DERIVADAS

Regra da soma e multiplicação por escalar

Preceptoras:	Camila Araújo Varela Valdinete Kahenler
Coordenadora:	Claudete

Teorema 1 (GUIDORIZZI, 2001) *Sejam f e g deriváveis em p e seja k uma constante. Então as funções $f + g$ e kf são deriváveis em p e têm-se:*

D1. $(f + g)'(p) = f'(p) + g'(p)$.

D2. $(kf)'(p) = kf'(p)$.

Exemplo 1. Seja $f(x) = x^5 + e^x$. Calcule $f'(x)$.

Solução:

Vimos no teorema acima que a derivada da soma é igual à soma das derivadas das parcelas, logo

$$f'(x) = (x^5 + e^x)' = (x^5)' + (e^x)' = 5x^4 + e^x.$$

Exemplo 2. Seja $f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x$. Calcule

(a) $f'(x)$;

(b) $f'(3)$.

Solução:

(a) Temos por **D1** que

$$f'(x) = (x^3 + 3x^2 + 6x)' = (x^3)' + (3x^2)' + (6x)',$$

e por **D2**, temos

$$f'(x) = (x^3)' + (3x^2)' + (6x)' = (x^3)' + 3(x^2)' + 6(x)'.$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3)' + 3(x^2)' + 6(x)' \\ &= 3x^2 + 3(2x) + 6(1) \\ &= 3x^2 + 6x + 6. \end{aligned}$$

(b) Como $f'(x) = 3x^2 + 6x + 6$, segue que $f'(3) = 3(3)^2 + 6(3) + 6 = 51$.

Exemplo 3. Calcule $h'(x)$, onde $h(x) = \sqrt{x} + 3$.

Solução:

Por **D1** temos que

$$h'(x) = (\sqrt{x} + 3)' = (\sqrt{x})' + (3)'.$$

Sabemos que a derivada da constante é zero, assim, $(3)' = 0$.

Como $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, segue que $h'(x) = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Exemplo 4. Calcule $g'(x)$, onde $g(x) = 5x^2 + 3 \ln x + 5 \cos x$.

Solução:

Por **D1** temos que

$$g'(x) = (5x^2 + 3 \ln x + 5 \cos x)' = (5x^2)' + (3 \ln x)' + (5 \cos x)'$$

e por **D2**, temos

$$g'(x) = (5x^2)' + (3 \ln x)' + (5 \cos x)' = 5(x^2)' + 3(\ln x)' + 5(\cos x)'$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned} g'(x) &= 5(x^2)' + 3(\ln x)' + 5(\cos x)' \\ &= 5(2x) + 3\left(\frac{1}{x}\right) + 5(-\sin x) \\ &= 10x + \frac{3}{x} - 5 \sin x. \end{aligned}$$

Referências

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. Um Curso de Cálculo-vol. 1, 5a. edição.
Editora LTC, p. 154, 2001.