação. No processo de truncamento podemos realizar cortes ou chanfros em um poliedro platônico, que na maioria das vezes consiste em retirar pirâmides em cada vértice do poliedro inicial. O processo de expansão consiste em afastar as faces de um sólido regular de modo que ao preencher os espaços entre as faces afastadas, tenhamos um poliedro semiregular. Por último, no processo de snubificação, devemos afastar as faces de um poliedro inicial, em seguida rotacionar essas faces afastadas e por último preencher os espaços entre essas faces afim de obter um poliedro semirregular. As Figuras 1; 2 e 3 ilustram uma ideia desses três processos.

Figura 1. Truncamento do tetraedro



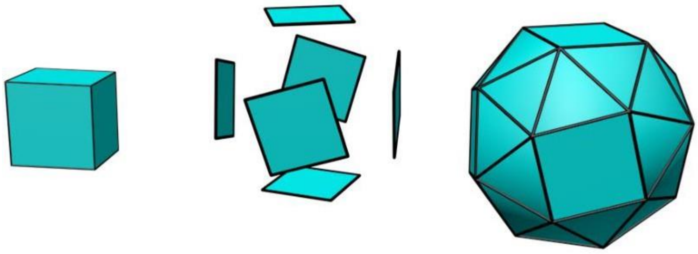
Fonte: Os autores.

Figura 2. Robicuboctaedro a partir da expansão do cubo



Fonte: Os autores.

Figura 3. Cubo snub por snubficação do cubo.



Fonte: Os autores.

2 Resultados e discussão

A matemática e o processo de construção para obter os poliedros de Arquimedes é bem difundida com muito material disponível, enquanto que material que ensina a usar ferramentas avançadas para modelagem são mais escassos. Neste trabalho os principais objetivos foram alcançados, os quais são: descrição dos conceitos básicos de modelagem 3D envolvendo movimentos de vértices, translações e rotações de arestas e faces com o Cinema 4D; modelagem de alguns poliedros de Arquimedes via Cinema 4D; exportação de arquivos para impressão 3D.

3 Considerações finais

O Cinema 4D é um *software* livre para estudantes e professores para uso educacional. Como pré-requisitos são necessárias noções básicas de geometria euclidiana e espacial. Com o aprendizado, os resultados podem ser utilizados em muitas aplicações, desde visualizações científicas e educacionais, projetos de design, impressão 3D e até produção de conteúdo digital. Instituições de ensino que possuem impressora 3D, poderão imprimir poliedros para as aulas de geometria, cartas ou figuras com relevo para estudantes com deficiência visual, chassis de carrinho para trabalhar com arduíno e muitas outras aplicações.

Referências

MAXON, 2024 MAXON COMPUTER GMBH., c2024. Página inicial. Disponível em: <https://www.maxon.net/en/>. Acesso em: 09 de jan. de 2024.

MELO, Helena Souza. **Os 13 sólidos Arquimedianos**. Correio dos Açores, São Miguel, p. 13, 2014.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 67-73. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

O ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Rosimeri do Nascimento Costa - UEM
rosimericosta94@gmail.com
Luiz Otavio Rodrigues Mendes - UEM
mendesluizorm@gmail.com

Resumo: Este artigo busca analisar o que os estudos que tratam da Ciência e da Matemática na Educação Infantil - EI revelam. Como procedimento metodológico, foi feita uma revisão sistemática da literatura de estudos que abordaram relações entre Ciência e Matemática na EI. Ao todo, 7 trabalhos foram selecionados. Os principais resultados revelam a importância do caráter lúdico das atividades na EI, enfatizando a inquietação e o interesse evidentes quando são propostas atividades lúdicas para a aprendizagem. Para isso, é importante a influência positiva do educador como mediador de conhecimento, guiando a curiosidade e exploração dos alunos para garantir um aprendizado significativo. Outrossim, ressalta-se a importância de contextualizar o ensino e estimular o conhecimento científico.

Palavras-chave: Aprendizagem. Ciência. Ludicidade. Matemática.

1 Introdução

O ensino de Matemática e de Ciências tem se tornado objeto de estudos de pesquisadores em todas as áreas de ensino, inclusive na Educação Infantil. Uma das premissas dessa importância, está relacionada com o que indica a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017) da necessidade aproximar conceitos abstratos e teóricos a ideias da vivência dos alunos.

Pimenta *et al.* (2017) destaca que muitos conteúdos são trabalhados de formas desconexas da vivência no mundo cotidiano e o ensino dos discentes em sala. Segundo o autor, a BNCC vem trazendo a ideia de campos de conhecimentos e conexões entre eles pesando a importância da assimilação do conhecimento pedagógico com o conhecimento de mundo que a criança possui.

No entanto, Pimenta *et al.* (2017) destacam que em muitos casos, na formação do curso de Pedagogia, ocorre basicamente uma revisão geral superficial, o que não é suficiente para que consigam transmitir o conhecimento esperado aos alunos dos anos iniciais, o que fica difícil a interdisciplinaridade entre Matemática e Ciências. Assim, enquanto objetivo, este artigo busca analisar o que os estudos que tratam da Ciência e da Matemática na Educação Infantil revelam.

Para tanto, este trabalho constitui-se como uma pesquisa do tipo revisão sistemática. Os dados coletados são analisados de forma qualitativa com base no que aponta Ludke e André (1986), com uma análise rica em dados descritivos e tem como foco a realidade complexa na qual está imersa a educação.

Para desenvolvimento da pesquisa seguimos as etapas propostas por Mendes e Pereira (2020). Na etapa de busca dos trabalhos, realizamos uma pesquisa em bases de dados qualificadas como o Google Acadêmico, Microsoft Academic e SciELO com as palavras-chave “Matemática”, “Ciências” e “Educação Infantil”. Na etapa de seleção dos dados, foram lidos os resumos e considerados os estudos que apresentavam relações entre as duas disciplinas. Os trabalhos selecionados foram lidos na integra e considerados os que tratavam da Educação Infantil. Ao todo, obtivemos sete trabalhos que são analisados na próxima seção.

2 Resultados e discussão

Nesta seção, em um primeiro momento, apresentamos um quadro panorama dos estudos encontrados. Posteriormente, discutimos sobre as relações entre a Ciência e a Matemática abordada nos estudos.

Quadro 1. Panorama dos estudos encontrados na revisão sistemática.

Autores e anos	Objetivo	Local	Observações
Ana Paula Leal Santos. 2022.	Analisar o uso da Ludicidade para o ensino de Ciências e Matemática na Educação Infantil potencializar o conhecimento das crianças sobre ciências e matemática, através de brincadeiras;	Pará, Brasil.	Neste trabalho busca-se estimular e potencializar o conhecimento dos educandos através de atividades lúdicas.

Eliana Vera Hunyady Mangucci e Emerson Pereira Da Silva. 2019.	Evidenciar a contribuição dessa teoria para o desenvolvimento e aprendizagem escolar;	São Paulo, Brasil.	Este estudo traz a importância de aprender brincando fundamentando a necessidade desta prática no contexto escolar da educação infantil
Sandra Cadore Peixoto e Ana Raquel Beckmann. 2023.	Elaborar um produto educacional denominado tapete pedagógico com vistas a introdução do Ensino de Ciências e Matemática na Educação Infantil.	Santa Catarina, Brasil.	Com base na BNCC, este trabalho analisa os campos de experiências trazidos pelo documento normativo interligando estes campos através da vivência em jogos e brincadeiras.
Andréa Bordini Donnangelo e Maria Claudia Luzia Nunes Perna da Silva. 2010.	Desenvolver uma coleção de tampinhas variadas para que, a partir dela, estabelecêssemos e explorássemos aspectos, conceitos e conteúdos de diferentes linguagens, tais como as ciências, a matemática e as artes.	São Paulo, Brasil.	Este é um relato de um projeto desenvolvido em uma creche, onde estimularam uma prática já conhecida e buscou-se analisar as propostas espontâneas por parte das crianças.
Omar de la Cruz Vicente e Mª Dolores López Carrillo. 2015.	Que os alunos adquiram um conhecimento amplo, global e fundamentado da matéria constante no plano curricular, bem como da sua didática.	Madrid, Espanha.	A ideia deste trabalho e analisar o ensino de conceitos matemáticos a partir de projetos experimentais denominados como “cadeiras de ensino” aplicadas de acordo com a teoria construtivista de Piaget.

Graziela Macuglia Oyarzabal, Nádia Teresinha Schröder e Milena de Sá Almeida. 2017.	Relacionar conteúdos de diferentes áreas, com destaque para a matemática, pouco trabalhada objetivamente pelo professor da turma antes da chegada da estagiária do curso de Pedagogia que desenvolveu essa nova abordagem com a turma	Rio Grand e do Sul, Brasil.	Este trabalho traz uma análise crítica entre a relação da vivência e aplicação dos conceitos em sala.
Priscila Meier de Andrade Tribeck. 2010.	Verificar a utilização das sequências didáticas em atividades de ciências e matemática para a Educação Infantil	Paran á, Brasil.	Neste trabalho busca analisar as sequencias didáticas como prática de ensino da matemática e ciência na educação infantil.

Fonte: Os autores.

Com base no quadro 1, podemos analisar a importância do caráter lúdico das atividades. Jogos e brincadeiras já fazem parte da essência natural do ser humano, a busca por conhecimento é uma característica marcante de todo ser humano em desenvolvimento. Os educadores que trabalham com as crianças nesta fase da educação devem usar isso a favor de novas aprendizagens.

Entender que esta fase das crianças é de pura investigação, torna claro que o lúdico interessa mais a criança como podemos analisar nos dados apontados por Santos (2022), que notou a inquietação por parte das crianças quando apresentada a proposta de trabalhar conhecimentos através de jogos e brincadeiras, esse é um primeiro aspecto importante, pois claramente neste momento já há forte interesse do aluno sobre o que vai ser trabalhado e com isso trazemos o prazer em aprender conforme afirma Manguccci *et al.* (2019, p. 55-56):

> Concluímos assim, que as atividades lúdicas despertam nas crianças o interesse, a curiosidade, e os desafios encantam pelo prazer funcional de sua realização e o jogo transforma a forma de aprender, onde as crianças interagem desenvolvendo suas habilidades, ampliando seu intelecto de

> maneira espontânea e prazerosa, estimulando a necessidade de conhecer e entender o mundo em que vivemos elucidando os fenômenos das Ciências que tanto as intrigam.

A exploração é importante tanto na matemática quanto na ciência e é um direito que deve ser assegurado conforme traz a própria BNCC, diferente das outras etapas da educação, está etapa está dividida em campos de experiências a ideia é trabalhar as áreas interdisciplinarmente e acaba trabalhando ideias matemáticas e científicas em conjunto, devido a isso pode-se notar que em todos os trabalhos levantados está garantido os direitos de aprendizagem que são exigidos na educação infantil (Conviver, brincar, explorar, participar, expressar e conhecer-se), a partir da curiosidade e exploração o educador entra como um mediador de conhecimento, tentando influenciar as buscas destes alunos assim como a curiosidade para que haja um real aprendizado.

Também é possível notar nos trabalhos analisados que os autores reforçam a importância de contextualizar o que será trabalhado estimulando o conhecimento científico e que é necessário ressaltar que a ciência é algo que pode ser explorado e que nada está pronto e acabado e por isso qualquer pensamento é valido e passível de ser testado segundo os critérios científicos se atentando a manter a conversa no nível de entendimento dessas crianças.

3 Considerações finais

Esta pesquisa teve o objetivo de ideitificar possíveis relações no ensino de Ciências e Matemática na Educação Infantil. Após uma revisão da literatura, sete trabalhos foram encontrados. Os principais resultados revelam a importância do caráter lúdico das atividades na educação infantil, enfatizando que jogos e brincadeiras são intrínsecos à natureza humana e fundamentais para o desenvolvimento das crianças.

Para tanto, a abordagem lúdica desperta nas crianças interesse, curiosidade e enfrentamento de desafios. Foi evidenciado que o jogo transforma a forma de aprender, promovendo interação, desenvolvimento de habilidades e ampliação do intelecto de maneira espontânea e prazerosa. Destaca-se também, a influência positiva do educador como mediador de conhecimento, guiando a curiosidade e exploração dos alunos para garantir um aprendizado significativo.

No contexto da BNCC, a exploração é considerada um direito na educação infantil, sendo trabalhada interdisciplinarmente nos campos de experiências. Os trabalhos analisados evidenciam temas como conviver, brincar, explorar, participar, expressar e conhecer-se. Além disso, ressalta-se a importância de contextualizar o ensino, estimular o conhecimento científico e enfatizar que a ciência é explorável, em constante evolução, incentivando o pensamento crítico desde cedo.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: DF, 2017.

DONNANGELO, A. B. SILVA, M. C. P. L. Coleções na Educação Infantil: articulando matemática, ciências e arte. **Revista da SBEnBio–Número**, v. 3, p. 2901, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. Capítulo 3 Métodos de coleta de dados: observação, entrevista e análise documental. In: LUDKE, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986, p. 35-44.

MANGUCCI, E. V. H.; SILVA, E. P. D. **Os jogos como ferramenta de transformação no ensino das ciências matemática e física**: uma vivência prática na educação infantil. 85f. Monografia (Graduação) – Universidade de Taubaté, Taubaté, 2019.

MENDES, L. O. R; PEREIRA, A. L. Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p. 196-228, 2020.

OYARZABAL, G. M.; SCHRÖDER, N. T.; DE SÁ ALMEIDA, M. Matemática e Ciências: interligando saberes na Educação Infantil. *In:* VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática. **Anais...,** 2017.

.

PEIXOTO, S. C; BECKMANN, A. R. Tapete Pedagógico: um recurso didático para introduzir o ensino de ciências e matemática na educação infantil. **Ensino & Pesquisa**, v. 19, n. 3, 2021.

PIMENTA, S. G. et al. Os cursos de licenciatura em pedagogia: fragilidades na formação inicial do professor polivalente. **Educação e Pesquisa**, v. 43, n. 1, p. 15-30, 2017.

RIBEIRO, A. R.; SILVA, F. F.; GOULART, J. C. O Ensino da Matemática na Educação Infantil**. Ciclo Revista**, v. 3, n. 1, 2018.

SANTOS, A. P. L. Ludicidade: Ciências e Matemática na Educação Infantil. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 16, p. e274111637995-e274111637995, 2022.

TRIBECK, P. M. A. **Construção do conhecimento em educação infantil**: sequências didáticas e lúdicas para o ensino de ciências e matemática. 153f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2010.

