



Cálculo Diferencial e Integral: um KIT de sobrevivência

Prof. Doherty Andrade

Regiões de integração no plano

Vamos carregar o pacote de integrais do **KIT** .

> **libname:=`c:\\kit`,libname:**

> **with(kit):**

> **with(plots):**

Regiões de integração no plano

Este pacote desenha a região de integração de integrais múltiplas.

Antes de iniciar esta seção, você deve executar o arquivo **integrais.exe**. Pegue este arquivo em www.dma.uem.br/kit/integrais.exe. Ele contém os procedimentos gráficos necessários para plotar as regiões de integração nos diversos sistemas de coordenadas.

Vamos usar o pacote de integrais do **KIT** para estudar integrais múltiplas.

Este pacote foi especialmente desenvolvido para plotar as regiões de integração em coordenadas esféricas, cilíndricas, retangulares e polares.

Vamos carregar o pacote de integrais do **KIT** .

> **libname:=`c:\\kit`,libname:**

> **with(kit):**

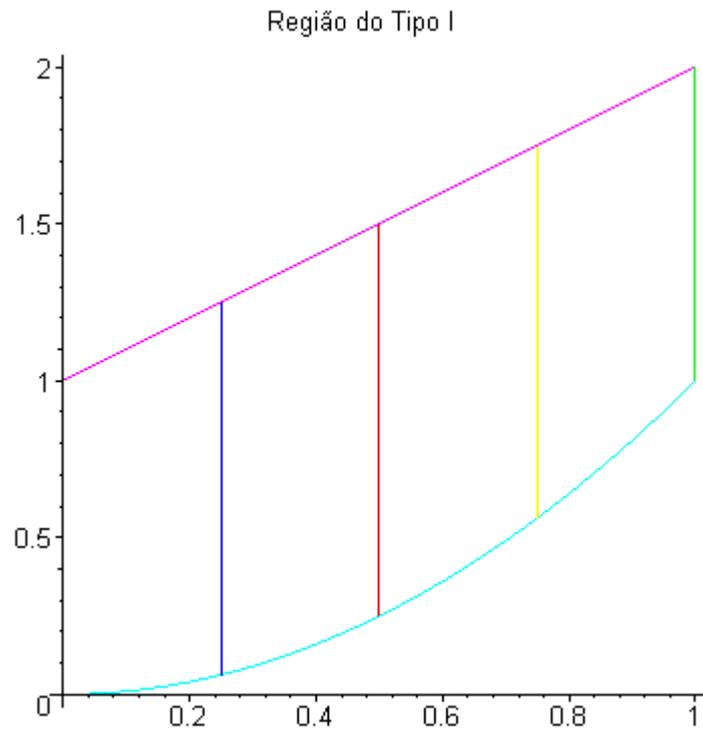
> **with(plots):**

Exemplos:

$$\int_0^1 \int_{x^2}^{x+1} 1 \, dy \, dx$$

1--Desenhar a região de integração da integral dupla

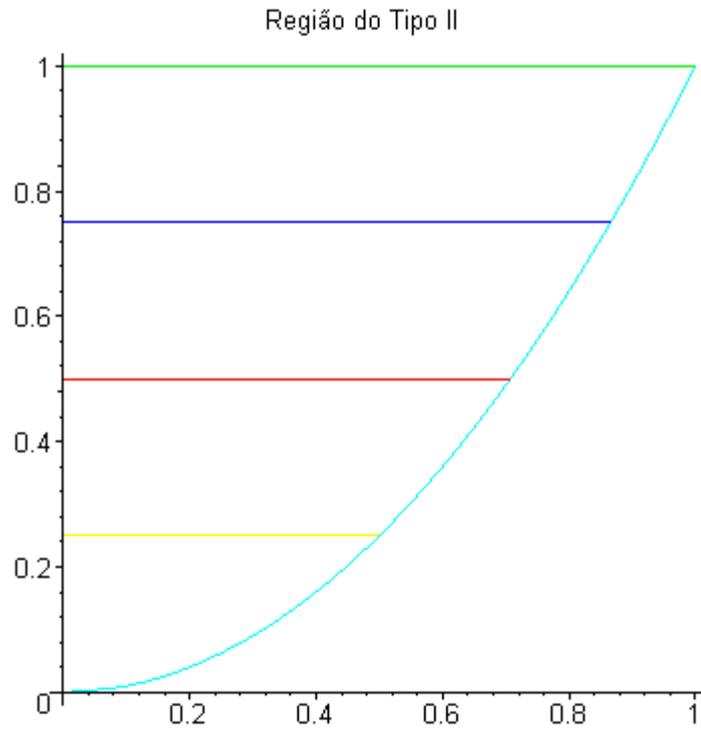
> **dydxplot(y=x^2..x+1,x=0..1,title='Região do Tipo I');**



