



REGRAS DE DIFERENCIAÇÃO

Aproximações Lineares

Preceptora:	Isadora Honório Guimarães
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova

Quando a função $f(x)$ é diferenciável em $x = a$, $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. Portanto, quando o valor de h está se aproximando de 0, $f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. Assim, a seguinte informação é verdadeira:

Aproximação Linear I: Quando a função $f(x)$ é diferenciável em $x = a$ e o valor de $|h|$ se aproxima de 0, $f(a+h) \approx f(a) + f'(a)h$.

Da Aproximação Linear I, temos que se $a = 0$ e $h = x$, então vale a seguinte informação:

Aproximação Linear II: Quando o valor de $|x|$ se aproxima de 0, $f(x) \approx f(0) + f'(0)x$.

Exemplo 1: Utilizando a Aproximação Linear I, expresse os valores aproximados dos seguintes números em sua forma decimal.

a) $\ln 1,01$

Seja $f(x) = \ln x$. Então, $f'(x) = \frac{1}{x}$.

$$\therefore \ln 1,01 = \ln(1 + 0,01) \approx \ln 1 + \frac{1}{1} \cdot 0,01 = 0,01$$

b) $\sqrt{100,5}$

Seja $f(x) = \sqrt{x}$. Então $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$$\therefore \sqrt{100,5} = \sqrt{100 + 0,5} \approx \sqrt{100} + \frac{1}{2\sqrt{100}} \cdot 0,5 = 10,025$$

c) $\operatorname{tg} 46^\circ$ (Use $\frac{\pi}{90} = 0,035$)

Seja $f(x) = \operatorname{tg} x$. Então $f'(x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

$$\begin{aligned}\therefore \operatorname{tg} 46^\circ &= \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{180} \right) \approx \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{4}} \cdot \frac{\pi}{180} \\ &= 1 + \frac{\pi}{90} = 1,035\end{aligned}$$

Exemplo 2: Quando o valor de $|x|$ se aproximar de 0, escreva a aproximação linear de cada função.

a) $f(x) = \ln(1+x)$

Como $f'(x) = \frac{1}{1+x}$,

$$f(x) \approx \ln(1+0) + \frac{1}{1+0} \cdot x = x$$

b) $f(x) = e^x$

Como $f'(x) = e^x$,

$$f(x) \approx e^0 + e^0 \cdot x = 1 + x$$

c) $f(x) = \operatorname{tg} x$

Como $f'(x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$$f(x) \approx \operatorname{tg} 0 + \frac{1}{\cos^2 0} \cdot x = x$$

d) $f(x) = (1+x)^p$

Como $f'(x) = p(1+x)^{p-1}$,

$$f(x) \approx (1+0)^p + p(1+0)^{p-1} \cdot x = 1 + px$$

Referências

- [1] GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. *Um curso de cálculo: volume 1*. Rio de Janeiro. LTC—Livros Técnicos e Científicos. 5ª edição, 2001.
- [2] STEWART, James. *Cálculo*, Volume 1. Editora Cengage Learning, 7ª edição, 2013.