VICENTE, O. L. C; CARRILLO, D. L. Matemática para a educação infantil através de projetos de ciências naturais. In: MEJÍAS, María Elena del Valle. **Experiências de Docência no ensino Superior**. Porto: Media XXI, 2015. Cap. 7. p. 89-103.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 74-90. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM MÍDIAS DIGITAIS

Rui M. de O. Barros (Universidade Estadual de Maringá)

rmobarros@uem.br

Resumo: Este trabalho apresenta atividades exploratórias de Geometria Analítica, para serem apresentadas em forma de um minicurso ou em em aulas desenvolvidas em um laboratório de informática. São atividades apropriadas para a aplicação com alunos do Ensino Médio que estejam iniciando o estudo desse tema. A intenção do trabalho é capacitar os professores para que possam replicar as atividades em suas salas de aula. Devido à restrição de tempo, serão apresentadas atividades iniciais que abordam os conceitos de identificação de pontos do plano cartesiano com pares de números reais, conceito de distância de ponto a ponto, conceitos de dependência linear e registros algébricos de equações de retas. As atividades devem ser realizadas em laboratórios de informática e em segundo momento, as resoluções devem ser discutidas em sala de aula, com institucionalização de saberes.

Palavras-chave: ensino de geometria analítica; registros de representação semioticos.

1 Introdução

Apresentaremos aqui um roteiro de atividades que podem ser utilizadas para trabalho escolar em um laboratório de informática. A proposta contida aqui faz uso de um software gratuito chamado GeoGebra, que funciona nos sistemas operacionais Windows, IOS, Linux e Android.

Cópias dos instaladores podem ser encontradas na página oficial do projeto, no endereço https://geogebra.org.

Fazemos a sugestão para que seja instalada a versão GeoGebra Classic 5.2, pois é a versão que demanda menos poder de processamento do computador e pode ser utilizada totalmente sem conexão com a Internet.

Um dos primeiros alertas que fazemos é que não existe necessidade de realizar um minicurso para que os alunos aprendam a usar o software antes de utilizá-lo como ferramenta de estudo de matemática. Esta recomendação também serve se o professor for utilizar qualquer outro software, que não o GeoGebra. Lembre-se, um software é apenas uma ferramenta pedagógica, e sendo assim não há necessidade de fazer com que os alunos pratiquem o uso de ferramentas/atalhos que não interessam ao estudo dos conceitos matemáticos. No dia-a-dia da sala de aula num laboratório de informática, basta que o professor forneça instruções das ferramentas básicas que serão utilizadas para realização das atividades, não há porque perder tempo conhecendo ferramentas que não serão utilizadas.

No caso específico do GeoGebra, propomos uma rápida introdução ao funcionamento do mesmo. A colocação de figuras que ilustram as janelas e paletas de comandos só é feita num primeiro momento. Depois, as explicações se reportam aos caminhos dos menus apenas mediante a escrita.

A prática de trabalho que recomendamos é o fornecimento das atividades de laboratório mediante folhas impressas ou mediante arquivos de leitura de extensão PDF, por exemplo. Mas recomendamos a distribuição das atividades apenas nos dias de utilização do laboratório. Isso evitará que alguns alunos realizem as atividades em casa e causem desequilíbrio no decorrer da dinâmica da sala de aula.

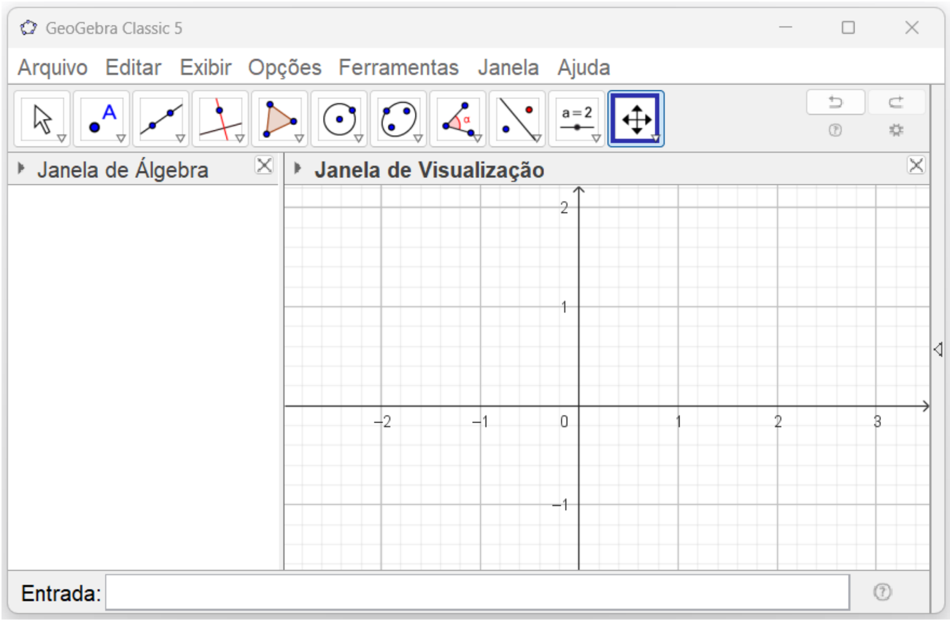
Perceba que essa rápida introdução é suficiente para trabalhar com o GeoGebra no estudo da Geometria Analítica. A partir de agora, você deverá realizar as atividades propostas lembrando-se que seu papel é o de um estudante de ensino médio. Analise os enunciados e perceba que é preferível provocar uma discussão ou estimular uma investigação antes de formalizar conceitos ou enunciar resultados. Mãos à obra!

2 Atividades

Aula 1: Exploração do plano cartesiano

Após iniciar o software GeoGebra você verá que a interface desse software apresenta duas janelas principais e um campo de entrada.

Figura 1. Janela principal do GeoGebra



Fonte: O autor (2024)

A janela do plano cartesiano fica situada mais à direita, na qual você é capaz de identificar os eixos coordenados;

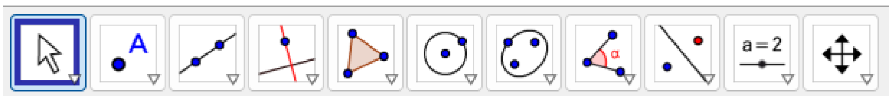
A janela de álgebra fica à esquerda do plano cartesiano;

O campo de entrada fica localizado na parte inferior, é o local no qual digitaremos os comandos.

O menu principal é composto de 11 botões que quando acionados com o mouse em seu canto inferior direito abrem paletas de ferramentas.

Denotaremos esses botões, a partir de agora, por B1, B2, B3, …, B11.

Figura 2. Botões de ferramentas



Fonte: O autor (2024)

Para realizar a primeira atividade você deve saber como inserir pontos no plano cartesiano. Uma maneira de fazer isso é escolhendo a ferramenta “Ponto” que está na paleta de B2. Após escolher essa ferramenta posicione o mouse sobre o plano cartesiano e após escolher um local aperte o botão esquerdo do mouse somente uma vez (dê um clique simples). Observe o que aconteceu no plano cartesiano e na coluna algébrica.

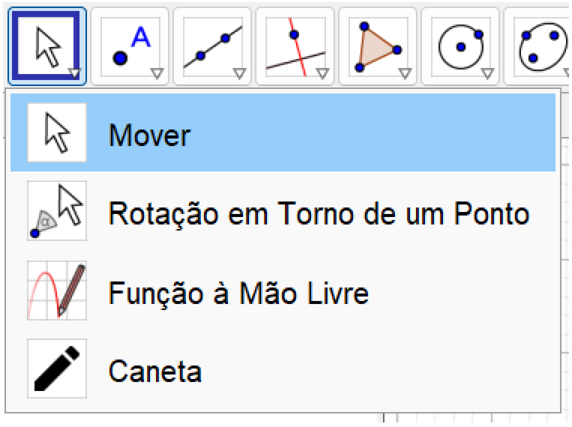
Enquanto você não escolher outra ferramenta poderá inserir outros pontos com o mesmo procedimento. Experimente, crie mais outros 4 pontos B, C, D e E em locais diferentes. Perceba que é o software que atribui nome aos pontos. Observe a lista de pontos na coluna algébrica.

Para desfazer ou refazer os comandos no GeoGebra utilize o caminho Editar-Ctrl+Z ou Editar-Ctrl+Y no menu principal. Experimente, desfaça as criações dos pontos E e D deixando no plano cartesiano apenas os pontos A, B e C.

Para apagar, por exemplo, o ponto A selecione a ferramenta "Mover" no botão B1.

Com esta ferramenta, dê um clique simples sobre a marcação do ponto A, depois aperte a tecla "Delete" no seu teclado. Experimente, apague o ponto A.

Figura 3: Escolha da ferramenta Mover



Fonte: O autor (2024)

Uma característica positiva do GeoGebra é a possibilidade de visualizar a relação entre a posição geométrica e as coordenadas algébricas de um ponto. Nesse software é possível mover os pontos e observar a variação de suas coordenadas.

Para mover, por exemplo, o ponto B tome a ferramenta "Mover" de B1. Com esta ferramenta, segure o botão esquerdo do mouse apertado sobre o ponto B arrastando-o para outros locais. Solte o botão quando desejar. Observe que enquanto o ponto B é arrastado as suas coordenadas são atualizadas na coluna algébrica.

Com essas instruções podemos realizar algumas atividades. Crie uma pasta com o nome Aula 1 para salvar as atividades.

Atividade 1: Mostre os vértices de um quadrado. Aqui todos os vértices devem ter as duas coordenadas positivas. Salve o arquivo com o nome ativ1.ggb.

Atividade 2: Mostre os vértices de um quadrado, cujo centro seja o ponto $(0,0)$, a origem do sistema de coordenadas. Salve o arquivo com o nome ativ2.ggb.

Atividade 3: Mostre os vértices de um retângulo cujo lado maior tenha o dobro do comprimento do lado menor. Salve o arquivo com o nome ativ3.ggb.

Atividade 4: Mostre um conjunto de 21 pontos, onde o primeiro ponto seja o ponto $(1,1)$ e todos os demais tenham coordenadas inteiras, sendo que a primeira coordenada é negativa e a segunda coordenada é positiva. Salve o arquivo com o nome ativ4.ggb.

Atividade 5: Mostre um conjunto de 21 pontos, onde o primeiro ponto seja o ponto $(1,1)$ e todos os demais tenham coordenadas inteiras, sendo que a primeira coordenada é negativa e a segunda coordenada também é negativa. Salve com o nome ativ5.ggb.

Atividade 6: Mostre um conjunto de 21 pontos, onde o primeiro ponto seja o ponto $(1,1)$ e todos os demais tenham coordenadas inteiras, sendo que a primeira coordenada é positiva e a segunda coordenada é negativa. Salve o arquivo com o nome ativ6.ggb.

Discussão:

1) Qual a necessidade de se fazer um curso que ensine a utilizar o software GeoGebra antes de realizar essas atividades?

2) É imprescindível a existência de um projetor multimídia no laboratório onde se realizarão essas atividades?

3) Que objetivos específicos você consegue perceber diante da proposta de realizar as 6 atividades anteriores?

4) Você acredita que a maioria de seus alunos gostaria de realizar todas essas 6 atividades num caderno, ou numa folha quadriculada?

5) Como ele verificaria as positividades ou negatividades das coordenadas se realizasse essas atividades num papel quadriculado?

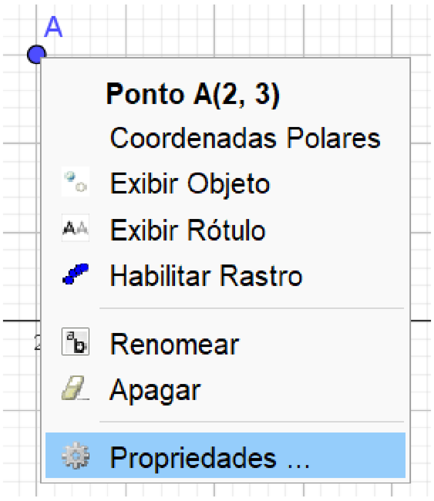
Daremos agora instruções para a realização das atividades 7, 8 e 9. Para realizar as próximas três atividades, será necessário saber como alterar a cor da representação de um ponto inserido no plano cartesiano.

Abra um arquivo novo e insira um ponto A.

Tome a ferramenta “Mover” do botão B1 e clique com o botão direito do mouse sobre o ponto A.

Você verá a paleta mostrada na Figura 4.

Figura 4: Paleta de opções



Fonte: O autor (2024)

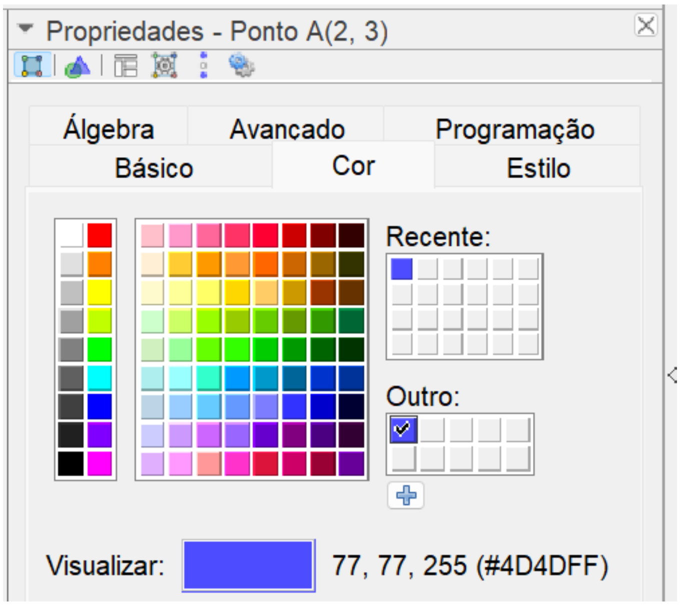
Escolha “Propriedades”.

Surgirá uma janela semelhante à mostrada na Figura 5.

Clique sobre o botão de “Cor”, escolha uma nova cor, clique sobre o botão “OK” e finalmente clique sobre o botão “Aplicar”.

Assim você terá trocado a cor do ponto A.

Figura 5: Paleta de Propriedades



Fonte: O autor (2024)

Atividade 7: Insira os pontos A(1,3) na cor azul, B(3,3) em vermelho, C(6,2) em verde e D(2,5) em preto. Insira os simétricos desses quatro pontos com relação ao eixo Ox. Cada par de pontos simétricos deverá ter a mesma cor. Salve o arquivo com o nome ativ7.ggb.