2--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} 1 \, dx \, dy$$

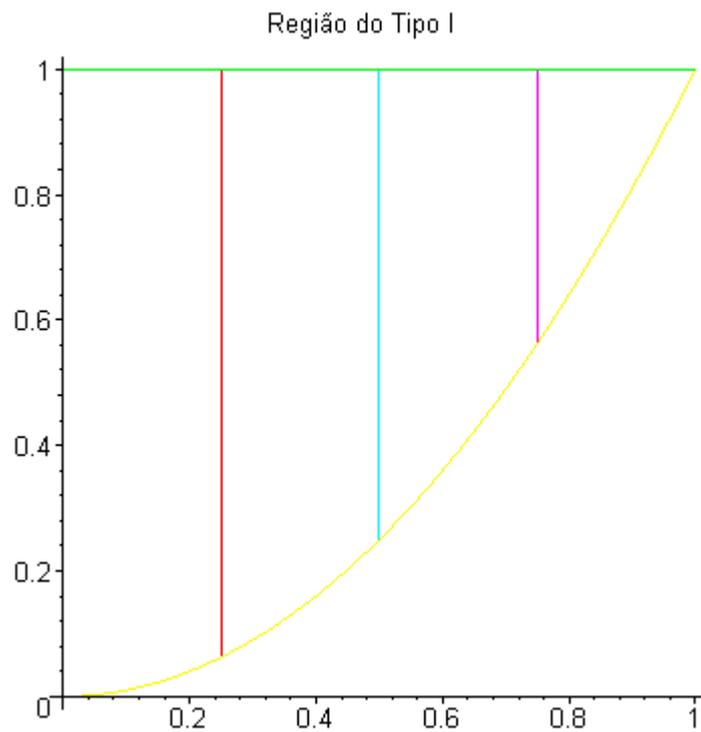
> **dx dy plot(x=0..sqrt(y),y=0..1, title='Região do Tipo II');**



$$\int_0^1 \int_{x^2}^1 1 \, dy \, dx$$

3--Desenhar a região de integração da integral dupla

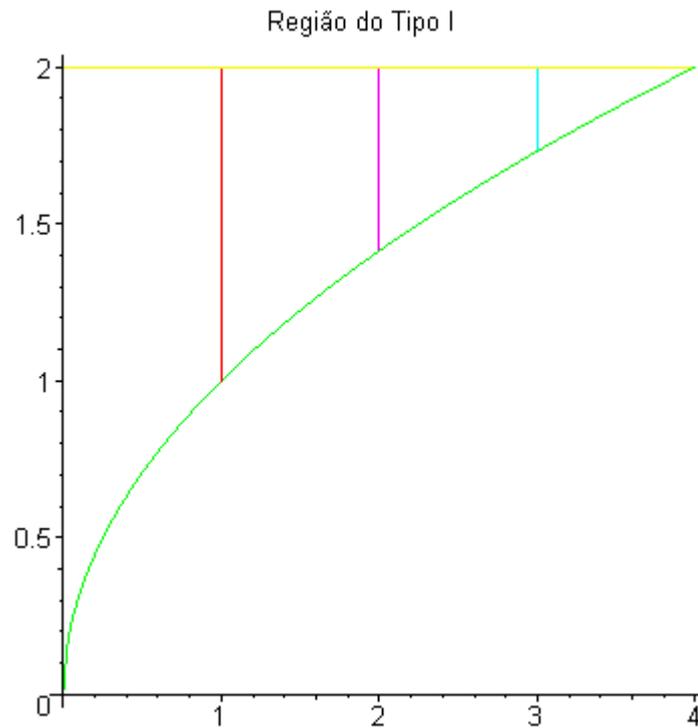
> **dydxplot(y=x^2..1,x=0..1, title='Região do Tipo I');**



