



Cálculo Diferencial e Integral: um KIT de sobrevivência

Prof. Doherty Andrade

O Toro

O toro é uma superfície do $\mathbb{R}^3$. Ele é como uma câmara de ar para pneus.

Suas equações paramétricas são dadas por

$$x = (a + \cos(x)) \cos(y)$$

$$y = (b + \sin(x)) \sin(y)$$

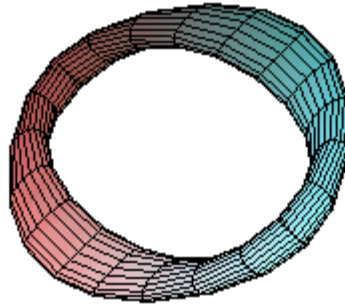
$$z = \sin(y)$$

onde x e y variam no intervalo $[0, 2\pi]$.

> **with(plots):**

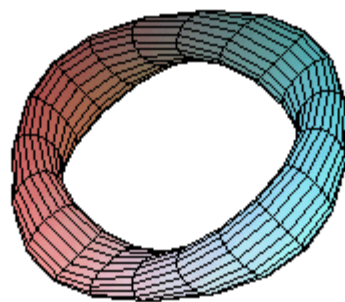
Vamos ver um exemplo em que $a = 4$ e $b = 8$

> **plot3d([(4+cos(x))*cos(y),(8+sin(x))*sin(y),sin(y)],x=0..2*Pi,y=0..2*Pi,
numpoints=400,style=patch,orientation=[45,10], shading=xyz);**



Vamos ver um exemplo em que $a = 4$ e $b = 4$

> **plot3d([(4+cos(x))*cos(y),(4+sin(x))*sin(y),sin(y)],x=0..2*Pi,y=0..2*Pi,
numpoints=400,style=patch,orientation=[45,10], shading=xyz);**



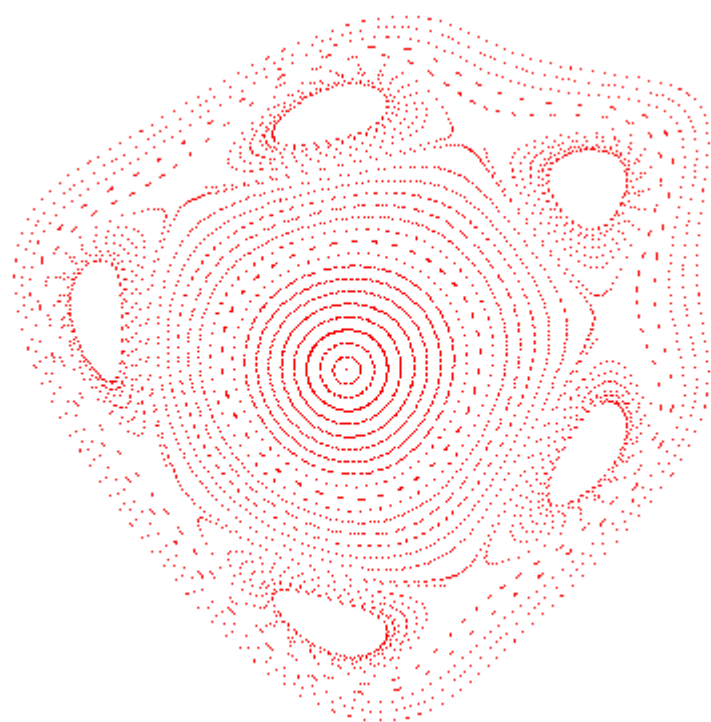
Vamos ver agora um toro mais complicado. É o toro da categoria Kamtori. Este fractal é um produto de vários esforços para encontrar a resposta para a questão se o nosso sistema solar é estável ou não. Esta teoria foi confirmada independentemente por V. I. Arnold e o J. Moser.

> **restart:**

```
kamtorus := proc(angle, step, ende, points)  
# written by Alexander F. Walz  
local x, xold, y, orbit, pts, ptscounter, n;  
pts := table([]);  
ptscounter := 0;  
for orbit from 0 by step to ende do  
x := orbit/3;  
y := x;  
to points while abs(x) < 10^38 and abs(y) < 10^38 do  
# to avoid violation of ranges  
xold:=x;  
x := evalhf(x*cos(angle) + (x^2-y)*sin(angle));  
y := evalhf(xold*sin(angle) - (xold^2-y)*cos(angle));  
ptscounter := ptscounter + 1;  
pts[ptscounter] := [x, y];  
od; # end of to points  
od; # of for orbit  
[seq(pts[n], n=1 .. ptscounter)]  
end;
```



```
plot(kamtorus(1.3, 0.05, 1.5, 200), style=point, symbol=POINT,  
axes=none, scaling=constrained);
```



>