Atividade 8: Insira os pontos A(1,3) na cor azul, B(3,3) em vermelho, C(6,2) em verde e D(2,5) em preto. Insira os simétricos desses quatro pontos com relação ao eixo Oy. Salve o arquivo com o nome ativ8.ggb.

Atividade 9: Insira os pontos A(1,3) na cor azul, B(3,3) em vermelho, C(6,2) em verde e D(2,5) em preto. Insira os simétricos desses quatro pontos com relação ao ponto (0,0). Salve o arquivo com o nome ativ9.ggb.

Discussão:

6) Que conceitos são trabalhados com essas três atividades? É preciso defini-los antes da realização dessas atividades?

7) É preciso “definir” distância de ponto a ponto antes da realização dessas atividades?

8) Há necessidade de se fazer um “minicurso” de GeoGebra antes de realizar essas nove atividades?

Aula 2: Conceitos intuitivos de distância e de perpendicularidade

Começamos com instruções de como inserir segmentos de retas no plano cartesiano mediante marcação de seus pontos extremos.

Para isso, tome a ferramenta “Segmento” que está na paleta do botão B3. Com esta ferramenta, clique sobre um ponto do plano cartesiano, movimente o mouse e clique sobre um outro local. O software traçará o segmento e registrará na coluna algébrica os pontos extremos como objetos livres e o segmento como objeto dependente.

Com essas instruções podemos realizar algumas atividades. Crie uma pasta com nome Aula 2 para salvar as atividades realizadas.

Atividade 1: Exiba um quadrado na cor azul de centro $(0,0)$ e lados paralelos aos eixos coordenados, cujos lados tenham 3 unidades de comprimento. Exiba as diagonais desse quadrado também na cor azul. O que será necessário fazer com as coordenadas dos pontos dessa figura para que ela tenha um dos lados do quadrado apoiado sobre o eixo Ox? Exiba essa nova figura na cor vermelha. Salve o arquivo com o nome ativ1.ggb.

Atividade 2: Exiba simultaneamente dois segmentos de reta que satisfaçam as seguintes exigências. Um deles deve ser horizontal (paralelo ao eixo Ox), de comprimento igual a 5 unidades e deve conter o ponto $A(-1,2)$. O outro deve ser vertical (paralelo ao eixo Oy), com comprimento igual a 3 unidades e deve conter o ponto $B(-1,-1)$. Confira os comprimentos na coluna algébrica. É possível construí-los de maneira que não se interceptem? Salve o arquivo com o nome ativ2.ggb.

Atividade 3: Mostre os pontos $A(-2,-3)$, $B(3,-1)$ e $C(4,4)$. Exiba um segmento de reta horizontal de comprimento igual a 6 unidades, cujo ponto médio seja o ponto $A(-2,-3)$. Exiba um segmento de reta vertical de comprimento igual a 9 unidades cujo ponto médio seja $B(3,-1)$. Exiba um segmento de reta que não seja nem vertical nem horizontal, mas cujo ponto médio seja o ponto $C(4,4)$. Confira os comprimentos na coluna algébrica. Salve o arquivo com o nome ativ3.ggb.

Atividade 4: Exiba três segmentos de reta que satisfaçam as seguintes exigências. Um deles deve ligar o ponto $A(0,0)$ ao ponto $B(4,4)$. O outro pode ter qualquer comprimento, mas deve passar pelo ponto médio do primeiro segmento. O terceiro deve passar pelo ponto $B(4,4)$ e ser perpendicular ao segmento AB. Salve o arquivo com o nome ativ4.ggb

Discussão:

1) Essas atividades são indicadas para trabalhar que conceitos matemáticos? Quais os objetivos de tais atividades?

2) Existe a necessidade de definir-se distância de ponto a ponto antes dessas atividades?

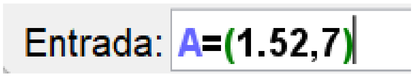
3) Existe a necessidade de definir-se ângulo entre retas antes dessas atividades?

Aula 2: Continuação – Conceitos que envolvem pontos e retas

Para esta parte da aula, apresentaremos uma outra forma de inserir pontos no plano cartesiano. Quando quisermos inserir pontos no plano cartesiano mediante a inserção de suas coordenadas devemos utilizar o campo de Entrada de comandos, situado na parte inferior da janela do GeoGebra.

Nela, devemos digitar, entre parênteses, as coordenadas do ponto e depois apertar a tecla “ENTER”. Pode-se adicionar o nome pretendido para o ponto. Veja figura 6.

Figura 6: Campo de Entrada



Fonte: O autor (2024)

Caso exista necessidade de modificar a visualização do plano cartesiano utilize as ferramentas “Mover Janela de Visualização”, da paleta do botão B11.

Atividade 5: Mostre alguns pontos (x,y) do plano cartesiano, onde a coordenada x seja sempre igual a 0. Escolha, por exemplo, quatro pontos onde a coordenada y seja negativa e outros quatro pontos onde a coordenada y seja positiva. Você consegue expressar qual é o local dos pontos (x,y) do plano cartesiano nos quais tem-se sempre $x = 0$? Salve o arquivo com o nome ativ5.ggb.

Atividade 6: Mostre alguns pontos (x,y) do plano cartesiano, onde a coordenada y seja sempre igual a 0. Escolha, por exemplo, quatro pontos onde a coordenada x seja negativa e outros quatro pontos onde a coordenada x seja positiva. Você consegue expressar qual é o local dos pontos (x,y) do plano cartesiano nos quais tem-se sempre y = 0 ? Salve o arquivo com o nome ativ6.ggb.

Atividade 7: Mostre pelo menos 10 pontos (x,y) do plano cartesiano, onde a coordenada y seja sempre igual ao dobro da coordenada x. Mova a janela de visualização para que seja possível ver os 10 pontos. Você consegue expressar qual é o local dos pontos (x,y) do plano cartesiano nos quais se tem que a segunda coordenada é sempre o dobro da primeira coordenada? Salve o arquivo com o nome ativ7.ggb.

Atividade 8: Mostre pelo menos 10 pontos (x,y) do plano cartesiano , onde a coordenada y seja sempre igual a terça parte da coordenada x. Não se esqueça, a divisão deve ser digitada com o uso da barra inclinada " / ", não efetue divisões que não são exatas. Mova a janela de visualização para que seja possível ver os 10 pontos. Você consegue expressar qual é o local dos pontos (x,y) do plano cartesiano nos quais se tem que a segunda coordenada é sempre a terça parte da primeira coordenada? Salve o arquivo com o nome ativ8.ggb.

Atividade 9: Mostre pelo menos 10 pontos (x,y) do plano cartesiano , onde a coordenada y seja sempre igual ao dobro da quinta parte da coordenada x. Mova a janela de visualização para que seja possível ver os 10 pontos. Salve o arquivo com o nome ativ9.ggb.

Atividade 10: Mostre pelo menos 10 pontos (x,y) do plano cartesiano , onde a coordenada y seja sempre igual a 5 unidades a mais que a quarta parte da coordenada x. Mova a janela de visualização para que seja possível ver os 10 pontos. Salve o arquivo com o nome ativ10.ggb.

Atividade 11: Mostre pelo menos 10 pontos (x,y) do plano cartesiano , onde a coordenada y seja igual a 3 unidades a menos que o oposto aditivo do dobro da coordenada x. Mova a janela de visualização para que seja possível ver os 10 pontos. Salve o arquivo com o nome ativ11.ggb.

Atividade 12: Mostre pelo menos 10 pontos (x,y) do plano cartesiano, onde a soma da coordenada x com a metade da coordenada y seja sempre igual a 1/2. Mova a janela de visualização para que seja possível ver os 10 pontos. Salve o arquivo com o nome ativ12.ggb.

Discussão:

4) Essas atividades são indicadas para trabalhar que conceitos matemáticos? Quais os objetivos de tais atividades?

5) Existe a necessidade de definir-se equação de reta antes dessas atividades?

6) Você acredita que algum aluno possa escrever $y = 2x$ ou $y = \frac{x}{3}$ como resposta das atividades?

7) Será que algum aluno escreveria as seguintes passagens?

(x,y) tal que $x + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = 2\left(\frac{1}{2} - x\right) \Leftrightarrow y = 1 - 2x$.

Aula 3: Investigação da distância entre pontos

Em programação de computadores, quando necessitamos calcular a raiz quadrada de um número k, escrevemos “sqrt(k)”. Isso será utilizado mais adiante.

Crie uma pasta de nome “Aula 3” para salvar a seguinte atividade.

Atividade 1: Escolha a ferramenta “Ponto” e crie dois pontos A e B no plano. Tome a ferramenta “Segmento” do botão B3 e clique sobre A e depois sobre B. O GeoGebra traçará o segmento AB e o mostrará na coluna algébrica com o rótulo “f” fornecendo seu comprimento, ou seja, a distância entre A e B.

Movimente os pontos A e B e coloque-os sobre a mesma reta horizontal. Qual é a distância entre eles nesta posição? Essa distância confere com a distância mostrada pelo software? Movimente os pontos A e B e coloque-os sobre a mesma reta vertical. Qual é a distância entre eles nesta posição? Essa distância confere com a distância mostrada pelo software?

Movimente os pontos e coloque-os sobre as posições A(2,1) e B(5,6) . Qual é a distância entre eles agora? Por que o software calcula essa distância como 5.83?

Para responder essa última questão continue a construção da seguinte maneira.

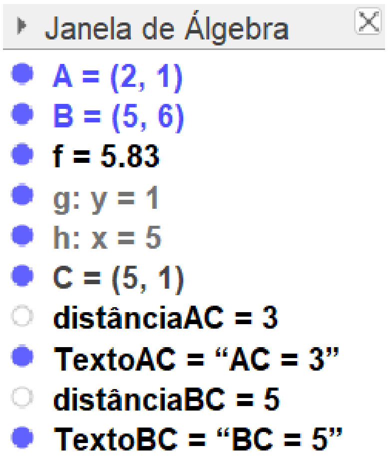
Tome a ferramenta “Reta Paralela” do botão B4, clique em A e depois exatamente sobre o eixo Ox. O software traçará uma reta horizontal “g” passando por A. Modifique a cor dessa reta para cinza. Tome a ferramenta “Reta paralela” e clique em B e depois exatamente no eixo Oy. Modifique a cor dessa última reta, rotulada por “h” também para a cor cinza. Tome a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” do botão B2 e clique sobre as retas “g” e “h”. O software marcará o ponto C de interseção dessas duas retas.

Tome a ferramenta “Distância Comprimento ou Perímetro” do botão B8 e clique em A depois em C. O software marcará a distância entre os pontos A e C e a registrará na Janela de Álgebra.

Ainda com a ferramenta “Distância” clique em B e depois em C. O software marcará a distância entre B e C também a registrará na Janela de Álgebra.

Após esses procedimentos sua Janela de Álgebra deverá estar semelhante à mostrada na figura 7.

Figura 7: Janela de Álgebra

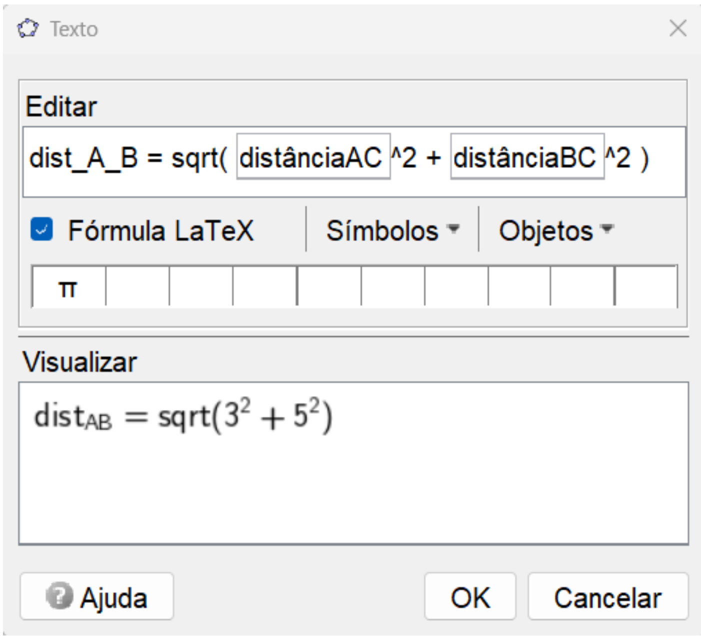


Fonte: O autor (2024)

Tome a ferramenta “Texto” do botão B10 e clique sobre um local do plano cartesiano. Surgirá uma janela onde deverá ser digitado o texto. Digite exatamente o seguinte: “dist_A_B = sqrt(”.

Nesse momento abra a paleta “Objetos”, escolha “distânciaAC”, digite o sinal de acento circunflexo, digite “2”, digite o sinal “+”, abra a paleta “Objetos” novamente, escolha “distânciaBC”, digite o sinal de acento circunflexo, digite “2” e digite o parêntesis “)”. Você verá que essa pequena janela de texto ficará semelhante à mostrada no figura 8.

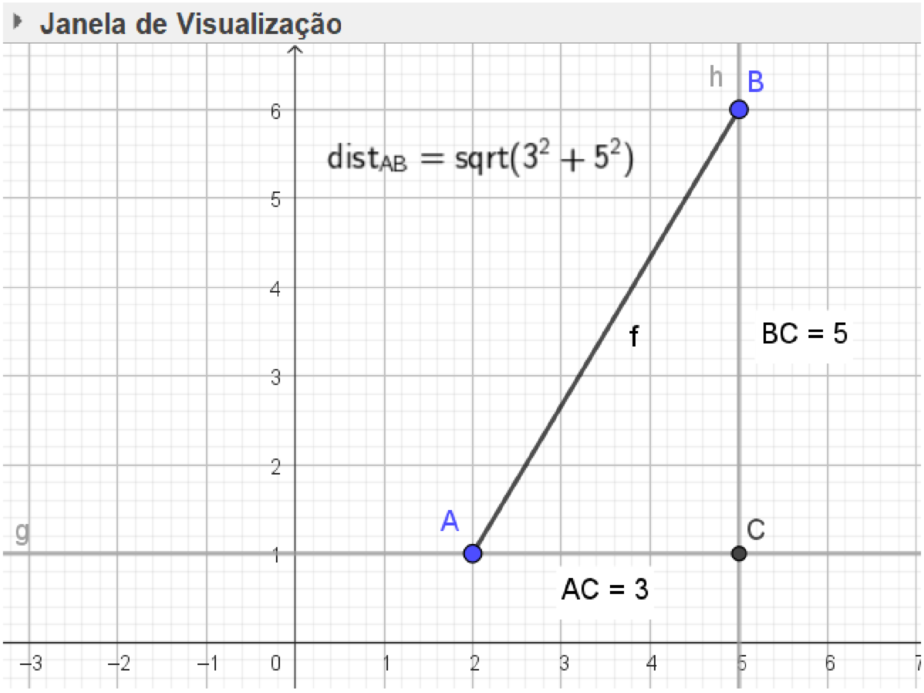
Figura 8: Propriedades da Caixa de texto



Fonte: O autor (2024)

Clique em “OK”. A janela do GeoGebra terá uma aparência semelhante à mostrada na figura 9.