$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 1 \, dy \, dx$$

4--Desenhar a região de integração da integral dupla

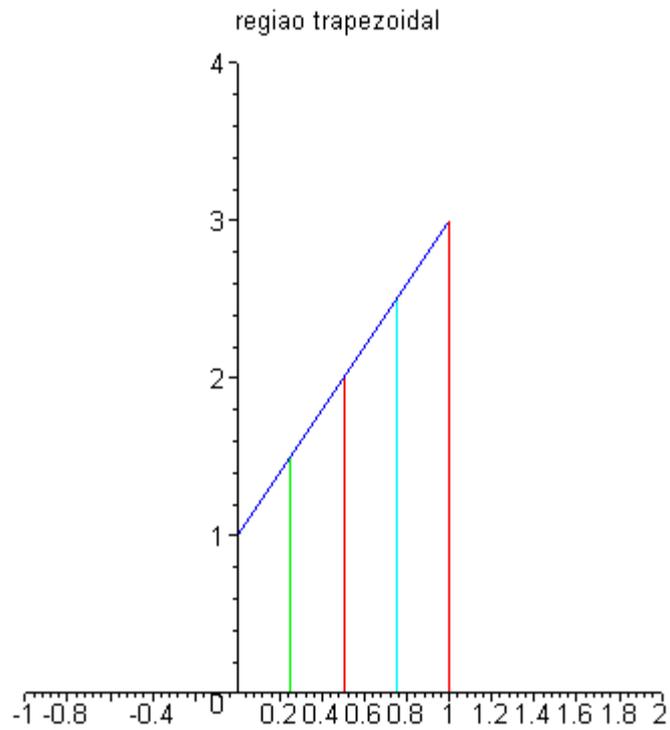
> **dydxplot(y=sqrt(x)..2,x=0..4,title=`Região do Tipo I`);**



$$\int_0^1 \int_0^{2x+1} 1 \, dy \, dx$$

5--Desenhar a região de integração da integral dupla

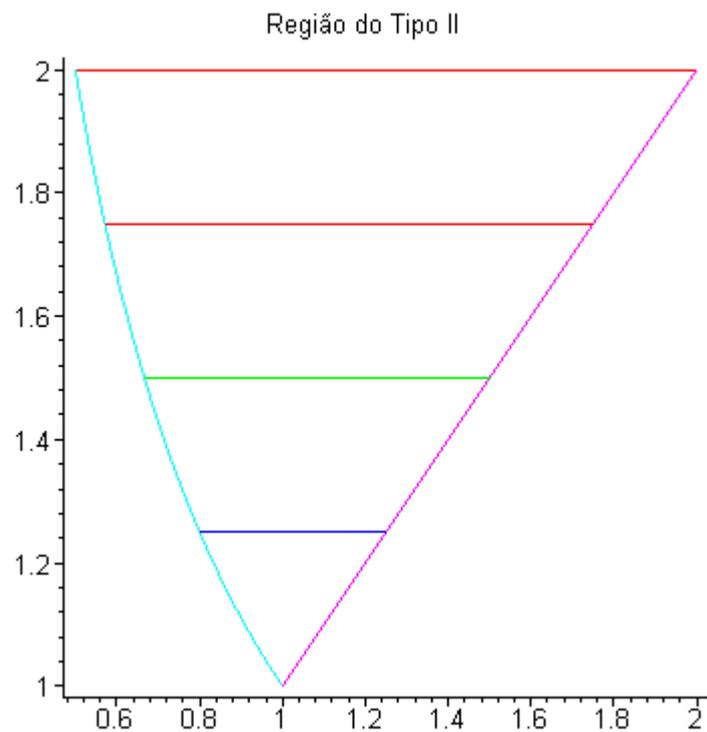
> **dydxplot(y=0..2*x+1,x=0..1,view=[-1..2,0..4], title=`regiao trapezoidal`);**



6--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_1^2 \int_y^{\frac{1}{y}} 1 \, dx \, dy$$

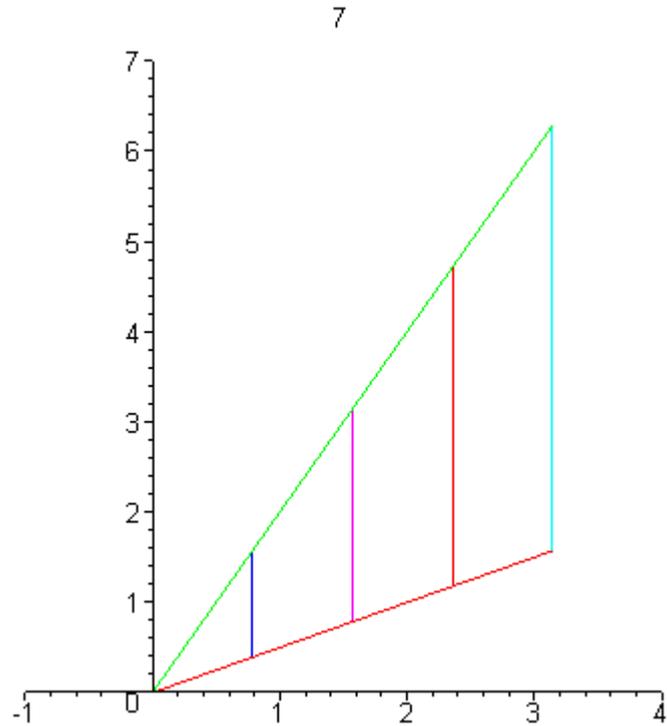
> **dxdyplot(x=y..1/y,y=1..2, title='Região do Tipo II');**



