



## Teorema do Confronto

|               |                                                                             |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Preceptoras:  | Ana Clara Martins Ferreira,<br>Valdinete Kahenler e<br>Camila Araujo Varela |
| Coordenadora: | Claudete Matilde Webler Martins                                             |

**Teorema:** Sejam  $f, g, h$  três funções e suponhamos que exista  $r > 0$  tal que

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$$

para  $0 < |x - p| < r$ . Nestas condições se

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow p} h(x)$$

então

$$\lim_{x \rightarrow p} g(x) = L.$$

**Exemplo 1:** Se  $5x + 1 \leq g(x) \leq x^2 + 3x + 2$ , encontre  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ . Sabemos que

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} 5x + 1 &= 5 \cdot 1 + 1 \\ &= 5 + 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

e temos que

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 3x + 2 &= 1^2 + 3 \cdot 1 + 2 \\ &= 1 + 3 + 2 \\ &= 6. \end{aligned}$$

Logo, como

$$\lim_{x \rightarrow 1} 5x + 1 = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 3x + 2$$

e como

$$5x + 1 \leq g(x) \leq x^2 + 3x + 2$$

então, pelo teorema do confronto, temos que

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 6.$$

**Exemplo 2:** Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 + x^2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ .

Observe que não conseguimos calcular limite de  $\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  diretamente, uma vez que a função seno é senoidal e ao passar o limite seu angulo tende ao infinito o que não nos dá nenhum resultado. Além disso, sabemos que a função seno é limitada, logo

$$-1 \leq \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq 1.$$

Multiplicando a inequação por  $\sqrt{x^3 + x^2}$  temos,

$$-\sqrt{x^3 + x^2} \leq \sqrt{x^3 + x^2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq \sqrt{x^3 + x^2}.$$

Note que,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} -\sqrt{x^3 + x^2} &= -\sqrt{0^3 + 0^2} \\ &= -\sqrt{0} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Por outro lado

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 + x^2} &= \sqrt{0^3 + 0^2} \\ &= \sqrt{0} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Então pelo teorema do confronto temos que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 + x^2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) = 0.$$

## Referências

- [1] GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. *Um curso de cálculo: volume 1*. Rio de Janeiro. LTC–Livros Técnicos e Científicos. 5<sup>a</sup> edição, 2001.
- [2] STEWART, James. *Cálculo*, Volume 1. Editora Cengage Learning, 7<sup>a</sup> edição, 2013.