Figura 9: Construção da atividade



Fonte: O autor (2024)

Mova os pontos A e B e verifique o dinamismo da construção.

Posicione A e B para que fiquem na mesma linha horizontal. Qual é a medida da distância entre A e B? Compare com o valor “f”.

Posicione A e B para que fiquem na mesma linha vertical. Qual é a medida da distância entre A e B? Compare com o valor “f”.

Use uma calculadora e compare os valores aproximados de “dist_A_B” com o valor mostrado no campo “f” da Janela de Álgebra.

Salve o arquivo com o nome ativ1.ggb.

Discussão:

1) Qual o objetivo dessa atividade?

2) Você acredita que um aluno do segundo ano do ensino médio saberá relacionar a distância entre pontos do plano cartesiano com o teorema de Pitágoras?

Aula 4: Investigação de equações de retas

O GeoGebra permite que seja inserida uma reta no plano cartesiano de duas maneiras distintas.

A primeira maneira, geométrica, é mediante o uso da ferramenta “Reta” do botão B3. Com esta ferramenta, basta clicar em dois pontos do plano cartesiano que o software traçará a reta correspondente.

A segunda maneira, algébrica, é mediante a inserção na barra de comandos, de uma equação da reta a ser traçada.

Por exemplo, com a ferramenta “Reta” clique no ponto de coordenadas $(-1,2)$ e depois no ponto $(5,3)$. O software mostrará a equação $-x + 6y = 13$ na coluna algébrica. Digitando a equação $-x + 6y = 10$ na barra de comandos e apertando a tecla “Enter” o GeoGebra traçará uma reta paralela à primeira.

Com essas instruções podemos realizar mais algumas atividades. Crie uma pasta com nome Aula 4 para salvar as atividades.

Atividade 1: Dizemos que a equação $ax + by = c$ é uma equação geral de retas no plano cartesiano. Desenhe a reta de equação geral $3x - 2y = 8$ na cor azul. Descubra e mostre os pontos de intersecção da reta com o eixo Ox e também com o eixo Oy sem utilizar a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”. Quais as coordenadas exatas dos pontos dois pontos de interseção? Como você consegue calcular as coordenadas exatas desses pontos de interseção? Salve o arquivo com o nome ativ1.ggb.

Atividade 2: Mostre os pontos $A(-3,-5)$ e $B(1,2)$ na cor vermelha.

(1) Descubra a equação geral da reta que passa por esses pontos e mostre-a na cor azul. Dica: Perceba que as coordenadas de cada um dos dois pontos satisfazem a equação da reta, pois eles pertencem à tal reta. Não utilize a ferramenta “Reta”.

(2) Insira a equação que você determinou. Sua resposta está correta?

(3) Utilize, agora, a ferramenta “Reta” e compare os traçados da reta que você determinou com a reta que o GeoGebra traça por esses dois pontos.

(4) Observe as equações gerais de reta na Janela de Álgebra.

Salve o arquivo com o nome ativ2.ggb.

Atividade 3: Mostre os pontos $A(2,0)$, $B(1,5)$ e $C(-2,-3)$. Esses três pontos determinam três retas.

(1) Descubra a equação geral de cada uma das três retas e mostre-as em cores diferentes. Não utilize a ferramenta “Reta”.

(2) Insira as equações que você determinou. Suas respostas estão corretas?

(3) Utilize, agora, a ferramenta "Reta" e compare os traçados das retas que você determinou com as retas que o GeoGebra traça por dois pontos.

(4) Observe as equações gerais de reta na Janela de Álgebra.

Salve o arquivo com o nome ativ3.ggb.

Atividade 4: Mostre as retas dadas pelas seguintes equações: $-3x+2y=-1$, $-7x-2y=9$ e $x-5y=-7$. Essas retas determinam um triângulo. Determine sem usar a ferramenta "Interseção de Dois Objetos" e desenhe os vértices e lados desse triângulo. Salve o arquivo com o nome ativ4.ggb.

Atividade 5: (Desafio) Mostre a reta que passa pelos pontos $A(3,-2)$ e $B(6,7)$. Mostre também a reta que passa pelo ponto médio do segmento que liga A e B e que seja perpendicular a ele. Não utilizar a ferramenta "Ponto Médio ou Centro". Salve o arquivo com o nome ativ5.ggb.

Discussão:

1) Quais os conceitos que se pretendem abordar com as atividades propostas?

2) As atividades são eficientes para o que se pretende trabalhar?

3 Considerações finais

Esperamos que as atividades realizadas possibilitem ao professor a confecção de outras atividades adequadas às diferentes seções do estudo de geometria analítica. Leituras de referência estão listadas na próxima seção. Dúvidas podem ser encaminhadas para o e-mail do autor.

Referências

1 BALDIN, Y. Y. E VILLAGRA, G. A. L. **Atividades com Cabri-géoètre II para cursos de Licenciatura em Matemática e professores do Ensino fundamental e médio**. São Carlos, SP: Editora da UFSCAR, 2002.

2 GERÔNIMO, J. R., BARROS, R. M. O., FRANCO, V. S. **Geometria Euclidiana Plana: um estudo com o software GeoGebra**. Maringá, PR: Editora da UEM, 2010.

3 REZENDE, E. Q. F. E QUEIROZ, M. L. B. **Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2000.

4 RODRIGUES, C. I. E REZENDE, E. Q. F. **Cabri-géomètre e a Geometria Plana**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1999.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 91-95. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

O ENSINO DE MATEMÁTICA EM UMA SALA DE RECURSO MULTIFUNCIONAL

Milene Aparecida Malaquias Cardoso (UEL – Universidade Estadual de Londrina)
Rafael Machado da Silva (UEM – Universidade de Maringá)
Emily Caroline Felix Cordeiro (UEL – Universidade Estadual de Londrina)
milenecmatematica@gmail.com

Resumo: Neste trabalho relatamos a experiência da elaboração de tarefas de matemática aplicada a alunos matriculados em uma Sala de Recursos Multifuncional nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola municipal, localizada em uma cidade na região norte do Estado do Paraná. O trabalho tem como objetivo mostrar a utilização de diferentes recursos pedagógicos (concreto, jogos e computador) para que as tarefas de matemática estivessem adaptadas as necessidades apresentadas pelos alunos. Como resultados, entendemos que, a partir das adaptações feitas pela professora, a utilização de diferentes recursos contribuiu para a aprendizagem dos alunos com diferentes necessidades em um contexto de sala de recursos multifuncional.

Palavras Chaves: Ensino de Matemática. Inclusão. Sala de Recurso Multifuncional.

1 Introdução

A inclusão é um assunto muito discutido nos últimos anos por pesquisadores, por pais e, em geral, por toda a sociedade, porém muitos professores não sabem lidar com a situação de ter em sua sala de aula uma criança com necessidades educacionais especiais.

As Diretrizes Nacionais para Educação Especial na Educação Básica (2001) dizem que a escola, juntamente com o professor, deve adaptar seu currículo, promovendo oportunidades apropriadas a criança de acordo com as necessidades que ela apresenta, de modo a superar os desafios da inclusão. Dentre esses desafios, existe também o desafio de se adaptar a diferentes recursos pedagógicos, já que crianças com necessidades especiais de aprendizagem requerem também condições diferentes de aprendizagem.

Sendo assim, buscamos neste trabalho relatar a experiência em uma sala recursos multifuncionais (SRM) e algumas oportunidades de aprendizagem proporcionada aos alunos da Educação Especial.

2 Resultados e discussão

O número de crianças com necessidades educacionais especiais que frequentam as escolas regulares cresceu. Segundo Castro e Pimentel (2009), a conscientização dos educadores sobre as potencialidades do(s) aluno(s) com necessidades educacionais especiais é muito importante, pois possibilita o crescimento no processo educacional e no investimento em ações metodológicas que promovam a criatividade e momentos que melhoram a qualidade de vida.

Neste trabalho, mostraremos alguns recursos utilizados por alunos de uma sala de recurso multifuncional, que apresentam laudo de Deficiência Intelectual (DI), que segundo Castro e Pimentel (2009), é caracterizada por limitações nas habilidades mentais gerais. Essas habilidades estão ligadas à inteligência, atividades que envolvem raciocínio, resolução de problemas e planejamento, entre outras.

Castro e Pimentel (2009) afirmam ainda que a escola deve ter um planejamento diário de atividades que exijam do aluno com necessidades especiais trabalhos de cooperar, organizar, compreender, explorar materiais, etc. Além disso, os autores dizem que o professor deve ser investigador, ouvir, ver e procurar compreender o potencial de cada criança que trabalha. Por esses motivos, nossa ideia neste trabalho é mostrar alguns recursos que podem facilitar o ensino da Matemática, atendendo as necessidades especiais dos alunos, sem se desviar dos princípios básicos da educação proposta aos demais estudantes.

Ao se fazer a opção pela construção de um sistema educacional inclusivo é iniciada uma reconfiguração das modalidades de atendimento e serviço aos alunos com necessidades educacionais, entre as quais figura a sala de recursos multifuncional (LOPES; MARQUEZINE, 2012). Na sala de recurso multifuncional os alunos são atendidos duas vezes por semana, com um total de 4 horas semanais, sendo que apenas as disciplinas de português e matemática são contempladas.

O foco da sala de recurso multifuncional e buscar trabalhar com os alunos utilizando diferentes recursos, para torná-los autores do próprio conhecimento, desenvolver habilidades necessárias para o seu desenvolvimento pessoal, social e afetivo. Por isso, aqui apresentamos alguns dos recursos utilizados para o ensino de matemática durante o ano letivo de 2023.

Para trabalhar com a composição e decomposição de números naturais, Figura 1, fez-se o uso dos materiais concretos: números em madeira e o material dourado, o que possibilitou aos alunos um melhor reconhecimento das unidades, dezenas e centenas dos números. Além disso, na maioria das tarefas realizadas na sala de recurso multifuncional, os alunos são colocados para trabalharem em pequenos grupos, possibilitando desenvolver a empatia, trocas de experiência e trabalho mútuo.

Figura 1. Alunos utilizando o material concreto.

Fonte: Sala de Recursos Multifuncional (2023)

O brincar é algo natural e universal do ser humano, pois compreende situações que proporcionam alegria, divertimento, desenvolvimento físico, intelectual e social. Durante a infância, o lúdico está presente na vida da criança, e é através dele, que ela interage e constrói seus aprendizados de forma significativa, contribuindo com o desenvolvimento de habilidades cognitivas, motoras e socioemocionais. Marinho (2007), afirma que a escola deve priorizar o desenvolvimento de atividades que privilegiem o lúdico, por isso em diferentes momentos durante o ano letivo de 2023, os alunos são colocados a jogar/brincar em grupos e individualmente, com diferentes jogos e em diferentes contextos.

Diante disso, na SRM utilizavam-se jogos de diferentes naturezas. Na Figura 2, os alunos utilizaram o jogo de dominó das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), para melhorar a prática dessas operações, sanar possíveis dúvidas, ajudar a desenvolver o raciocínio lógico, a desenvolver habilidades estratégicas, aprimorar as habilidades sociais e estimular o desenvolvimento da concentração e memória.

Figura 2. Alunos jogando dominó

Fonte: Sala de Recursos Multifuncional (2023)

Na Figura 3 é utilizado o jogo cilada, um jogo individual de raciocínio e lógica, com o objetivo de conseguir encontrar corretamente uma forma de encaixar todas as peças no tabuleiro. Esse jogo foi trabalhado com os alunos em diferentes momentos dos encontros para ajudar a estimular o raciocínio e os desafiar, além de desenvolver habilidade de escolhas, concentração, habilidades motoras básicas, incentivar a comunicação, a linguagem e o desenvolvimento psicomotor, desenvolver aspectos emocionais e afetivos. Os alunos quando chegavam na sala de recurso multifuncional já perguntavam o que jogaríamos naquele dia, com isso era possível de observar que ao utilizar diferentes jogos ou recursos os alunos demonstravam-se motivados para realizar as tarefas matemática trabalhadas.

Figura 3. Aluno jogando cilada

Fonte: Sala de Recursos Multifuncional (2023)

Por fim, na Figura 4 foi utilizado o computador e a plataforma khan academy[1], na qual é possível escolher uma sequência de tarefas matemáticas e diferentes níveis, para cada um dos alunos da sala de recurso multifuncional. Os alunos mostravam-se felizes e empenhados ao realizar as tarefas usando a tecnologia.

Figura 4. Estudantes usando a plataforma Khan Academy

Fonte: Sala de Recursos Multifuncional (2023)

Segundo Medeiros (2015, p.8), "incluir não é apenas inserir", ou seja, a partir do momento que há uma criança com necessidades especiais educacionais é preciso que toda a comunidade escolar busque meios para atender e contribuir de forma satisfatória às

---

[1] **Khan Academy** é uma organização sem fins lucrativos fundada por Salman Khan. Com a missão de proporcionar uma educação gratuita e de alta qualidade para todos, em qualquer lugar, oferece uma coleção grátis de vídeos de matemática, medicina e saúde, economia e finanças, física, química, biologia, ciência da computação, entre outras matérias.

necessidades educacionais do educando. Nesse sentido, todo o tipo de resistência deve ser eliminado e transformado em recursos e meios que possam auxiliar o aluno em sua vida acadêmica.

3 Considerações finais

Tarefas matemáticas desenvolvidas por meio de diferentes recursos, como as tecnologias, materiais manipuláveis e/ou jogos, são ferramentas importantes no processo da construção da aprendizagem, principalmente no ensino da Matemática. Por isso, os professores precisam inserir em suas rotinas diárias, experiências desse tipo, que explorem diferentes possibilidades de interação e habilidades.