7--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^{\pi} \int_{\frac{x}{2}}^{2x} 1 \, dy \, dx$$

> `dydxplot(y=x/2..2*x,x=0..Pi,view=[-1..4,0..7], title='7');`

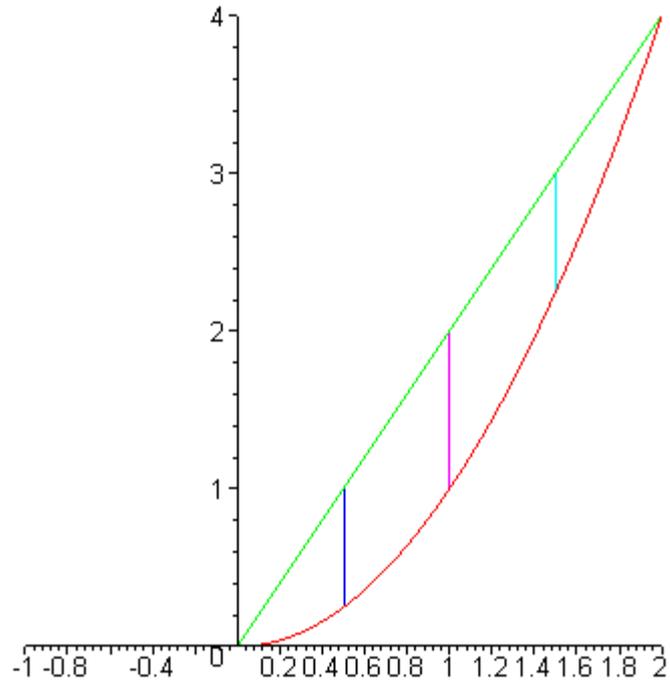


8--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} f \, dy \, dx$$

> `dydxplot(y=x^2..2*x,x=0..2,view=[-1..2,0..4], title='8');`

8

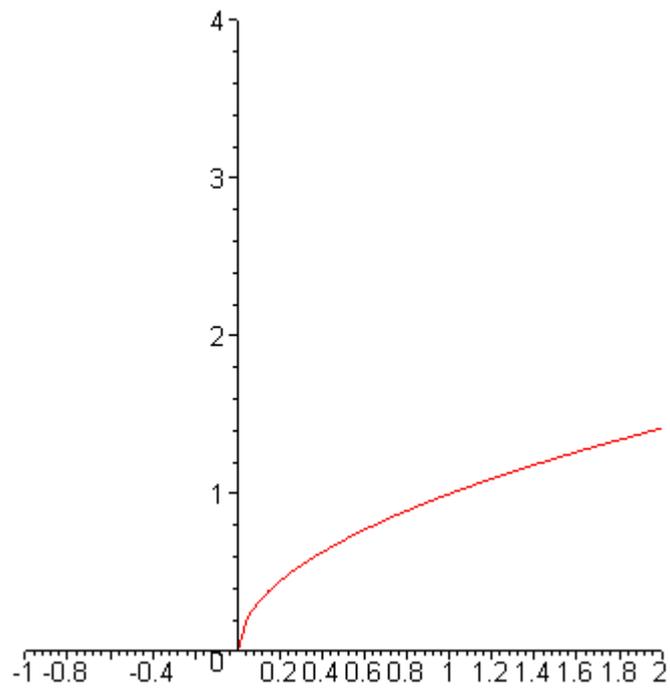


9--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} f \, dy \, dx$$

> **dydxplot(y=0..sqrt(x),x=0..9,view=[-1..2,0..4], title='9');**

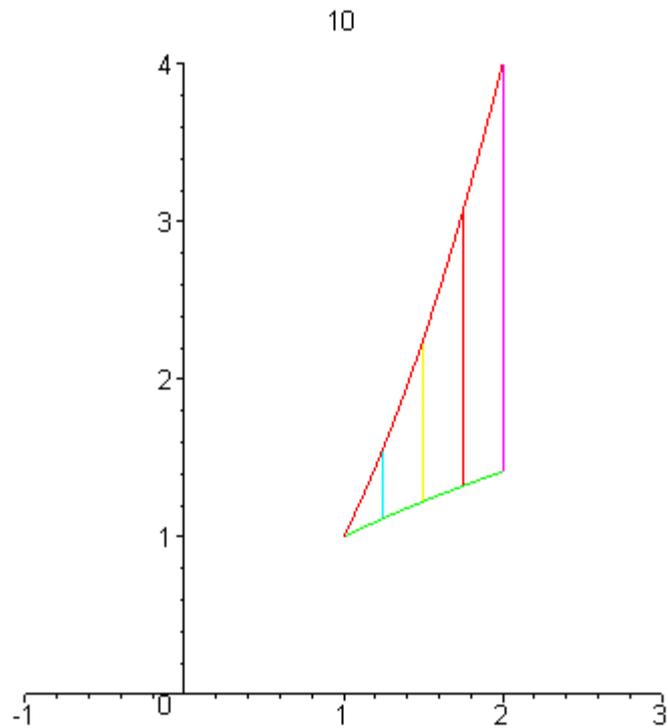
9



10--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^2 \int_{\sqrt{x}}^{x^2} f \, dy \, dx$$

