

Probabilidade I

Lista 3

Data da lista:	01/09/2026 e 02/09/2026
Preceptor(a):	Otávio Marques Neves da Silva
Curso(s) atendido(s):	Estatística
Orientador(a):	George Lucas Moraes Pezzott

Exercício 1. Três Máquinas A, B e C produzem 50%, 30% e 20%, respectivamente, do total de peças de uma fábrica. As porcentagens de produção defeituosa destas máquinas são 3%, 4% e 5%. Se uma peça é selecionada aleatoriamente, ache a probabilidade de ela ser defeituosa. Se a peça for defeituosa, encontre a probabilidade de ter sido produzida pela máquina C.

Exercício 2. Sendo A e B dois eventos no mesmo espaço amostral indique sob que condições $P(A|B) = P(B|A)$

Exercício 3. A urna A tem 5 bolas brancas e 7 bolas pretas e a urna B em 3 bolas brancas e 12 bolas pretas. Jogamos uma moeda honesta; se der cara, retiramos uma bola da urna A. Se der coroa, retiramos uma bola da urna B. Suponha que uma bola branca seja selecionada. Qual é a probabilidade de que tenha dado coroa na moeda?

Exercício 4. Uma questão de verdadeiro ou falso é colocada para um time formado por um marido e sua esposa em um jogo de perguntas e respostas. Tanto o homem quanto a mulher darão, de forma independente, a resposta correta com probabilidade 0,6. Qual das estratégias seguintes é a melhor para o casal?

- Escolhe uma pessoa do casal, ao acaso, para dar a resposta final.
- Se os dois discordarem no verdadeiro ou falso, joga-se uma moeda honesta para decidir a resposta final.

Exercício 5. A e B se alternam no lançamento de um par de dados, parando quando A obtém uma soma igual a 9 ou quando B obtém uma soma igual a 6. Supondo que A role o dado primeiro, determine a probabilidade de que a última jogada seja feita por A.

Exercício 6. Mostre que, se $P(A|B) = 1$, então $P(A^c|B^c) = 1$.

Exercício 7. Sendo $P(A) > 0$ e $P(B) > 0$, mostre que $P(A|B) > P(A) \Rightarrow P(B|A) > P(B)$

Exercício 8. Considere os eventos A , B e C em Ω e suponha que $P(C) > 0$ e $P(B \cap C) > 0$. Para as seguintes igualdades apresentadas nos itens a seguir, verifique se são verdadeiras (justifique suas respostas).

- a) $P(A \cap B|C) = P(A|C \cap B)P(B|C)$.
- b) $P(A \cap B|C) = P(A|C)P(B|C)$.

Exercício 9. Um ponto $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ é escolhido de aleatoriamente no quadrado definido por $-1 \leq x \leq 1$ e $-1 \leq y \leq 1$. Considere a equação $ax + b = 0$, determine a probabilidade de sua solução ser positiva.

Exercício 10. Mostre que as duas expressões da definição de independência são equivalentes. Isto é, de uma delas pode-se obter a outra.

Exercício 11. Sendo A e B independentes, verifique que também são independentes os eventos:

- a) A e B^c .
- b) A^c e B .
- c) A^c e B^c .

Exercício 12. Suponha que a probabilidade de uma família ter i crianças (meninos ou meninas) é dada pela expressão

$$p_0 = p_1 = a \text{ e } p_i = (1 - 2a)2^{-(i-1)}, \text{ para } i = 2, 3, \dots \text{ e } 0 < a < \frac{1}{2}$$

Suponha equiprobabilidade entre os nascimentos de meninos e meninas. Se uma família, escolhida ao acaso, tem exatamente dois meninos, qual é a probabilidade dessa família ter:

- a) Somente duas crianças?
- b) Exatamente mais duas meninas?