Assim, oportunizar momentos de interação e vivências que permitirão a construção de saberes e recursos que tendem a contribuir com a prática docente, facilitando assim, o processo de ensino e aprendizagem.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes nacionais para educação básica/ Secretaria de Educação Especial** – MEC; SEESP, 2001.

CASTRO, A.S.A.; PIMENTEL, S.C. **Síndrome de down: desafios e perspectivas na inclusão escolar**. In: DÍAZ, F., et al., orgs. Educação inclusiva, deficiência e contexto social: questões contemporâneas [online]. Salvador: EDUFBA, 2009, pp. 303-312. ISBN: 978-85-232-0928-5. Available from SciELO Books <http://books.scielo.org>.

LOPES, E.; MARQUEZINE, M. C. **Sala de recursos no processo de inclusão do aluno com deficiência intelectual na percepção dos professores**. Revista Brasileira de Educação Especial, Marília, v.18, n. 3, p. 487-506, set. 2012.

MARINHO, Herminia Regina Bugeste. **Pedagogia do movimento universo lúdico e psicomotricidade**. 2. ed. Curitiba: IBPEX, 2007.

MEDEIROS, Thaís Brito. **A tecnologia assistiva promovendo a inclusão na educação Infantil: um estudo de caso.** Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em:https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/139593/000990502.pdf?sequence=1. Acessado em dezembro, 2023.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 96-99. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Rafael Machado da Silva (UEM – Universidade Estadual de Maringá)
Milene Aparecida Malaquias Cardoso (UEL – Universidade Estadual de Londrina)
rm.raffael@hotmail.com

Resumo: Neste trabalho abordamos o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, para tanto fizemos uma busca no banco de teses e dissertações da CAPES, sobre pesquisas que desenvolveram atividades de Educação Estatística com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a partir dos dados obtidos observamos a baixa incidência de pesquisas nessa etapa de ensino e trazemos a divisão em seis categorias dos trabalhos encontrados. A partir desses dados discutimos e apresentamos o peso de cada categoria nas quais os trabalhos foram divididos. Ao final trazemos uma breve consideração da importância de se desenvolver pesquisas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em busca do letramento matemático por meio de um viés da Educação Estatística.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Educação Estatística. Letramento Matemático. Base Nacional Comum Curricular.

1 Introdução

O desenvolvimento de habilidades Matemática começam desde os primeiros anos escolares dos alunos, ou seja, na Educação Infantil. Desenvolver atividades de Matemática na perspectiva das Tendências em Educação Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, se torna mais complexo, pois em geral os professores não têm formação específica em Matemática, são professores pedagogos, que dentre as demais disciplinas ensinam matemática.

Nesse contexto, o ensino de Matemática nesses níveis de ensino tende a ser voltado para o ensino de algoritmos e memorização de métodos de resolução de exercícios se distanciando do que preconiza a Educação Matemática. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta o compromisso de no Ensino Fundamental o aluno desenvolver o letramento matemático, ou seja, a capacidade de ir além de encontrar a resposta de um exercício por meio de uma regra específica, raciocinando matematicamente e se valendo de procedimento e ferramentas que levem aluno a solução de maneira reflexiva sobre o que está fazendo.

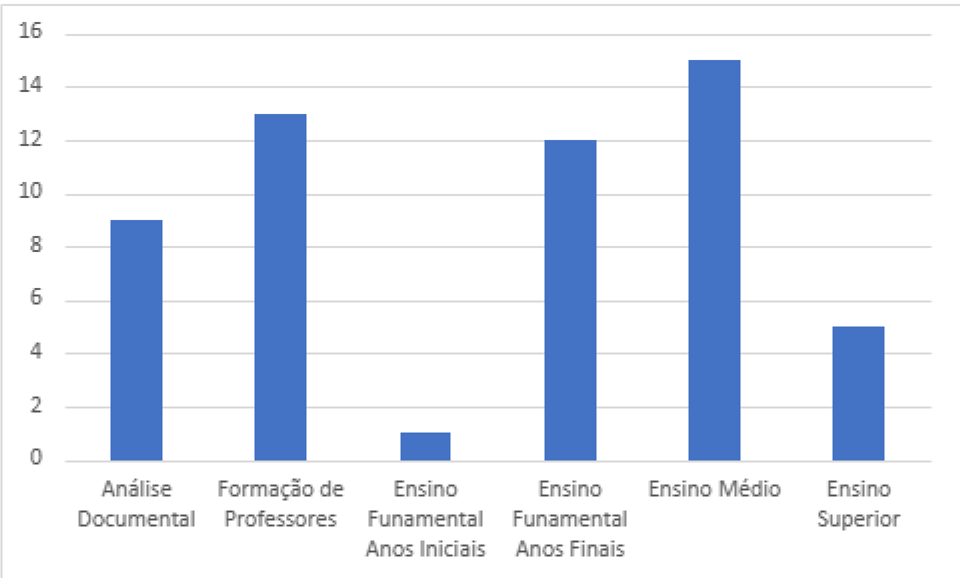
Para desenvolver o letramento matemático é necessário que as pesquisas em Educação Matemática se voltem para essa temática também nos Anos Iniciais, assim, para elucidar sobre os temas abordados nas pesquisas em Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, restringimos a Educação Estatística, para tanto efetuamos uma pesquisa no banco de teses e dissertações da CAPES utilizando as palavras *Educação Matemática* e *Estatística* entre os anos de 2010 2023 e a seguir mostramos os resultados obtidos seguidos de nossas considerações.

2 Resultados e discussão

Após a primeira busca no banco de teses e dissertações fizemos uma leitura dos resumos para identificar quais realmente tratavam de Educação Estatística resultando 55 pesquisas entre teses e dissertações. Das teses e dissertações selecionadas separamos seis categorias: Análise Documental, Formação de Professores, Ensino Fundamental Anos Iniciais, Ensino Fundamental Anos Finais, Ensino Médio e Ensino Superior.

A figura 1, traz um gráfico mostrando a quantidade de trabalhos sobre o tema para cada um dos grupos.

Figura 1. Divisão das pesquisas por categorias



Fonte: Os autores

Os dados da figura 1 mostram que 40% das pesquisas não estão centradas nos alunos, pois se dividem em Análises Documentais diversas que vão da história da Educação Estatística no Brasil ao levantamento bibliográfico de conteúdos abordados em teses e dissertações, e a formação de professores abarca desde professores em formação inicial (pedagogia e licenciatura em matemática) até formação continuada em nível de pós-graduação ou em serviço.

Os outros 60% das pesquisas estão centradas na sala de aula, deste percentual aproximadamente 27% são pesquisas realizadas no Ensino Médio, em geral no 2° e 3° anos, dada a abordagem dos conteúdos na grande maioria dos currículos no período pesquisado. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental os trabalhos representam aproximadamente 21% das pesquisas abrangendo de maneira homogênea todas as séries dessa faixa de ensino. Já no Ensino Superior temos em torno de 9% de pesquisas, em diferentes cursos superiores, presenciais e a distância, sempre na disciplina específica de Estatística.

Para o Ensino Fundamental Anos Iniciais, temos uma única pesquisa que representa pouco mais de 1% das pesquisas no período, o trabalho foi desenvolvido em uma turma de 3°ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais. A baixa quantidade observada nesse nível de ensino pode ser por conta da formação dos professores desse nível de ensino, em geral os programas de pós-graduação em nível de mestrado e doutorado onde temos grande parte constituídas por pedagogos tem suas pesquisas voltadas para outros temas não correlacionados com a Educação Matemática e nos programas de pós-graduação que tratam da Educação Matemática a quantidade de pedagogos que desenvolvem pesquisas relacionadas ao tema ainda se mostra incipiente.

3 Considerações finais

Portanto, se queremos atingir o letramento matemático como orientado pela BNCC é necessário também um letramento estatístico e para tanto as pesquisas em Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental precisam se tornar mais frequentes, visto que os Anos Iniciais são uma etapa de descoberta para os alunos e um Ensino de Matemática nessa etapa na perspectiva da Educação Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam plenamente o letramento matemático nas demais etapas de ensino e assim tenhamos cada vez melhores resultados no que tange ao ensino e a aprendizagem de Matemática.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª ed. Brasília: MEC, 2018.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 100-107. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

O ESTADO DA ARTE DAS PESQUISAS BRASILEIRAS A RESPEITO DO CÁLCULO MENTAL NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL I.

Thiago Samuel de Pinho Cordeiro (Universidade Estadual de Maringá)
Maria Gabriela Força Soares (Universidade Estadual de Maringá)
Sandra Regina D' Antonio Verrengia (Universidade Estadual de Maringá)
Lucilene Luisa de Adorno Oliveira (Universidade Estadual de Maringá)

Resumo: Por considerar o Cálculo Mental um conjunto de procedimentos/estratégias que podem ser utilizados pelas crianças de forma diferenciada para a obtenção de cálculos exatos e aproximados, permitindo maior flexibilidade em calcular, bem como, a possibilidade de compreender os conceitos matemáticos presentes nos algoritmos é que propomos o desenvolvimento dessa pesquisa que teve como objetivo verificar quais os apontamentos e encaminhamentos teórico-metodológicos as pesquisas na área da Educação Matemática a respeito do uso de estratégias de Cálculo Mental para os anos iniciais do Ensino Fundamental I no período de 1997 a 2020 indicam.

Palavras-chave: Educação Matemática; Cálculo Mental; Operações Básicas.

Introdução

Mesmo considerando possíveis discrepâncias no que se entende por Cálculo Mental, sua inclusão como proposta de ensino na escola brasileira não é recente. A expressão esteve presente em diretrizes curriculares e programas para a escola primária e secundária brasileira desde o século XIX como uma das estratégias a serem utilizadas no ensino de aritmética a partir de 1870. No entanto, a compreensão a respeito do Cálculo Mental era a que as crianças se tornassem ágeis e memorizassem os procedimentos operatórios – o chamado cálculo de cabeça em que os alunos realizavam o cálculo armado mentalmente.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) apresentou várias recomendações para o ensino de Matemática. Em um de seus documentos: *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's* (NCTM, 1980) há o destaque para a necessidade em se estruturar um trabalho com a Matemática alicerçado na resolução de problemas e no uso do Cálculo Mental de forma que os alunos tivessem a oportunidade de refletir a respeito de seus próprios conhecimentos e, a partir deles, construir novos. De acordo com Soares (2019) essas orientações são acolhidas no contexto brasileiro e então incorporadas aos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1997).

De acordo com os PCNs (1997) "os procedimentos de Cálculo Mental constituem a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano" (PCNs, 1997, p. 76). Ainda segundo esse documento, dentre os objetivos de aprendizagem de Matemática nele destacados há os que apontam para a necessidade do trabalho com o Cálculo Mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental I.

> Desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados; Ampliar os procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados; Refletir sobre procedimentos de cálculo que levem à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a calculadora como estratégia de verificação de resultados (BRASIL, 1997, p. 47 e 56).

Objetivos incorporados a Base Nacional Comum Curricular - BNCC no Ensino Fundamental – anos iniciais, em que a orientação em relação a essa temática é a de que os alunos

> [...] desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras" (BNCC, 2017, p. 268).

Além das orientações curriculares pesquisadores como Parra (1996), Alfonso (2005) apontam para a importância do trabalho com o Cálculo Mental. Para tais autores quando os alunos tem a possibilidade de calcular mentalmente, além de recorrer às propriedades das operações, que podem ser implícitas ou explicitamente conhecidas por eles, utilizam estratégias de cálculo elaboradas a partir de conhecimentos anteriores que revelam suas concepções acerca do número.

Para Parra (1996, p. 198) o objetivo de se utilizar o Cálculo Mental em sala de aula é o de fazer com que

> [...] os alunos encontrem uma maneira de fazer matemática que não se reduza a usar algoritmos e produzir resultados numéricos, mas que inclua analisar os dados, estabelecer relações, tirar conclusões, ser capaz de fundamentá-las, provar o que se afirma de diversas maneiras, reconhecer as situações em que não funciona, estabelecer os limites de validade do que se encontrou.

Assim, o cálculo mental descrito aqui na esfera do cálculo pensante é potencializador, pois possibilita o repensar a respeito de diferentes estratégias visto que "[...] cada problema é novo e a aprendizagem vai consistir essencialmente em compreender que para uma mesma operação determinados cálculos são mais simples que outros" (PARRA, 1996, p. 201).

No entanto, apesar do Cálculo Mental ser apontado como relevante em documentos oficiais e também entre pesquisadores, Pais e Freitas (2015) apontam que no Brasil a habilidade de calcular numericamente relaciona-se ainda ao chamado cálculo de cabeça, isto é, à competência que os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental possuem ou não em resolver algoritmicamente as operações fundamentais. Dentre os fatores que justificam a ausência de um trabalho mais efetivo com o Cálculo Mental em sala de aula estão: as crenças de que o ensino do Cálculo Mental torna-se um obstáculo para a aprendizagem de métodos gerais – algoritmos; a dificuldades do professor em realizar esse trabalho e fracassar frente aos alunos; a ausência do tratamento dado ao cálculo mental nos livros didáticos; a ênfase na técnica operatória; além da falta de materiais didáticos bem fundamentados para seu ensino (ALFONSO, 2005).

Assim, considerando a importância em compreender o que dizem as pesquisas na área de Educação Matemática a respeito do uso de estratégias de Cálculo Mental nos anos iniciais é que propomos essa pesquisa. Nosso objetivo foi verificar quais os apontamentos e encaminhamentos teórico-metodológicos das pesquisas na área da Educação Matemática a respeito do uso de estratégias de Cálculo Mental para os anos iniciais do Ensino Fundamental I no período de 1997 a 2020 trazem em seu bojo.

A caracterização de Cálculo Mental utilizada aqui é a que considera o Cálculo Mental como um conjunto de procedimentos voltados para cálculo pensado/refletido que admite registros, indo além dos processos algorítmicos e que se apoiam "[...] nas propriedades do sistema de numeração decimal e das operações, colocando em ação diferentes tipos de escrita numérica" (PARRA, 1996, p. 189).

Resultados e discussão

A análise de dissertações e teses sobre o cálculo mental nos anos iniciais revela uma notável escassez de estudos dedicados a esse tema. Ao examinar uma amostra de 10 trabalhos, sendo esses todos a respeito dos anos iniciais do ensino fundamental (1° ao 5° ano), apenas uma dissertação abordou efetivamente a aplicação do cálculo mental em sala de aula, ressaltando uma lacuna significativa na pesquisa acadêmica. A maioria das pesquisas negligencia a investigação prática do cálculo mental, com algumas delas se limitando a questionários aplicados aos professores, sem explorar a implementação dessas práticas pedagógicas no ambiente escolar.