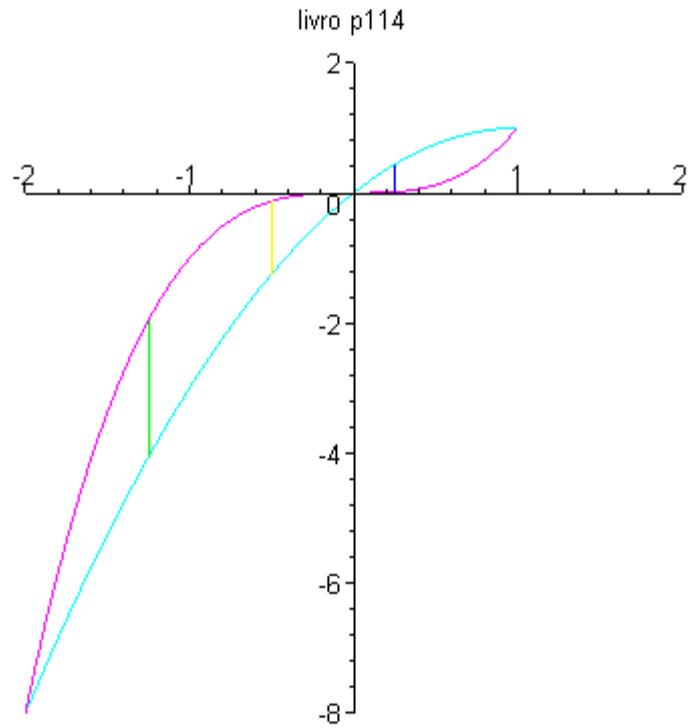
> **dydxplot(y=sqrt(x)..x^2,x=1..2,view=[-1..3,0..4],title='10');**



11--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_{-2}^1 \int_x^{-x^2 + 2x} f \, dy \, dx$$

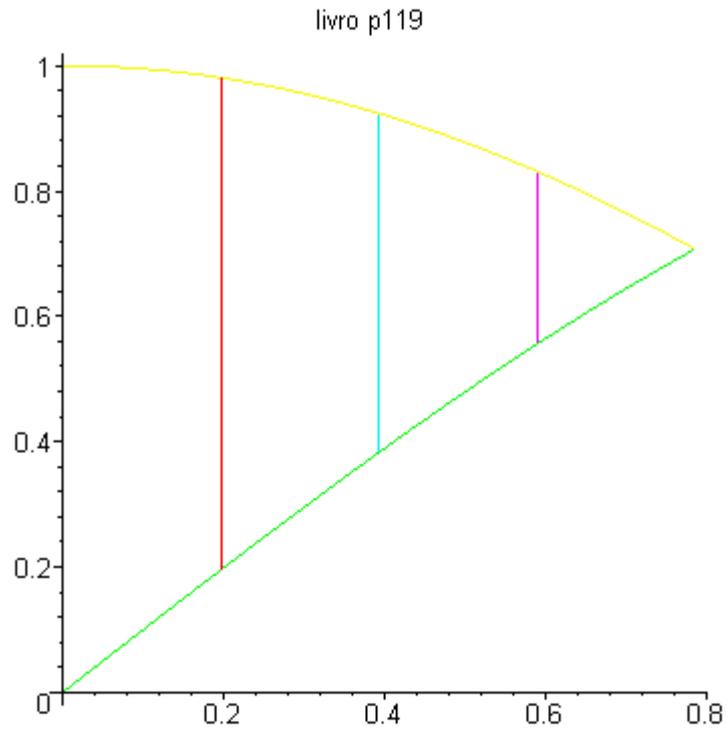
> **dydxplot(y=x^3..-x^2+2*x,x=-2..1, view=[-2..2,-8..2], title='livro p114');**



12--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\sin(x)}^{\cos(x)} f \, dy \, dx$$

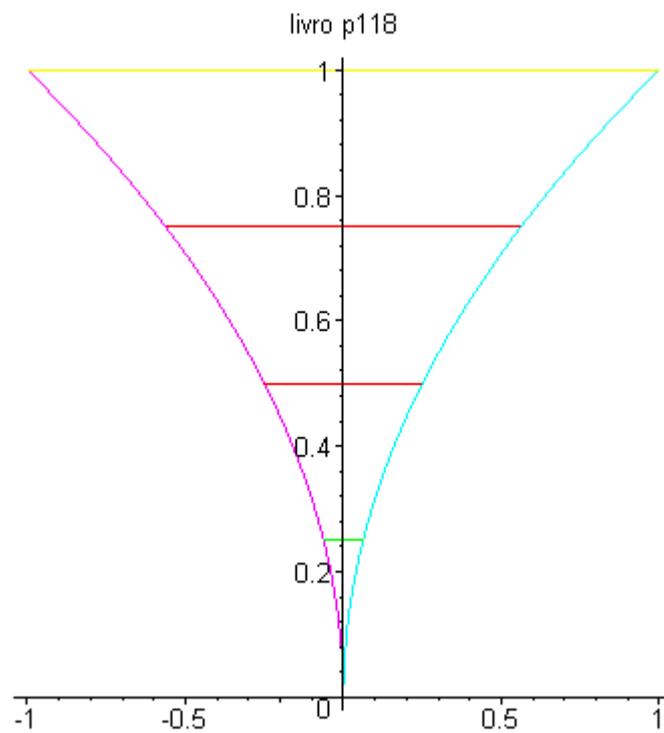
> **dydxplot(y=sin(x)..cos(x),x=0..Pi/4, title='livro p119');**