Embora uma pesquisa tenha se destacado ao examinar o cálculo mental em ação na sala de aula, a falta de estudos semelhantes destaca a necessidade de uma abordagem mais abrangente na pesquisa educacional. Essa abordagem oferece informações valiosas sobre como os professores integram o cálculo mental no ensino cotidiano e como os alunos respondem a essas estratégias. A ausência de trabalhos que vão além de questionários aplicados aos professores limita a compreensão das práticas efetivas e dos desafios enfrentados no ensino do cálculo mental nos anos iniciais.

Uma observação preocupante foi a preferência dos alunos pelo uso do algoritmo convencional para resolver tarefas matemáticas, revelando uma possível falta de incentivo ou abordagem diferenciada no ensino de cálculo mental. A conclusão da investigação apontou que tal análise revelou um cenário preocupante em relação ao ensino de cálculo mental nos anos iniciais. Um ponto de destaque foi a falta de orientação adequada aos docentes durante o curso de formação, indicando a necessidade de aprimorar a preparação dos professores nesse aspecto. A constatação ressalta a importância de uma reflexão mais aprofundada no âmbito do curso de pedagogia, com especial atenção à disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática.

Uma das pesquisas destaca a importância de um percurso mais longo nas ações de formação, seja na graduação ou na formação continuada, para avançar em direção à formação de cidadãos plenos. Isso implica uma revisão profunda nos métodos de ensino, na abordagem do cálculo mental e na promoção de práticas pedagógicas mais alinhadas com o desenvolvimento pleno dos estudantes. Em última análise, a discussão ressalta a necessidade de uma mudança significativa na forma como o cálculo mental é abordado no contexto educacional, visando um ensino mais eficaz e abrangente.

Ao analisar os trabalhos foi possível concluir nos textos que há a presença de percepções/ concepções distintas em relação a ensino do cálculo mental. Alguns autores optam por seguir a linha do cálculo mental na esfera do cálculo pensante, flexível e reflexivo, destacando a importância da compreensão dos alunos em relação aos processos matemáticos em detrimento a simples aplicação de algoritmos. Por outro lado, outros autores embasam sua concepção na Cálculo Mental feito de cabeça visando as técnicas operatórias, e a apropriação dos métodos para a melhoria da memorização e compreensão dos quatro algoritmos.

No que diz respeito às metodologias, nota-se que as abordagens metodológicas utilizadas pelos autores se baseiam na pesquisa qualitativa incluindo métodos exploratórios, análise de questionários e em uma delas os princípios da engenharia didática. Isso sugere uma variedade de estratégias adotadas para compreender as práticas de ensino, relacionadas ao Cálculo Mental. Essa diversidade de abordagens evidencia a busca por métodos eficazes e adaptáveis que visam a reflexão qualitativa dos dados apresentados nas pesquisas.

Na tabela abaixo pode-se observar os dados referentes aos trabalhos analisados:

ANO	**AUTOR**	**TÍTULO**	**IMPLEMENTADO EM SALA**	**FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

2009	SHEILA DENIZE GUIMARÃES	A PRÁTICA REGULAR DE CÁLCULO MENTAL PARA AMPLIAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE NOVAS ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO POR ALUNOS DO 4º e 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.		x
2011	MIKELLI CRISTINA PACITO BENITES	CÁLCULO MENTAL NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: DÚVIDAS E EXPECTATIVAS.		x
2017	DANILENE GULLICH DONIN BERTICELLI	CÁLCULO MENTAL NO ENSINO PRIMÁRIO (1950 - 1970) - UM OLHAR PARTICULAR PARA O PARANÁ.		x
2017	VANESSA DE OLIVEIRA	CONTAR DE CABEÇA OU COM A CABEÇA? COMPREENSÕES DO PROFESSOR DOS ANOS INICIAIS ACERCA DO CÁLCULO MENTAL.		x
2018	LILIAN CEILE MARCIANO	CÁLCULO MENTAL - Estudo de concepções e práticas de professores polivalentes		x
2018	SULA CRISTINA TEIXEIRA NUNES	FLEXIBILIDADE COGNITIVA EM CÁLCULO MENTAL: perfil de estudantes de 2º e 4º ano do Ensino Fundamental.		x
2020	ANTÔNIO ROBERT CHAGAS CONCEIÇÃO	O CÁLCULO MENTAL PARA ENSINAR: Uma análise dos trabalhos elaborados por Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995		x
2021	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	O CÁLCULO MENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DO NÚMERO: Uma proposta didática para os anos iniciais do ensino fundamental.	x	

2021	ADRIANA DE JESUS GABILÃO	A APRENDIZAGEM DE ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL COM JOGOS DIDÁTICOS POR UM GRUPO DE ALUNOS DO 3° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.		x
2023	ANDREIA PASTORE FRANA	O CÁLCULO MENTAL DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NA OBRA LÓGICA DO CÁLCULO 2: FUNDAMENTOS E ESTRATÉGIAS.		x

Dentre estes trabalhos, existem diferentes objetivos a serem atingidos, tais como a formação de professores dos anos iniciais, a implementação em sala de aula e o trabalho com materiais didáticos, através do cálculo mental. Realizando a análise das teses e dissertações, foi possível analisar que a autora Luciana Aparecida da Cunha, foi a única a abordar o cálculo mental com os alunos em sala de aula, fazendo uma análise minuciosa para a formação de professores. Já a autora Adriana de Jesus Gabilão fez uma pesquisa com ênfase no cálculo mental com a utilização de jogos, com foco na formação de professores. Os demais trabalhos trataram de entrevistas diretas com professores dos anos iniciais, para discutir o que sabem e se já trabalharam com o cálculo mental.

Considerações finais

Com isso, fica evidente o quanto é válido ressaltar a importância do cálculo mental no processo de construção do raciocínio matemático desde os primeiros anos escolares. A falta de ênfase nesse aspecto nas dissertações e teses analisadas indica a necessidade de um olhar mais crítico e abrangente sobre a abordagem do cálculo mental no contexto educacional. Portanto, é crucial incentivar pesquisas mais aprofundadas sobre a implementação do cálculo mental em sala de aula. Isso proporcionará uma base mais sólida para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas eficazes, promovendo assim o desenvolvimento matemático dos alunos desde os primeiros anos escolares.

Referências

ALFONSO, B. G. La enseñanza del cálculo mental. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n.4, Diciembre de 2005, p. 17-30.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série):** matemática. Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1997.

NCTM – **National Council of Teachers of Mathematics**. An Agenda for Action: recommendations for School Mathematics of the 1980´s. Reston: VA-USA, 1980.

PAIS, L. C; FREITAS, J. L. M. Aspectos históricos do ensino do cálculo mental na instrução primária brasileira (1849 – 1910). **Acta Scientiae**. Canoas, v. 17, 2015, p. 113-133.

PARRA, C. A didática da Matemática. In: **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SOARES, F. S. Cálculo Mental e o Ensino de aritmética em escolas da cidade do Rio de Janeiro no final do século XIX. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 33, n. 63, Janeiro-Abril, 2019, p. 177-204.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 108-113. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

PERCURSO LEM: DO PENSAR AO APLICAR

Eduardo Scorfi Galian (UEM)
Etienne Henrique Brasao Martins (UEM)
Sandra Regina D'Antonio Verrengia (UEM)
ra108252@uem.br

Resumo: O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), da Universidade Estadual de Maringá (UEM), integra ensino, pesquisa e extensão, buscando fortalecer a formação de professores e a relação entre a instituição e a comunidade. Pensado pelo professor doutor João Cesar Guirado, o LEM visa estimular o aprendizado por meio de desafios, desenvolvendo a coragem para enfrentar problemas matemáticos. O processo do LEM é cíclico, envolvendo concepção, estruturação, realização, aplicação e avaliação. As etapas incluem estudo, criação concreta, teste, compartilhamento, correção e aprimoramento. A aplicação envolve parcerias, eventos e atividades educacionais, atingindo diversos públicos. A avaliação, interna e externa, contribui para melhorias contínuas, renovando o ciclo do laboratório.

Palavras-chave: Prática pedagógica; Ensino; Formação de professores.

1 Introdução

No decorrer da graduação da licenciatura em matemática na Universidade Estadual de Maringá (UEM) os discentes vivenciam, em diferentes níveis de contato, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Alguns ouvem falar através dos colegas e eventos, outros interagem com o local e seus materiais de forma direta ou indireta, e uma pequena parcela participa ativamente na continuidade deste projeto de extensão.

Conforme o 1º artigo do capítulo I anexo à resolução nº 156/2012 do Departamento de Matemática (DMA) da UEM, concebe que "O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é o espaço destinado ao desenvolvimento de atividades didático-pedagógicas em Matemática, visando promover a integração entre Ensino, Pesquisa e Extensão." (Universidade Estadual de Maringá, 2012).

Perspectiva evidenciada por (Rêgo; Rêgo, 2012, p.41) ao descrever a implementação de um LEM em uma Instituição de Ensino Superior (IES) como modo de incentivo, favorecimento e estímulo de práticas como o aprimoramento da formação inicial e continuada de professores, a integração do tripé universitário (ensino, pesquisa e extensão), a prática da pesquisa em sala de aula e o fortalecimento das relações entre IES e comunidade externa.

Uma das concepções apresentadas por João Cesar Guirado, idealizador do LEM na UEM, é que o laboratório crie cenários de aprendizado nos quais os materiais sejam empregados não apenas para a transmissão de informações, mas para instigar, por meio de desafios, o uso da intuição. Isso visa estimular os alunos a questionar, tomar decisões e, especialmente, desenvolver a coragem de enfrentar e resolver problemas (Guirado, 2023).

Buscando elucidar e divulgar as etapas pertencentes ao percurso do LEM que possibilitam o cumprimento de suas compreensões, descrevemos e explicamos neste trabalho cada um destes passos, a saber: concepção, estruturação, realização, aplicação e avaliação. Sendo ao todo um processo contínuo, cíclico e em constante evolução.

2 Discussão

Na primeira etapa temos a **concepção**, neste momento surgem as ideias iniciais voltadas para solucionar alguma necessidade, baseada em desenvolver um conteúdo específico, realizar ou participar de um evento, atualizar e reparar um material já existente, ressignificar e aprimorar algo feito anteriormente. Este passo é focado na materialidade e no concreto a fim de gerar um ponto de início para o abstrato que será trabalhado a seguir.

Na segunda etapa desenvolvemos a **estruturação** do abstrato iniciado no passo anterior. Esta fase é voltada aos pensamentos e reflexões, a fim de organizar o que deve ser feito, sendo essencial planejar e julgar “como?”, “para que?” e “para quem?” nossa ideia será aplicada futuramente. É o momento de analisarmos os materiais disponíveis e quais necessitamos, para, assim, definir as ações seguintes.

Na terceira etapa, a **realização**, o abstrato elaborado anteriormente é transformado em algo concreto, podendo ser: jogos, materiais manipuláveis, planos de aplicação (semelhantes aos planos de aula), apresentações, entre outros conforme a demanda. É nesse momento em que mais realizamos ações diversas, podendo ser consideradas sub-etapas correlacionadas, mas não necessariamente ordenadas, explicitadas nos tópicos abaixo:

- **Estudar**: O momento de estudo é essencial para compreender os conteúdos e conceitos trabalhados, as ferramentas utilizadas, as metodologias aplicadas, o público alvo e suas especificidades. Tomamos conhecimento, também, de materiais já prontos. Além disso, recentemente iniciamos estudos de temáticas específicas, focadas no Desenvolvimento Universal da Aprendizagem (DUA), nas questões culturais fora do eurocentrismo e diversidades em geral. Este passo como um todo serve para o aprimoramento da equipe;
- **(Re)Fazer o concreto**: Esta ação é, em linguajar popular, colocar a mão na massa. Isso é, efetivamente produzir algo concreto que foi definido como objetivo, eventualmente refazendo o que estava pronto, mas danificado, desatualizado e/ou em desuso. Este passo quando utilizado para a criação de materiais e, principalmente, jogos, deve possuir como fundamento as concepções de criar o conhecimento pelo jogo e o desenvolvimento estratégico. Assim, evitamos o "jogo pelo jogo" e transformamos o ambiente de aprendizagem em um "cassino", onde os alunos não são inspirados a pensar antes de agir e dependem apenas da sorte para vencer. Outro ponto importante na criação de jogos é entender o básico sobre *game designer*, isto é, o funcionamento do jogo e seu balanceamento para tornar justo aos participantes;
- **Testar e Treinar**: Essa parte é importante para a equipe aferir se efetivamente a produção está cumprindo seus objetivos e sendo viável a aplicação posterior. É neste momento, também, onde os participantes aprimoram suas habilidades nos conceitos desenvolvidos de modo não convencional, ou seja, mesmo com os estudos anteriores ainda é possível o avanço através dos materiais. Esta prática contribui para que os integrantes possuam, além do material em si, o conhecimento necessário para orientar e utilizar corretamente o material na construção de conhecimento pelos estudantes mediados pelo concreto, habilidade destacada como essencial por (Lorenzato, 2012).
- **Compartilhar**: O momento de partilha de experiências auxilia os integrantes,

discentes e docentes, a terem diferentes pontos de vista daquilo que está sendo produzido. As trocas entre participantes possibilitam uma construção de conhecimento diverso e que considera vários saberes, auxiliando uma melhor composição no resultado final.

- **Corrigir e Aprimorar**: Essa sub-etapa completa uma fase, partido dos testes e das observações feitas é possível corrigir erros que não foram notados num primeiro momento, e realizar possíveis melhorias.

Na quarta etapa temos a **aplicação**, este momento traz grande significância e importância ao laboratório, pois encontra-se enquanto combinação dos momentos anteriores. Possuiu seu apogeu em levar nossas produções para o público externo ao LEM, alcançando outros professores e estudantes desde o ensino fundamental, passando pelo ensino médio, até o ensino superior, vale ressaltar que o principal público alvo são os integrantes da Educação Básica.