13--Desenhar a região de integração da integral dupla

$$\int_0^1 \int_{-y^2}^{y^2} f dx dy$$

> **dxdyplot(x=-y^2...y^2,y=0..1, title='livro p118');**

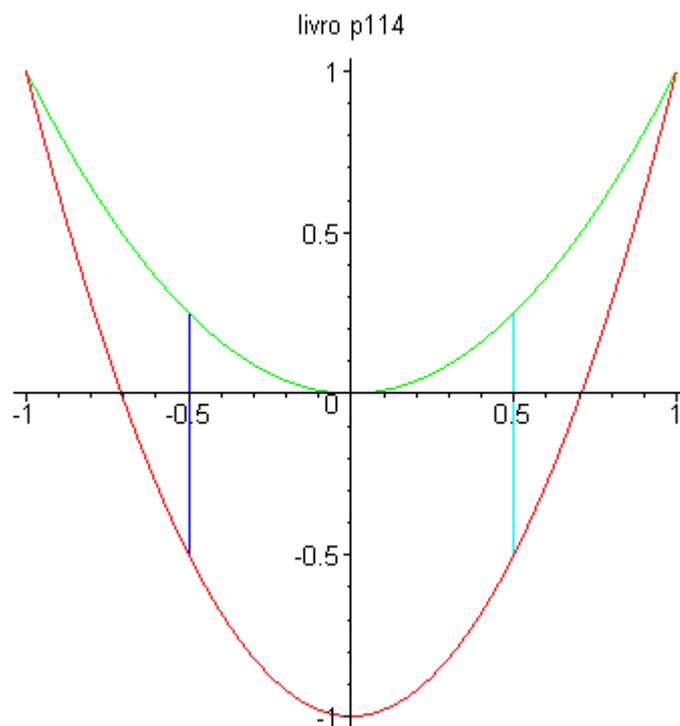


14-- Desenhe a região de integração

$$\int_{-2}^1 \int_{2x^2-1}^{x^2} f \, dy \, dx$$

15. Mais um exemplo do livro da Zara

> **dydxplot(y=2*x^2-1..x^2,x=-1..1, title='livro p114');**

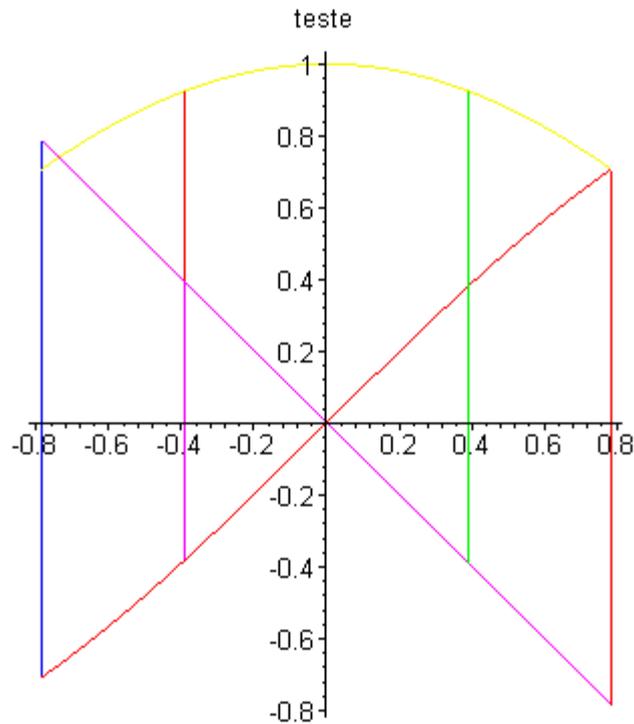


16. Duas regiões desenhadas juntas.

> **P1:=dydxplot(y=sin(x)..cos(x),x=-Pi/4..Pi/4):**

> **P2:=dydxplot(y=-x..cos(x),x=-Pi/4..Pi/4):**

> **plots[display]({P1,P2},title='teste');**



Animações de regiões do tipo I ou tipo II

Animações indicando as regiões de integração

Vamos ilustrar com animações os dois tipos de regiões de integrais duplas.

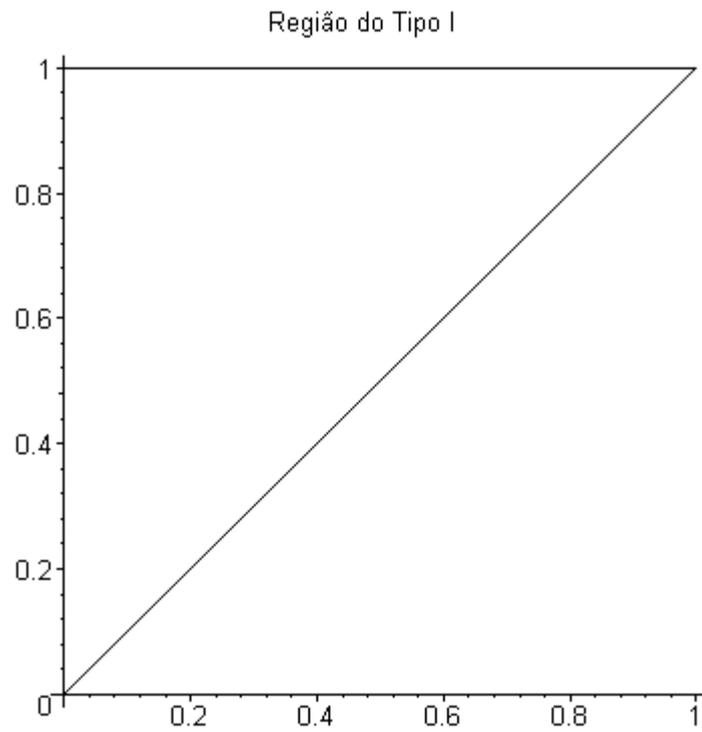
> **with(plots):**

1. Primeiro Exemplo

> **curva:=t->{[t,t+x*(1-t),x=0..1],[x,1,x=0..1],[x,x,x=0..1]};**

curva := t → {[x, 1, x = 0 .. 1], [x, x, x = 0 .. 1], [t, t + x(1 - t), x = 0 .. 1]}

> **animate(curva(t),t=0..1,color=BLACK, title=`Região do Tipo I`);**

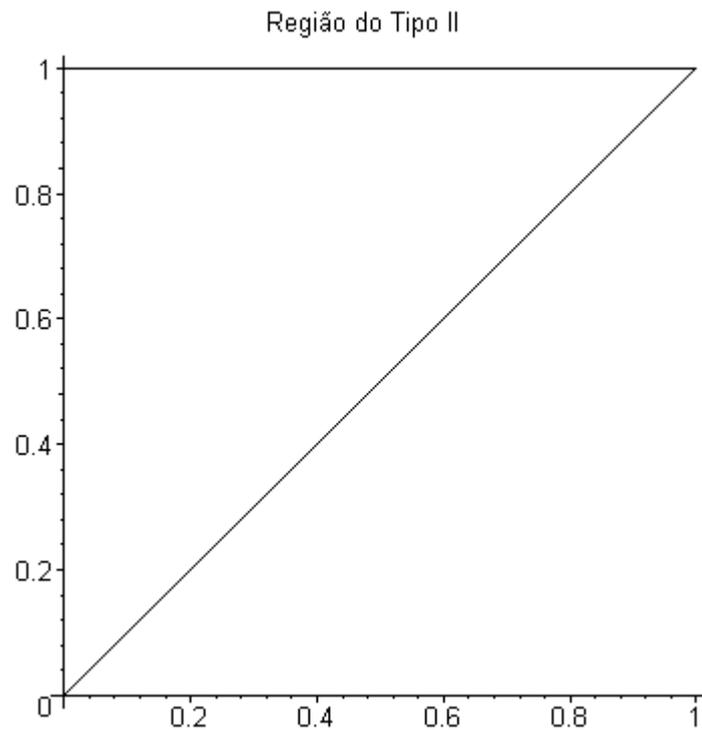


2. Segundo Exemplo

> **curva2:=t->{[y*t,t,y=0..1],[x,1,x=0..1],[x,x,x=0..1]};**

curva2 := t → {[y t, t, y = 0 .. 1], [x, 1, x = 0 .. 1], [x, x, x = 0 .. 1]}

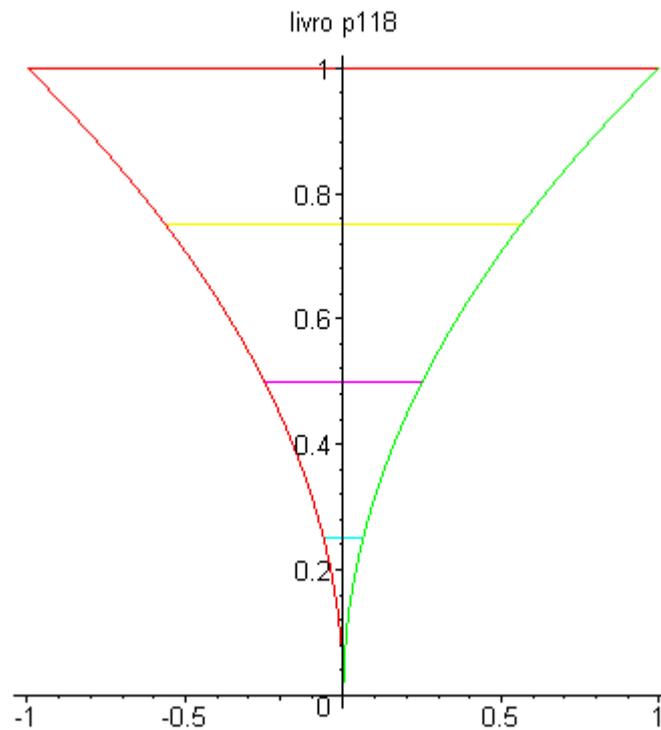
> **animate(curva2(t),t=0..1,color=BLACK,title=`Região do Tipo II`);**



3. Agora vamos ilustrar a região de integração da integral abaixo

$$\int_0^1 \int_{-y^2}^{y^2} f \, dx \, dy$$

> **dxdyplot(x=-y^2...y^2,y=0..1, title='livro p118');**

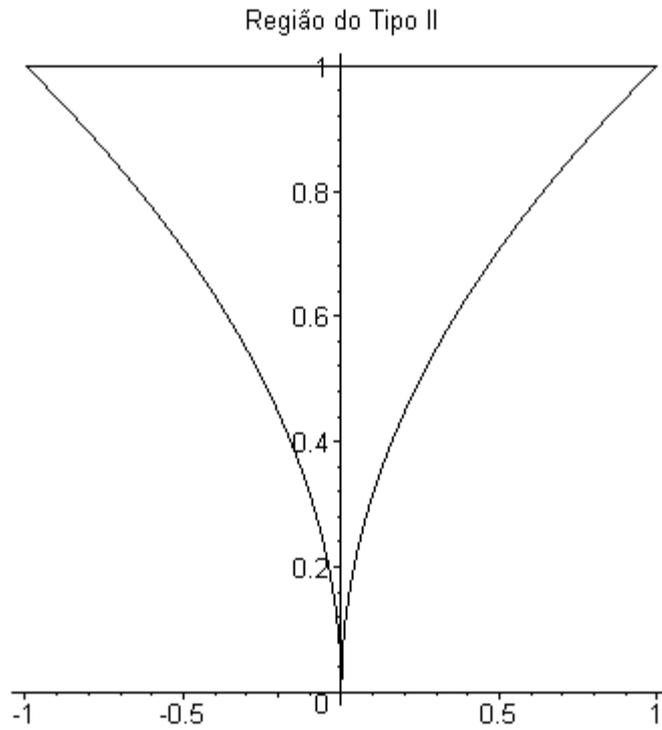


> **curva3:=t->{[(y^2)*t,sqrt(t),y=0..1],[-(y^2)*t,sqrt(t),y=0..1],[-x^2,x,x=0..1],[x^2,x,x=0..1],[x,1,x=-1..1]};**

curva3 :=

t → {[y² t, √t, y = 0..1], [-y² t, √t, y = 0..1], [-x², x, x = 0..1], [x², x, x = 0..1], [x, 1, x = -1..1]}

> **animate(curva3(t),t=0..1,color=BLACK,title='Região do Tipo II');**



Mais um exemplo

> **curva:= t->{[(y^2)*t,sqrt(t),y=0..1],[x,1,x=0..1],[x^2,x,x=0..1]}:**

> **animate(curva(t),t=0..1,color=BLACK);**