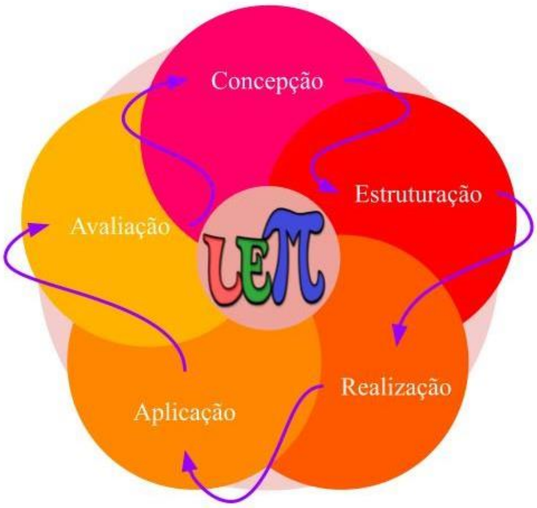
O alcance citado é possível devido a parcerias dentro da universidade com outros projetos e externo à universidade com instituições ou secretarias municipais de ensino. Proporcionando, assim, à equipe participar de eventos, organizar oficinas, ministrar formações continuadas, apresentar trabalhos, publicar textos, entre outras atividades dentro e fora do ambiente físico do LEM.

Por outro lado, em alguns casos, a aplicação pode levar mais tempo do que o esperado para ocorrer, por isso, apenas possuir o material final em espera para aplicação futura em tempo oportuno, pode ser considerado como suficiente para concluir o trabalho.

Na quinta etapa, passamos pela **avaliação**, tanto externa quanto interna, possibilitando assim um constante aprimoramento, reforçando acertos e corrigindo erros. Durante esse processo, através das sugestões, podem surgir novas ideias gerando assim novamente o momento de concepção e renovando o ciclo.

Uma representação artística de nosso percurso, seguindo as etapas descritas previamente, é apresentada na figura abaixo, retratando a interseção das etapas que constituem o LEM, ao mesmo tempo, as setas curvilíneas expressam a dinamicidade e complexidade do projeto.

Figura 1. Etapas constituintes do LEM



Fonte: Os Autores.

3 Considerações finais

A existência do LEM possibilita diversas formas de progressão acadêmica e profissional, dada a sua característica de visar o desenvolvimento de materiais, atividades e ações relacionadas ao ensino e aprendizagem da educação básica e superior. Nesse sentido, o laboratório busca extrapolar a mera transmissão de informações, promovendo desafios que estimulam a intuição e a resolução de problemas pelos alunos.

Para efetivação das afirmações anteriores, surge o ciclo composto em cinco etapas as quais descrevem um processo contínuo e dinâmico que, ao serem executados, resultam em um duplo processo formativo. Assim, o LEM estende seu impacto para além da academia, estabelece parcerias com a comunidade escolar e, também, participa ativamente de eventos educacionais.

Dessa maneira, o LEM demonstra sua relevância na formação de professores e no enriquecimento do ensino de matemática em diversos níveis educacionais, ao integrar nas suas ações a interlocução entre ensino, pesquisa e extensão características da universidade. Assim, as considerações finais reforçam a vitalidade e o potencial transformador do LEM como um componente fundamental no cenário educacional da UEM.

Referências

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ. Departamento de Matemática. **Resolução nº 156/2012, de 16 de novembro de 2012**. Regulamento do Laboratório de Ensino (LEM) do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2012. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/13VEQigRNGz0OFRNJV899OxH2c7SivTtB/view?usp=sharing. Acesso em: 12 jan. 2024.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de Matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 39- 56.

GUIRADO, João Cezar. **Jogos, Materiais Manipuláveis E O Ensino De Matemática: Um Passeio Pelo LEM**. II SIMPET, Universidade Estadual de Maringá, 2023.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 3-38.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 114-119. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

TABUADA PITAGÓRICA NA FORMAÇÃO DE PEDAGOGOS: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Lorena Silva de Souza (Universidade Estadual de Maringá)
Emilly Gonzales Jolandek (Universidade Estadual de Maringá)
Lorena.s.desouza@outlook.com

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo explorar a utilização da Tabuada Pitagórica como material didático, com vistas para as aulas de Matemática na formação de pedagogos. Com isso, iremos relatar uma experiência ao implementar a Tabuada Pitagórica na formação inicial de pedagogos. Esse trabalho se trata de uma pesquisa maior, de um trabalho de conclusão de curso de uma graduanda do curso de Licenciatura em Matemática. Para tanto, tivemos como participantes 28 estudantes do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado do Paraná. Como resultado percebemos que inicialmente muitos dos participantes não tinham conhecimento sobre esse tipo de tabuada, bem como a consideraram como um recurso positivo que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos anos iniciais.

Palavras-chave: Material Didático; Tabuada Pitagórica; Multiplicação; Pedagogia; Formação de Professores.

1 Considerações Iniciais

A aprendizagem de Matemática é um dos pilares fundamentais na formação educacional de crianças e jovens, sendo a tabuada um dos principais conteúdos iniciais a apropriar-se, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tradicionalmente, o ensino da tabuada é realizado de forma mecânica, com ênfase na memorização e repetição, o que pode gerar desinteresse e dificuldades para muitos estudantes. (Valente, Pinheiro, 2015). Com isso, é importante trabalhar com diferentes estratégias de ensino e alternativas pedagógicas desde a formação inicial, especificamente na formação de futuros pedagogos, de modo que eles percebem a importância de tornar esse processo de ensino e aprendizagem de Matemática mais significativo e atrativo.

Nesse contexto, surge a proposta de investigação, que tem como intenção explorar a utilização da "Tabuada Pitagórica" como material didático, com vistas para as aulas de Matemática na formação de pedagogos. A Tabuada Pitagórica é uma forma inovadora e interativa de apresentar a multiplicação, utilizando um conjunto de números organizados em uma matriz retangular, onde cada elemento é o produto dos números que o identificam na linha e na coluna (Oliveira, 2021). Ela é uma representação organizada da multiplicação de números inteiros de 1 a 10, disposta em linhas e colunas. Sendo possível realizar todas as operações de multiplicação que constam na tabuada convencional. É representada em forma de tabela. (Miranda; Merib; Pimenta, 2017).

Figura 1. Modelo da Tabuada Pitagórica preenchida

X	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: as autoras.

Para Oliveira (2021) a Tabuada Pitagórica, ou Tabela de Pitágoras, surge como uma alternativa pedagógica inovadora e lúdica para abordar a multiplicação, bem como mostrar aos estudantes outras relações matemáticas possíveis de serem identificadas a partir dessa tabuada, como a comutatividade, relação dos números pares e ímpares, semelhanças entre os números da tabuada no nove, simetrias etc. A organização matricial dos números facilita a visualização dos padrões numéricos, o que pode tornar a aprendizagem mais significativa e interessante para os alunos. Além disso, essa abordagem estimula o raciocínio lógico-matemático, incentivando os estudantes a compreenderem a lógica por trás da multiplicação, em vez de apenas memorizar resultados isolados. (Oliveira, 2021).

Alguns questionamentos que podem ser feitos aos alunos ao fazer o uso desse método como: As tabuadas de quais números têm seus resultados pares? As tabuadas de números ímpares têm todos seus resultados ímpares? O que há de semelhante em todos os resultados da tabuada do 10? O que há de semelhante em todos os resultados da tabuada do 5? Essas e outras questões poder ser respondidas ao utilizar a tabuada Pitagórica. (Andrade; Nunes; Piccoli, 2023).

Portanto, a tabuada pitagórica é um possível material didático significativo para ajudar os alunos a compreenderem e praticarem a multiplicação, bem como desenvolverem habilidades matemáticas essenciais que serão usadas ao longo de sua educação Matemática. Além disso, promove o desenvolvimento de habilidades matemáticas fundamentais, como o cálculo mental.

2 O relato de experiência

A pesquisa é de abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994). Os participantes da pesquisa foram licenciandos do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado do Paraná, onde participaram 28 licenciandos. A atividade foi desenvolvida em uma disciplina que envolve a Matemática proposta para o curso de Pedagogia da Universidade, assim a aplicação foi acompanhada pela professora da disciplina que também é orientadora do TCC. A aplicação foi feita no ano de 2023 em 2 turmas, em 2 aulas de 50 minutos cada. Como se trata de uma pesquisa com seres humanos, foi necessário aprovação do comitê de ética[1].

Nesse contexto, foi elaborado uma atividade a fim de envolver a Tabuada Pitagórica e as possíveis relações matemáticas que podem emergir a partir dela. Com isso, pretendíamos abordar não apenas o conceito da Tabuada Pitagórica, mas, outras relações matemáticas que envolviam a multiplicação ou não, como: a simetria presente na tabuada, números quadrados perfeitos, a propriedade da comutatividade, números pares e ímpares, dobro e triplo, relações existentes na tabuada do nove (9), bem como algumas representações geométricas.

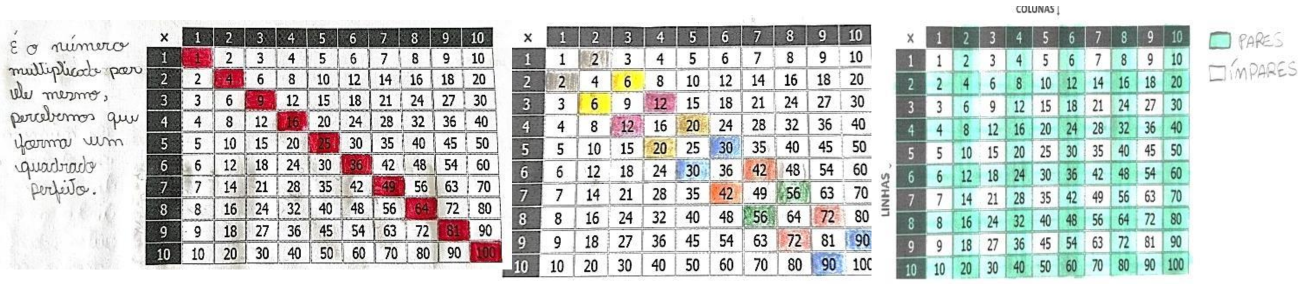
Desta maneira, primeiramente foi disponibilizado aos licenciandos uma Tabuada Pitagórica vazia, ou seja, sem estar preenchida de modo que eles fizessem esse processo de preenchimento da tabuada, do 1 ao 10. Na sequência, disponibilizamos para eles tabuadas já preenchidas, também do 1 ao 10, de modo a avançar com a aula, pois tínhamos um período limitado para aplicação, e com isso em parte fomos dando alguns comandos para os licenciandos. Para tanto, com o auxílio de lápis de cor ou canetas coloridas, eles

[1] Parecer de número : 6.421.806/2023

tiveram que primeiramente pintar a diagonal principal da tabuada para fazer a relação de simetria entre os números, bem como verificar os números quadrados perfeitos. Na sequência foi solicitado que eles colorissem os produtos iguais com a mesma cor, por exemplo, $3 \times 4 = 12$ □ $4 \times 3 = 12$, nesse caso o número 12 deveria ser pintado com a mesma cor, e assim sucessivamente eles deveriam pintar a tabuada, justamente para identificarem a propriedade da comutatividade.

Depois para trabalhar a noção de dobro, por exemplo, foi solicitado que eles colorissem as linhas da tabuada do 2, 4 e 8 de verde; as linhas da tabuada 3 e 6 de amarelo e as linhas da tabuada do 5 e 10 de rosa. Assim, buscamos fazer as possíveis relações com o conceito de dobro sobre as linhas pintadas da mesma cor. Em seguida solicitamos que eles colorissem as linhas e colunas referente as tabuadas do 2, 4, 6 e 8, e tentassem verificar a relação. Aqui ficariam pintados os números pares, e os números que ficaram em branco seriam os ímpares.

Figura 2. Representações feitas pelos alunos



Fonte: acervo das autoras.

Após o desenvolvimento das atividades aplicamos um questionário aos participantes de modo a verificar suas percepções sobre a utilização da Tabuada Pitagórica como recurso didático no ensino de Multiplicação nos anos iniciais.

De modo geral, os futuros pedagogos após conhecerem e explorarem a Tabuada Pitagórica, apontam ela como sendo interessante, lúdica de modo que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos anos iniciais.

> **Licenciando 1:** Um ensino muito lúdico, de fácil aprendizagem e manuseio, além de ser dinâmico e deixarem os alunos interessados no recurso.

> **Licenciando 2:** É um método bem eficaz, pois é mais interessante para as crianças e elas podem perceber diversos fatores que na tabuada normal não é possível observar.
> **Licenciando 3:** A forma em que a tabuada pitagórica é aplicada contribuí muito para a aprendizagem e também pode ser uma maneira de se aprender mais rápida.

Alguns dos alunos ainda focam no processo de memorização, mas de modo geral eles consideraram o desenvolvimento e exploração da Tabuada Pitagórica na formação inicial de pedagogos foi positiva e significativa.

3 Considerações finais

A fim de explorar a utilização da Tabuada Pitagórica como material didático, com vistas para as aulas de Matemática na formação de pedagogos. Verificamos que as percepções dos futuros pedagogos em relação à Tabuada Pitagórica como material didático, se mostrou positiva de modo que os pedagogos expressam a possibilidade de levar essa abordagem para a sua futura prática docente.

Referências

ANDRADE, Sandra Santos; NUNES, Marília Forgearini; PICCOLI, Luciana. **Ensino remoto: alguns temas emergenciais para uma prática pedagógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Pimenta Cultural, 2021

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

MIRANDA, Dilene Gomes; SILVA MERIB, Rosimeyre Gomes; PIMENTA, Adelino Candido. Experimentação em matemática na sala de aula: possibilidades e desafios no desenvolvimento da tabuada geométrica. In: Encontro Goiano de Educação Matemática, **Anais [...].** v. 6, n. 6, p. 350-366, 2017.

OLIVEIRA, H. D. L. de. As tabuadas de multiplicação: necessidade de praticar, importância de saber. Andrade, Sandra dos Santos; Nunes, Marília Forgearini; Piccoli, Luciana (Orgs.). **Ensino remoto: alguns temas emergenciais para uma prática**

pedagógica nos anos iniciais do ensino fundamental. São Paulo: Pimenta Cultural, 2021. p. 77-89, 2021.

VALENTE, Wagner Rodrigues; PINHEIRO, Nara Vilma Lima. Chega de decorar a tabuada! As cartas de Parker e a árvore do cálculo na ruptura de uma tradição. **Educação Matemática em Revista**. Rio Grande do Sul. n° 16 - v.1. 2015. pp. 22 a 37.

Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática
(1s.) **v. 8** 1 (2024): 120-124. © JEEPEMA–ISSN-2594-6323.
www.dma.uem.br/kit/jeepema

UMA PROPOSTA DE TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE

Fernanda Boa Sorte Rocha (Universidade Estadual de Londrina)
Francielle Silva Gardin (Universidade Estadual de Londrina)
fernandabsrocha@outlook.com

Resumo: Neste trabalho, tem-se por objetivo apresentar uma proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), a partir de uma tarefa do PISA para introdução do conceito de Probabilidade em uma turma de 7º ano. Uma THA como ferramenta que pode orientar o trabalho do professor, oportuniza que o professor tenha mais segurança ao elaborar e desenvolver em sala de aula sua proposta de ensino, uma vez que reflete sobre as indagações e dificuldades que possam surgir. Além disso, oportuniza maior reflexão sobre a tarefa escolhida e a importância de relacionar metas e decisões a serem tomadas. Ressalta-se que uma THA delineia um caminho a ser percorrido, mas que é totalmente flexível, e que cabe ao professor a sensibilidade para ajustá-la ou modificá-la no decorrer de seu desenvolvimento, de acordo com as necessidades em sua sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino de Matemática; Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

1 Introdução

Quando se pretende realizar uma viagem ao redor do mundo, é necessário elaborar um planejamento da trajetória a ser percorrida ou de parte dela. Contudo, ainda que se estabeleça um plano de viagem, alguns ajustes podem ser feitos durante o percurso a depender das circunstâncias encontradas. Essa situação é apresentada por Martin Simon (1995) como uma analogia à elaboração de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA) pelo professor. Simon (1995) utiliza a expressão Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem para se referir à previsão do professor em relação aos processos de ensino e de aprendizagem.

Na expressão citada, a “trajetória” se refere ao percurso real do estudante, que é idiossincrático e não pode ser previsto com precisão, e, por isso, acrescenta-se a palavra “hipotética” para representar que o caminho presumido antecipadamente poderá sofrer alterações e ajustes de acordo com as condições encontradas, assim como no planejamento da viagem na analogia apresentada (Simon, 1995).

De acordo com Rossetto (2016), quando o professor hipotetiza as possíveis dúvidas e perguntas dos alunos, tem-se mais segurança ao elaborar a proposta de ensino, assim como mais segurança ao desenvolvê-la em sala de aula. Além disso, o professor reflete sobre a importância de se relacionar as metas almejadas com as decisões de ensino que serão tomadas.

Pelo exposto, e considerando a relevância de discutir a trajetória como uma ferramenta que pode orientar o trabalho do professor, desde o planejamento até as ações desenvolvidas em sala de aula, este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), embasada nas ideias de Martin Simon (1995), desenvolvida a partir de uma tarefa do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) que envolve, principalmente, o conceito matemático de Probabilidade.

2 Resultados e discussão

Rossetto (2016) evidencia a THA sob três pontos de vista: de elaboração, de execução e de depois da execução (avaliação). Neste trabalho, a ênfase será dada ao momento de elaboração, em que se reflete sobre as tomadas de decisão em relação aos conteúdos e tarefas, às previsões do professor das trajetórias dos alunos e das perguntas que podem motivar reflexões durante a aula e aos diálogos hipotéticos.

De acordo com Simon (1995), a elaboração de uma THA prevê o desenvolvimento de três componentes: os objetivos do professor direcionados à aprendizagem dos estudantes; as atividades de ensino; e o processamento hipotético da aprendizagem. A proposta apresentada neste trabalho tomará esses três elementos como base, ainda que não sejam apresentados de maneira disjunta.

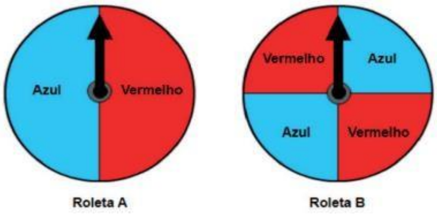
2.1 Uma proposta de THA

Esta THA foi pensada para uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, para a qual se tem como objetivo de aprendizagem compreender o conceito matemático de Probabilidade. Na busca de atingir esse objetivo, será proposta a seguinte tarefa:

Tarefa: Roletas

A turma do Pedro vai fazer um experimento usando as duas roletas apresentadas abaixo. A Roleta A é dividida em duas seções de igual tamanho, uma azul e uma vermelha. A

Roleta B é dividida em quatro seções de igual tamanho, duas azuis e duas vermelhas. Os estudantes receberam a seguinte instrução: se a seta parar em uma linha entre duas seções, tal giro não será contado, e eles deverão girar a seta novamente.
Pedro acha que há uma maior chance de que a seta pare no azul na Roleta A do que na Roleta B. O Pedro está correto? Justifique sua resposta.



Fonte: Adaptada do PISA (2022)[1].

Em relação à organização da sala, serão formados grupos de até três estudantes, na busca de oportunizar interação, compartilhamento de hipóteses e estratégias de resolução. Espera-se que os estudantes sejam participantes ativos e se envolvam com a resolução da tarefa, enquanto o professor, em seu papel de orientador, media as resoluções dos estudantes, realizando intervenções sem o fornecimento de respostas. Para tornar a tarefa mais significativa para os estudantes, o professor entregará duas roletas, assim como as da imagem da tarefa, para que os estudantes realizem o experimento eles mesmos e reflitam sobre a tarefa durante o uso do material.

Inicialmente, o professor pode propor alguns questionamentos para toda turma, a fim de promover reflexão e interação entre os estudantes. Por exemplo, pode-se questionar se a tarefa permite diferentes maneiras de resolução e se existe mais de uma resposta correta, encorajando os alunos a registrarem suas estratégias e resultados. Para essa tarefa, a resposta correta é que a afirmação de Pedro não está correta, uma vez que o espaço para a seta parar na parte azul em cada roleta é o mesmo e, consequentemente, a chance de a flecha parar em uma seção azul é a mesma nas duas roletas.

Enquanto os estudantes resolvem a tarefa nos pequenos grupos, o professor pode realizar alguns questionamentos com a finalidade de guiar os estudantes em seus processos de aprendizagem e de explorar outros aspectos da tarefa, mediante as resoluções dos próprios estudantes ou não. No quadro a seguir, são apresentados alguns exemplos.

[1] Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/testes-e-questionarios

Situação	Questionamento	Intenção
O estudante responde que Pedro está certo e justifica que a área azul na roleta A é maior que na roleta B.	E se as cores na roleta B não estivessem dispostas da maneira como está, ainda assim a área azul continuaria menor na roleta B?	Oportunizar que reconheçam a equivalência entre as duas roletas, ainda que as cores estejam dispostas de maneiras diferentes.
O estudante responde que Pedro está certo e justifica, utilizando o conceito de razão, que $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{4}$	Imagine que você compre duas pizzas do mesmo tamanho. A primeira você divide em dois pedaços iguais e come um deles. A segunda, você divide em quatro pedaços iguais e come dois deles. Qual das pizzas você comeu mais? Qual pizza sobrou mais?	Chamar a atenção dos estudantes para o fato de que as frações são equivalentes.

Após todos finalizarem a resolução da tarefa, o professor irá oportunizar um momento para que alguns grupos apresentem suas resoluções à turma. Nesse momento, os estudantes têm a possibilidade de conhecer diferentes estratégias de resolução, esclarecer dúvidas e discutir sobre a tarefa proposta. O professor ainda pode questionar aos estudantes quais conceitos matemáticos foram mobilizados ao resolver a tarefa, a fim de oportunizar que eles estabeleçam conexões entre os assuntos estudados anteriormente e o conceito a ser sistematizado, Probabilidade.

2.2 Uma breve discussão

Tendo em vista o objetivo de aprendizagem e a tarefa, na proposta de THA foram elencados alguns exemplos de resoluções e questionamentos que podem ser realizados pelo professor, em seu papel de guia, durante o desenvolvimento da tarefa pelos estudantes. Faz-se necessário esclarecer que os questionamentos aqui apresentados não são únicos e que outras intervenções podem ser realizadas.

Ainda que o objetivo para a aula pensada para esta trajetória seja sistematizar o conceito de Probabilidade, é possível que surjam discussões a respeito de outros conceitos matemáticos suscitados pela própria tarefa, como: frações, razão, ângulos centrais em círculos. Considerando a existência de uma integração entre os domínios da matemática, é importante que o professor reflita antecipadamente sobre as diferentes ferramentas matemáticas que o estudante pode utilizar para organizar situações advindas das tarefas propostas, para que tenha mais segurança ao fazer as intervenções.

Ao desenvolver uma trajetória, reflete-se sobre a importância e influência da escolha das tarefas para os processos de ensino e de aprendizagem e, também, sobre os conceitos matemáticos envolvidos, conferindo maior segurança ao elaborar e desenvolver o plano de ensino. Através do processo de hipotetizar sobre as situações de sala de aula, o professor se atenta à necessidade de se tomar decisões de ensino intencionais, direcionadas aos objetivos de aprendizagem. Durante ou após a execução da THA, o professor pode continuamente ajustar e repensar a trajetória, mediante suas novas experiências.

3 Considerações finais

Neste trabalho, teve-se por intenção apresentar uma proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem, a partir de uma tarefa do PISA. Por meio da THA apresentada, é possível visualizar um caminho para o ensino do conteúdo de Probabilidade e oportunizar que professores reflitam sobre a tarefa, indagações e dificuldades que possam surgir. Uma THA delineia um caminho a ser percorrido, mas é necessário ressaltar que esse é flexível e que cabe ao professor a sensibilidade para ajustar ou modificar a THA, se houver necessidade. Além disso, salienta-se que esse trabalho apresenta fragmentos de uma THA e que existem outros aspectos a serem pensados e detalhados em um planejamento de aula.

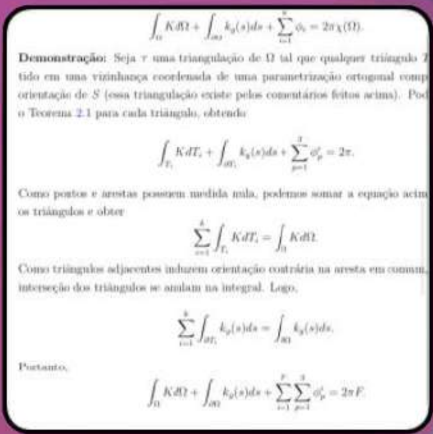
Referências

ROSSETTO, H. H. P. **Trajetória Hipotética de Aprendizagem sob um olhar realístico**. 2016. 104f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

SIMON, M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 26, n. 2, pp. 114-145. 1995.

Universidade Estadual de Maringá

Cálculo Diferencial e Integral:
um kit de sobrevivência



$$\int_\Omega K d\Omega + \int_{\partial\Omega} k_g(s)ds + \sum_{i=1}^{n} \phi_i = 2\pi\chi(\Omega).$$

Demonstração: Seja τ uma triangulação de Ω tal que qualquer triângulo
tido em uma vizinhança coordenada de uma parametrização ortogonal comp
orientação de S (essa triangulação existe pelos comentários feitos acima). Pod
o Teorema 2.1 para cada triângulo, obtendo

$$\int_{T_i} K dT_i + \int_{\partial T_i} k_g(s)ds + \sum_{p=1}^{3} \phi_p^i = 2\pi.$$

Como pontos e arestas possuem medida nula, podemos somar a equação acim
os triângulos e obter

$$\sum_{i=1}^{k} \int_{T_i} K dT_i = \int_\Omega K d\Omega.$$

Como triângulos adjacentes induzem orientação contrária na aresta em comum,
interseção dos triângulos se anulam na integral. Logo,

$$\sum_{i=1}^{k} \int_{\partial T_i} k_g(s)ds = \int_{\partial\Omega} k_g(s)ds.$$

Portanto,

$$\int_\Omega K d\Omega + \int_{\partial\Omega} k_g(s)ds + \sum_{i=1}^{F} \sum_{p=1}^{3} \phi_p^i = 2\pi F.$$

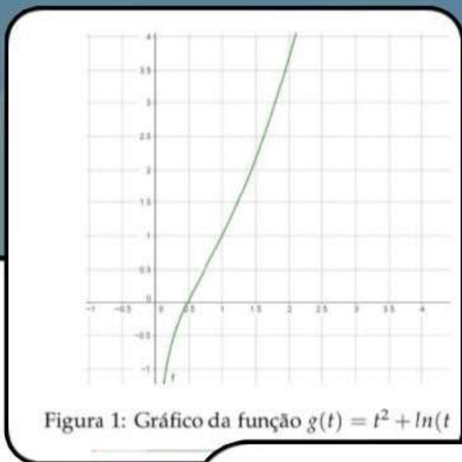
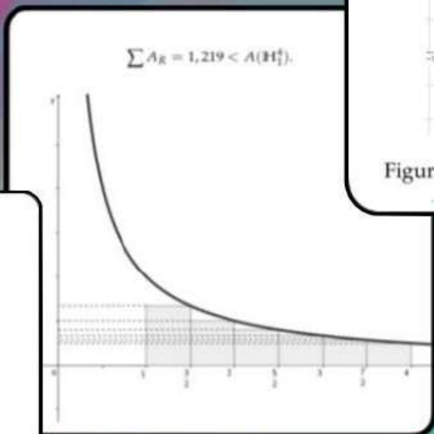


Figura 1: Gráfico da função $g(t) = t^2 + ln(t$



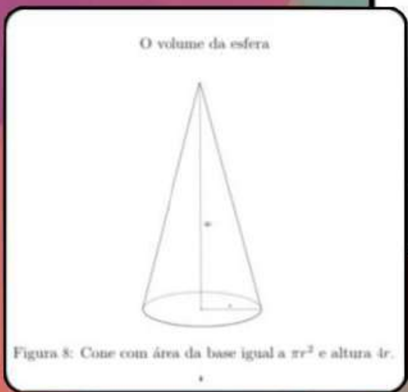
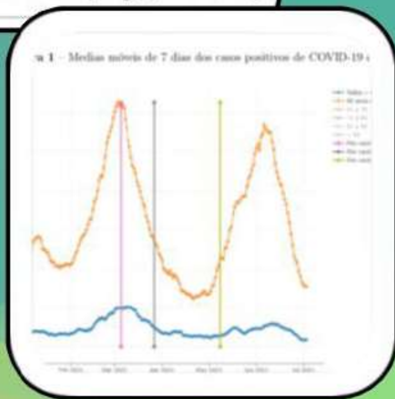


Figura 8: Cone com área da base igual a πr^2 e altura $4r$.



Esta revista é responsável pela formulação de textos autorais desenvolvido pelo projeto de extensão "Kit". Neste projeto, contamos com alunos graduandos e demais interessados em matemática aplicada.
Entre seus textos, podemos encontrar, curiosidades, resoluções, demonstrações , fatos relevantes , ideais para IC, entre outros!